LA PREPARATION DE SEANCE : UN ELEMENT DU TRAVAIL DU PROFESSEUR

Claire MARGOLINAS,
INRP, UMR ADEF

Olivier RIVIERE,
IUFM d'Auvergne

Résumé : La formation des professeurs accorde une grande importance à la préparation de séance. Notre article replace ce travail dans l'ensemble de la situation du professeur. Nous développons (§1) un modèle théorique qui permet de décrire cette situation. Nous présentons ensuite (§2 et 3) une étude de cas qui identifie deux principaux enjeux de formation : observation des stratégies des élèves, conception épistémologique d'un thème mathématique.

Mots clés : Formation des professeurs ; situation du professeur ; triangle aplati ; préparation de séance

I- Introduction

Quand un professeur se présente en classe devant les élèves, il a bien entendu « préparé » la séance qui va se dérouler[1]. Dans l'enseignement secondaire, les formes tangibles de cette préparation ne sont pas standardisées – comme elles peuvent l'être dans l'enseignement primaire, par exemple. Beaucoup de professeurs expérimentés ne produisent pas ou peu d'écrits spécifiques.

Dans le cadre de la formation initiale, la « préparation de séance » représente un enjeu important. Dans la plupart des IUFM, des séances spécifiques lui sont consacrées et des formes parfois localement standardisées sont produites. Le dispositif de suivi des stagiaires – les « visites » – quand elles sont faites par les formateurs impliqués dans ces séances, permet un prolongement naturel de la formation collective en centre vers la formation individuelle réalisée à cette occasion.

Depuis une dizaine d'année, notre collaboration à l'IUFM d'Auvergne a conduit à la construction et à la mise en place de la formation des PLC2 de mathématiques. Les travaux de Claire Margolinas (1995, 2002, 2005) sur la situation du professeur ont guidé l'architecture globale du projet de formation, ainsi que la mise au point de dispositifs

1 Cet article est issu d'une conférence prononcée en juin 2005 dans le cadre de la CORFEM (Commission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques), le thème de la préparation de séance étant celui d'une journée de ce colloque.

spécifiques. Notre article s'appuie à la fois sur les dispositifs de formations que nous avons mis en place et sur les éléments théoriques qui les sous-tendent.

Notre article commence (§2) par les éléments théoriques qui sous-tendent notre réflexion, nous développons ensuite de façon détaillée une analyse de cas centré sur la réalisation d'une séance par « Rémy », stagiaire PLC2 à l'IUFM d'Auvergne en 2002-2003 (§3 et §4). En conclusion, nous verrons ce que nous retenons en terme de stratégie de formation.

II- La situation du professeur

II-1. Le professeur « a » une situation

Le professeur, comme tout sujet, évolue dans un contexte dans lequel il « a » une situation. « Avoir » une situation est une expression étrange que nous empruntons à Dewey (1938/1967). Si nous disions que le professeur « est dans une situation », nous ferions comme si il existait d'une part le professeur et d'autre part la situation et donc comme si il existait une entité générale « le professeur », que l'on pourrait instancier par Mme Margolinas ou M. Rivière et une situation qui serait inchangée selon que l'une ou l'autre y serait plongé.

Nous disons que le professeur a une situation parce que, si le contexte est bien immuable, les ressources et les contraintes – le milieu – qui caractérisent la situation sont co-déterminées par le sujet et le contexte (figure 1). Les connaissances du « sujet » sont en fait les connaissances du sujet qui a une situation, elles correspondent à l'équilibre [sujet<>milieu] en situation (Balacheff 1995, Balacheff et Margolinas 2005).

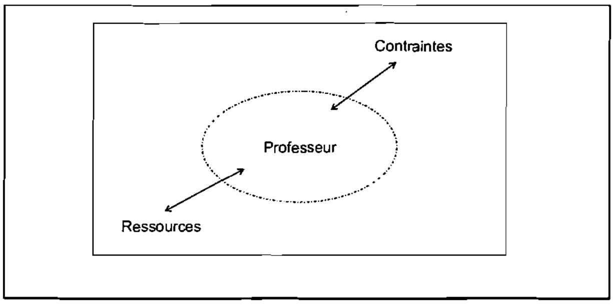


Figure 1- Le professeur a une situation

Un des problèmes de la formation est de mieux comprendre la nature de ces connaissances, et la façon dont certains dispositifs permettent de favoriser ou de déstabiliser certaines connaissances. Il nous semble particulièrement important de mieux connaître les situations que le professeur rencontre dans le contexte usuel de sa profession et donc les connaissances qui évolueront dans ce contexte – ce qu'on appelle souvent « l'expérience », qu'il n'est pas nécessaire de travailler en formation. En contraste, nous devons identifier les situations qu'il faut provoquer par des dispositifs appropriés en formation pour que des connaissances que nous estimons nécessaires puissent être acquises.

II-2. Un modèle des niveaux de situation du professeur

Le modèle que nous présentons ici, parce qu'il est fonctionnel pour penser à la fois la situation du professeur et l'articulation de la formation, est utilisé par Claire Margolinas depuis 1995 sous la forme plus technique de « structuration du milieu » et depuis les années 2000 sous la forme des « niveaux » (voir notamment Margolinas 2002).

Partons du projet de séance, qui correspond pour nous au niveau (+1) – ce que nous justifierons plus loin (figure 2).

+1 Projet de séance
projet didactique spécifique pour la séance observée: objectifs, planification du travail

Figure 2. Le projet de séance

La situation S+1 « projet de séance » correspond, dans l'ensemble du contexte dans lequel évolue le professeur, à ce qui est spécifiquement sélectionné pour construire les objectifs, la planification du travail, etc. pour une séance donnée. Disons tout de suite que le lieu de l'élaboration du projet de séance n'est pas nécessairement le bureau du professeur quelques jours avant la séance : le professeur peut élaborer des éléments du projet au cours d'une séance de classe, par exemple quand il s'aperçoit que ce qu'il prévu pour le lendemain est compromis par la réalisation qui se déroule sous ses yeux, ou bien quand il réfléchit à ce qu'il modifierait une autre année dans une séance similaire.

Pour un professeur qui enseigne depuis de nombreuses années – un professeur « expérimenté » – les lieux et les temps du projet sont particulièrement éclatés, ce qui explique peut-être pourquoi, quand l'institution ne l'exige pas, la forme « fiche de prep » disparaisse, alors qu'elle est plus fonctionnelle et légitime pour un professeur qui débute. Autrement dit, la situation « projet de séance » n'existe pas seule, mais en interaction avec d'autres, que nous allons décrire maintenant (figure 3).

+2 Construction du thème
construction didactique globale dans lequel s'inscrit la séance : notions à étudier et apprentissages à réaliser

⇕

+1 Projet de séance
projet didactique spécifique pour la séance observée: objectifs, planification du travail

⇕

0 Situation didactique
réalisation de la séance, interactions avec les élèves, prises de décision dans l'action

Figure 3. Environnement immédiat du projet de séance

Nous venons déjà d'évoquer l'interaction de la situation « projet de séance » avec la réalisation, c'est-à-dire la situation didactique S0 (à laquelle nous attribuons le zéro, situation de base de notre analyse complète, qui réunit la situation du professeur et celle de l'élève, voir Margolinas 1995, Comiti et al. 1995). La situation didactique n'interagit pas seulement quand la séance se réalise, mais aussi quand le professeur anticipe ce qui pourrait se passer dans la réalisation, par exemple avec les éléments qu'il connaît de sa classe.

Un projet de séance n'existe pas a priori indépendamment d'une construction plus large, que nous appelons « construction du thème » S+2, qui comprend les choix principaux opérés au sujet des notions à étudier : par exemple les choix qui concernent un chapitre donné ou bien les choix qui guident l'enseignement d'une méthode mathématique toute l'année (comme la démonstration, par exemple).

Les deux flèches que nous indiquons (figure 3) représentent des interactions, mais aussi des tensions. Il n'est pas toujours facile de trouver un projet de séance qui soit vraiment cohérent avec la construction d'un thème : dans le temps imparti pour la préparation d'une séance, les documents à disposition d'un professeur peuvent ne pas correspondre à ce qu'il cherche (tension entre +1 et +2). La réalisation d'une séance peut ne pas correspondre aux attentes du projet (tension entre 0 et +1). On peut d'ailleurs considérer que la « préparation de séance » correspond en fait au bloc des situations de +2 à 0 (voir figure 4) et non pas seulement au projet de leçon (niveau +1).

La relation entre les niveau +1 et 0 n'est pas indépendante de ce que le professeur perçoit de ce qui se passe pendant la séance de classe. Il peut par exemple s'apercevoir qu'il n'a pas eu le temps de faire ce qu'il avait prévu, ou bien que les élèves ont été agités, mais d'autres observations sont possibles, comme par exemple, les procédures de résolution – prévues ou non – des élèves. Dans notre modèle, il s'agit d'un niveau différent (niveau -1, figure 4), celui de la situation du professeur quand il « observe[2] » l'élève qui fait des mathématiques. Nous développerons cet aspect, sur une analyse de cas, dans le paragraphe suivant.

Le dernier niveau de notre modèle (niveau +3) correspond aux valeurs et conceptions de l'enseignement en général et de l'enseignement des mathématiques en particulier. Comme précédemment, il interagit de façon complexe avec les précédents. Une vision simpliste pourrait conduire à penser qu'il alimente « en sens unique » les niveaux inférieurs. Mais parfois une « façon de faire » en classe (niveau 0) conditionne les projets (+1) et les constructions de thème (+2), impliquant, parfois à l'insu du professeur, une certaine conception de l'enseignement qui peut être en désaccord avec celle à laquelle il croit.

2 Par « observer » nous n'indiquons pas que le professeur ne fait rien dans cette position, mais qu'il n'intervient pas dans les savoirs en jeu dans la situation. Il s'agit d'une position difficile, car le professeur ne sait pas toujours si ce qu'il cherche à dire pour encourager l'élève sans l'influencer a ce rôle « neutre » ou non. Le terme d'observation n'est sans doute pas très bon (voir Bloch 1999) mais nous l'utilisons depuis longtemps déjà, et celui de situation de dévolution plus précis, ne serait pas nécessairement bien compris.

+3 Valeurs et conceptions sur l'enseignement/apprentissage
projet éducatif: valeurs éducatives, conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement

+2 Construction du thème
construction didactique globale dans lequel s'inscrit la séance : notions à étudier et apprentissages à réaliser
+1 Projet de séance
projet didactique spécifique pour la séance observée: objectifs, planification du travail
0 Situation didactique
réalisation de la séance, interactions avec les élèves, prises de décision dans l'action

-1 Observation de l'activité des élèves
perception de l'activité des élèves, régulation du travail délégué aux élèves

Figure 4. La situation du professeur

Nous appelons l'ensemble de ces niveaux « la » situation du professeur, parce que le professeur n'a jamais une situation déterminée à un seul de ces niveaux, mais toujours l'ensemble, avec une plus ou moins grande lisibilité.

III- L'inégalité triangulaire: tensions entre préparation et réalisation

III-1. Une visite de formation

L'étude de cas que nous présentons commence par la visite de Rémy par Claire Margolinas le 7 novembre 2002, dans sa classe en responsabilité de niveau 5e. Disons tout de suite que Rémy est un stagiaire tout à fait normal, qui a obtenu mention « Bien » à son stage en responsabilité à la fin de l'année, il ne s'agit absolument pas d'un cas particulier.

Nous allons entrer dans la description de la séance observée par les temps de travail correspondant au déroulement effectif[3] :

- Mise en place : 12 min
- Cahier d'activité (Hatier) 34 min qui se décomposent en :
  - 1ère partie 6 min
  - 2e partie 19 min
  - 3e partie 9 min
- Cours (non terminé) : 4 min

Le minutage tel que nous le présentons amène plusieurs remarques immédiates : un très long temps de mise en place, un temps très long consacré à la deuxième partie de l'activité, un temps de cours très réduit.

3 Ni la séance ni l'entretien avec Rémy n'ont été enregistrés, il s'agit d'une reconstitution à partir des notes de visite et du souvenir de l'entretien.

Du point de vue des niveaux que nous avons introduits, il y a donc une tension entre le projet de séance (+1) et la situation didactique (0). Le problème que nous posons, en tant que formateurs est le suivant : est-ce que cette tension conduit à une perturbation de la situation de Rémy productrice de connaissances didactiques ? Ou encore, dans la pratique ordinaire de Rémy cette tension pouvait-elle générer des connaissances ?

Concernant l'activité, Rémy n'évoque que le temps globalement trop long (34 min), et s'exprime sur les contraintes qu'il a ressenties pendant la séance : « Benjamin a été pénible, les élèves se sont agités, je n'arrive pas à gérer le temps, je n'ai pas pu finir mon cours ».

Si nous revenons au modèle de la situation eue, Rémy en voit les contraintes, notamment temporelles, mais pas les ressources : s'il avait pu décomposer les temps de l'activité, il aurait pu voir qu'il avait passé plus de temps dans la deuxième partie, ce qui aurait pu constituer, nous le verrons, un indice de dysfonctionnement didactique et non pas seulement une difficulté récurrente de début d'année à gérer le groupe classe.

En effet, de quoi s'agit-il ? Les élèves ont préparé l'activité suivante (figure 5) :

1. triangles : inégalité triangulaire

1. avec des dés

A et B sont deux points tels que **AB = 6 cm**. On se propose de **construire un point C**.
On lance deux dés **a** et **b** numérotés de 1 à 6, et on suit la règle suivante :
– le numéro marqué sur la face supérieure du dé **a** sera la longueur en cm de **[AC]**;
– le numéro marqué sur la face supérieure du dé **b** sera la longueur en cm de **[BC]**.

Construis pour chaque lancer le ou les points **C**.

*Figure 5. Extrait du cahier d'activité Hatier 5^e^*

Dont voici les variables :

- 1^e^ partie a=4; b=3 (C constructible)
- 2^e^ partie a=2; b=4 (C constructible, $C \in [AB]$)
- 3^e^ partie a=2; b=3 (C non constructible)

Les travaux sur le « triangle aplati » et sur les constructions géométriques (Arsac 1993-1994, Berté 1995-1996, Berté 1995, Berthelot et Salin 1993-1994, Floris 1994-1995, Chevallard et Jullien 1990) nous permettent de donner un sens aux difficultés des élèves concernant la deuxième partie de l'activité (cas du triangle aplati). Les élèves ayant préparé l'activité à la maison, ils ont tous dessiné les configurations, même quand ils n'ont pas répondu à toutes les questions posées (voir annexe 1 pour l'activité complète). Ils ont obtenu des triangles pour les deux premiers cas (un peu plat pour le second). Au cours de la séance, les élèves qui ont dessiné un triangle dans le deuxième cas n'acceptent pas que $C \in [AB]$.

Classiquement, dans l'entretien qui suit la visite, Claire Margolinas commence par donner la parole à Rémy pour qu'il s'exprime sur ce qu'il a à dire de sa séance, par rapport à son projet, par rapport à l'état ordinaire de la classe, etc. Rémy n'a perçu que l'agitation des élèves, qu'il attribue à des difficultés « pédagogiques » et non pas à un malaise didactique. Il a eu l'intuition que le travail réalisé à la maison a constitué un environnement qui ne lui était pas favorable, mais sans pouvoir en faire l'analyse. Autrement dit, l'environnement de la situation effective ne lui a pas permis de construire des connaissances didactiques, en tout cas pas des connaissances formulées.

Voici l'analyse que Claire Margolinas conduit alors avec le stagiaire, telle qu'elle apparaît dans son rapport de visite (extrait qui reproduit l'intégralité du paragraphe « aptitudes pédagogiques ») :

> « La leçon a comporté à la fois une activité, préparée à la maison sur le cahier de travaux dirigé des éditions Hatier, et développée en classe, et une petite synthèse conclusive. Comme Rémy l'a dit lui-même dans l'entretien, le fait d'avoir donné l'activité à faire à la maison (dans le légitime soucis d'un gain de temps) s'est révélé finalement un carcan dont il était difficile de se défaire, et de plus a pu démobiliser les élèves qui avaient l'impression d'avoir « déjà fait » alors que ce qui se déroulait en classe n'était pas une correction à proprement parler, mais plutôt un développement introduisant le cours.
>
> Cette activité, qui portait sur la constructibilité des triangles, présentait dans cet ordre un triangle constructible, un triangle plat, un triangle non constructible. Il s'agit a priori d'un choix peu judicieux, le cas du triangle plat, qui pose de vrais problèmes théoriques, étant tout différent des autres cas pour lesquels on peut s'appuyer sur les constructions géométriques. D'autre part, Rémy a introduit la comparaison des longueurs AC+CB et AB dès le premier cas, alors même que la constructibilité ne posait problème pour personne, courant ainsi le risque de réduire la tâche à une vérification d'égalité numérique au lieu de contribuer à la construction d'un sens. Conscient de la difficulté, Rémy a judicieusement introduit un exemple « pseudo concret » de trajet école-maison-square qui lui a permis de donner des explications pertinentes.
>
> Dans le cas du triangle aplati, il faudrait réfléchir au fait que la géométrie se construit aussi contre la perception et qu'on est ici dans un des rares cas où « voir sur le dessin » est impossible. On a donc ici la possibilité d'exploiter cette faille pour asseoir la nécessité d'un raisonnement, dont une partie au moins est tout à fait accessible aux élèves de cinquième (il est facile de comprendre qu'un point du segment permet de réaliser l'égalité, il est plus difficile de montrer que c'est le seul).
>
> Rémy est très réceptif à la discussion de la leçon, il montre que ses choix sont tout à fait réfléchis, et qu'il pourrait les remettre en cause. Ses intuitions en classe sont bonnes, et seront de précieux atout dans l'avenir, quand il aura la possibilité de remettre à l'épreuve des leçons similaires. »

Pendant la séance, Rémy n'a pas observé l'activité mathématique des élèves (niveau -1). Nous allons montrer sur un extrait commenté des notes d'observation, ce que Rémy pouvait ou non observer et les connaissances qui sont associées à ces observations.

Notes d'observation	Commentaires
Conventions : R. pour Rémy, E pour un élève, un prénom pour un élève repéré.	
1. R : Que peut-on dire des points ABC 2. E : Ça fait un triangle 3. Coralie : Alignés 4. Des élèves : Non non non 5. E : Si si	Pour un observateur qui connaît le problème du « triangle aplati », les réponses 2 et 4 sont significatives et reproductibles. Pour Rémy, il s'agit d'un travail « mal fait ».
6. [Autour de l'observateur la plupart des élèves ont dessiné un triangle]	Pour observer le caractère massif du dessin d'un triangle, Rémy aurait du se déplacer auprès de chaque élève pour le constater, mais il ne souhaite pas passer trop de temps sur cette activité et n'imagine pas qu'il y ait un problème important.
7. [Ces élèves ne vérifient ni ne modifient leur construction]	
8. R : Ensuite. On va pointer sur B on prend 4 cm. Tu sais que le point C est à 4 cm de B.	Rémy fait construire pas à pas, sans faire anticiper le résultat de la construction, il perd ainsi l'occasion de savoir ce que les élèves pensent que la construction doit donner, il croit réaliser ce que les élèves ont eu à faire.
9. [R dessine deux arcs de cercles tangents sur le segment [AB]]	Sa connaissance de la géométrie l'empêche de prendre son dessin au sérieux (surtout au tableau, construction très imprécise) : il dessine la figure qui est le produit de ses connaissances géométriques.
10. R : Vous voyez que les cercles se touchent ici [désigne le point C].	En parlant à la place des élèves, R perd de nouveau une occasion de savoir ce que les élèves ont fait
11. R : Il y en a qui n'ont pas tout à fait ça 12. R à E : Tu t'es trompé en mesurant 13. R : Essayez de faire un dessin plus précis 14. [A côté de moi, Adeline refait son dessin, les deux cercles se coupent toujours en deux points et elle s'exclame tout bas : « C'est toujours pareil ! »] 15. R : Vous voyez que le point C il est sur ce cercle et sur celui là il doit être ici. 16. [Adeline passe beaucoup de temps à essayer de faire le dessin, elle s'énerve et n'écoute plus rien] 17. [Le traitement de cette partie de l'activité continue, R fait comparer AC+CB et AB, constatant un flottement dans l'attention, il évoque le chemin de la maison à l'école en passant par un square dans différentes positions, puis passe à la troisième partie]	Les connaissances géométriques de R l'empêchent de voir qu'il est possible, dans les conditions d'approximations usuelles, de construire un triangle (Floris 1994-1995).

Pendant la séance, Rémy constate donc que les élèves n'ont pas fait le dessin attendu, mais il ne peut pas penser que les élèves ont mis en œuvre correctement les procédures usuelles de géométrie dessinée. Au cours de l'entretien, Claire Margolinas informe Rémy de ce qu'elle observé (notamment concernant le travail frénétique d'Adeline) et en fait l'analyse didactique.

En reprenant notre cadre d'interprétation, pendant la séance, le niveau d'observation (-1) n'est pas suffisamment documenté pour servir de rétroaction dans la situation de Rémy. Sans la présence d'un formateur pendant cette séance, nous pouvons faire l'hypothèse selon laquelle les connaissances de Rémy au sujet du triangle aplati n'auraient pas été modifiées (il s'agit sans doute d'un phénomène plus général, voir Margolinas et al. 2005). Le formateur sert ici – notamment– de miroir pour mettre en évidence à la fois les contraintes et les ressources du niveau -1 : il existe un problème, exemplifié par Adeline, auquel il faut trouver un sens et une solution.

III-2. Une séance de formation

Avant de décrire une séance de formation basée sur l'observation de Rémy, nous devons esquisser quelques éléments de notre dispositif de travail. La formation disciplinaire des PLC2 comporte deux modules principaux qui comportent le même nombre d'heures : Programmes et méthodes de travail au collège et au lycée, Atelier sur les pratiques didactiques. Le premier module consiste en des séances planifiées et annoncées aux stagiaires dès le début de l'année, il est assuré par des professeurs en poste au collège ou au lycée en temps partiel à l'IUFM. Le déroulement du second module n'est pas prévu dans son ensemble en début d'année, mais ajusté au fur et à mesure des demandes exprimées par les stagiaires et des besoins ressentis par les formateurs. Par principe, ce sont les formateurs de l'atelier sur les pratiques didactiques qui visitent les stagiaires (deux fois dans l'année scolaire). Les visites[4] sont des éléments essentiels de la formation, elles représentent à la fois – comme nous venons de le voir- une formation individualisée et peuvent également – comme nous allons le voir maintenant – être la source d'une formation collective.

Compte-tenu de ce que nous venons de dire au sujet des connaissances de Rémy, nous pouvons penser que les connaissances didactiques concernant le triangle aplati vont difficilement s'acquérir dans l'action avec la simple « expérience ». Il s'agit donc d'un contenu légitime en formation.

Avec l'accord de Rémy, nous avons donc décidé de construire une séance d'atelier, qui a eu lieu un mois après la visite. Nous avons demandé aux stagiaires de faire un travail préalable :

> Document: Extrait (4 pages) du cahier d'activité de l'élève sur les inégalités triangulaires (voir annexe 1).

---

4 Pour des raisons théoriques qu'il serait trop long d'expliciter ici, nous refusons la distinction visite de formation / visite d'évaluation : toute visite donne lieu à un entretien et à un rapport qui alimente le dossier du stagiaire.

Consignes

- Supposons que vous ayez une classe de 5e et que vous souhaitiez utiliser ce document avec vos élèves
- Préparer une séance basée sur cette utilisation (il n'est pas interdit de reporter une partie du travail à la maison soit avant la séance, soit après)
- Quelques « cobayes » seront choisis pour « jouer » leur scénario

Pendant la séance, nous avons organisé un jeu de rôle : des stagiaires (dont Rémy) et des formateurs jouent des élèves, un ou plusieurs stagiaires jouent successivement des professeurs. Les stagiaires en position d'élève ont pour consigne d'être des élèves sages – pour que la dimension d'autorité ne joue pas dans la situation – certains sont désignés comme faibles, d'autres comme moyens, d'autre enfin comme de bons élèves.

Il ne s'agit pas ici de proposer ce type de dispositif comme modèle mais de comprendre son fonctionnement par rapport à l'évolution possible des connaissances du professeur. Les stagiaires sont susceptibles de jouer deux rôles : celui d'élève et celui de professeur : nous allons les examiner successivement.

Mais tout d'abord, quelle a été la position de Rémy dans la situation de préparation de séance avant la réalisation ? Il a cru anticiper les réactions des élèves, mais il l'a fait à partir de ses propres connaissances de géomètre (figure 6).

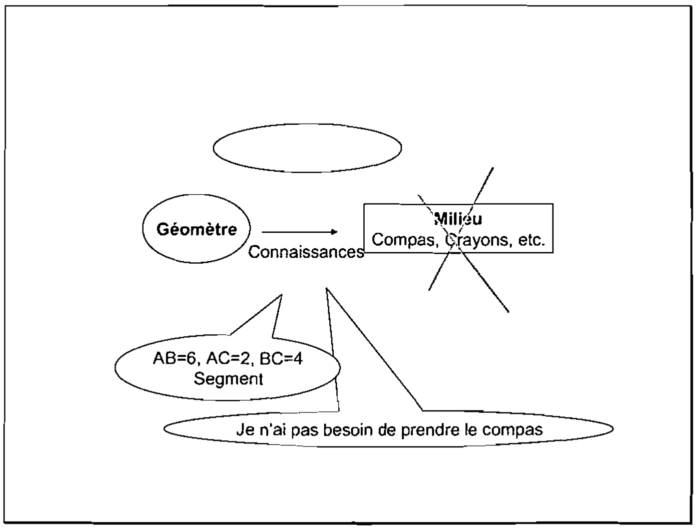


Figure 6. Le triangle aplati dans une problématique de géométrie théorique

Le stagiaire en position d'élève (figure 7), pour jouer son rôle, doit se demander effectivement ce qu'il est susceptible de répondre. Il est contraint par la situation de formation de faire ce que le professeur lui demande « au pied de la lettre ». Il est donc obligé de prendre en compte le milieu matériel qui lui est imposé : compas, crayon, etc. Etant donné l'ordre de l'activité (constructible, aplati, non constructible), il n'a pas de raison de disqualifier *a priori* ces instruments.

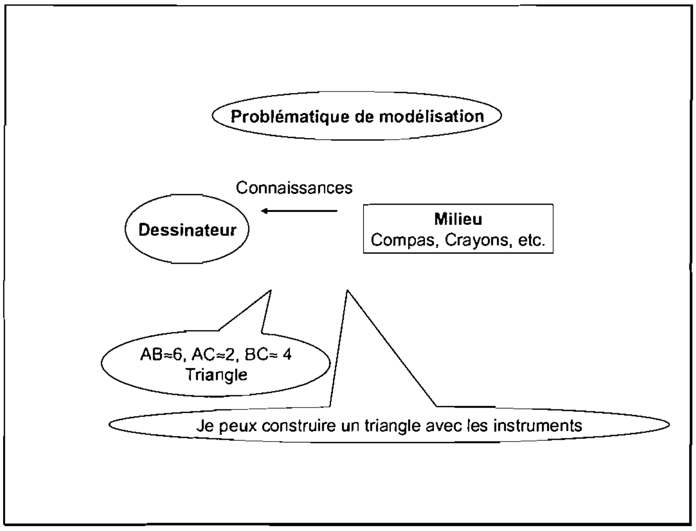


Figure 7. Le triangle aplati dans une problématique de modélisation

Le professeur se trouve ainsi dans une problématique de modélisation (au sens de Berthelot et Salin 1993-1994), il construit une connaissance didactique sur la réalisation possible du dessin demandé.

D'une façon générale, les stagiaires qui prennent la position d'élève dans ce type de jeu de rôle (que nous pratiquons une ou deux fois dans l'année) nous disent qu'ils ont conscience d'y apprendre quelque chose et de mieux comprendre les raisons de certaines réactions des élèves. Par ailleurs, dans la situation de formation, ces connaissances peuvent s'exprimer, entre pairs, quand le jeu de rôle s'arrête : les stagiaires qui ont été en position d'élève peuvent alors justifier leurs réponses avec toutes leurs connaissances.

Les stagiaires qui prennent à tour de rôle la position du professeur jouent leur propre scénario, qui peut avoir été préparé – comme nous l'avons demandé – à l'avance, mais aussi tel qu'il est modifié au cours du jeu. La situation simulée diminue les contraintes que le professeur rencontre dans son environnement – perte de face, risque de se déconsidérer par rapport à sa classe en responsabilité, etc.- et met en évidence les ressources – accès aux raisons des « élèves », interprétation des formateurs (figure 8).

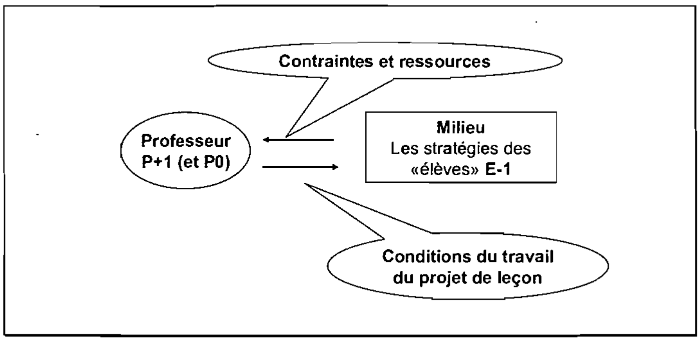


Figure 8. Le stagiaire en position de professeur

La gestion de la « classe » étant minimale, le professeur cherche à jouer son projet, il se trouve dans la position de la réalisation de la situation de projet (S+1), et non pas dans la position didactique qui comporte de nombreux autres paramètres (S0). Il se trouve en « prise directe » avec l'observation des « élèves » (S-1).

> Donnons un exemple rencontré au cours de cette séance. « Evelyne » joue le rôle du professeur, mais elle n'a pas prévu – bien entendu – que les « élèves » n'accepteraient pas la position nécessaire du point C sur le segment [AB]. Elle est contrainte par ces « élèves » – moins timides qu'à l'ordinaire – à venir constater de visu et aux instruments, de la précision acceptable de leur construction. Elle se trouve « coincée » et demande d'arrêter le jeu.

Dans une séance réelle, Evelyne aurait au contraire puisé dans ses ressources pédagogiques professionnelles la possibilité de continuer la séance : déni de la construction des élèves, argument d'autorité, etc. On voit au passage que le fait de ne pas entrer trop précisément dans la position d'observateur peut être *fonctionnel* pour le professeur, parfois il vaut mieux ne pas savoir, pour gérer la situation ici et maintenant (S0). C'est par rapport aux niveaux supérieurs (+1, +2, voire +3) que l'observation des élèves peut être importante. Les formateurs et les chercheurs survalorisent parfois l'observation des élèves et sont surpris par la non prise en compte de leurs injonctions, nous voyons ici qu'il peut s'agir d'une connaissance professionnelle et non pas d'une « résistance » irrationnelle.

Les professeurs très expérimentés – comme le sont le plus souvent les conseillers pédagogiques tuteurs des stagiaires – sont dans une situation qui ressemble pour une part à celle du stagiaire dans le jeu de rôle, parce que la situation didactique S0 peut peser moins lourd du fait de leur plus grande facilité à rebondir en cas de difficulté. Mais les moindres contraintes de la situation didactique S0 peuvent jouer de façon différente. Soit le professeur considère son projet (S+1) comme primordial et produit le déroulement qu'il a prévu. Soit il utilise l'espace qui lui est ouvert pour investir la position d'observation (S-1) – il nous semble que cette deuxième possibilité, très proche du professeur-chercheur, ne peut être que celle d'un professeur non seulement expérimenté mais armé du point de vue didactique (par le travail au sein de groupes IREM ou IUFM, par exemple).

IV- L'inégalité triangulaire : ressources et contraintes de la préparation

Nous allons maintenant changer de point de vue et reconstruire la situation de préparation de la séance de Rémy, c'est-à-dire les ressources et les contraintes perçues : programmes, manuels, notamment.

IV-1. Tentative de reconstruction de la préparation d'une séance

La séance observée a sans doute été préparée avec soin, étant donné les circonstances (visite de formation), et notamment le cours. Nous allons tout d'abord pointer les anomalies que nous pouvons repérer – en tant que formateur ou chercheur, avant de chercher à reconstruire, comme un travail archéologique, la situation de construction de son cours qu'avait Rémy.

Voici le cours (inachevé) que les élèves ont eu à copier (figure 9).

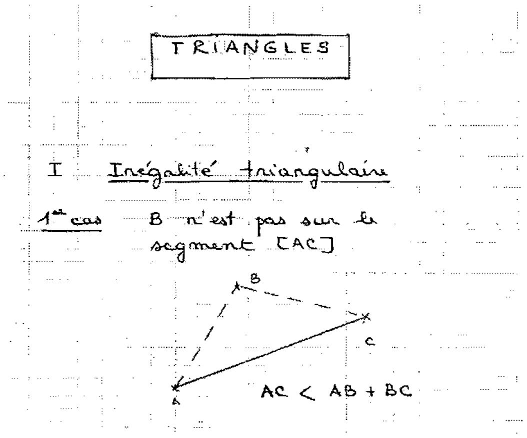


Figure 9. Le cours (inachevé) de Rémy

Dans ce cours, trois points sont donnés et l'on s'interroge sur les relations métriques dans la figure obtenue. Même si Rémy n'a pas pu finir le cours, il n'y a qu'un deuxième cas possible, B est sur le segment [AB], c'est-à-dire le cas d'égalité.

Si nous revenons à la structure de l'activité du fichier Hatier[5] (voir figure 5) réalisée dans la première partie de la séance, des nombres sont donnés et l'on s'interroge sur l'existence de points dont les distances correspondent à ces nombres et sur la nature de la figure obtenue.

Il y a donc une anomalie : le cours doit être la synthèse de l'activité. Or l'activité et le cours ne correspondent pas aux mêmes propriétés (figure 10).

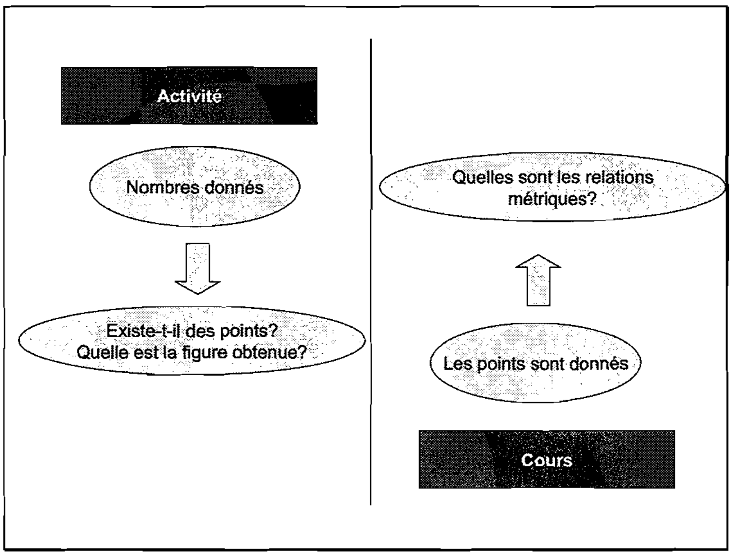


Figure 10. Les propriétés travaillées dans l'activité et dans le cours

Cette anomalie est d'autant plus frappante que Rémy a insisté dans les séances précédentes sur la différence entre direct et réciproque.

5 Que nous nommerons par la suite *activité Hatier*.

Il y a donc un phénomène didactique : la discordance entre activité et cours, qu'il s'agit d'interpréter dans la situation du professeur. Nous allons donc enquêter sur la situation, c'est-à-dire sur les ressources et les contraintes probables de la situation de Rémy.

Notre enquête porte tout d'abord sur le niveau de construction du thème (+2). Que disent les programmes ? En reprenant les dénominations de Chevallard (2002) à l'intérieur du programme de mathématiques de 5^e (en vigueur en 2002), les concepteurs déterminent un domaine « Travaux géométriques » à l'intérieur duquel on trouve le secteur « Triangle » et le thème « Construction de triangle et inégalité triangulaire », dont nous présentons un extrait (figure 11)

Construction de triangles et inégalité triangulaire.	Construire un triangle connaissant : – la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, – les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, – les longueurs des trois côtés.	On remarquera, dans chaque cas où la construction est possible, que lorsqu'un côté est placé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu. On rencontrera à ce propos l'inégalité triangulaire, AB + BC $\geq$ AC dont l'énoncé sera admis. Le cas de l'égalité AB + BC = AC sera commenté et illustré.

Figure 11. Extrait des programmes de mathématiques de 5^e

Les connaissances exigibles (deuxième colonne) sont réduites à la construction d'un triangle connaissant la longueurs des trois côtés (dans le cas qui nous concerne). De même, les commentaires ne portent pas sur les cas « où la construction est possible ». Le cas de l'égalité doit être abordé (contrainte) mais la façon de le traiter (ressource) n'est pas indiquée. Par ailleurs, les programmes ne disent rien sur la présentation ou non aux élèves de l'opposition constructible/non constructible.

Dans l'environnement de Rémy, nous considérons également ses connaissances universitaires, qui portent sur le concept de distance. Voici un exemple (nous ne savons pas sous quelle forme exacte cela est apparu à Rémy) (figure 12).

Distance

► *Distance ou métrique sur un ensemble* E. — Application d de E^2 dans $\mathbf{R}_+$ telle que pour tous x, y, z de E :

1 / $d(x,y) = 0$ si et seulement si $x = y$ (axiome de séparation);
2 / $d(x,y) = d(y,x)$ (axiome de symétrie);
3 / $d(x,y) \leqslant d(x,z) + d(z,y)$ (inégalité triangulaire).

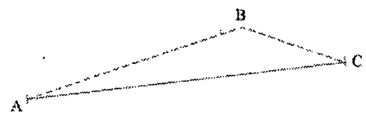
Figure 12. Extrait du dictionnaire de mathématiques (Bouvier & George 1979)

Dans cet extrait, une partie de la définition de la distance est nommée inégalité triangulaire, elle a valeur d'axiome, comme les deux autres. Nous pouvons penser que c'est bien dans ce contexte de *définition* que l'inégalité triangulaire apparaît à Rémy, qui vient de passer le CAPES[6]. Deux remarques à ce sujet : un axiome doit avoir une valeur d'évidence partagée, il ne se démontre pas, par ailleurs la définition ne concerne que l'inégalité large. Ce contexte universitaire ne fournit pas de ressource à Rémy pour interpréter l'activité Hatier.

Quel peut être l'environnement de Rémy en terme de manuel ? Le cours qu'il produit (voir figure 9) est identique (même dans la forme) à une partie de celui du manuel Dimathème (figure 13).

2 Inégalité triangulaire

1^er cas : B n'est pas sur le segment [AC].



AC < AB + BC

Figure 13. Extrait de Dimathème 5^e (éditions Didier)

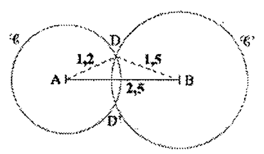
Nous supposons donc que Rémy s'appuie sur cet ouvrage.

La partie « Retenir le cours » du manuel Dimathème[7] commence par un paragraphe « construction de triangles » (figure 14).

1 Construction de triangles

On cherche si possible à construire un triangle ABD dont les longueurs des côtés sont données.

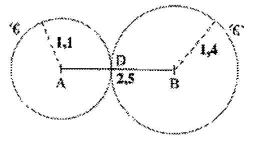
1^er cas : AB = 2,5 cm , AD = 1,2 cm et DB = 1,5 cm .



1,2 + 1,5 > 2,5

Les cercles 𝒞 et 𝒞' sont sécants. Il y a deux points D et D' situés à la fois à 1,2 cm de A et à 1,5 cm de B.
On peut donc construire un triangle ABD tel que AB = 2,5 cm , AD = 1,2 cm et BD = 1,5 cm .

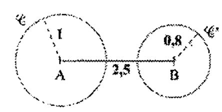
2^e cas : AB = 2,5 cm , AD = 1,1 cm et BD = 1,4 cm .
Les cercles 𝒞 et 𝒞' sont tangents.



1,1 + 1,4 = 2,5

Le point D, situé à la fois à 1,1 cm de A et à 1,4 cm de B, appartient au segment [AB].
On ne peut pas construire un triangle ayant pour côtés 2,5 cm, 1,1 cm et 1,4 cm.

3^e cas : AB = 2,5 cm , AD = 1 cm et BD = 0,8 cm .
Les cercles 𝒞 et 𝒞' ne sont pas sécants.



1 + 0,8 < 2,5

Il n'existe pas de point D situé à la fois à 1 cm de A et à 0,8 cm de B.
On ne peut pas construire un triangle ayant pour côtés 2,5 cm, 1 cm et 0,8 cm.

Figure 14. Extrait de Dimathème 5^e (édition Didier)

---

6 Dans une autre présentation axiomatique, l'inégalité triangulaire n'est pas nécessairement un axiome (Berté1995) mais c'est avec ce statut qu'elle apparaît à un étudiant à l'heure actuelle.
7 Que nous appellerons par la suite « cours Dimathème »

Cette partie du cours Dimathème correspond du point de vue de sa structure à une synthèse possible de l'activité Hatier. Rémy a donc dans son environnement la solution au problème que *nous* soulevons – qui n'est pas dans la situation eue par Rémy.

Le niveau que nous venons d'examiner est le niveau +2 : construction du thème. Pour comprendre la situation de préparation de Rémy, nous allons faire intervenir le niveau +3 : valeurs et conception sur l'enseignement/apprentissage. Concernant ce niveau, nous sommes réduits à des hypothèses argumentées, cette partie de la situation étant rarement tangible. C'est pourquoi nous n'avancerons que des éléments très courants dans l'environnement des professeurs de mathématiques de collège à l'époque considérée, sous la forme d'énoncés pouvant être partagés par Rémy et son environnement professionnel (même s'ils sont rarement prononcés sous cette forme).

« Il faut faire des activités »

« Les activités introduisent le cours »

« Le cours doit être mathématiquement cohérent et conforme aux programmes »

Par ailleurs, Rémy est un professeur débutant, ce qui conduit à un énoncé plus spécifique concernant ce statut.

« Le principal pour un professeur débutant c'est de gérer la classe »

Si nous considérons par ailleurs que les parents d'élèves ont acheté le cahier d'activité Hatier et qu'il faut donc s'en servir (niveau 0), nous disposons maintenant de tous les éléments de l'environnement de Rémy nous permettant de reconstruire la situation qu'il a.

D'une part Rémy doit utiliser l'activité Hatier, ce qui lui permet d'éviter une partie de la réflexion conduisant au projet de séance : quelle activité choisir ? pourquoi ? questions qui seraient contrôlées par le niveau de construction du thème (+2). D'autre part, pour faire le cours, il s'appuie sur un manuel, ce qui a priori minimise les risques d'incohérences (soit mathématique, soit vis-à-vis du programme).

Il doit pourtant veiller à ce que les activités *introduisent* le cours, mais le terme « d'introduction » peut être pris dans un sens assez restreint :

« Les activités sont avant le cours »

« Activité et cours associé ont le même référent »

Ce premier énoncé implique une structure de séance (niveau 0). Reste à comprendre comment Rémy tient compte du second. Reprenons les éléments retenus par Rémy du fichier Hatier et du manuel Dimathème (figure 15).

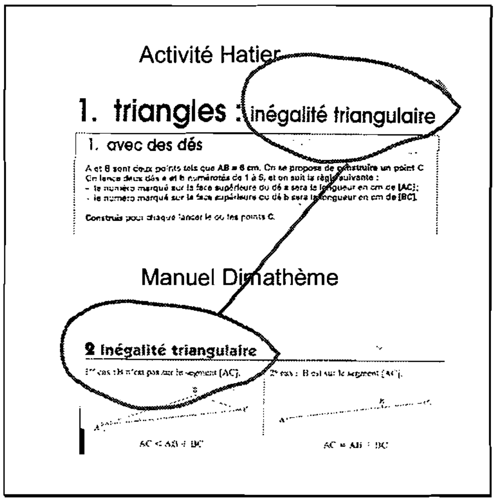


Figure 15. Juxtaposition activité Hatier – manuel Dimathème

Nous voyons sur la figure 15 que le titre « Inégalité triangulaire » est le même. En s'appuyant sur des indices langagiers, Rémy a donc pu croire que les deux parties de sa séance formaient un projet cohérent, ce qui confirme bien l'affaiblissement du niveau de construction du thème (+2) dans la situation de préparation de séance qu'a Rémy. L'activité et le cours apparaissent avec la même référence, ce qui permet de respecter la contrainte « l'activité doit introduire le cours » dans un sens faible. Le caractère d'introduction ne réfère pas au sens mathématique mais seulement à la temporalité, ce qui peut respecter les contraintes que Rémy perçoit de son métier de professeur de mathématiques de collège.

Le cours Dimathème, quand à lui, investit les deux termes du programme « Construction de triangles et inégalité triangulaire » en élargissant la construction aux différents cas de constructibilité et en réservant la partie « inégalité triangulaire » au cas où les points sont donnés, comme le suggère d'ailleurs le programme. Quand au fichier Hatier, nous n'en disposons pas et ne pouvons faire aucune hypothèse sur sa structure.

Rémy aurait pu, en référence à ses connaissances universitaires, voir la faille logique de son projet mais, s'il avait voulu comprendre les différences entre les deux sources documentaires sur lesquelles il s'est appuyé, il aurait fallu qu'il cherche à « remonter » à la construction du thème des différents auteurs (niveau +2), comme nous venons de le faire.

Nous pouvons résumer la situation de Rémy (figure 16).

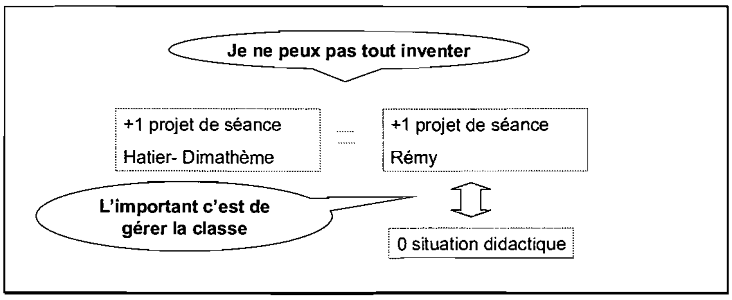


Figure 16. La situation de préparation de séance de Rémy

Par rapport aux analyses précédentes, nous avons ajouté « je ne peux pas tout inventer » car la préparation de Rémy se compose d'éléments juxtaposés issus de documents de référence. En juxtaposant les deux éléments, on obtient « un projet de séance Hatier-Dimathème » qui est ainsi « égal » au projet de séance de Rémy.

En revenant au modèle d'interprétation, ce que notre analyse montre, c'est que la situation de préparation de Rémy est presque réduite à l'interaction entre seulement deux niveaux (+1 et 0) (figure 17).

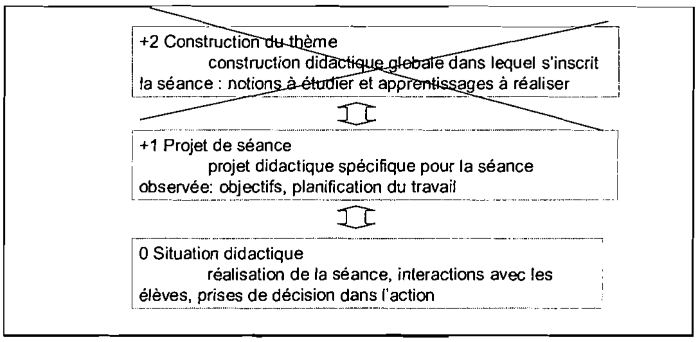


Figure 17. Environnement du projet de séance de Rémy

La construction du thème (+2), qui devrait permettre un contrôle épistémologique du projet de séance (+1) est délégué par Rémy aux auteurs des documents sur lesquels il s'appuie. Cette difficulté, que nous avons illustré par une étude de cas, nous semble bien plus générale (Margolinas et al. 2005) : aucune rétroaction ne provient directement du niveau +2 (sauf peut-être lors de visites de formation ou d'inspection). Hors de groupes de recherche et de développement, les échanges entre professeurs portent rarement sur ce niveau épistémologique – alors que des échanges parfois vifs peuvent avoir lieu sur les conceptions de l'enseignement/apprentissage (niveau +3) (cette réflexion est proche de la position de Chevallard, 2002). La mise en œuvre effective (niveau 0), même si elle n'est pas très satisfaisante à ses yeux, ne renvoie pas Rémy au contrôle épistémologique de sa préparation, puisqu'il pense que les aspects pédagogiques – difficulté à gérer l'agitation des élèves – sont seuls en cause.

IV-2. Un dispositif de formation

Nos analyses nous conduisent à penser que le contrôle de la préparation, non plus de séance, mais de séquence, c'est-à-dire d'unités significatives, n'est pas assuré du point de vue épistémologique et ne sera pas amélioré par la pratique – ni la pratique de classe, ni l'interaction avec le milieu professionnel[8]. Une certaine « navigation à vue » séance par séance, même si elle n'est pas le fait de tous les stagiaires, n'est pas violemment stigmatisée et même justifiée par certains par la souplesse nécessaire à l'adaptation à la classe voire à chaque cas d'élève.

Il y a donc un enjeu de formation important à inclure les projets de séance ou de séquence dans une construction de thème épistémologiquement contrôlée. Ce n'est pas facile, les stagiaires, pourtant armés mathématiquement par leurs études universitaire,

---

8 En tout cas en situation ordinaire, nous avons déjà parlé de l'apport que peut représenter un groupe de travail de développement et de recherche.

n'ont pas la pratique du recul épistémologique et peinent à interroger les constructions toutes faites qui leur viennent des manuels, par exemple.

Dans notre pratique de formation à l'IUFM d'Auvergne, le niveau de construction est en quelque sorte omniprésent, en tout cas dans nos préoccupations : toute réflexion concernant un point précis – séance d'enseignement, etc. – est toujours appuyée sur un fondement épistémologique. Mais au delà de l'ostension de notre pratique épistémologique, nous avons construit un dispositif spécifique.

Contrairement au « jeu de rôle », il est un peu difficile de décrire ce que nous mettons en place. Le dispositif repose sur l'idée que l'on peut « raconter la vie » d'un thème mathématique soit à un niveau donné, soit tel qu'il traverse les niveaux scolaires voire l'histoire des programmes. Ce dispositif est conditionné par certaines habitudes de travail, installées dès le début de l'année de formation : nombreux travaux de groupes, dont la composition hétérogène est décidée par les formateurs selon des critères qui dépendent des séances. Par « raconter la vie » d'un thème mathématique, nous entendons donner la logique de la construction d'un thème, sans jamais rentrer dans le détail des projets de séances – c'est à dire s'affranchir du niveau +1, de manière à ce que les projets de séances construits bout à bout ne puissent pas « piloter » le niveau +2.

Certains stagiaires prennent l'idée de « raconter la vie » au pied de la lettre, comme par exemple une production qui commençait par « Je vais vous raconter la vie d'un objet étrange qui s'appelle vecteur... ». Nous donnons en annexe 2 un exemple de production écrite par un stagiaire en 1999-2000 au sujet du chapitre « fonctions » en classe de seconde.

Conclusion

Le modèle des niveaux de la situation du professeur nous a servi à construire une stratégie de formation, qui privilégie le niveau de la construction du thème (+2) et qui « balaye » tous les niveaux.

Nous allons donner quelques éléments qui complètent ce que nous avons déjà présenté.

Concernant les niveau +1 et 0, nous demandons régulièrement aux stagiaires – et notamment au moment des visites – une préparation écrite de séance, qui fait apparaître à la fois son insertion dans un thème (+2), mais aussi des éléments d'analyse a priori – ce qui correspond aux pratiques de formation de la plupart des IUFM. Nous demandons aux stagiaires de distinguer cette fiche de préparation – qui est de taille et de format variable et non précisé par nous – du « guide de séance » qui, en une seule page, doit donner tous les éléments nécessaires au professeur pendant le déroulement de la séance. Distinguer les deux nous a permis d'être assez exigeant sur les fiches de préparation, qui perdent leur caractère directement utilitaire pendant le déroulement. Par exemple, la fiche de préparation ne peut pas comporter que les seuls éléments à faire recopier par les élèves, alors que c'est légitime dans le guide de séance.

Le dernier niveau (+3, valeurs et conceptions sur l'enseignement/apprentissage) ne nous intéresse que dans sa dimension spécifique aux mathématiques, car nous pensons que les différents « styles pédagogiques » qui peuvent exister n'ont guère d'importance quant à la qualité de l'enseignement dispensé. Nous organisons tous les ans depuis dix ans une séance, qui a lieu à des périodes variées, selon les besoins et les opportunités que nous ressentons – souvent dans la dernière partie de l'année, dont le thème est « Pourquoi enseigner les mathématiques ? ». Cette séance a une forte dimension polémique, elle est l'occasion pour les stagiaires de s'apercevoir que leurs camarades d'étude n'ont pas nécessairement la même ambition qu'eux concernant l'enseignement des mathématiques. Quand cette séance est réalisée assez tôt dans l'année de formation, elle a parfois des impacts sur la façon même de concevoir l'enseignement de thèmes mathématiques.

Ce que nous avons voulu montrer, c'est qu'il était possible de concevoir une formation didactique en s'appuyant sur notre modèle d'analyse et notamment de justifier l'importance de travailler en formation les connaissances qui n'ont pas l'opportunité d'évoluer dans le contexte usuel du travail du professeur. Notre analyse nous conduit notamment à privilégier le travail sur deux niveaux : celui de l'observation des stratégies des élèves (-1) et celui de la construction d'un thème mathématique (+2). Ce que nous espérons, c'est qu'à la sortie de l'IUFM, les professeurs seront attentifs aux réactions des élèves et penseront à recueillir les éléments d'observation leur permettant d'analyser ces réactions, sans les renvoyer toujours à des raisons d'ordre pédagogique (-1). Par ailleurs, nous espérons que le travail de préparation collectif d'organisation de chapitres conduira les jeunes professeurs à être des moteurs de tels groupes de travail (+2).

Bibliographie

ARSAC Gilbert, 1993-1994, Vérité des axiomes et des théorèmes en géométrie - Vérification et démonstration, *Petit x n°37,* pp. 5 à 33, ed. IREM de Grenoble.

BALACHEFF N. ,1995, Conception, propriété du système sujet/milieu. In : Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (eds.) Actes de la VII° Ecole d'été de didactique des mathématiques (pp.215-229). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

BALACHEFF N. et MARGOLINAS C., 2005, cK¢, Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques, in Mercier A. et Margolinas C., *Balises pour la didactique des mathématiques,* Grenoble. La pensée sauvage, pp.75-106.

BERTE Annie, 1995, Différents ordres de présentation des premières notions de géométrie métrique dans l'enseignement secondaire, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 15 n°3 pp. 83-130, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BERTE Annie, 1995-1996, Réflexions sur l'inégalité triangulaire et distance d'un point à une droite à partir d'observation de classe, *Petit x n°40,* pp. 41 à 63, ed. IREM de Grenoble.

BERTHELOT René, SALIN Marie-Hélène, 1993-1994, L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N,* n°53, pp 39 à 56, ed. IREM de Grenoble

BLOCH Isabelle, 1999, L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol9 n°2 pp. 135-194, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

BOUVIER Alain et GEORGE Michel sous la direction de Le Lionnais François,1979, *Dictionnaire des Mathématiques*, P.U.F, Paris.

CHEVALLARD Yves, 2002, Organiser l'étude. Ecologie et régulation, in Dorier J.L. (ed), *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* pp. 41-56, ed La Pensée Sauvage, Grenoble

CHEVALLARD Yves, JULLIEN Michel, 1990, Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, Première partie, A- La géométrie et son enseignement comme problèmes, B- La notion de construction géométrique comme problème, *Petit x n°27,* pp. 41-76, ed. IREM de Grenoble.

COMITI Claude, GRENIER Denise, MARGOLINAS Claire, 1995, Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques, in ARSAC Gilbert et al. coord, *Différents types de savoirs et leur articulation*, pp. 92-113, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

DEWEY J., 1938. *Logique : la théorie de l'enquête,* Paris : PUF, 1967.

FLORIS Ruhal, 1994-1995, La géométrie traite-t-elle des illusions d'optique? *Petit x n°39,* pp. 29 à 53, ed. IREM de Grenoble.

MARGOLINAS C., 2005, La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe, in Simmt E. et Davis B. (ed.), *Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques*, CMESG/GCEDM, Edmonton

MARGOLINAS C., COULANGE L., BESSOT A. (2005) What can the teacher learn in the classroom? , Educational Studies in Mathematics 59/1-2-3, ed. Kluwer, Dordrecht.

MARGOLINAS Claire, 1995, La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, in MARGOLINAS Claire, *Les débats de didactique des mathématiques,* annales 1993-1994, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS Claire, 2002, Situations, milieux, connaissances – analyse de l'activité du professeur, *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* pp. 141-156, ed La Pensée Sauvage, Grenoble

ANNEXE 1

Extraits du fichier d'activité Hatier

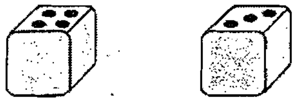
1. triangles : inégalité triangulaire

1. avec des dés

A et B sont deux points tels que **AB = 6 cm**. On se propose de **construire un point C**.
On lance deux dés **a** et **b** numérotés de 1 à 6, et on suit la règle suivante :
- le numéro marqué sur la face supérieure du dé **a** sera la longueur en cm de **[AC]** ;
- le numéro marqué sur la face supérieure du dé **b** sera la longueur en cm de **[BC]**.

Construis pour chaque lancer le ou les points **C**.

1er lancer



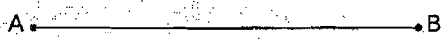
a b

(On obtiendra deux points C possibles que l'on notera C_1 et C_2.)

a. Que représente la droite (AB) pour le segment $[C_1 C_2]$?

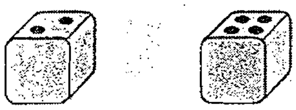
....

b. Complète la phrase suivante :



Les points C_1 et C sont ....
par rapport à la droite (AB).

2e lancer

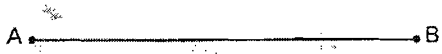


a b

a. Que peux-tu dire des points A, B et C ?

....

b. Cite tous les lancers tels que C soit un point du **segment** [AB].



a = ... et *b* = ... ;

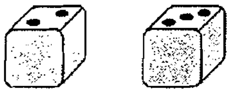
a = ... et *b* = ... ;

a = ... et *b* = ... ;

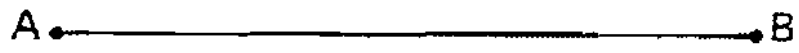
a = ... et *b* = ... ;

a = ... et *b* = ...

3ᵉ lancer



a b



a. Le point C existe-t-il ? Pourquoi ?

....

....

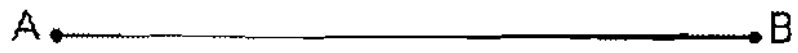
b. Cite quatre autres lancers pour lesquels le point C n'existe pas.

a = ... et *b* = ... ; *a* = ... et *b* = ...

a = ... et *b* = ... ; *a* = ... et *b* = ...

4ᵉ lancer

a b



(On obtiendra deux points C possibles que l'on notera C_1 et C_2.)

a. Que peux-tu dire des triangles ABC_1 et ABC_2 ?

....

b. Que peux-tu dire du quadrilatère AC_1BC_2 ? Justifie ta réponse.

....

....

....

c. Cite six autres lancers où le triangle ABC est isocèle. (Attention : le sommet principal peut être A ou B ou C.)

a = ... et *b* = ... ; *a* = ... et *b* = ...

a = ... et *b* = ... ; *a* = ... et *b* = ...

a = ... et *b* = ... ; *a* = ... et *b* = ...

d. Pour quel lancer le triangle ABC est-il équilatéral ?

a = ... et *b* = ...

ANNEXE 2

Un exemple de « vie d'un objet mathématique » : Les fonctions dans le chapitre de seconde

Production d'un professeur-stagiaire en février 2000

SCENARIO DU CHAPITRE DE SECONDE « GENERALITES SUR LES FONCTIONS »

Ce chapitre est le cinquième de l'année et suit à ce titre le difficile chapitre sur la colinéarité. Il a volontairement été déplacé de décembre à la rentrée de janvier de façon à ce que les élèves soient plus réceptifs pour aborder ce sujet central de l'enseignement des mathématiques en seconde. Depuis le début de l'année, beaucoup de notions ont déjà été introduites, plus ou moins explicitement, au travers de multiples problèmes « à géométrie variable » (notion de fonction, résolutions graphiques d'inéquations). Enfin, le chapitre « opérations sur les inégalités » a délibérément été traité antérieurement, dans le but de minimiser les problèmes techniques lors de l'étude du sens de variation ($x<x' \Rightarrow \ldots \Rightarrow f(x)<f(x')$) (notamment passage au carré, à l'inverse, à la racine dans une inégalité).

Analyse a priori

Conformément au programme officiel, tout exposé général sera évité (statut du concept de fonction, composition, opération algébrique...). L'organisation d'ensemble du chapitre est basée sur trois choix didactiques majeurs.

Premièrement, faire « sentir » la notion de fonction grâce à la métaphore de la « machine à nombres » qui associe à tout nombre un résultat ou un message d'erreur. Elle ne peut donc attribuer deux résultats différents à un même nombre mais deux nombres différents peuvent donner le même résultat ; d'où les notions d'image unique et d'antécédents, ainsi que celle de domaine de définition. Ce choix nous permet aussi de faire le lien avec les touches fonctionnelles de la calculatrice qui concrétisent cette métaphore (il faut aussi rappeler que ce lien répond à une directive officielle).

Deuxièmement, faire rapidement apparaître un rapport étroit entre fonction et courbe en commençant par montrer aux élèves que toute courbe ne représente pas une fonction mais toute fonction est représentable graphiquement. L'étude graphique sera le support « matériel » de tout le chapitre : elle permettra de visualiser les notions d'image et d'antécédents puis surtout de dégager une méthode pratique de résolution graphique d'équations et d'inéquations (résolution approchée). Enfin elle nous sera indispensable pour matérialiser les notions de croissance et de parité. L'écueil principal à ce sujet nous semble être la réduction par l'élève de la notion de courbe représentative au simple fait de relier quelques points issus d'un tableau de valeurs et non pas comme une entité continue sur un intervalle de R (difficile passage du discret au continu). Pour y remédier, des cas « pathologiques » seront étudiés mettant en évidence que même avec une bonne précision dans un tableau de valeurs, cela ne suffit pas à tracer la courbe représentative d'une fonction donnée.

Notre troisième choix est d'éviter que les élèves réduisent les problèmes d'étude de fonction à l'utilisation systématique de "recettes", sans réelle compréhension mathématique derrière, en oubliant de raisonner (systématisation qui prendra, nous semble-t-il, suffisamment de place en classe de première avec l'utilisation parfois outrancière de la dérivation). Cet objectif explique que nous avons volontairement dépassé quelque peu le programme officiel en décidant de faire raisonner les élèves sur des problèmes simples de domaine de définition d'une part, les exercices abordés n'excédant pas le niveau $x \to \frac{1}{x-a}$ ou $x \to \sqrt{x-a}$, $a \in R$ et se ramenant donc à des équations ou inéquations du premier degré, et sur des problèmes simples de recherche de minimum ou de maximum uniquement sur des considérations de sens de variation d'autre part, sans l'appui « visuel » d'un tableau de variations ou d'un graphique.

Nous pouvons ajouter à ces choix les quelques volontés suivantes :

- S'appuyer sur une multitude d'exemples et d'applications issus de la géométrie, des sciences physiques, économiques et sociales, de la biologie ou de la vie courante, conformément aux instructions officielles.
- Montrer un exemple de fonction non définie de façon explicite (fonction ln)
- Chronologiquement, consacrer la première semaine aux notions quantitatives, voire ponctuelles (image, antécédents, résolutions d'équations et inéquations ...), la deuxième semaine aux notions qualitatives, globales (croissance, parité) qui nous semblent plus difficiles à manipuler, et une troisième semaine aux applications de ces notions pour étudier le comportement d'une fonction, décrire des situations au moyen de fonctions. C'est ici que les cas « pathologiques » seront étudiés.

Analyse a posteriori

La métaphore de la « machine à nombres » semble avoir plu, surtout aux élèves les plus en difficultés, et dans l'immense majorité ils ont retenu qu'un nombre ne peut avoir deux images distinctes. A la question « comment définit-on une fonction » posée une semaine après le cours, certains ont répondu par la métaphore... échec ou succès ?

A la quasi-unanimité, les élèves ont retenu qu'une courbe « qui revient sur elle-même » ne peut représenter une fonction et la justification qu'ils fournissent est en général bien formulée, à savoir : « il y a un x qui a deux images » ; cependant, il fut rare qu'un contre-exemple ait été donné explicitement (c'est à dire rares sont les élèves qui m'ont donné une valeur pour x du type « 2 aurait deux images »).

La calculatrice a été un formidable moteur pour nous, beaucoup d'élèves s'en sont procuré une neuve (il est vrai que je les avais fortement incités) mais la plupart se jettent dessus dès que l'énoncé est devant eux et mes initiatives pour les en dissuader (exercices montrant que le repère est inadapté par exemple) se sont avérés désespérément inefficaces.

Le graphique s'est avéré être un « support » très apprécié des élèves et les considérations de croissance et de symétries (parité, ...) semblent avoir été bien visualisées. Cependant, à ma grande stupeur, les résolutions d'équations et d'inéquations par voie graphique ont été beaucoup plus difficiles à comprendre, même pour les plus à l'aise habituellement, ce qui m'a obligé à passer une heure de plus sur le sujet, imprévue initialement. Le bilan est donc mitigé sur ce choix-là... à voir.

Pour ce qui est du passage du discret au continu, l'écueil attendu était bien présent puisque lors des premiers devoirs de rentrée (qui précédaient le cours sur la représentation graphique) les élèves ont à l'unanimité relié des points donnés par des segments. Il semble en revanche que nos exercices de remédiation (l'un en aide individualisée et l'autre, plus élaboré, en classe entière) aient été payants.

Il s'agissait de considérer la fonction $f : x \to \frac{1}{6x^2 - 4x + 1}$. Et de travailler de la façon suivante :

1. Tableau de valeur puis relier les points de la façon la plus « naturelle » (un point placé tous les 0,5 en abscisse entre 0 et 3)
2. Supposer que la courbe obtenue représentation bien f puis constater que f(1/3) valait 1,7 environ graphiquement mais que cette même valeur avait pour image 3 numériquement
3. Etudier f puis tracer la véritable courbe représentative de f.

Les exemples issus d'autres disciplines n'ont réellement intéressé les élèves que pour l'introduction de la fonction log (en tant qu'exemple de fonction non définie explicitement) lorsque l'on a parlé de sismologie ou de *Ph* d'une réaction acido-basique, etc...

La réflexion exigée, mais hors programme, à propos du domaine de définition m'a semblé intéressante et relativement bien perçue par les élèves. En revanche, la réflexion sur les extremums, sans « visualisation » par un tableau de variation au moins, s'est révélée un peu difficile et j'ai un peu abandonné en cours de route... à revoir.

Enfin, la chronologie prévue était un peu ambitieuse puise j'ai dû prolonger d'une demi-semaine (deux heures) soit 15% de temps en plus. Je ne parviens pas à voir, a posteriori, sur quelles partie j'aurais pu gagner du temps...

En guise de conclusion, je signalerai que ce chapitre a beaucoup re-motivé l'ensemble de la classe et surtout les plus faibles qui étaient un peu déroutés après la colinéarité.

Est-ce la calculatrice ? le retour à une notion plus « concrète », s'il en est que la colinéarité ? la perspective d'une notion-clef pour tous (L, ES, S) pour la suite de leur scolarité ? ou simplement la rentrée de Janvier ? Le débat reste ouvert.