LE TRAVAIL 'PERSONNEL' AU COLLEGE

ou

Le partage des responsabilités didactiques entre
le professeur, l'élève et ceux qui accompagnent la réalisation
des devoirs en mathématiques

**Partie 1 : La partie 'privée' du travail des élèves
et de l'accompagnement aux devoirs**

Florence ESMENJAUD-GENESTOUX
DAEST

Résumé : Cet article se présente en deux parties. Dans la première partie nous présentons, à partir de résultats expérimentaux, ce que les parents des collégiens peuvent raisonnablement (ou ne peuvent pas) faire pour aider à la réalisation des devoirs du soir en mathématiques. Comment l'enseignant peut-il alors conjuguer l'égalité des chances avec la diversité socioculturelle de notre société ? La seconde partie tirera les conséquences des premiers constats pour suggérer comment aménager les conditions du travail à la maison. Par le truchement de ses 'assortiments' d'exercices, le professeur peut accompagner l'étude personnelle des élèves avec toute son expertise professionnelle.

Mots clés : étude personnelle des élèves – inégalités scolaires – accompagnement parental – organisation du travail à la maison – entraînement – devoirs du soir – table de multiplication – algèbre.

I. Introduction : quelle aide scolaire ?

Il paraît évident, au vu de leur grande diversité, que toutes les familles de collégiens ne suivent pas (ou ne peuvent pas suivre) la scolarité de la même manière, or notre système éducatif accorde de plus en plus d'importance au rôle que doivent jouer les parents[1]. Le cycle d'adaptation apparaît comme un moment de coopération essentiel. Les documents officiels diffusés par l'ONISEP ou ceux qui organisent dans les établissements, l'accueil et l'accompagnement des élèves (voir par exemple *mon journal de sixième*, ou encore le site académique de Créteil) en témoignent.

Pour rendre compte des inégalités scolaires, nombreux sont les travaux qui attirent l'attention sur ce qui se passe en dehors des classes. La Sociologie de l'éducation s'est intéressée aux effets de la mobilisation scolaire des familles sur les résultats des élèves.

---

1 Pour une analyse de l'évolution de ce rôle au cours du XX^{e} siècle, se reporter à Esmenjaud-Genestoux (2000).

Il en ressort que d'une part, cette mobilisation n'induirait pas en elle-même d'effet mécanique : "selon les modalités pratiques, le soutien des parents est en fait très inégalement corrélé à la réussite scolaire. [...] La corrélation devient peu significative s'agissant de l'aide fréquente au travail à la maison. [Elle] est nulle voire plutôt négative dès qu'elle affecte l'activité de l'élève (aider aux devoirs, payer des cours particuliers)" [2].

D'autre part, le recours à une aide extérieure ne serait pas non plus en mesure de réguler les disparités entre milieux socio-culturels (ou entre niveaux de diplôme des parents), puisque : "dans les milieux favorisés, prendre des cours particuliers vient en renforcement de l'aide familiale, alors que dans les milieux populaires, ou dans les professions indépendantes, ce recours vient plutôt se substituer à un soutien familial peu intense"[3].

Il n'échappe à personne que les mathématiques, discipline considérée comme fondamentale pour l'enseignement obligatoire et pour la certification des acquis scolaires, constitue un créneau traditionnellement porteur de l'assistance scolaire. Est-ce une coïncidence fortuite ou un écho ? La nomenclature des actes d'orthophonie ménage une place "aux troubles du calcul et du raisonnement logico-mathématique" à côté des pathologies de l'apprentissage de l'expression orale et écrite ; les CMPP[4] recrutent des psychopédagogues et de rééducateurs pour répondre aux difficultés électives en mathématiques.

Puisque l'institution scolaire ne peut envisager l'éradication de toute intrusion extérieure dans le travail scolaire des élèves, puisque les données pédagogiques, sociologiques, médicales ou psychologiques ne se traduisent pas directement en moyens d'aménager les conditions de ce travail, il convient d'examiner de manière spécifique la question de l'accompagnement de l'étude personnelle en mathématiques (dans cet article, l'expression "étude personnelle" désignera la part d'apprentissage qui se déroule hors de la classe, et hors de la présence du professeur en charge de l'enseignement).

Peut-on espérer unifier les pratiques familiales en matière d'aide aux devoirs ? La réforme dite des "mathématiques modernes" avait donné lieu à diverses tentatives éphémères et peu convaincantes en direction des parents. A l'époque, pourtant, le projet bénéficiait d'un véritable enthousiasme, mais il ne s'agissait alors que de rompre avec les habitudes et non de lutter contre des difficultés persistantes.

Redéfinir l'équité démocratique de la scolarité à partir de l'aide qui s'exercerait hors des classes, rend le problème insoluble ou du moins bien désarmant pour les acteurs. Si des inégalités significatives pour les apprentissages se fabriquent par une échappée du contrôle institutionnel, que faire ? Faut-il renoncer à donner des devoirs du soir[5] ? Faut-il généraliser l'aide à l'intérieur des établissements[6] ? Pour tous les élèves ou seulement pour quelques uns ? Avec quel encadrement ? S'il était possible de dresser un état des lieux fidèle des formes d'accompagnement effectives, serions-nous pour autant mieux équipés en moyens de les améliorer ?

2 Terrail (1997).
3 D. Glasman, in Terrail (1997).
4 Centre Médico-Psycho-Pédagogique.
5 La circulaire du 29 décembre 1956, toujours en vigueur, interdit les devoirs écrits à l'école élémentaire.
6 Lire à ce sujet l'Avis du Haut Conseil de l'Evaluation de l'Ecole n° 15 (mai 2005), Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche.

Pour l'enseignant de mathématiques, qui décide du contenu et des modalités du travail prescrit aux élèves, les considérations trop générales offrent peu de prise et finissent même par embrouiller l'entendement.

Le présent article se donne des objectifs très pragmatiques : affiner les décisions professionnelles par une analyse des contraintes qui pèsent sur elles, et mettre à jour des leviers pour réguler les éventuels dysfonctionnements qui sont déjà ça et là repérables. Il puise dans les modélisations de la Didactique des Mathématiques, celles qui ouvrent à des représentations plus opératoires des questions qui se posent aujourd'hui à la scolarité obligatoire. Il s'agit de se doter des moyens d'anticiper des phénomènes maintenant connus, et de prévenir les échecs sur les savoirs utiles aux activités humaines et à l'exercice éclairé de la citoyenneté.

II. La partie privée du travail des élèves et l'aide aux devoirs

II.1 Des parents aident aux devoirs

Il est difficile de collecter des informations sur ce qui se passe réellement dans l'intimité du domicile. A quoi ressemble donc l'accompagnement au quotidien des devoirs en mathématiques ?

Puisque l'aide scolaire domestique (parentale, fraternelle, amicale ...) nous est présentée tantôt comme indispensable, tantôt comme source de tracas, il est tentant de considérer qu'il existerait de 'bons' accompagnateurs (qui restent à leur place, tout en aidant vraiment les enfants) et des 'mauvais' (qui, intentionnellement ou pas, provoquent des effets négatifs). La classification est l'une des premières manifestation de la pensée logique et quoi de plus habituel que de raisonner sur les éléments qui nous sont les plus perceptibles (à savoir le comportement de nos congénères) ?

Notre démarche procède d'une autre intention. Il s'agit pour nous de comprendre, au travers de ce que rencontrent les non professionnels, ce qui se joue lorsque la réalisation des devoirs est accompagnée. Nous espérons par ce détour nous affranchir un peu mieux des idées reçues et des fausses opinions qui circulent sur le sujet.

Puisque les enquêtes ne fournissent pas toujours des données fiables sur les pratiques familiales d'accompagnement[7], nous les avons approchées à l'aide d'un dispositif expérimental permettant l'observation (ponctuelle mais directe) des comportements.

L'échantillon se compose de 11 familles, que nous avons retenues pour leur caractère 'ordinaire'. Ces parents ne sont pas particulièrement privilégiés ou défavorisés[8] ; ils sont tous de bonne volonté et ne rencontrent pas de problème majeur. Leurs enfants ne sont ni des élèves 'brillants', ni en grande difficultés ; ce sont des filles et des garçons scolarisés dans des collèges publics ou privés (les 4 niveaux de sixième à troisième sont représentés). Sans se connaître, ils se sont portés volontaires pour être artificiellement réunis dans une salle et se prêter, par binôme (un collégien avec l'un de ses parents), à une expérience collective.

---

7 Voir les effets des représentations sur les discours dans Esmenjaud-Genestoux (1995) et dans Esmenjaud- Genestoux (2000).

8 Un employé de la SNCF, une épouse de notaire, des commerçants, une secrétaire de rectorat, un technicien de l'industrie aéronautique, etc.

Le protocole consistait entre autres à donner à résoudre aux élèves un même problème d'algèbre et à demander aux adultes d'accompagner la résolution individuelle, comme s'il s'agissait d'un devoir prescrit par le professeur de mathématiques.

Voici cet énoncé :

Trois petits verres p remplissent un grand verre V. Il faut huit verres V et un petit verre p pour remplir la bouteille B d'un litre. Quelle est la contenance des verres p et V ?

II.2 L'accompagnateur explique sa propre solution

II.2.a. Des schémas

Les résolutions n'ont pas été filmées, c'est au travers des brouillons de recherche (complétés par des récits et des questionnaires) qu'elles ont été reconstituées a posteriori et interprétées.

Nous n'avons pas été surprise de la présence de nombreux dessins et schémas. On leur attribue fréquemment une vertu heuristique et il est classique en mathématiques de traduire un problème à l'aide de segments. Mais ici, une analyse plus fouillée suggèrera que les partenaires ont surtout utilisé cette modalité graphique comme le moyen de communiquer entre eux.

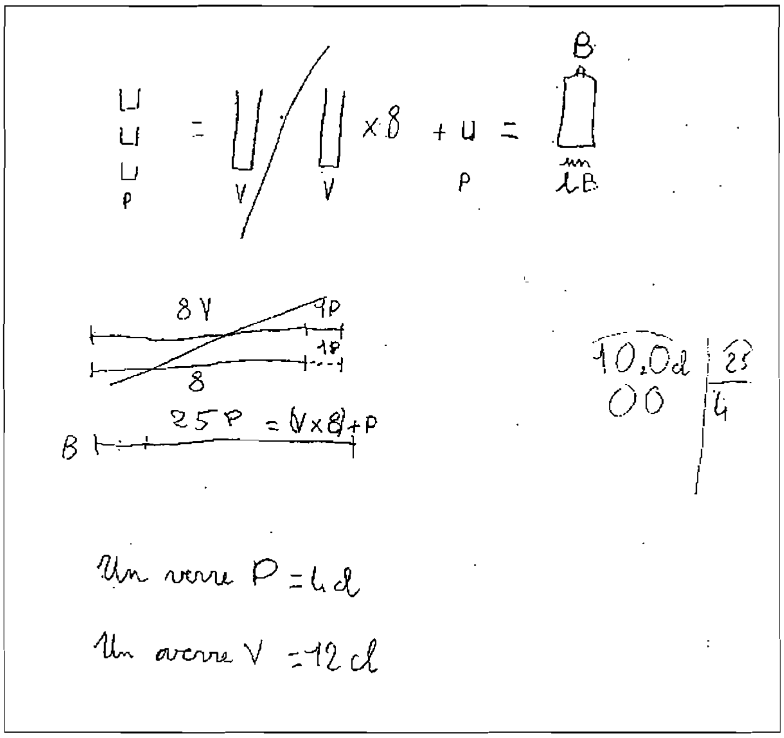

Figure 1

II.2.b. Un scénario a priori

En premier lieu, il faut décider d'une longueur pour désigner la capacité de la bouteille (B). Un tel choix aléatoire n'est pas évident pour qui n'est pas encore familier avec la démarche algébrique et la manipulation de quantités inconnues.

Par contre, une fois un trait fixé, il devient facilement envisageable de le segmenter en huit portions égales.

Il est encore temps de rectifier le schéma, en prolongeant la figure initiale de manière à faire apparaître un petit verre supplémentaire (p).

Puis chaque portion (V) peut à son tour se partager en trois.

Et après un éventuel réajustement de la longueur du dernier morceau (afin de l'égaliser à ceux qui viennent d'être fabriqués), le dénombrement de tous les petits segments (p) indique une piste de résolution.

Il ne reste plus qu'à diviser la capacité de la bouteille par 25 pour obtenir celle d'un petit verre.

II.2.c. Un support pour expliquer

Les traces recueillies sur le brouillon (fig.1) ne correspondent pas à un tel scénario. Il semble au contraire, qu'après une première tentative abandonnée, la solution ait été directement exhibée sous sa forme finale. Nous pensons que c'est celle du parent, élaborée 'ailleurs' [9] et d'une manière qui n'a pas été rendue visible à l'élève.

Cette hypothèse repose sur plusieurs arguments :

- aucun résultat intermédiaire ne figure sur la feuille (ni le nombre 24, ni un "3 fois 8", ni même un découpage en 8) ;
- la segmentation est seulement esquissée (il n'est pas commode de partager directement un segment quelconque en 25) ;
- le dernier petit verre, qui était représenté à part dans le premier essai, n'apparaît plus dans la représentation globalisée ;
- le calcul (V multiplié par 8 + p) semble jouer plutôt le rôle d'une justification a posteriori, que d'un moyen d'aboutir à la réponse.

Ce schéma possède les caractéristiques d'une démarche arithmétique[10], dans laquelle la solution rédigée reconstitue une chronologie qui n'est pas forcément celle suivie par la pensée (comme pour une démonstration en géométrie). L'élaboration de la réponse est pilotée par la dernière étape (l'obtention du résultat final) afin de déterminer un point de départ (la détermination de l'inconnue à partir de laquelle toutes les autres seront exprimées), puis un ordre de succession des étapes intermédiaires.

Dans ce binôme, tout se passe donc comme si le parent avait illustré et expliqué sa propre solution, dès lors qu'il sentait son enfant dans une impasse. Pour cela, il se

9 Le questionnaire témoigne qu'il a en effet produit rapidement une solution correcte bien avant de prendre connaissance de ce que l'élève pouvait produire.

10 Nous empruntons à D. Broin (2002) et E. Comin (2000) leur définition d'une résolution arithmétique : les données sont des mesures de grandeurs ou des rapports étiquetés dans le langage courant ; la résolution consiste à passer d'un état initial à un état final par une suite finie et ordonnée de calculs ; la rédaction utilise la langue naturelle pour énoncer chaque résultat intermédiaire ou final ; chaque calcul porte sur deux nombres et utilise l'une des quatre opération élémentaires.

serait servi d'un schéma comme support de ses interactions. Ici, l'accompagnateur produirait, puis montrerait une solution, avant de demander à l'élève de rédiger 'sa' réponse.

II.2.d. Intentions / réalisation

Cette élève est une jeune collégienne (12 ans) et ce problème était difficile à son niveau (classe de 6ème). L'accompagnateur estime en première lecture que "l'exercice est facile" et que l'élève "saura sans doute" le résoudre (il semble faire confiance au contrat didactique de base : si le professeur le donne à résoudre, c'est qu'il est faisable).

Son rôle d'accompagnateur est conçu par lui de la façon suivante : "Essaie tout seul, c'est <u>d'abord</u> ton travail"[11]. C'est seulement après ce temps d'essais, qu'il envisage de reprendre la main : "et après la démarche est de retourner au cours et à d'autres exercices déjà résolus (avec succès si possible) et de tenter d'expliquer avec des notions que je pense acquises par ma fille (il arrive que je surestime ces notions)".

Cet accompagnateur familial semble tout à fait exemplaire. De plus, ses connaissances en mathématiques lui ont permis de produire une réponse correcte. Serait-ce là l'aide aux devoirs idéale ? Ce monsieur nous signale qu'il est fils d'enseignant[12] ...

II.3 Les tentatives de l'élève

II.3.a. Des rétroactions possibles

Nous nous sommes demandé pourquoi cet accompagnateur avait si rapidement disqualifié les premiers essais de l'élève. Car enfin, ces tentatives étaient pourtant susceptibles d'aboutir, d'autant que l'action de dessiner fournit ici des rétroactions pertinentes.

Les premiers segments ont été barrés, délaissés comme s'ils étaient inutilisables. Examinons mieux les deux schémas. Dans le premier, l'unité considérée est le grand segment (B, le premier tracé) ; dans le second, c'est le petit (p), esquissé deux fois seulement. Il est évidemment plus facile de reporter que de partager. Les contraintes spatiales guident donc ici utilement la réflexion vers le meilleur choix.

Considérons maintenant les dessins d'objets en haut de la feuille (fig. 1). La transcription figurative des relations entre récipients canalisait la pensée dans une bonne direction. Mais cette potentialité n'est pas non plus exploitée. Certains élèves ont réussit selon une démarche similaire qui consiste à coordonner le report de l'une des deux relations dans l'autre et mettre 3 p dans V, comme par exemple dans cet autre brouillon (fig. 2 ; tout en haut à gauche).

---

11 Nous avons souligné le mot qui a été intentionnellement rajouté dans l'item du questionnaire par le parent.

12 Il déclare qu'il a lui-même été aidé lorsqu'il était élève et fournit comme explication : "Mon propre père était instituteur, il m'a aidé mais à mon goût d'une manière trop autoritaire – mais peut-être avait-il raison !".

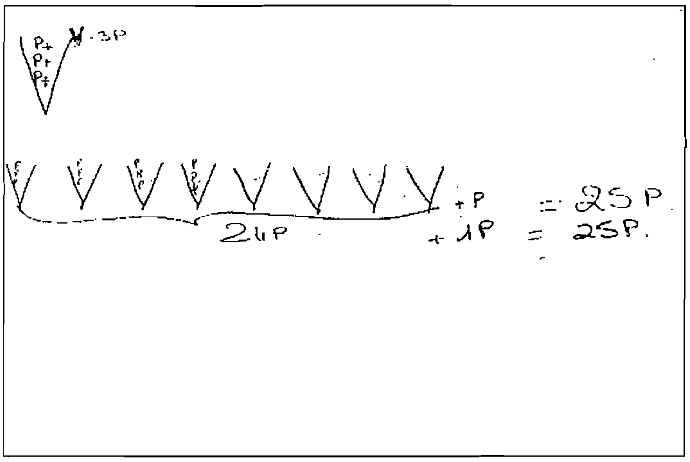

Figure 2

L'accompagnateur n'a pas donc fait jouer au schéma le rôle d'un *milieu*[13] qui faciliterait une construction par l'élève, mais celui d'un dispositif commode pour lui, afin de mieux convaincre de l'intérêt de son propre point de vue.

II.3.b Des bifurcations imposées

Par deux fois donc, l'accompagnateur modifie sensiblement la trajectoire de l'élève, comme pour la rapprocher de la sienne.

Serait-ce pour marquer son autorité ou sa supériorité ? Une interprétation psychanalytique puiserait des matériaux dans l'histoire des deux acteurs. Pourtant, une hypothèse d'une toute autre nature nous paraît utile à développer. Nous pensons que chaque trébuchement (impasse ou erreur) de l'élève offre à l'accompagnateur une occasion de resserrer les interactions autour de la piste qu'il a lui-même suivie.

II.3.c Posture de recherche

Pour celui qui cherche avec confiance, un premier essai infructueux (segmenter le grand segment), peut être suivi d'un second essai plus optimal (reporter le petit segment). En effet, chercher une solution originale n'aboutit que rarement du premier coup. Celui qui partage une certaine "culture de la recherche", ne renonce pas trop vite. Il explore les possibilités et les limitations d'une procédure avant de la laisser de côté ; il procède par ajustements successifs en suivant la même démarche durant un temps.

II.4 Etre le garant de la validité de ce qui est produit

II.4.a. Les positions des partenaires ne sont pas symétriques

Bien sûr, nos informations sur ce qui s'est effectivement déroulé restent très partielles, puisque notre dispositif occultait toutes les explications orales. Mais nous présumons que les traces écrites qui demeurent sur la feuille commune acquièrent, pour l'élève, un statut particulier. Un brouillon ou le support d'une interaction ne consigne pas seulement ce qui est strictement indispensable. L'accompagnateur ponctue ses explications par certains éléments, qu'il couche sur le papier pour lutter contre

13 Concept de la Théorie des Situations Didactiques, Brousseau (1998).

l'évanescence du discours. Il pourra ainsi y revenir si besoin, ou le désigner comme référence. Par exemple, autour du dessin de la bouteille, 'un l' renvoie à l'énoncé, en soulignant le type d'unité (le parent mentionne par ailleurs la phase de conversion dans la résolution[14] ; elle a en effet son importance, puisqu'elle détermine la nature des nombres utilisés, entiers ou décimaux).

Les deux partenaires ne sont pas placés dans une position symétrique face à l'énoncé. Cette dissymétrie ne tient pas uniquement à leurs connaissances, mais également à leur rôle. L'enfant doit s'acquitter d'une tâche (celle qui est exigée par le professeur) ; le parent doit s'en acquitter d'une autre : accompagner la résolution de l'élève. Cela le conduit à conserver autant que possible le contrôle de la validité des interactions produites. Un autre enfant, placé en position de tuteur, se sentirait lui aussi investi d'une autre responsabilité que celle de son tutoré.

II.4.b. Un répertoire didactique

Or, il est plus difficile de comprendre la procédure d'autrui que d'en produire soi-même une. Il faut se décentrer pour adopter un autre point de vue (que l'on n'a pas toujours soi-même envisagé), puis se positionner par rapport à ce dernier (est-il pertinent ? valide ? conforme ?).

Les nouveaux aspirants à l'enseignement ne soupçonnent pas spontanément ce que sont les coulisses du métier, en particulier quelle est la nature d'une préparation de séance. Faire la classe comporte bien évidemment une part d'improvisation et de régulation de l'imprévu. Mais la part de l'imprévisible est souvent réductible par la formation et l'expérience. Un certain répertoire professionnel permet d'anticiper diverses procédures (y compris celles qui sont erronées, mais qui s'appuient sur des conceptions connues). C'est justement ce type d'expertise qui distingue celui qui "enseigne les mathématiques" de celui qui "pratique les mathématiques" (qui dispose d'au moins une procédure correcte pour répondre à la question posée). Expliquer, enseigner, remédier ne se résument bien sûr pas à montrer une solution juste.

II.4.c. Un dispositif

Mais si l'accompagnateur souhaite avoir quelque chose d'autre à montrer que la réponse attendue, de manière à ce qu'il reste à l'élève une part d'initiative, il doit ici adapter son support (l'énoncé isolé ne suffit pas) aux interactions d'aide à l'étude.

Le schéma-support risque d'apparaître aux yeux de l'accompagné comme le moyen providentiel qui lui manquait pour résoudre. Il semble lui désigner une méthode à suivre pour résoudre d'autres problèmes similaires. Alors qu'en réalité ce schéma ne génère pas en lui-même de solution ; l'apprendre ou l'enseigner sont donc des aides illusoires. C'est l'élaboration de la représentation (l'activité intellectuelle de l'acteur) qui peut éventuellement faciliter la compréhension de l'énoncé (la réalisation est moins linéaire, et donc moins décisive pour un schéma que pour un discours). Si un raisonnement peut s'échafauder au fur et à mesure des contraintes et des ajustements, alors le dispositif est bien choisi pour activer des connaissances mathématiques.

---

14 "Ma fille a posé la bonne formule et a résolu le calcul après conversion du litre en centilitres".

Un tel dispositif favorable peut prendre différentes formes (il est fréquent de penser à mettre à disposition des élèves des objets matériels pour concrétiser les opérations). Les expressions algébriques donnent aussi lieu à des manipulations syntaxiques. Si elles manifestent un réel investissement cognitif de la part du mathématicien en herbe, elles exercent sur lui des rétroactions (chez qui dispose des connaissances permettant de les voir). Elles n'induisent pas non plus a priori d'ordre de résolution (en particulier, les égalités algébriques ne sont pas orientées, tandis qu'en arithmétique elles le sont : du calcul vers le résultat). Un raisonnement peut donc s'établir progressivement, par essais. Et après coup, une présentation canonique (conforme aux canons formels, institutionnels) des transformations fixe un ordre de résolution, qui ne reflète pas les errements productifs ou réconfortants.

Ce n'est donc pas la forme qui caractérise un dispositif d'aide à l'étude, mais le fait de n'inclure ni la réponse attendue, ni les connaissances qui la produisent, tout en ménageant des occasions de les construire ou de les réactiver (sous l'initiative 'autonome' de l'élève).

II.5 Problème ou exercice ?

II.5.a. Analyse de la difficulté de l'énoncé

Pour des élèves de 3ème, l'énoncé correspond à un exercice. En effet, la reconnaissance d'un système de deux équations à deux inconnues leur a été enseignée, ainsi que plusieurs moyens de le résoudre (par substitution ou par combinaisons linéaires). Pour les autres collégiens, le même énoncé correspond à un problème (une solution originale doit être inventée).

Il s'agit de dépasser l'obstacle de l'application affine. Pour cela, l'inconnue la plus petite (p) doit être considérée comme étant la principale. Pour les élèves, une telle décision n'est pas un algorithme (comme l'est une méthode de résolution pour un problème-type). Dans le binôme observé plus haut, le dépassement de l'obstacle semble entièrement porté et masqué par l'accompagnateur. Poser la question : "Qu'est ce que tu cherches ?" serait un moyen de mettre implicitement sur la voie (la question canaliserait la décision sans montrer toute la solution). D'autres artefacts sont possibles pour faciliter le bon choix : remarquons que dans l'énoncé, l'ordre d'énonciation des récipients suggère en premier le plus commode (mais il ne serait pas pertinent d'enseigner qu'il convient de suivre systématiquement l'ordre induit par tout énoncé).

Le choix d'une inconnue dans un problème n'est pas une tâche si facile, comme en témoignent les circonstances de son émergence historique.

II.5.b. Quelques repères historiques sur l'algèbre : l'arithme

La désignation d'une inconnue principale (par rapport à laquelle seront exprimées toutes les autres comme multiple ou fraction) est historiquement datée. Diophante introduit le mot 'arithme', bien avant l'essor du traitement des expressions algébriques par transformations et équilibrage. Les Pythagoriciens considéraient l'arithmétique comme une théorie des nombres sans méthode fixe, requérant de l'esprit et une sorte de divination intuitive. Diophante, au III^{ème} siècle, innove en présentant ses problèmes pratiques d'abord selon une formulation abstraite, les données numériques n'étant spécifiées qu'après. Il désigne les inconnues comme "la première, la deuxième, la plus petite ..." ou bien il exprime toutes les inconnues en fonction de l'une d'entre elles : l'arithme. Il introduit quelques abréviations systématiques, mais conserve la forme classique du discours continu (par exemple : "trouver deux nombres dont la somme et le produit forment des nombres donnés"). Les lettres (initiales ou finales des mots) ne sont pas encore l'objet de manipulations algébriques. L'algèbre syncopée, n'est qu'une étape intermédiaire entre une forme purement rhétorique (en référence avec les constructions géométriques) et la forme symbolique fixée au XVII, qui permettra d'envisager des nombres irrationnels ou négatifs[15].

Il ne s'agit donc pas encore d'accorder à cette désignation un statut opératoire. Toutefois, ce premier pas dans l'évolution est décisif, car en permettant la formulation d'un discours, il donne prise au raisonnement. Pendant la Renaissance, le savoir algébrique s'enrichit en Occident (particulièrement en Italie et en Allemagne). La découverte en 1464 des *Arithmétiques* de Diophante ranime l'intérêt de "l'art de la chose". L'école allemande d'algébristes introduit les caractères cossiques pour répondre aux besoins d'abréviations des notations. Le terme arabe qui désigne l'inconnue signifie 'chose'. Le Moyen-Age chrétien choisit tantôt : rex, radix, causa (en italien cosa, en allemand coss).

En cas de réussite, il est plus facile d'identifier (et de transmettre) le rôle essentiel que joue cet objet. Alors qu'en l'absence d'une telle explicitation, l'obtention d'une solution (même si on peut vérifier après coup qu'elle convient en effet) paraît tenir de la chance, du destin, d'un don. Remarquons que le choix judicieux des relations et des transformations reste tout autant ouvert en algèbre qu'en arithmétique.

II.5.c. Pas de méthode pour résoudre une question problématique

Un équilibre est souvent à trouver entre raisonnements (à établir à chaque fois que nécessaire) et usage de théorèmes après reconnaissance du domaine de validité. C'est un des problèmes didactiques de l'enseignement : va-t-on institutionnaliser une méthode experte, ou va-t-on seulement faire rencontrer ce type de questions dans des problèmes ? Le travail personnel de l'élève consistera-t-il à se familiariser avec l'utilisation directe d'un savoir (au travers d'exercices dits d'application) ou avec l'usage d'un répertoire de connaissances permettant d'engendrer des procédures 'personnelles' ?

La pratique des mathématiques nécessite donc, de la part des élèves, le maniement de deux catégories de *répertoires* (répertoire de formules ou de théorèmes / répertoire de connaissances). Prenons l'exemple du calcul mental : il est tout aussi utile de disposer d'un répertoire de résultats numériques et de procédures algorithmisées (comme ajouter 9, etc.), que de pouvoir, sur un cas particulier, recourir de façon opportune aux connaissances de la numération et aux propriétés des opérations (les techniques opératoires écrites présentent au contraire l'avantage de se prêter uniformément au cas général).

15 Dahan-Dalmedico & Pfeiffer (1986).

Les nouveaux programmes de cycle 3 et de 6ème reflètent une diversité d'activités qui sollicitent le travail personnel : exercices d'application ou d'entraînement ; problèmes complexes, de réinvestissement, de synthèse ; résolutions rédigées sous une forme convenue ; problèmes pour chercher, énigmes ou jeux mathématiques. Les textes officiels[16] prennent la précaution de rappeler que selon le moment où il est proposé aux élèves, un même problème peut avoir une fonction ou une autre, peut être associé à un objectif d'enseignement ou à un autre. Ce ne sont donc pas les objets eux-mêmes qui sont à classer mais leur fonction didactique (comme conditions d'apprentissage et d'enseignement).

De même, ce ne sont pas les savoirs mathématiques qu'il s'agit de répartir en deux catégories, mais les types de rapport qu'une institution (ou un sujet) entretient avec eux, selon les moments d'une résolution, d'un processus d'enseignement ou d'un curriculum.

III Quand l'accompagnement dérape

Lors de l'expérimentation, nous avions intentionnellement choisi un énoncé problématique pour la plupart des personnes présentes. Il s'agissait en effet d'observer les éventuelles distorsions. Ainsi que nous l'avions prévu, nos observations n'ont pas révélé que des cas aussi favorables que le binôme précédemment cité. Détaillons maintenant ce qui s'est passé pour quelques familles.

III.1 Un parent qui ne peut corriger les erreurs

Dans cet autre binôme (fig. 3), la solution est erronée : le problème est résolu comme s'il relevait d'une structure linéaire (B correspond à seulement 8 grands verres). Les difficultés de lecture (déchiffrage, signification accordée au texte lu) rencontrées par certains élèves nous masquent parfois celles qui sont spécifiques de l'interprétation mathématique d'un énoncé narratif. Or cet élève de 6ème lisait parfaitement.

Mais il est bien plus complexe de trouver un antécédent si l'application est affine, que si elle est linéaire (il faut coordonner deux relations avant de pouvoir commencer tout calcul). Une conception linéaire permet de résoudre en deux étapes simples ; l'idée de recourir à une division se constitue ici en obstacle pour la prise en compte du verre supplémentaire. L'analyse a priori du problème, tout comme la contingence lors de l'expérimentation, nous ont signalé ce point critique de la résolution, et beaucoup d'erreurs se sont manifestées à cet endroit.

16 Outre les programmes cités, deux documents d'accompagnement des nouveaux programmes de l'école primaire traitent plus particulièrement de ces questions (Les problèmes pour chercher ; Articulation école collège).

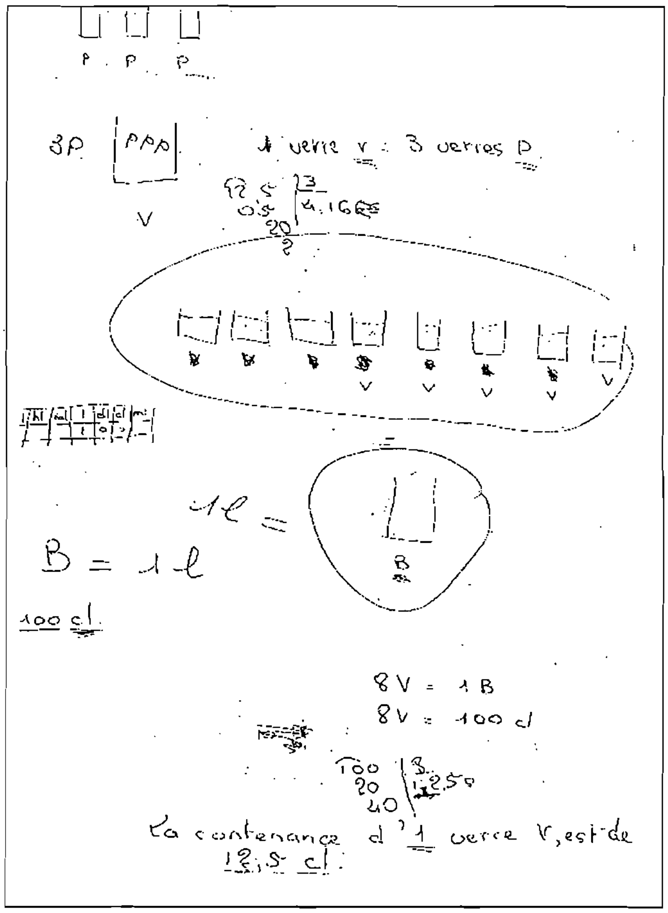

Figure 3

Cet élève n'était pas esseulé durant la résolution. L'accompagnateur a joué son rôle, mais sans pouvoir procéder à une rectification. Dans cette famille, le parent investit surtout la dimension pédagogique, car ses connaissances mathématiques, il le reconnaît lui-même avec clairvoyance, sont peu fiables. Il assume si bien son état qu'il se déclare d'emblée prêt à accompagner le travail de son enfant même en trouvant l'énoncé difficile. Il se réfère à un découpage standard de la résolution de problème en quatre étapes :

- une lecture de l'énoncé et une traduction qui fait sens ;
- le choix de l'opération appropriée ;
- les calculs numériques ;
- la rédaction de la réponse.

Il commente ainsi ce qui s'est déroulé : "Mise sur 'orbite' car ma fille partait dans le vague, obsédée par la question : je dois faire telle ou telle opération. <u>D'elle même,</u> elle a fait des dessins. Ensuite on a fait <u>ensemble</u> un raisonnement par rapport aux dessins. Je la 'guide' en permanence. Pas de problème pour la technique de la division, mais le processus de résolution du problème a été difficile à déterminer pour ma fille (et moi aussi ...)" [17] .

17 Les guillemets et les mots soulignés sont de l'auteur.

Ainsi le modèle méthodologique qui consiste à associer une unique opération à chaque étape renforce ici également l'obstacle de la linéarité. Nous y retrouvons l'idée que les dessins (ou les schémas) jouent des rôles essentiels :

- moyen pour l'élève d'accéder au sens ;
- moyen de prouver à autrui sa compréhension (le schéma devenant trace écrite du raisonnement, au même titre qu'une lecture à haute voix serait le témoin d'une capacité à lire en lecture silencieuse) ;
- et en cas de besoin, moyen ostensif pour l'accompagnateur de dévoiler le sens caché dans l'énoncé.

Que s'est-il passé pour que le parent se soit fourvoyé au point de négliger ce dernier petit verre ? Est-ce vraiment un manque de connaissances[18] ? Pas plus que l'élève, il n'a eu du mal à lire l'énoncé. Aucune trace non plus de distraction de sa part. Notre hypothèse est que c'est la position d'accompagnateur qui l'a conduit à ce comportement (il est tout à fait plausible qu'étant seul et avec le temps nécessaire, le même parent aurait su résoudre ce type de problème).

Pour interpréter les faits, il convient de prendre en compte que l'élève, contrairement à ce qui se passait dans la première famille, se sent habituellement en difficulté en mathématiques et qu'il est également perçu par son parent comme fragile dans cette matière. L'examen du brouillon de recherche nous montre que l'élève coordonne mal le rôle des variables (sept fois de suite il se trompe en nommant les contenants). Il est vraisemblable que l'accompagnateur, mobilisé par cette correction et préoccupé par les difficultés de son enfant, 'oublie' la nature du lien entre les données. Même si, à la première lecture, il l'avait fugitivement perçue, il ne l'a manifestement pas immédiatement reconnue en terme d'objectif didactique. Tout se passe comme si, en situation, la charge cognitive liée à ses responsabilités avait inhibé ses moyens habituels de contrôle (l'événement on l'a dit, ne s'est pas produit n'importe où, mais dans un lieu a priori prévisible).

III.2 Une fausse aide

Dans un autre binôme, de nombreuses erreurs ont finalement abouti à la réponse attendue (fig. 4). Les deux partenaires s'estiment satisfaits. Ils interprètent les écarts entre leurs résolutions et celles des autres participants comme la simple conséquence d'une diversité de méthodes (puisque leur réponse, elle, est identique à celle des autres).

Que s'est-il passé ? De son côté, le parent traduit correctement l'énoncé et le résout de manière algébrique ; il écrit ses solutions sous forme fractionnaire. Pour sa part, l'élève calcule le huitième d'un litre (conception erronée de la structure affine) et s'acharne à vérifier son résultat (en écriture décimale). Au début, le parent arrive à corriger, mais l'écart devient probablement trop grand entre ce qu'il pourrait contrôler s'il était seul et ce qu'il peut identifier à chaud. L'accumulation de notions mathématiques (en particulier les fractions et les divisions avec des décimaux) importées par chaque partenaire est trop forte. Les occasions d'erreurs augmentent et déstabilisent les répertoires de contrôle, surtout lorsque les conceptions sont inadaptées et les algorithmes mal assurés. La mise en commun apparaît donc ici comme une

18 Cette personne est diplômée, elle possède au moins une licence.

perturbation, un élargissement du champ à contrôler, une ouverture des questions et des explications qui exigeraient pour l'accompagnateur des connaissances à toute épreuve. Pour ce binôme, l'aide apportée par le parent est en fait illusoire et trompeuse.

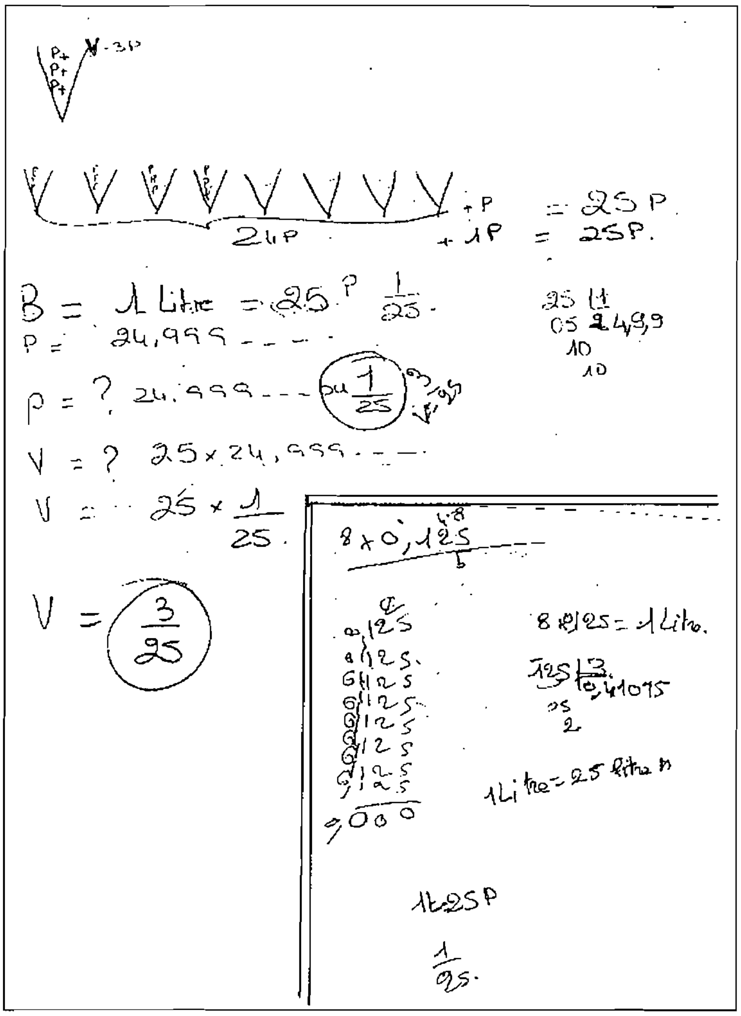

Figure 4

(tout en haut, le schéma déjà présenté en fig.2 ; puis en dessous à gauche la résolution du parent ; en bas à droite, celle de l'élève)

III.3 L'accompagnement factice

Dans un autre binôme (fig. 5), c'est l'accompagnement qui est factice. L'élève (4$^{\text{ème}}$) semble utiliser avec expertise l'impatience de son accompagnateur. Ce collégien nous donne surtout l'impression d'attendre qu'on lui fournisse une réponse sans prendre la peine de réfléchir et de s'impliquer. Mais dans le cas présent il ne tire pas vraiment bénéfice de cette situation, car la réponse produite par son parent est manifestement hors de sa portée, il ne pourrait pas se l'approprier s'il devait l'exporter en classe.

Ouvrons une parenthèse pour souligner un constat expérimental que nous estimons important. Si du point de vue méthodologique, nous avions seulement disposé de questionnaires (sans autre moyen de confronter ce qui est dit à des observables), nous aurions gardé une opinion plutôt favorable de l'accompagnement exercé par ces deux familles. Dans les deux cas, il semblait assumé, serein et qui plus est efficace, puisque les réponses étaient justes malgré les erreurs produites et malgré l'écart des conceptions des partenaires.

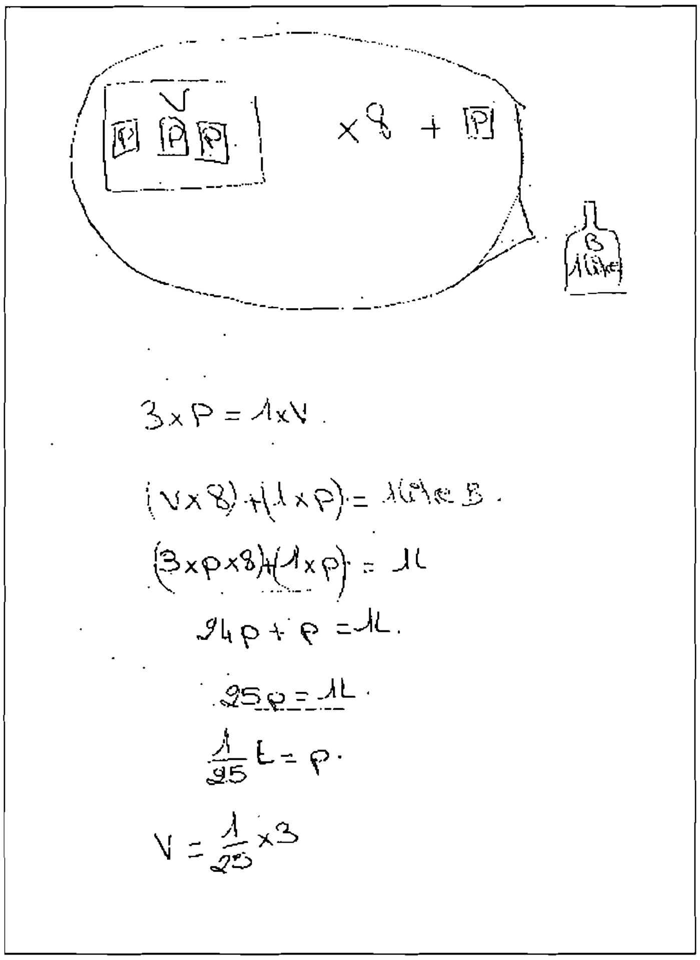

Figure 5

Heureusement pour ces deux élèves, ce qui se passe habituellement chez eux est probablement assez différent de ce que nous avions observé ce jour-là.

Le premier parent ne s'attendait visiblement pas à une réussite (il est en effet assez rare qu'une succession d'erreurs aboutisse à une réponse correcte) : "Chacun nous avons fait notre exercice de notre côté. Puis nous avons comparé, amusant ! Même résultat, mais pas les mêmes méthodes. Pour une fois je m'en suis sorti".

De son côté, l'adolescent ne semble pas s'être rendu compte du risque auquel il a été exposé : "On rigolait et on s'est expliqué nos raisonnements". Par ailleurs, il estime que son parent "faisait plus simple" que lui.

Dans cette famille, les connaissances mathématiques ne sont guères assurées pour chaque partenaire et les parents sont maintenus d'ordinaire à distance. Ainsi l'élève déclare : "c'était exceptionnel que ma mère m'aide". Selon lui, la séance expérimentale ne modifiera en rien son travail à la maison. Il affirme (sans le modérer) que les parents ne doivent pas intervenir dans le travail en mathématiques. Il ne souhaite pas que ses parents réfléchissent avec lui sur la manière de l'aider (même si dans le contexte de résolution, il reconnaît avoir eu recours à cette aide). Il distingue très clairement l'accompagnement familial (non souhaitable pour lui) des autres formes plus professionnelles (souhaitables pour lui).

Dans l'autre famille, le parent paraît au contraire en savoir assez en mathématiques pour ne pas suggérer de mauvaises solutions. Nous pouvons donc ainsi espérer que les habitudes familiales ne provoqueront pas trop de dommages.

III.4 Les conséquences

Quel type d'aide est attendu (par les enseignants) de l'entourage des élèves ? L'aide à la production de réponse n'est pas une aide à l'apprentissage ou à l'étude. Pour l'élève, l'enjeu des devoirs du soir n'est pas de résoudre telle question particulière, mais de devenir capable de résoudre seul le même type de questions, en reconnaissant des similitudes dans les énoncés et en se fabriquant des tours de main adaptés.

Or nos résultats expérimentaux traduisent l'importance accordée par chacun (parent ou enfant) à l'aboutissement d'une réponse juste, bien plus qu'aux moyens de l'établir ou de la contrôler. Peu importe, semble-t-il au bout du compte, qui l'a produite et comment. Si certains parents tentaient de retenir cachée le plus longtemps possible leur propre solution, nous avons vu aussi comment certains élèves se défaussaient vite de leur responsabilité.

Regardons plus précisément ce que les acteurs disent, par exemple dans le premier binôme présenté :

- à la question générale : "si tu pouvais choisir de te faire aider, ou de ne pas te faire aider, que choisirais-tu ?" notre élève de 6ème répond de manière assurée : "je choisirais de me faire aider plutôt que de revenir au collège sans exercice" ;
- son parent est tout à fait conscient des limites de l'aide qu'il apporte, il raconte spontanément : "L'autre jour, je lui ai expliqué un problème avec des triangles. Mais ma solution était trop compliquée, trop abstraite. Je ne m'en suis rendu compte qu'après, en voyant la correction sur le cahier. Le professeur, c'est son métier, il sait faire et il connaît les enfants. Moi je ne suis pas bien au courant de ce qu'il fait et de comment il fait. Mon aide n'a servi à rien. D'ailleurs [ma fille] n'a même pas voulu montrer la solution à son prof ! Heureusement, elle a bien compris les explications données en classe, je n'ai pas eu à intervenir à nouveau".

Toutes ces bonnes intentions n'ont pas suffi, ce jour-là, pour ce problème-là, à ménager la place et le temps nécessaire à l'élève pour trouver de lui-même. Les interactions n'étaient pas non plus de nature à confirmer les capacités d'un jeune apprenti-mathématicien, bien au contraire. Or tout nous laisse penser qu'il ne s'agit pas d'un épiphénomène dû à l'expérimentation, mais la mise à jour de pratiques relativement habituelles en famille.

IV Conclusion : quelques distinctions pour éviter le paradoxe

En fait, nous connaissons tous déjà ces comportements. Pourquoi donc faire mine d'espérer qu'ils ne se produiront pas au moment de choisir le travail à faire à la maison ?

Les discours actuels sur le rôle des familles conduisent les enseignants à déléguer une partie de leurs responsabilités. Car le plus souvent, cet appel à l'implication parentale ne s'accompagne pas des aménagements permettant de réaliser ce qui est attendu.

Nous avons montré par ailleurs[19] que l'espoir de faire évoluer les connaissances et les représentations des parents sur l'apprentissage des mathématiques était fort mince, même lorsqu'ils se portent volontaires et en relation avec un conseiller expert. Il n'est donc pas raisonnable de compter sur les familles pour réguler le travail personnel des élèves, tout spécialement lorsque ces derniers rencontrent d'importantes difficultés.

L'élève le plus lent et le plus faible d'une classe est trop souvent celui qui reçoit la quantité de devoirs la plus importante : non seulement il doit s'acquitter de ce que ses pairs ont à résoudre, mais il doit aussi se mettre à jour, terminer ce qui aurait dû être réalisé en classe et comprendre ce que le professeur a tenté d'expliquer. Alors, justement parce qu'il est en grande difficulté, cet élève est 'aidé' hors de sa classe, parfois même par plusieurs personnes. Trop souvent ses accompagnateurs sont à leur tour mis en difficulté par la tâche ardue qui leur est confiée ou ... laissée. Trop souvent les accompagnateurs sont les moins qualifiés pour prolonger la mission du professeur (la famille, des élèves-tuteurs, des bénévoles ou des professionnels qui n'ont qu'une maigre formation en mathématiques). L'organisation sociale de l'accompagnement des apprentissages scolaires tient plus de l'assistance charitable aux plus démunis qu'à des actions didactiques étayées. Là où la compétence n'est pas défendue, c'est la bonne volonté qui prime.

Sans qu'une redéfinition des rôles, qui tienne compte des possibilités effectives d'y faire face, ne soit clairement établie, le recours massif à des associations ou à des entreprises de soutien n'apportera probablement à moyen terme qu'une plus grande confusion entre les acteurs éducatifs, y compris les enseignants. Les négociations qui précèdent les coopérations mal définies conduisent aux surenchères de louanges. Il est fatal qu'en laissant entendre qu'il est possible de confier aux moins compétents des tâches délicates (par exemple le diagnostic de la nature des difficultés), on assiste à une répartition du travail sur le terrain qui ne tienne plus compte des compétences réelles : les plus 'puissants' s'attribueront la partie considérée comme noble, délaissant aux autres ce qui apparaîtra comme dévalorisé, à savoir le routinier, le fastidieux.

Les ingrédients d'une "double contrainte paradoxale[20]" sont d'ores et déjà présents pour les différents partenaires institutionnels que sont les enseignants, les familles et le

---

19 Esmenjaud-Genestoux (2000).
20 Watslawick (1972).

périscolaire (mais aussi pour les prestataires de service moins visibles du système éducatif). Tout les conduit en effet à se référer à une même conception de l'aide à l'apprentissage qui est d'expliquer (et donc d'apporter des connaissances nouvelles), tout en devant se démarquer nettement les uns des autres :

- Les parents devraient intervenir sans empiéter ;
- Les enseignants devraient associer les parents tout en maintenant une distance nécessaire à leur professionnalité.

Misons sur la dissymétrie des connaissances des intervenants, plutôt que sur celle de leur statut (bien insuffisante pour qu'une distinction soit pérenne et légitime).

Les discours, qui font miroiter une externalisation possible du rébarbatif et des répétitions, pour se réserver l'exclusivité de l'agréable et de l'intelligent sont aberrants dans le domaine de la transmission des savoirs mathématiques.

Tout professionnel se voit contraint de combiner les effets des différentes facettes (qui demeurent quoiqu'on en dise inséparables), pour les adapter à la diversité de ses objectifs.

Nous pensons qu'il est à la portée des enseignants de continuer à maintenir, dans leur enseignement, les conditions d'une égalité de droits à l'instruction, sans dénier pour autant les inégalités de capacités ou de moyens. Il s'agit :

- d'une part d'élaborer un contrat d'étude plus réaliste ;
- d'autre part d'aménager finement les conditions de l'action, en différenciant les tâches plutôt d'après leurs fonctions qu'à partir des différences de performances individuelles.

Dans la seconde partie de cet article, nous reprenons les fonctions des différents partenaires de l'étude, en les identifiant mieux. Certes, pour le travail à la maison, l'intervention du professeur n'est que différée et indirecte. Mais il exprime, par le truchement de ce qu'il prescrit, une aide non négligeable. C'est désormais de ce point de vue que nous poursuivrons notre réflexion.

Bibliographie

BROIN D. (2002), *'Arithmétique et algèbre élémentaires scolaires'*, Thèse, Bordeaux : Université Bordeaux 1.

BROUSSEAU G. (1989), Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège, *Petit x*, n° 21.

BROUSSEAU G. (1998), *'Théorie des Situations didactiques'*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHARLOT B., BAUTIER E., ROCHEX J.P. (1992), *'Ecole et savoir dans les banlieues ... et ailleurs'*, Paris : Armand Colin.

COMIN E. (2000), *'Proportionnalité et fonction linéaire. Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire'*, thèse, Université Bordeaux 1, DAEST.

COUTEL C., PICARD N., SCHUBRING G. (1988), *'Condorcet – Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité'*, Nathan, Cedic.

DAHAN-DALMEDICO A. et PFEIFFER J. (1986), *'Une histoire des mathématiques : Routes et dédales'*, Seuil.

ESMENJAUD-GENESTOUX F. (1995), *'Quelle institution d'appui aux élèves en difficulté en mathématiques ? Etude des conditions spécifiques'*, mémoire de DEA de Didactique des Mathématiques, Université Bordeaux 1.

ESMENJAUD-GENESTOUX F. (1996), 'Combien en reste-t-il ? Il suffit d'enlever !', *Journal des Instituteurs* n° 3, Dossier "Nul en maths ?", Paris : Nathan.

ESMENJAUD-GENESTOUX F. (1997), 'Pour la réussite de tous en Mathématiques : des Coups de Pouce ?', in *Mathématiques de base pour tous ? Tous les enfants peuvent-ils connaître la réussite en Mathématiques, en début de scolarité ?* , APFEE (Association pour favoriser une école efficace), ALEAS.

ESMENJAUD-GENESTOUX F. (2000) *'Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques'*, thèse, Université Bordeaux 1, DAEST.

ESMENJAUD-GENESTOUX F. (2001) 'Médiation entre la classe et le travail à la maison : le rôle des assortiments' , in *Actes du Séminaire national de Didactique des Mathématiques*, équipe DIDIREM, Université Paris 7.

ESMENJAUD-GENESTOUX F. (2004) '7 fois 8 ? $(a + b)^2$? La mémorisation des réponses relève-t-elle de la responsabilité des professeurs ?', *Le bulletin vert*, n° 454, Paris : APMEP.

FELIX C. (2002), '*Une analyse comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire'*, thèse de 3ème cycle, Université d'Aix-Marseille.

JOHSUA S. (1999), '*L'école entre crise et refondation'*, La Dispute.

LAUTREY J. (1980), '*Classe sociale, milieu familial, intelligence'*, PUF.

SARRAZY B. (1995), 'Le contrat didactique', *Revue Française de Pédagogie*, n° 112.

SARRAZY B. (1996), '*La sensibilité au contrat didactique – Rôle des arrières-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois'*, Thèse, Université Bordeaux 2, DAEST.

TERRAIL J-P. (1997), '*La scolarisation de la France'*, La Dispute.

VITRAC B. (2004), 'Euclide le fondateur', *Les Génies de la Sciences*, revue n° 21, novembre 2004-février 2005 (p 55).

WATSLAWICK P. (1972), '*Une logique de la communication'*, Seuil.