DIFFÉRENTS TYPES DE DESSINS DANS LES ACTIVITÉS D'ARGUMENTATION EN CLASSE DE $5^{ÈME}$

Sylvie COPPE
IUFM de Lyon
UMR ICAR Equipe COAST CNRS Université Lyon 2

Jean Luc DORIER
IUFM de Lyon
Equipe DDM, Laboratoire Leibniz, UMR 5522

Vincent MOREAU
Professeur stagiaire IUFM de Lyon

Résumé : L'utilisation d'un dessin dans les activités d'argumentation en classe de $5^{ème}$ ne va pas de soi ni pour les professeurs qui doivent, tout au long du collège, accompagner le changement de contrat concernant les niveaux de preuve, ni pour les élèves car le dessin peut être une aide à l'argumentation mais aussi un obstacle. Après avoir défini 5 types de dessin, dont les dessins à main levée et les dessins faux, nous avons proposé deux exercices comportant des dessins faux à une soixantaine d'élèves et nous montrons combien l'utilisation de cet outil est discutable.

Mots clefs : dessin – figure – argumentation – preuve – dessin à main levée.

Plusieurs travaux ont abordé, sous différents angles, la question de l'enseignement / apprentissage de la démonstration en géométrie au collège, comme l'attestent, par exemple deux articles récents de Gandit (2004a et b). Le travail présenté ici, issu du mémoire de DEA de Moreau (2004), aborde la question du rôle du dessin dans les activités d'argumentation en géométrie. En effet, il nous a semblé important d'analyser le rôle que peuvent jouer les dessins fournis à l'élève lorsqu'il est incité à argumenter, sans que les exigences de production d'un texte codifié ne soient encore trop fortes (en nous centrant sur. la classe de $5^{ème}$). Nous nous sommes donc intéressés aux dessins donnés dans les énoncés des manuels de cette classe et à la façon dont les élèves les utilisent dans les argumentations qu'ils produisent.

Dans la première partie de cet article, nous expliciterons en quoi il nous semble que l'utilisation des dessins fournis aux élèves dans une perspective d'argumentation est une question d'enseignement importante dont nous nous proposons de mettre à jour les caractéristiques et de dégager les difficultés que cela représente pour les élèves. Précisons que nous avons choisi d'employer le terme « dessin » c'est-à-dire la trace matérielle sur papier, même si, selon la distinction faite entre dessin et figure par Laborde et Capponi

(1994) ou Rolet (1996), certains dessins ont un statut de figures pour les professeurs. Nous reviendrons sur ce point.

Dans la deuxième partie, nous présenterons une étude de quelques manuels, en utilisant en particulier la notion de registre de représentation sémiotique développée par Duval (1988). Ces analyses nous ont conduits à distinguer plus spécifiquement deux types de dessins, qui semblent avoir pris (au moins dans les manuels) récemment une importance croissante en classe de 5ème pour favoriser le passage entre géométrie pratique et géométrie théorique, argumentative (au sens développé par Houdement et Kuzniak (2000) inspirés de Gonseth (1945)) ; il s'agit des dessins à main levée et des « dessins faux ». Les dessins à main levée se caractérisent par leurs traits volontairement non droits, alors que les dessins faux sont ceux qui ne respectent volontairement pas, et de façon criante, les données de l'énoncé et qui sont indiqués comme tels.

Enfin dans la troisième partie, nous présenterons un test construit à partir des analyses précédentes, que nous avons fait passer, sous forme papier crayon, dans trois classes de 5ème ainsi qu'à trois binômes volontaires dans le but d'analyser comment les élèves réagissent vis-à-vis de dessins faux et comment se joue, dans ce contexte, la dialectique dessin/argumentation.

I. Passage d'une géométrie pratique à une géométrie théorique

Entre les classes de 6ème et 4ème, on observe un saut qualitatif remarquable dans les programmes d'enseignement de la géométrie en France. De nombreux articles portant notamment sur la démonstration comme ceux, entre autres, de Duval (1992, 1993, 1994, 2000, 2003), Houdebine (1998) Barbin et al. (2001), ou Bkouche (2002), témoignent de ce difficile passage pour les élèves et pour les professeurs entre une géométrie que nous qualifierons, à la suite de Houdement et Kuzniak (2000), de « pratique », qui vit dans les classes depuis l'école primaire et une géométrie « théorique » qui commence à apparaître au début du collège, mais qui n'est vraiment institutionnalisée qu'en classe de 4ème avec l'apprentissage de la démonstration.

Dans cette transition, la classe de 5ème apparaît comme une classe charnière. C'est ce qui a motivé notre choix d'étudier les activités d'argumentation à ce niveau.

En effet, le passage de la 6ème à la 4ème est difficile pour les élèves qui ne comprennent pas toujours que le mot géométrie ne recouvre pas les mêmes types d'activités dans les différentes classes. Ceci nous semble assez typique de la géométrie où les objets étudiés sont sensiblement les mêmes à l'école élémentaire et au collège mais sont abordés de manière différente (par exemple, les figures usuelles telles que le carré, le rectangle ou le losange ou une transformation comme la symétrie axiale sont introduites dès l'école primaire et réétudiées au collège). A cet égard, la situation est différente dans le champ numérique où l'évolution de l'apprentissage est marquée par l'introduction de nouveaux objets. Pour les professeurs, la difficulté d'enseignement est également importante puisqu'il s'agit d'amener les élèves à changer de rapport institutionnel aux objets géométriques par de nouvelles exigences, en ce qui concerne les types et les niveaux de justifications et de preuve, et en ce qui concerne le rôle et le statut des dessins rencontrés ou produits. C'est ce qui est bien mis en valeur dans l'introduction des programmes du collège de 1995 : « Passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés ; [...] « prendre contact » avec des théorèmes et apprendre à les utiliser. ».

Examinons à présent comment l'institution organise cette transition, à travers une brève étude des programmes des classes de 6ème, 5ème et 4ème.

I. 1 La transition 6ème–4ème en géométrie à travers les programmes du collège

Si nous reprenons les termes de Houdement et Kuzniak (2000), en 6ème la géométrie que l'on peut qualifier de pratique est basée sur l'expérience et l'intuition. Les exercices proposés visent à reconnaître, reproduire ou construire des figures : « L'objectif fondamental en sixième est encore la description et le tracé de figures simples. [...] Les travaux géométriques prennent appui sur l'usage des instruments de dessin et de mesure y compris dans un environnement informatique. » (Introduction de la partie Travaux géométriques, programme de 6ème 1995) . Les dessins qui entrent en jeu dans ces activités ont donc un statut d'objet matériel.

Cependant on précise aussi : « Les travaux géométriques permettront aussi la mise en place de courtes séquences déductives... »

Dans les programmes du cycle central, classes de 5ème et 4ème, il est indiqué : « il s'agit, en poursuivant l'initiation très progressive du raisonnement déductif commencé en 6ème, de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples. ».

En 5ème, l'élève est initié au raisonnement déductif à travers l'expérimentation, la conjecture et la justification : « Les diverses activités de géométrie habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettront progressivement de s'entraîner à des justifications au moyen de courtes séquences déductives... ».

Les dessins continuent à avoir le statut d'objets matériels, mais ils commencent également à devenir des supports pour l'argumentation. Ainsi, on va commencer à entraîner les élèves à ne plus seulement lire des informations sur le dessin, mais à argumenter en utilisant des propriétés géométriques (souvent énoncées en termes de « si ... alors ... »). Les programmes précisent encore : « Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées suivant les cas à main levée ou à l'aide d'instruments de dessin et de mesure, y compris dans un environnement informatique. ».

En 4ème, peu de choses sont indiquées sur le statut du dessin et sur la démonstration, mais en revanche dans les compétences exigibles, on peut constater la fréquente utilisation de termes comme « démontrer », « caractériser » ou « théorème ».

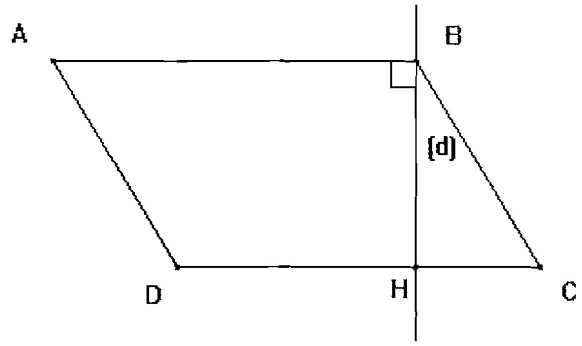
C'est donc bien l'aspect progressif de l'apprentissage du raisonnement et de la démonstration en géométrie qui est mis en avant à travers les programmes des classes de la 6ème à la 4ème. Toutefois, ces éléments explicites des textes des programmes ne résolvent pas la question des moyens didactiques à la disposition des professeurs pour permettre cet apprentissage et pour faire évoluer les règles du contrat, qui restent la plupart du temps implicites, non seulement pour les élèves mais certainement aussi pour les professeurs.

Afin d'illustrer les difficultés possibles, nous proposons ci-dessous un exemple, avant d'examiner plus précisément le rôle du dessin dans cette évolution.

I. 2 Un exemple

L'exercice suivant peut être rencontré à différents niveaux de la scolarité, le texte pourra alors être légèrement différent suivant le niveau, notamment en ce qui concerne l'usage du symbolisme, mais surtout les réponses et les types de preuves attendus seront différents.

Exercice :
ABCD est un parallélogramme. Soit (*d*) la perpendiculaire à (AB) qui passe par B, elle coupe (DC) en H.
Que dire des droites (*d*) et (DC) ? Justifier la réponse.



Voici deux exemples de types de réponses d'élèves auxquels on peut s'attendre en classe de 6ème :

- «ça se voit que (*d*) est perpendiculaire à (DC) »
- « (*d*) est perpendiculaire à (DC), je l'ai vérifié avec mon équerre »

Ces réponses montrent que les élèves considèrent à ce niveau le dessin particulier comme un objet matériel unique et concluent que les droites (*d*) et (DC) sont perpendiculaires en utilisant des preuves liées à la reconnaissance visuelle ou instrumentée. Le résultat est alors vrai pour ce dessin particulier.

En classe de 5ème, on demandera une argumentation faisant référence à une propriété vue en classe, par exemple : « Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles donc (*d*) est perpendiculaire à (DC) ». Ce dessin fait alors partie d'une classe qui illustre une même figure caractérisée par des propriétés (un parallélogramme et une droite perpendiculaire à un de ses côtés).

Enfin, en classe de 4ème, il est attendu de l'élève une démonstration sous une forme plus standard, notamment à l'aide de propriétés énoncées en général, sous forme de « si …alors … ».

Enfin, à partir du lycée, ce résultat sera considéré comme suffisamment évident pour qu'on n'ait plus besoin de le démontrer, il pourra en particulier être utilisé directement dans une démonstration plus complexe.

Cet exemple illustre l'évolution au cours de la scolarité du contrat didactique sur un même objet, qui modifie de façon importante le rapport de l'élève aux objets de la géométrie. Or ces modifications qui portent avant tout sur les exigences d'argumentation posent souvent problème à certains élèves, et ce, même si des éléments de contrat sont explicités. L'enjeu est ici que l'élève puisse donner du sens à la démonstration en géométrie. Ceci ne peut se faire que si l'élève arrive à faire de la démonstration un outil indispensable pour valider un énoncé mathématique.

Mais l'élève qui arrive en $5^{ème}$ dispose déjà de connaissances pour valider un énoncé. On voit sur l'exemple précédent que la nécessité de démonstration d'un résultat, relativement évident sur le dessin, risque d'échapper à l'élève qui pensera alors que la démonstration est seulement faite pour le professeur et non pour prouver un résultat. Aussi, selon nous, un tel exercice n'est-il pas un bon candidat pour amener les élèves à la démonstration puisque ces derniers peuvent arriver à la conclusion par un simple constat visuel.

Pourtant le dessin est bien un élément important dans l'argumentation en géométrie et ce n'est pas non plus en l'interdisant qu'on peut amener l'élève à la nécessité d'une démonstration.

Comment alors gérer le rapport au dessin dans la démarche argumentative ?

I. 3 Rôle du dessin

Nous savons que le dessin joue un rôle important dans les résolutions de problèmes de géométrie : dans l'exercice précédent, il sert d'une part, à renforcer le texte et à construire le raisonnement, mais, d'autre part, on sait bien qu'il peut être aussi un obstacle au raisonnement à cause de l'évidence du résultat à prouver.

Il y a bien ici une réelle difficulté d'enseignement : comment signifier aux élèves qu'une pratique qui était utilisée précédemment dans d'autres types de tâches (lire, prendre des informations sur le dessin) n'est plus valide (même si elle peut les aider) et qu'il est désormais nécessaire de passer au raisonnement en utilisant des propriétés. Une solution consisterait à ne plus utiliser du tout de dessin pour faire comprendre aux élèves qu'ils doivent seulement raisonner avec des propriétés en utilisant des théorèmes et donc un type de raisonnement particulier. Or, on sait bien, historiquement, épistémologiquement et par la pratique des classes, que ce n'est pas possible, comme le souligne Arsac (1999).

Le rôle du dessin apparaît prégnant aussi bien chez Euclide que chez Legendre ; chez Hilbert, il est logiquement non indispensable mais pratiquement il l'est. Autrement dit la démonstration mathématique n'est pas réductible à un texte, il y autre chose qui peut même maintenant être un écran d'ordinateur ! (op. cité)

Pour pallier à ce problème d'enseignement, différentes solutions didactiques ont été trouvées. Dans les exercices de quelques manuels par exemple, les auteurs formulent les questions de la façon suivante : « Quelle règle du cours permet d'affirmer que… ? » ou bien « Choisis parmi les propriétés du cours celle qui te permet de justifier que… ». Néanmoins le caractère explicite et exhaustif de l'injonction didactique ne va pas sans poser de problèmes : est-ce que toutes les règles sont vraiment dans le cours ? Quand et comment sont-elles données aux élèves ? Qu'est-ce qu'une règle ? Est–ce la même chose qu'un théorème ?, etc.

Une autre solution trouvée par certains auteurs de manuels réside dans l'utilisation de dessins à main levée ou de dessins faux pour signifier aux élèves que l'on va raisonner à partir d'un dessin qui ne sera qu'un outil, qu'une aide pour démontrer ou bien qu'il ne faut pas utiliser le dessin qui peut être trompeur.

C'est dans cette perspective de questionnement que nous présentons à présent notre analyse de manuels visant à déterminer la façon dont les dessins sont donnés aux élèves en rapport avec l'évolution des exigences pour l'argumentation en géométrie.

II. Les dessins dans les manuels scolaires de 5ème

Nous avons étudié les exercices du chapitre « Parallélogramme » de six manuels de 5ème. Nous avons choisi ce chapitre car il figure dans tous les livres (l'étude du parallélogramme est nouvelle en 5ème) et il offre l'occasion de proposer aux élèves des activités d'argumentation.

Les manuels étudiés sont Transmath, Dimathème, Cinq sur cinq, Triangle, Magnard et Nouveau Décimale.

II. 1 Classification des énoncés et des tâches

Nous avons établi notre classification en fonction, d'une part de la présence ou non d'un dessin dans l'énoncé (qui se présente la plupart du temps sous forme d'un texte) et du rôle éventuel qu'il joue (ou qu'il est censé jouer) et, d'autre part de la tâche qui est assignée à l'élève par rapport au dessin (qu'il soit donné ou à produire) et à l'argumentation.

Ainsi, dans le cas où il y a un dessin dans l'énoncé, nous avons distingué les cas selon que celui-ci permet :

- de remplacer une longue description (donnant par exemple, les mesures des angles, des côtés, etc). Il remplace et/ou complète donc le texte.
- de proposer plusieurs cas correspondant à un texte générique (par exemple « calculer dans chaque cas l'aire du parallélogramme ABCD ». Il illustre chaque situation en donnant des informations particulières.
- d'illustrer l'énoncé en produisant un (le) dessin qui correspond au texte. Il renforce donc le texte.

Pour l'élève, les types de tâches correspondantes sont alors :

- reproduire le dessin à l'identique,
- reproduire le dessin en respectant la description, les indications, les mesures données,
- produire un programme de construction,
- calculer des mesures manquantes, des aires,
- conjecturer puis justifier, expliquer, prouver, démontrer.

Un autre cas est celui où le dessin est demandé (il se peut alors qu'il y ait ou non un dessin dans l'énoncé, il conviendra donc de croiser les deux critères). On retrouve alors les deux premiers types de tâches auxquelles il faut ajouter :

- faire le dessin pour exécuter un programme de construction,
- compléter le dessin pour obtenir un dessin respectant des contraintes données,
- faire le dessin qui traduit le texte pour aider à conjecturer, à argumenter.

Enfin, on trouve des exercices où le dessin n'est pas explicitement demandé : ce sont des exercices de preuve ou de démonstration pour lesquels le professeur sûrement (et l'élève peut-être) sait bien qu'il faut tout de même faire le dessin pour résoudre l'exercice.

Notons qu'à l'intérieur d'un même exercice, on peut trouver plusieurs situations.

En nous basant sur un tableau proposé par Laborde et Capponi (1994) qui se sont eux-mêmes appuyés sur un travail de Pluvinage (1989), nous proposons ci-dessous, notre propre tableau qui résume les différents cas envisagés ci-dessus.

Entrée	*Tâches*	*Sortie*
Dessin	Reproduction à l'identique ou avec variations Compléter le dessin Déterminer des éléments manquants	Dessin
Dessin	Description, programmes de tracés, justification, reconnaissance	Texte
Texte	Tracé, construction	Dessin
Texte	Justification, démonstration (avec construction intermédiaire éventuelle)	Texte

II. 2 Types de dessin en entrée

Nous avons ensuite établi une typologie des dessins qui peuvent apparaître en entrée (toujours accompagnés d'un texte plus ou moins long). Dans cette classification, qui nous a conduit à distinguer 5 types, nous voulions mettre en évidence certaines caractéristiques visuelles et différencier les dessins représentant une situation particulière de ceux illustrant une figure caractérisée par ses propriétés. C'est en effet, à notre sens, un point essentiel du contrat didactique qui joue sur la conscience que l'élève a de la distinction particulier/générique. Ainsi, une question importante est de savoir comment l'élève distinguera les indications qui peuvent être lues sur le dessin de celles qui doivent être démontrées.

Nous appellerons codage tous les marqueurs portés sur le dessin pour en signifier une propriété : mesure d'une longueur ou d'un angle, angle droit, égalités de longueurs ou d'angles ou tout autre information écrite directement sur le dessin en langue naturelle ou symbolique (par exemple ABCD est un rectangle ou (AB) // (CD) ou AB = AC). Le codage peut aussi porter sur le support sur lequel est réalisé le dessin : quadrillage, papier pointé, etc.

Voici les 5 types de dessin que nous avons ainsi dégagés :

1 - Dessin fait à la règle représentant, en vraie grandeur, un objet singulier (nous n'avons jamais rencontré de dessin à l'échelle). Dans ce cas, le dessin respecte les éléments de description fournis, y compris les mesures d'angles, de longueurs ainsi que les codages et indications (angles droits, égalité de longueur ou parallélisme, milieu, etc). Un tel dessin représente une situation singulière quasiment entièrement définie. Selon les cas, les mesures peuvent être marquées sur le dessin (ou bien les mesures sont à

effectuer sur le dessin). Notons toutefois que tout ne peut être explicité, ainsi l'élève peut, par exemple, se demander si l'orientation a une importance.

2 - Dessin fait à la règle représentant un objet singulier, mais dont la description dans le texte ou par codage indique des mesures (longueurs ou angles) qui ne sont pas celles que l'on peut mesurer sur le dessin, sans que ce soit non plus un dessin à l'échelle. En revanche, les autres propriétés de la figure sont conservées (parallélisme, milieu, angle droit, etc). Ce cas est très proche du précédent, simplement le dessin ne correspond pas complètement à certaines données, sans qu'on l'indique forcément aux élèves. Ceux-ci peuvent le comprendre par perception visuelle, si cela est suffisamment évident, ou bien parce que c'est un cas habituel pour leur manuel ou leur professeur, ou encore, par la nature de la tâche à effectuer (par exemple, si on leur demande de reproduire ce dessin en vraie grandeur ou de déterminer une mesure).

3 - Dessin fait à la règle respectant les propriétés qui déterminent une figure, sans aucune mesure indiquée. La différence avec les types précédents vient du fait que ce dessin ne doit pas être considéré comme unique, dans la mesure où toute une classe de dessins représente la même figure. La tâche associée est le plus souvent une tâche de preuve d'une propriété de cette figure.

Par exemple, considérons le dessin d'un rectangle, dont les dimensions mesurées (sur le dessin) sont 4 cm et 7 cm :

- Ce dessin relèvera du premier type si les indications données (dans une description ou par codage) sont conformes aux mesures du dessin.
- Il relèvera par contre du deuxième type s'il est précisé dans l'énoncé ou par un codage que les dimensions du rectangle représenté sont autres que celles du dessin (par exemple 12 cm et 15 cm).
- Il relèvera enfin du troisième type, s'il est considéré comme un représentant de la figure générale du rectangle quelconque.

4 - Dessin à main levée : les traits sont volontairement non droits pour signifier (faire croire) que le dessin a été fait sans instrument tel que la règle. En revanche, les lettres qui désignent certains points comme les sommets et les indications de mesures sont en caractères d'imprimerie. De plus, des codages ou indications peuvent être ajoutés, mais ne pas être forcément respectés dans le tracé.

Quelquefois, le texte de l'énoncé donne des propriétés, comme, par exemple : « Tracer, en respectant les mesures indiquées, les losanges dessinés à main levée », ou « En utilisant les indications portées sur les figures à main levée, dire, dans chaque cas, quelle est la nature du parallélogramme. ». Cependant, il arrive que rien ne soit indiqué, l'aspect visuel des traits suffisant à fournir les informations.

5 - Dessin explicitement désigné comme faux : ces dessins sont tracés à la règle, mais ne respectent pas certaines indications ou dimensions. Par exemple, le texte peut parler d'un triangle équilatéral alors que, sur le dessin correspondant, il est clair que les côtés ne sont pas égaux (voir l'exercice 2 analysé ci-dessous). Ces dessins sont souvent codés, mais la représentation graphique ne respecte pas nécessairement ces codages. Notons que souvent les auteurs de manuels sont conduits à faire des dessins exagérément faux. Contrairement au type 2, ces dessins sont explicitement désignés comme faux. De

plus, il n'y a pas que les mesures qui ne sont pas respectées, mais aussi des propriétés de parallélisme ou d'angle droit (comme dans l'exercice 1 ci-dessous).

Bien entendu, la tâche proposée à l'élève, et que le dessin accompagne, influe sur la fonctionnalité du dessin. Par exemple, on demande parfois à l'élève de compléter un dessin. Le dessin d'entrée est alors très succinct, aucune mesure n'est indiquée et il y a peu d'informations. Dans ce cas, le dessin appartient à une classe de dessins représentant la même figure (type 3). Cependant la tâche de construction qui est demandée se fait uniquement sur le dessin particulier que l'élève aura reproduit. Peut-on alors parler de figure ?

Par exemple, dans une série d'exercices du manuel Magnard, les auteurs donnent une ou deux droites et un ou deux points A et B et demandent aux élèves de tracer un quadrilatère particulier dont A et B sont des sommets, les autres sommets étant sur les droites. Ces exercices commencent tous par la consigne : « Reproduis à peu près le dessin suivant ».

Dans le manuel Dimathème, on trouve également ce type d'exercice pour lequel il est précisé : « Reproduire une figure du même type que celle-ci ».

On voit sur ces deux exemples comment les auteurs de manuels ont trouvé une façon de signifier une classe de dessins par des termes volontairement vagues.

Les deux derniers types (dessins faux et à main levée) sont caractéristiques de la classe de 5ème, ils ont entre eux des points en commun. Ainsi, plusieurs manuels désignent des dessins comme faits à main levée, alors que ce sont en fait des dessins faux. Nous avons hésité à les classer dans une même catégorie. Cependant, il nous a semblé préférable, au moins dans un premier temps, de les distinguer. En effet, nous pensons que les dessins à main levée sont des objets qui font partie de la pratique mathématique ordinaire alors que les « dessins faux » ne semblent être que le produit de contraintes typographiques. Il est en effet complexe de reproduire un dessin à main levée dans un manuel imprimé, le dessin faux est alors un moyen détourné de produire un dessin respectant les normes typographiques du dessin imprimé, tout en ne donnant qu'une image partielle de ce qu'il représente. Il apparaît toutefois que les fonctions didactiques des deux objets peuvent être différentes. On peut également s'interroger sur la perception que les élèves pourront avoir de tels objets et les difficultés spécifiques qu'ils peuvent engendrer. Notons enfin que certains manuels emploient systématiquement l'expression « figure à main levée » à la place de « dessin à main levée ».

Certains de ces dessins apparaissent en sortie mais pas tous.

Les dessins de types 1 et 3 apparaissent souvent en sortie car ils sont liés à une tâche souvent demandée : reproduire ou construire.

En revanche, les dessins de type 2 sont rarement demandés explicitement en sortie, ils sont plus souvent donnés dans des exercices d'argumentation. En effet, un élève ne prendra pas des instruments de dessin sans tenir compte des mesures, sauf si elles sont trop grandes.

Les dessins à main levée (4) sont parfois explicitement demandés à la première question d'un exercice d'argumentation.

Enfin, les dessins de type 5 ne sont jamais demandés.

II. 3 Conclusions sur l'analyse de manuels

Nous ne reprendrons pas dans cet article en détail tous les résultats de nos analyses, mais nous allons en donner les éléments principaux.

Tout d'abord il apparaît que peu d'exercices demandent de décrire ou de rédiger un programme de construction (environ un par manuel sur ce chapitre). Ceci nous semble normal en classe de 5ème, puisque ces exercices relèvent plutôt de la classe de 6ème.

Le statut des dessins en entrée n'est pas toujours indiqué dans les manuels. Ainsi on trouve un grand nombre d'exercices qui demandent une construction en tenant compte des mesures et des indications à partir d'un dessin de type 1 ou 2 sans aucune précision. Or, quelquefois la distinction n'est pas visible à l'œil nu. Il semble que cela dépende du manuel. Par exemple, les manuels Nouveau Décimale, Dimathème et Transmath donnent le plus souvent des dessins de type 1 alors que dans Triangle, Cinq sur Cinq et Magnard, on ne trouve que des dessins de type 2.

De même, les dessins à main levée ne sont pas toujours indiqués comme tels, mais ils sont plus simples à repérer du fait des traits non rectilignes.

On peut penser que, dans les classes, le contrat risque d'être lié au manuel et donc changer suivant les établissements et les classes. Cependant, notre étude ne nous permet pas de dire ce que les professeurs font dans leur pratique quotidienne et s'ils suivent ces règles implicites dictées par le manuel utilisé, même si notre expérience nous laisse penser que oui. Il faudrait toutefois faire une étude des pratiques de classes pour en être certains.

Pour les exercices de type texte-texte, où l'on demande de démontrer une propriété générale d'une figure décrite par un texte, plusieurs cas sont possibles :

- La figure décrite est en fait un objet unique, dont on demande explicitement un dessin de type 1, qui est un cas particulier d'un cas plus général qui aurait les mêmes propriétés. Dans ce cas, la généralité du résultat démontré échappe complètement à l'élève, à moins qu'elle ne fasse l'objet d'une question ultérieure (rarement en 5ème).
- On demande explicitement un dessin de type 3 correspondant à la description générale de la figure.
- On demande explicitement un dessin à main levée (type 4) correspondant à la description générale de la figure.
- On ne demande pas explicitement un dessin : c'est le type d'exercices que l'on retrouvera en 4ème. L'élève a alors la responsabilité de faire un dessin s'il le souhaite et du type qu'il veut.

Ces différents cas ne dépendent pas du manuel. En effet, en général, dans chaque manuel, on trouve quelques exercices de chaque type. Cette diversité bien répartie montre certainement une diversité des pratiques de classe. Le point qui nous pose plus de problème est l'absence de cohérence apparente dans la demande ou non de produire un dessin à main levée pour appuyer une démonstration d'une propriété générale d'une figure décrite de façon générale. Il est clair que les dessins à main levée sont davantage représentés en entrée qu'en sortie. Cet état de fait nous interroge sur les pratiques enseignées aux élèves en géométrie.

Cette typologie nous a permis de mieux mettre en évidence les changements de contrat qui se produisent en géométrie durant la classe de 5ème, et plus particulièrement la question de la gestion du jeu entre particulier et général du côté des élèves, mais aussi des professeurs.

Dans cette optique, il nous est apparu que les dessins à main levée, avec leur pendant des dessins faux, occupent une place particulière et une potentialité qui reste à déterminer. Nous avons donc choisi de tester des élèves sur des exercices rencontrés dans certains manuels, utilisant des dessins à main levée. Il s'agit d'analyser leurs réactions pour déterminer le rôle que ces types de dessins pourraient avoir dans l'évolution de leur rapport à l'argumentation en géométrie, tout en relevant certaines difficultés qu'ils peuvent engendrer.

III. Expérimentation utilisant des dessins à main levée (ou faux)

III.1 Présentation du contexte

Le mathématicien expert utilise fréquemment des dessins à main levée, en géométrie et même dans d'autres domaines des mathématiques, pour se représenter la situation, pour conjecturer un résultat ou pour le vérifier. L'activité mathématique, particulièrement la recherche d'une démonstration en géométrie, se constitue ainsi d'une dialectique permanente entre dessin et argumentation. Par contre, les dessins à main levée restent le plus souvent du domaine privé et ne sont pas donnés à voir une fois le résultat trouvé, ils restent au brouillon. Si des dessins sont reproduits avec le texte de la démonstration, ce sont des dessins réalisés, avec des instruments. Cependant lorsqu'un expert cherche une démonstration en s'appuyant sur un dessin fait à main levée, on sait bien que celui-ci respecte au mieux les données de l'énoncé et, en particulier, veille à une certaine cohérence entre les propriétés annoncées et le tracé (même fait à main levée). Ainsi un expert ne tracera pas des droites supposées parallèles qui se coupent ostensiblement. Il sait bien que ce dessin, même imprécis, est le représentant d'une figure (au sens de Laborde et Capponi (1994)).

Dans la classe, il n'est pas plus aisé de savoir quelle vie les dessins à main levée peuvent avoir. Nous ne savons pas si cette pratique de l'activité mathématique est enseignée, notamment au niveau du collège, et si oui comment. Par ailleurs, il est évident que de nouveaux outils, comme les logiciels de géométrie dynamique, influent sur cette pratique. Nous n'avons pas abordé la question de la pratique de classe dans cette recherche. En effet, il nous a d'abord semblé nécessaire d'avoir une vision plus fine des usages possibles des dessins à main levée dans des activités d'argumentation en géométrie et des difficultés éventuelles des élèves.

A l'appui de nos analyses de manuels, nous avons sélectionné deux exercices, pris tels quels dans les manuels de 5ème, représentatifs de l'usage des dessins à main levée ou faux. Nous voulions étudier le rapport personnel des élèves à ces objets, pour tenter de déterminer s'ils pouvaient favoriser ou non le passage à une argumentation théorique.

Nous avons fait passer ce test écrit à trois classes différentes soit au total une soixantaine d'élèves (65 pour le premier exercice et 63 pour le second). Pendant ce temps, des binômes d'élèves de ces mêmes classes étaient filmés, dans une salle voisine, lors de la résolution de ces mêmes exercices. Ces enregistrements vidéo nous ont permis d'affiner l'analyse des copies d'élèves. L'observation des binômes nous offre des données supplémentaires, par rapport aux productions écrites, sur les discussions entre élèves lors de la résolution. Pour cela, la méthodologie employée est classique : les élèves ne disposent que d'un seul papier et crayon, ce qui les oblige à collaborer.

Avant de passer à l'analyse des exercices proposés, signalons que pour analyser les réponses à chaque exercice, nous avons pris en compte :

- *Les réponses obtenues, ici la nature du quadrilatère*
- *L'utilisation faite du dessin :*
    - Codage du dessin *: report des mesures d'angles, des égalités de longueurs sur le dessin. Ce codage peut permettre à l'élève d'élaborer son raisonnement à partir du dessin. Nous avons tenté d'en détecter des traces sur les copies.*
    - Reproduction du dessin *: en respectant les angles et les longueurs. L'élève peut ensuite faire une simple analyse perceptive ou bien s'appuyer sur ce dessin dans son argumentation.*
    - Lecture sur le dessin *: de propriétés non justifiées, en utilisant l'intuition et la perception. On peut en repérer dans le texte produit par l'élève des indices (éléments qui apparaissent sans justification) mais il n'est pas toujours facile de les distinguer des connaissances déclaratives des élèves.*
- *Les types d'arguments utilisés :*
    - Déduction *: l'élève élabore un raisonnement déductif basé sur les angles, les diagonales ou les côtés. La présence d'élément de déduction est importante même si le raisonnement n'est pas entièrement correct.*
    - Confusion hypothèse/conclusion *: il n'utilise pas la bonne caractérisation mais la réciproque.*
    - Propriétés non appropriées *: la propriété citée par l'élève n'a pas de lien avec la démonstration. Ce sont souvent des propriétés lues sur le dessin que l'élève rajoute pour renforcer son raisonnement ou des propriétés connues, apprises.*

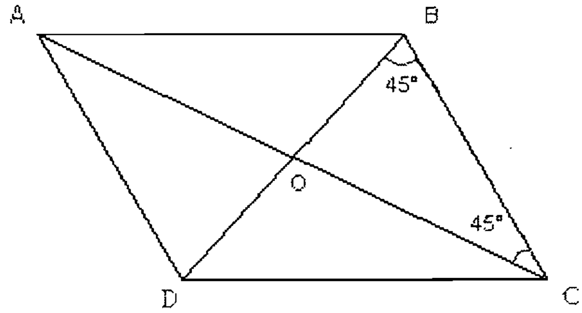
Pour analyser les résolutions des binômes d'élèves, nous avons tenté de retrouver leur démarche, avec notamment les articulations entre utilisation du dessin et argumentation, ainsi que les types de contrôle effectués en reprenant la classification de Rolet (1996) :

- contrôle perceptif simple
- contrôle perceptif instrumenté
- contrôle théorique.

III. 2 Exercice n° 1

III. 2. 1 -Enoncé (extrait de Triangle 5ème page 194)

En utilisant les indications portées sur la figure à main levée, dire quelle est la nature du parallélogramme ABCD. Justifier la réponse.



III.2.2 - Analyse a priori

Nous sommes ici dans le cas : dessin → texte et la tâche demandée est une justification.

Le but de l'exercice est de trouver la nature du parallélogramme ABCD. Les connaissances mises en jeu sont multiples : somme des angles d'un triangle, caractérisation d'un triangle isocèle et d'un carré avec les diagonales. La particularité réside ici dans le fait que l'élève ne peut effectuer de contrôle perceptif simple ou instrumenté: les auteurs supposent que cela devrait le forcer à passer au raisonnement déductif.

Le dessin est indiqué comme fait à main levée mais les traits sont droits, c'est donc selon notre classification un dessin faux (type 5). En effet, si on a bien l'impression que ABCD est un parallélogramme, il est assez clair que les deux angles marqués ayant comme mesure 45° ne sont pas égaux. De même, s'il paraît clair que AB=DC et AD=BC, par contre, il est évident que AB et BC ne sont pas égaux. Il est aussi assez visible que les diagonales se coupent en leur milieu, mais pas orthogonalement. Ainsi, si l'hypothèse sur le parallélogramme se vérifie visuellement, l'hypothèse sur l'égalité des angles à 45° est faussée ce qui fait qu'on n'a pas l'impression d'être face à un carré. Pour l'élève, cette situation est assez particulière car le dessin respecte certaines hypothèses et d'autres pas. On voit donc bien ici la volonté et le dilemme des auteurs : fournir un dessin pour alléger la description mais ne pas donner la réponse. En effet, un dessin qui aurait respecté toutes les hypothèses aurait été tout de suite perçu comme un carré. Pourtant, dans ce cas, donner une description textuelle de la figure n'aurait pas été très long : « ABCD est un parallélogramme. Ses diagonales se coupent en O. Les angles OBC et OCB mesurent 45°. Quelle est la nature de ce parallélogramme ? ».

Néanmoins, si l'élève n'avait eu que la description en langue naturelle et qu'il avait dû faire un dessin à main levée qui respecte l'énoncé, il aurait certainement veillé à faire des angles qui soient proches de 45° ou du moins il en aurait eu une conscience plus grande. En revanche, sauf à avoir une intuition de la réponse, si on construit un dessin en suivant l'ordre des données de l'énoncé, on commence en faisant un parallélogramme quelconque, il faut alors refaire un nouveau dessin pour essayer d'ajuster des angles de 45°, ou utiliser un logiciel de géométrie dynamique.

Cette brève analyse montre que ce problème peut changer radicalement suivant le type de dessin qu'on donne ou non, qu'on demande ou non tel ou tel type dessin, et suivant les outils à disposition. Les enjeux peuvent être très différents selon les choix faits. Dans le cas de l'énoncé que nous avons retenu, nous avons souligné le dilemme qui a conduit les auteurs à une situation un peu biaisée.

L'élève peut adopter deux grands types de méthodes de résolution :

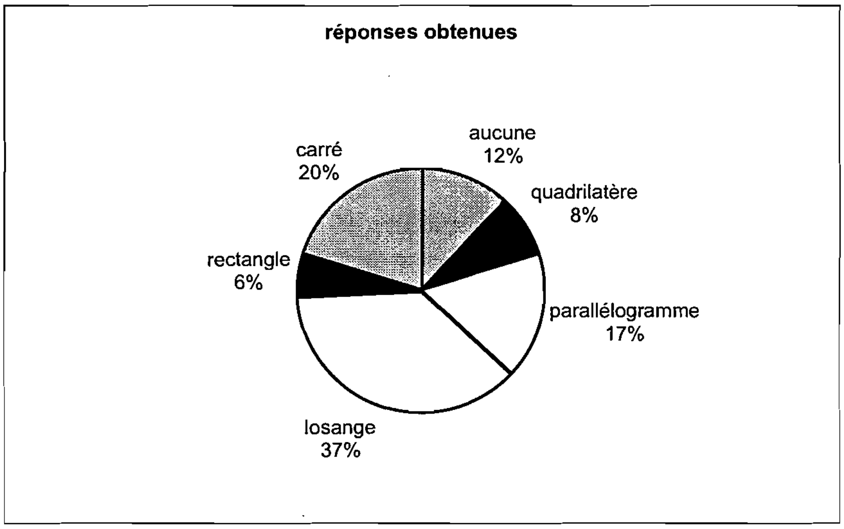
- Le premier consiste à reproduire le dessin en respectant les mesures des angles, et ainsi à constater que les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur donc à reconnaître un carré. La réponse ne sera alors pas justifiée si on s'arrête là, mais cette étape peut servir de base à un raisonnement qui viserait à expliquer ce qu'on a pu ainsi constater. Cette méthode est basée sur l'expérience et l'intuition au départ. L'élève peut coder le dessin en indiquant l'angle droit formé par les diagonales. Cette reproduction permet une meilleure lecture du dessin obtenu et l'on peut effectuer un contrôle perceptif simple et instrumenté et des aller-retour entre dessin et arguments.

- Le deuxième utilise des connaissances géométriques à travers un raisonnement déductif qui s'appuie sur le dessin tel qu'il est proposé, ainsi que les propriétés énoncées ou marquées sur le dessin. Il faut alors montrer que les diagonales sont perpendiculaires en utilisant la somme des angles d'un triangle, puis que les diagonales ont même longueur grâce à la caractérisation d'un triangle isocèle ou que les angles du parallélogramme sont tous droits en utilisant la somme des angles dans un triangle. Dans tous les cas, on déduit que ABCD est un carré, contrairement à ce que semble montrer le dessin. Le rôle du dessin pour cette méthode basée sur la déduction est moins primordial : le codage est fait ici pour remplacer un énoncé qui serait trop long, la lecture sur le dessin ne prend en compte que des propriétés. Seul un contrôle théorique peut être effectué.

III.2.3 - Analyse a posteriori

a -Réponses obtenues : nature du parallélogramme

Réponses obtenues	Aucune	Quadrilatère	Parallélogramme	Losange	Rectangle	Carré	Total
Nombre	8	5	11	24	4	13	65



Notons tout d'abord que certaines réponses donnent le nom du quadrilatère sans justifications (il y en a 9, voir ci-dessous dans les arguments produits).

Nous constatons que la réponse correcte n'est produite que par un cinquième des élèves, ce qui est peu. Cela peut s'expliquer par le fait que le dessin n'est pas congruent à ce qui est décrit : les angles des sommets ne semblent vraiment pas droits alors que l'on peut avoir l'intuition que les diagonales sont bien perpendiculaires. Dans les enregistrements des binômes d'élèves, voici un extrait qui montre que même à la fin de la résolution, il est nécessaire à Tom de « tourner » le parallélogramme pour « voir » un carré et pour être convaincu.

42	Tom	Il est tordu / c'est presque un losange / si tu le regardes comme ça *(Tom tourne la feuille pour diriger la diagonale [AC] vers lui)* on dirait un losange
43	Th	Si tu regardes comme ça
44	Tom	Mais faudrait le tourner comme ça pour que ce soit un carré *(Tom simule un « redressement » du parallélogramme pour obtenir un carré)*

17% des élèves ont démontré que ABCD était un parallélogramme, alors que cela faisait partie des hypothèses. Pour cela, ils ont lu sur le dessin les propriétés de parallélisme et d'égalité de longueurs des côtés opposés. D'autres ont simplement signalé que ce parallélogramme n'avait pas de propriétés particulières et qu'il était, par conséquent, quelconque.

La réponse losange est la plus fréquemment citée (près de la moitié des élèves), cela peut s'expliquer par deux raisons :

- Tout d'abord, la majorité des élèves a eu le réflexe de travailler dans le triangle OBC car la mesure des angles OBC et BCO était notée sur le dessin. Ils ont ainsi calculé la mesure de l'angle BOC, trouvé un angle droit et conclu sur la nature de ABCD. C'est donc un raisonnement inachevé.

- Par ailleurs, les diagonales du quadrilatère étant tracées sur le dessin, les élèves ont plus facilement pensé à un losange, d'autant que les diagonales peuvent être perçues comme presque orthogonales[1] et que le parallélogramme est bien dans la position standard du losange (plus que du carré, cf. l'extrait du dialogue cité plus haut entre Tom et Thierry).

On peut supposer que la réponse losange s'est ainsi d'abord imposée de façon perceptive et a été ensuite confirmée par le raisonnement. Les élèves n'ont pas cherché à aller plus loin. Le grand nombre de réponse dans cette catégorie montre l'effet du dessin faux sur la façon dont les élèves peuvent aborder le problème. Il n'est pas certain que si les élèves avaient eu à leur charge de faire le dessin ces réponses auraient été aussi nombreuses.

Enfin quelques élèves démontrent (avec des propriétés erronées) que les angles de ABCD sont des angles droits et concluent que le quadrilatère est un rectangle. Ces réponses bien que peu nombreuses sont un peu étonnantes dans la mesure où d'une part, le dessin ne fait aucunement penser à un carré et d'autre part pour prouver (correctement) que les angles sont droits on est quasiment obligé de montrer d'abord que les diagonales se coupent orthogonalement.

Nous constatons donc une grande diversité des réponses qui couvrent tous les types de parallélogrammes particuliers de façon assez répartie sans que la réponse correcte attendue ne soit majoritaire. Toutefois aucune réponse n'est fausse, elles sont soit incomplètes (losange ou rectangle, 63% en tout avec le carré) soit non pertinentes (parallélogramme, quadrilatère).

b -Utilisation du dessin

Voici les résultats que nous avons obtenus[2].

Propriété énoncée sans justification (vraisemblablement lue sur le dessin de l'énoncé)	32 (49%)
Codage du dessin	18 (28%)
Reproduction du dessin	2 (3%)

[1] Notons que la conception du losange comme parallélogramme dont les diagonales se coupent à angle droit est beaucoup plus forte chez des élèves de ce niveau que celle du parallélogramme avec tous ses côtés égaux..

[2] Le total ne fait pas 100% car il faut rajouter les 8 élèves qui ne donnent pas de réponse et les 5 qui argumentent sans reproduire, ni coder le dessin existant.

La première catégorie comprend aussi bien des réponses ne donnant que la nature du quadrilatère, que des réponses comportant des arguments plus ou moins valides et quelquefois sans rapport avec les hypothèses du problème. Par exemple :

> La nature de ce parallélogramme ABCD est un losange les côtés sont opposés et de même mesure les diagonales ont même milieu.

Ou bien

> C'est un quadrilatère car ses côtés opposés sont égaux et ses diagonales se coupent en leur milieu. ABCD a aussi un axe de symétrie. Les angles ABC et BCD sont égaux.

Bien que le dessin soit désigné comme à main levée donc supposé ne pas être correct (ou du moins pas très fiable), 49 % des élèves ont visiblement lu des propriétés sur le dessin sans les justifier. Il est intéressant de noter que certaines propriétés ne font pas l'unanimité, ainsi certains élèves « voient » que les diagonales sont de même longueur, alors que d'autres, au contraire, les perçoivent de longueurs inégales.

La propriété « les diagonales se coupent en leur milieu » est fréquemment citée sans que l'on sache si elle découle de la lecture sur le dessin ou de la caractérisation du parallélogramme connue par les élèves (option tout de même la plus probable à ce niveau).

De nombreuses mesures d'angles sont utilisées sans être correctement justifiées, comme la mesure de l'angle OAB de 45° ou l'angle droit DAB : les élèves croient reconnaître des angles alternes-internes ou correspondants.

Guère plus d'un quart seulement des élèves a codé le dessin. Ils notent la mesure de l'angle BOC par 90° mais utilisent peu le symbole associé, peut-être car l'angle n'apparaît pas comme droit. Certains notent aussi la mesure des angles alternes-internes. 4 élèves codent les égalités de longueur des côtés sans aucun autre argument et répondent que c'est un losange. On peut donc penser que le codage a été fait après avoir « reconnu » de façon perceptive le losange. D'une façon générale, il semble que le fait que les hypothèses portent sur des mesures d'angles, aient influencé les arguments qui portent beaucoup plus sur les angles que sur les longueurs.

Comme nous l'avions prévu, la difficulté à reproduire un dessin plus conforme a rebuté la plupart des élèves (seuls deux l'ont fait) et ils ont réalisé un dessin de type 3.

On voit donc qu'une majorité d'élèves s'appuient essentiellement sur une lecture du dessin, sans le remettre en cause. Le fait qu'ils ne codent souvent pas le dessin montre également que celui-ci ne participe pas de leur réflexion comme un outil, mais reste un objet matériel sur lequel ils s'appuient, sans essayer de le rendre plus directement lisible (fonctionnel). Il semble donc que le rapport des élèves au dessin n'ait pas évolué depuis le début du collège. Ceci implique que le rôle du dessin à main levé, voulu par l'institution, n'est pas atteint pour cette majorité d'élèves.

c -Types d'arguments utilisés

Nous avons repéré les types d'arguments utilisés dans chaque production d'élèves. Comme nous l'avons dit plus haut, seuls 9 élèves ont donné le résultat sans argumenter. Les autres ont tenté un raisonnement.

Arguments utilisés		Nombre
Aucun		9 (14%)
Déduction	- angles	16 (25%)
	- diagonales	39 (60%)
	- côtés	14 (22%)
Confusion hypothèse / conclusion		5 (8%)
Propriétés non appropriées		26 (40%)

60% des élèves utilisent un argument lié aux diagonales. Ceci s'explique par le fait que les diagonales sont tracées sur la figure, que la démonstration de leur orthogonalité n'est pas difficile et que la caractérisation du losange avec les diagonales est plus fréquemment utilisée par les élèves que celle avec les côtés.

Beaucoup de propriétés non appropriées sont rajoutées par les élèves : « côtés parallèles », « côtés opposés de même longueur ». Peu d'entre eux savent élaborer une justification minimale : ils voient des propriétés sur le dessin donc ils les notent même si elles n'ont pas de lien direct avec la démonstration. On peut penser qu'ils ont l'impression que leur argument aura plus de poids en rajoutant des propriétés.

Ces résultats mettent bien en évidence la difficulté que rencontrent les élèves à mettre en rapport de façon pertinente les caractéristiques lues sur le dessin (qu'ils énoncent quelquefois sans but) et les propriétés générales qu'ils ont apprises dont ils n'arrivent pas à sélectionner celles qui vont leur servir.

Au delà, on voit bien, sur cet exercice, la multiplicité des causes des difficultés d'apprentissage du raisonnement déductif : liens complexes entre perception et argumentation, choix des arguments et articulation entre eux, niveau des preuves, effets de contrat. Toutes ces raisons conduisent souvent les élèves à donner une propriété à tout prix sans lien avec les hypothèses.

d – Les binômes d'élèves

Nous analysons maintenant les transcriptions des binômes que nous avons filmés et observés en train de résoudre cet exercice. Le binôme 1 est constitué de deux élèves que nous avons appelés Thierry et Tom et le binôme 2, de Mathieu et Audrey.

Le dessin faux a posé de nombreux problèmes aux élèves du binôme 1. Certes, l'objectif qui consiste à empêcher l'élève de trouver la nature du quadrilatère à partir de sa forme est atteint. En revanche, on remarque que l'approche du dessin à main levée est différente pour Thierry et Tom. Alors que Thierry a très vite compris à quel type de dessin il avait à faire, Tom est perturbé par le côté nécessairement et volontairement approché du dessin qui trahit sa perception : il effectue des contrôles simples ou instrumentés qui ne sont pas cohérents avec ce que prouve Thierry. Bon nombre de ses remarques montre sa perplexité. Même si Thierry lui prouve que BOC mesure 90°, comme il ne le constate pas sur le dessin, il ne le suit pas.

10	Tom	Là ça fait 90 *(Tom montre l'angle BOC)* / y'a pas 90
11	Th	Là c'est 45
12	Tom	Ouaih mais nulle part c'est 90

Le contrôle perceptif instrumenté avec le rapporteur échoue à son tour. Thierry tente de lui expliquer que le fait que l'angle BOC ne soit pas droit est normal car "c'est à main levée", "c'est un schéma". Il lui montre bien que déjà la mesure de l'angle CBO donnée en hypothèse n'était pas respectée sur le dessin. Cet argument ne semble pas convaincre Tom qui affirme, après mesure de l'angle BCO, que celui-ci ne vaut pas 45° comme indiqué mais 35°.

14	Tom	90 (?) *(Tom mesure l'angle BOC avec un rapporteur)* ça fait pas 90
15	Th	Mais oui mais c'est à main levée/ c'est un schéma (2s) c'est un schéma ça non plus ça fait pas 45 *(Th désigne l'angle CBO)* là c'est 90 *(Th désigne l'angle BOC)* [...]
16	Tom	Et non lui il fait 35 *(Tom mesure l'angle BCO)*
17	Th	Mais non c'est pas le bon

40	Tom	Mais là ça peut pas être 45 *(Tom désigne l'angle OCD)* car sinon ça ferait comme ça *(Tom trace un angle droit imaginaire avec son doigt)*
41	Th	Mais non mais c'est un schéma
42	Tom	Il est tordu / c'est presque un losange / si tu le regardes comme ça *(Tom tourne la feuille pour diriger la diagonale [AC] vers lui)* on dirait un losange
43	Th	Si tu regardes comme ça
44	Tom	Mais faudrait le tourner comme ça pour que ce soit un carré *(Tom simule un « redressement » du parallélogramme pour obtenir un carré)*

46	Tom	Là c'est à plus de 45 ça se voit *(Tom désigne l'angle ODA)*
47	Th	Mais oui c'est un schéma

On constate bien ici la difficulté annoncée. Tom reste sur une conception du dessin cohérent avec les données et il ne peut avancer dans son raisonnement car il semble trahi par sa perception. La représentation intellectuelle qu'il a de l'angle droit, du losange ou du carré est différente de ce qu'il observe sur le dessin. Il a besoin de tourner la feuille pour reconnaître un losange et de simuler un « redressement du parallélogramme » pour obtenir un carré.

Thierry, lui, a compris que ce dessin est un « schéma » (il le répète à plusieurs reprises) : il sait qu'il est obligé d'analyser les renseignements donnés par le dessin (en particulier les deux angles de 45°) et d'utiliser les propriétés du parallélogramme ABCD pour en déduire sa nature. Il procède donc à un raisonnement déductif. Il s'aide du dessin pour soutenir son raisonnement en le codant au fur et à mesure avec de nouvelles données.

Dans le binôme 2, la stratégie est différente : comme ces élèves ne peuvent trouver la nature du parallélogramme à partir de sa forme, ils décident directement de reproduire le dessin (ce qui n'a pas été une procédure fréquente).

1	A	En fait il faut refaire la figure non (?)
2	M	Hum
3	A	On refait la figure
4	M	Dire quel est la nature du parallélogramme / ouah faut la refaire pour savoir *(A prend une règle)*

La construction leur pose quelques problèmes car ils doivent fixer eux-mêmes les mesures (ils prennent AC = 5 cm) et ils ne savent pas dans quel ordre procéder. Se pose ensuite la question de la vérification et de la justification.

22	M	Eh ben voilà / par contre là il faut justifier
23	A	Ca fait un carré
24	M	Eh ben
25	A	C'est pas un carré / c'est un parallélogramme
26	M	Eh ben les mesures on a suivi / ça fait un carré

En 25, on constate que Audrey est surprise du résultat et revient à l'énoncé « c'est un parallélogramme » alors que Mathieu valide ce qu'ils ont fait, puisqu'ils ont suivi l'énoncé.

Ils entament alors une justification du résultat constaté mais Audrey a toujours un doute, et elle va vérifier de façon expérimentale les angles.

32	M	Par contre après il faut justifier la réponse
33	A	Ouah mais faut vérifier en plus
34	M	Ben c'est bon
35	A	Faut vérifier qu'ils soient bien perpendiculaires *(A vérifie avec une équerre les angles droits ABC, BCD, CDA et DAB)* Oui c'est bon / justifier la réponse qu'est-ce qu'on va mettre La figure est un carré car
36	M	Car elle a quatre angles droits / ouais mais il faut expliquer comment on a fait pour trouver ça
37	A	Attends *(A mesure les côtés de ABCD)* 5,7 donc c'est bon Comment on a fait bah on a tracé les diagonales On marque quoi
38	M	On marque ce qu'on a dit / on a tracé les deux diagonales et euh ça forme un carré

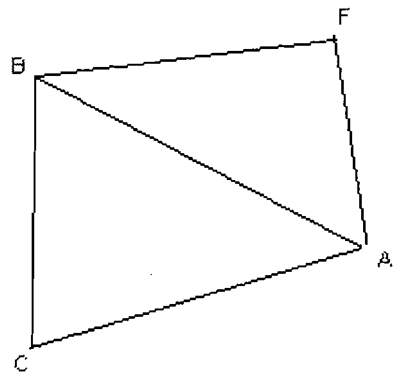
Ils justifient finalement la réponse en décrivant ce qu'ils ont fait et ce qu'ils ont obtenu : « ça forme un carré ». Il n'y a pas d'argument de type théorique qui justifie leur construction. On voit bien en 36 et 37 les contrôles instrumentés effectués par les deux élèves, ce qui les conforte dans leur réponse et qui montre qu'ils ont des connaissances sur les propriétés du carré. Cependant, ils sentent certainement qu'ils ne peuvent pas donner cette justification et écrivent une réponse encore plus pauvre, selon nous, que cette justification instrumentée.

En conclusion, si le dessin à main levée a certes empêché les élèves de donner la nature du parallélogramme à partir de sa forme, cela ne les a pas toujours forcés à passer au raisonnement déductif. En effet, certains ne peuvent pas avancer dans le raisonnement car le dessin les trompe et ils ne sont plus capables d'en faire ressortir les informations importantes. D'autres décident de reproduire le dessin et de lire directement la nature de la figure sans arriver à justifier de façon théorique. On constate ainsi qu'il y a deux catégories d'élèves face à un dessin à main levée : ceux qui comprennent tout de suite le contrat et prennent en compte le côté volontairement approché du dessin, ceux qui restent attachés au dessin, dont la fausseté perturbe alors leur analyse perceptive. Il nous semble que ce résultat peut être mis en parallèle avec les analyses sur le triangle aplati (Arsac et al., 1992), quand les auteurs indiquent que spontanément certains élèves restent sur le dessin qu'ils ont produit alors que d'autres donnent une justification théorique.

III. 3 -Exercice n°2

III.3.1 - Enoncé (extrait de Triangle 5ème page 199)

Sur la figure ci-dessous dessinée à main levée, ABC et ABF sont des triangles équilatéraux. Quelle est la nature du quadrilatère AFBC ?
Justifier la réponse.



III.3.2 - Analyse a priori

Nous sommes ici dans le cas : dessin → texte et le but est de trouver et de justifier la nature du quadrilatère. Le dessin est encore désigné comme une figure faite à main levée. Néanmoins, comme précédemment, c'est en fait un dessin faux, puisque les traits sont droits, mais par contre, on voit clairement que les triangles ABC et ABF ne sont pas équilatéraux. Cependant on peut se demander pourquoi les auteurs ont choisi de donner ce dessin puisque le texte se suffirait presque à lui-même (il suffirait en effet de rajouter que C et F ne sont pas confondus).

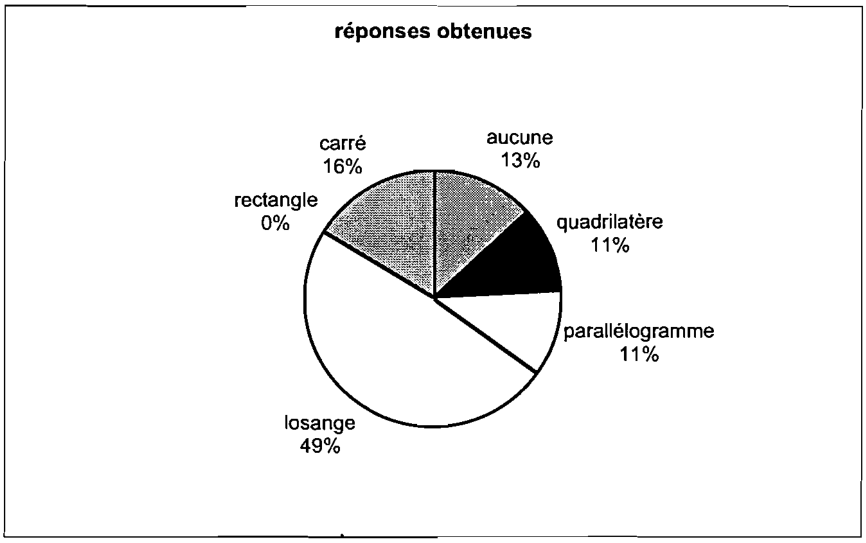
Les connaissances mises en jeu sont l'égalité des longueurs des côtés d'un triangle équilatéral et la caractérisation du losange avec ses côtés ou des connaissances portant sur les axes de symétrie des triangles équilatéraux et du losange.

Il y a deux grands types de méthodes de résolution possibles. Comme pour l'exercice précédent, la première consiste à reproduire la figure avec des triangles équilatéraux, puis à reconnaître un losange, soit par les côtés, soit en traçant les diagonales et ensuite, éventuellement à justifier ce résultat par des arguments théoriques. La deuxième méthode consiste, sans refaire le dessin, à développer un raisonnement théorique, qui peut éventuellement s'appuyer sur un codage préalable du dessin fourni.

III. 3. 3 - Analyse a posteriori

a - Réponses obtenues

Réponses obtenues	Aucune	Quadrilatère	Parallélogramme	Losange	Rectangle	Carré	Total
Nombre	8	7	7	31	0	10	63



Comme pour l'exercice précédent, un nombre non négligeable d'élèves (13 %) donnent la réponse quadrilatère : les élèves qui ont trouvé cette réponse sont, pour beaucoup, restés sur le dessin donné. Comme ils n'ont observé ni parallélisme, ni orthogonalité, ils en ont déduit que le quadrilatère était quelconque.

Une majorité des élèves (49 %) a obtenu la bonne réponse losange. Un tiers de ceux-ci ont reproduit un dessin. Ils ont alors reconnu un losange en justifiant éventuellement soit que les côtés étaient tous de même longueur, soit que les diagonales étaient perpendiculaires. Sur les 12 dessins, tous les types précédemment définis sont représentés :

- 5 sont de type 3, ce qui n'est pas surprenant à ce niveau : les élèves comprennent et/ou vérifient que c'est un losange en reproduisant un dessin instrumenté correct.

- 2 sont de type 1 : les élèves appuient leur conviction sur un cas particulier en fixant la longueur des côtés du quadrilatère. Un des deux va jusqu'à coder entièrement le dessin en indiquant même la longueur des demi-diagonales.

- 3 élèves font des dessins à main levée (type 4). Dans un cas, le dessin reprend les noms des sommets du quadrilatère et ressemble nettement à un losange (une seule diagonale est tracée) ; on est donc proche du type 3. Dans les deux autres cas, le dessin représente un losange quelconque avec ses deux diagonales, ce dessin semble ne servir qu'à rappeler la forme générale du losange.
- 2 élèves enfin reproduisent en plus petit le dessin donné (l'un à la règle, l'autre à main levée). Le seul argument donné par ces deux élèves est exactement identique : « Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu et perpendiculaires alors c'est un losange. ». Ces réponses sont assez surprenantes, le dessin reproduit s'apparente à un dessin faux mais c'est en fait, une reproduction à l'identique du dessin fourni. On peut se demander si les élèves ne l'ont pas fait seulement pour s'approprier le problème. De la même façon, ils semblent avoir anticipé la réponse losange sans pouvoir la démontrer.

La réponse carré est donnée par 18 % des élèves : c'est la réponse la plus surprenante. Pour certains, l'égalité des longueurs de tous les côtés implique que le quadrilatère est un carré. Pour d'autres, c'est l'angle AFB qui les induit en erreur car celui-ci peut être perçu sur le dessin comme un angle droit.

11% ont donné la réponse parallélogramme. Deux explications peuvent être avancées :

- par lecture sur le dessin *:* On peut penser que ces élèves ont observé le parallélisme et l'égalité de longueur des côtés BF et AC.

- par effet de contrat : pour ces élèves, le dessin ne ressemblait ni à un losange, ni à un rectangle, ni à un carré, ils ont alors opté pour la dernière solution restante, le parallélogramme.

Comme pour le premier exercice, on peut constater une assez grande variété de réponses, avec néanmoins, une nette majorité pour la réponse correcte, ce qui s'explique par le fait que les élèves ont souvent reproduit un dessin correct et ont vu sur le dessin que c'était un losange.

b - Utilisation du dessin

Utilisation du dessin	nombres
Propriété énoncée sans justification (vraisemblablement lue sur le dessin de l'énoncé)	28 (44%)
Codage du dessin	10 (16%)
Reproduction du dessin	20 (32%)

Dans les 10 élèves qui ont utilisé un codage, 6 ont codé le dessin de l'énoncé et 4 le dessin reproduit. Ils ont tous noté l'égalité des côtés, trois ont en plus noté l'angle droit que forment les diagonales et un seul élève a indiqué des mesures d'angles. De plus, comme nous l'avons signalé plus haut, deux élèves ont donné aux côtés des longueurs particulières codées sur le dessin reproduit.

Comme nous l'avons déjà décrit ci-dessus, presque un tiers des élèves a fait un dessin, ce qui n'était pas le cas dans l'exercice précédent. On peut penser que la simplicité de la figure de départ a induit ce résultat.

8 élèves ont fait un dessin de type 3 et 2 de type 1 visiblement pour découvrir ou se convaincre de la forme du quadrilatère. 10 ont fait des dessins à main levée ou faux qui jouent un rôle plus complexe dans l'argumentation. Ces dessins semblent en effet, être faits plus pour rappeler la forme du quadrilatère envisagé que pour reproduire le dessin de l'énoncé.

Comme dans l'exercice précédent, plus de 40% des élèves ont lu des propriétés sur le dessin sans les justifier. La propriété la plus souvent citée sans être justifiée est l'orthogonalité des diagonales. La propriété « les diagonales se coupent en leur milieu » est à nouveau fréquemment citée.

c - Types d'arguments utilisés

Arguments utilisés		nombres
Aucun		19 (30%)
Déduction	- angles	3 (5%)
	- diagonales	16 (25%)
	- côtés	24 (38%)
Confusion hypothèse/conclusion		4 (6%)
Propriétés non appropriées		15 (24%)

Lors de raisonnements déductifs, les élèves utilisent davantage des arguments liés aux côtés (38 %) qu'aux diagonales (25 %). Cela est dû au fait que l'on donnait en hypothèse des renseignements sur les côtés et non sur les diagonales. Mais un bon nombre a cependant utilisé l'orthogonalité des diagonales : cette propriété est lue sur le dessin sans jamais être démontrée. On voit encore ici que la représentation et la caractérisation du losange avec les diagonales sont fortement ancrées chez les élèves.

Dans cet exercice, on observe peu de confusions entre hypothèse et conclusion (6 %) alors qu'encore un quart des élèves utilise des propriétés non appropriées. En particulier, lorsqu'ils évoquent l'égalité des côtés, ils rajoutent l'argument de l'orthogonalité des diagonales en pensant alors renforcer leur démonstration.

d - Les binômes d'élèves

Pour cet exercice, nous avons également enregistré deux binômes d'élèves : le binôme 3 constitué de Arnaud et Théo et le binôme 4, constitué d'Oriane et de Laurence.

Cette fois, les deux binômes ont raisonné de manière similaire. En effet, dans les deux cas, ils ont suivi le même cheminement : compréhension de l'énoncé, reproduction du dessin, lecture sur le dessin et enfin justification de la réponse.

Tout d'abord, les élèves sont surpris en lisant l'énoncé car ils ne reconnaissent pas de triangles équilatéraux sur le dessin. Ils se rendent compte ensuite que le dessin est fait à main levée. Ils comprennent alors le contrat : ils ne peuvent déterminer la nature du quadrilatère à partir de la forme visible sur le dessin fourni.

Binôme 3

5	A	C'est pas des triangles équilatéraux
6	T	C'est pas logique leur truc
7	A	Ah mais non c'est à main levée / à main levée c'est pour ça

Binôme 4

1	O	[...] ils sont équilatéraux / là ils sont pas équilatéraux
2	L	Oui mais ils disent c'est dessiné à main levée donc que

Suite à cette remarque, ils décident alors de reproduire le dessin en respectant les propriétés données dans l'énoncé à l'aide de règle graduée et du compas. Ceci est d'autant plus facile que les figures et leur construction sont bien connues des élèves.

Binôme 3

8	T	Donc à la limite on peut le retracer
13	A	Ouais c'est vrai ce serait plus facile (5s) *(T commence la reproduction du dessin)* C'est des triangles équilatéraux donc faut que tu fasses à peu près les mêmes / vu que ici c'est à main levée

Binôme 4

3	O	Nous il faudra qu'on les fasse équilatéraux (2s) Quelle est la nature du quadrilatère AFBC (?)
4	L	C'est pas un parallélogramme y'a rien de euh
5	O	Ça s'trouve c'est pas / bon faut qu'on fasse les triangles *(O prend son compas et mesure son écartement)*

Une fois le dessin reproduit, ils observent et tentent de reconnaître la nature du quadrilatère obtenu.

Binôme 3

26	T	Tu vas voir moi je crois savoir ce que c'est *(T n'a tracé que le triangle ABF)*
27	A	Un losange
28	T	Non un carré
29	A	Non c'est un losange *(A simule le tracé de la diagonale FC avec sa main)*
30	T	Non un carré
31	A	J'suis désolé / c'est un parallélogramme (5s) Ah tu vois (!) trace ça, trace celle-là pour voir *(A désigne la diagonale FC)* pour voir si ça fait un angle droit *(A s'empare de l'équerre pour vérifier si les diagonales sont perpendiculaires)*

Binôme 4

18	L	Ça fait un losange
19	O	Ah ouais / losange ou un quadrilatère
20	L	Donc là c'est F
21	O	Attends si on fait ça (*O trace la diagonale CF*) / on va voir si elles sont perpendiculaires
22	L	Sûrement
23	O	Si c'est perpendiculaire c'est que c'est (*O vérifie avec son équerre l'orthogonalité*) (2s) Ouais c'est un losange

Ils se fient donc d'abord à ce qu'ils voient, et conjecturent alors un résultat. Ils effectuent ensuite un contrôle perceptif instrumenté expérimental en vérifiant que les diagonales du quadrilatère sont perpendiculaires, pour s'assurer que c'est bien un losange. Ils vont ensuite tenter de justifier leur réponse (dont ils sont sûrs) par des arguments théoriques.

Au début, cette justification ne se base que sur la lecture du dessin et sur un contrôle perceptif instrumenté. Ils n'analysent pas les renseignements donnés par le texte. Ils constatent que les diagonales se coupent en leur milieu en formant un angle droit sans le justifier à l'aide des hauteurs d'un triangle équilatéral. On constate encore une fois que, pour montrer que AFBC est un losange, les élèves utilisent d'abord la caractérisation à partir des diagonales, puis celle à partir des côtés. Ils rajoutent des propriétés comme « Ses côtés ont la même longueur » sans que l'on sache si elles sont nécessaires ou pas à la démonstration.

Binôme 3

41	A	Car ses diagonales se coupent en leur milieu en formant un angle droit
42	T	Enfin pas au même
43	A	Si elles se coupent en leur milieu (5s) *(A dicte à T)* Et forment un angle droit (5s) Ses côtés ont la même longueur

Binôme 4

24	L	Justifier la réponse
25	O	Tu veux que j'écrive que c'est un losange
26	L	Juste parce qu'il y a l'angle droit (?)
27	O	Non et aussi parce que... euh... tous les côtés ils sont tous égaux

En conclusion, pour ces deux binômes, on constate que la fausseté du dessin « à main levée » les a moins perturbé que dans l'exercice précédent. Ils n'ont certes pas pu donner la nature du quadrilatère à partir de sa forme, mais ils ont contourné cet obstacle en reproduisant le dessin. A partir de là, ils ont lu des propriétés sur le dessin sans les justifier. Ils ont donc procédé à un raisonnement déductif partiel en s'appuyant sur le dessin refait.

On remarque aussi la coexistence des pôles empirique et théorique lors de la résolution de l'exercice. L'élève est en effet d'abord guidé par son intuition qui lui suggère que les diagonales sont perpendiculaires. Il vérifie cette conjecture à l'aide d'une expérience : grâce à une équerre il s'assure de l'angle droit que forment les diagonales. Mais en même temps, il utilise des éléments théoriques, comme la caractérisation du losange à partir des diagonales.

Donc on voit bien ici la dialectique entre l'expérimental et le théorique que l'élève n'arrive pas à rendre opérationnelle.

On peut se demander pourquoi les élèves traitent différemment les exercices n° 1 et n° 2 alors qu'ils sont sensiblement similaires ? Dans le premier, ils raisonnent à partir du dessin qu'on leur donne tandis que dans le second, ils décident de reproduire le dessin. Cela peut s'expliquer par deux raisons. D'abord il est plus simple de reproduire le dessin de l'exercice 2 car la technique de construction d'un triangle équilatéral est simple et usuelle. Pour l'exercice 1, il est délicat de construire un parallélogramme sachant que deux angles valent 45°. Ensuite, comme sur le dessin de l'exercice 2 aucune donnée n'est respectée, l'élève préfère avoir à disposition un nouveau dessin à partir duquel il pourra tirer des informations. Dans le cas de l'exercice 1, la valeur des angles est certes incorrecte, mais le reste des données est respecté ; l'élève dispose donc déjà de quelques informations, il n'est pas contraint à refaire un dessin.

Enfin, d'un point de vue méthodologique, on a pu remarquer qu'il était important de croiser les sources d'analyses : une première en classe entière qui apporte des données quantitatives, une seconde par binôme d'élèves qui nous éclaire davantage au niveau qualitatif.

IV. Conclusion

Cette étude reste partielle, par le nombre restreint de binômes observés, mais surtout parce que nous ne sommes pas allés dans les classes observer les pratiques des professeurs et des élèves. Cependant, cette première ébauche nous a tout de même permis de montrer, en particulier à travers l'usage des « dessins à main levée », l'évolution difficile pour les élèves en classe de $5^{ième}$, d'une géométrie descriptive et pratique vers une géométrie théorique où l'argumentation occupe une place importante.

On observe en effet un changement de contrat qui perturbe les élèves. Alors qu'au début du collège, on accepte des réponses basées sur l'intuition et l'expérience, on les oblige ensuite à justifier leurs résultats avec des arguments théoriques. C'est bien la nature des arguments qui change et non le fait d'argumenter. Nous rejoignons là la position de Duval (1992) sur les ruptures et continuité dans les types d'argumentation.

Les professeurs de collège doivent donner un sens à la démonstration, montrer à l'élève que c'est un outil indispensable pour valider un énoncé mathématique. Ils ont donc pour objectif de forcer ce passage au raisonnement déductif. La classe de $5^{ème}$ constitue une étape clé dans ce travail didactique important.

Nous avons vu que pour atteindre cet objectif, les manuels proposent de fonder des énoncés sur des dessins à main levée qui sont en fait souvent des dessins faux.

Cependant, nos expérimentations fournissent des indices laissant penser que cet outil pose des difficultés et ne permet pas le passage à une géométrie théorique pour de nombreux élèves. Visiblement, plusieurs élèves, en effet, n'arrivent pas à gérer la contradiction entre leur perception et les propriétés annoncées dans l'énoncé. Ce décalage perturbe aussi bien leur analyse perceptive que théorique. Autrement dit, comme pour Tom, un nouveau problème apparaît : celui de comprendre la signification de ce dessin et ses liens avec les autres informations du texte. Il paraît clair que de nombreux élèves ont alors besoin de refaire un dessin, mais la nature et la fonction que doivent prendre ces nouveaux dessins ne va pas de soi. Ainsi, certains élèves ont besoin d'un dessin instrumenté correct, voire même avec des mesures particulières non fournies par l'énoncé. La situation peut être très complexe quand l'énoncé ne permet pas un programme de construction simple du dessin (comme dans la première de nos expérimentations). Dans le cas où le dessin est possible, celui-ci peut éventuellement se substituer à l'argumentation théorique. Certains élèves, au contraire, tentent un dessin à main levée, mais il apparaît alors que celui-ci joue un rôle mal défini et sert plus à rappeler certaines formes géométriques, qu'à reproduire les conditions de l'énoncé. Au final, les exercices partant d'un dessin faux peuvent embrouiller les élèves et en tous cas ne bloquent pas la reproduction par un dessin correct. La question du rapport entre dessin et argumentation n'évolue donc guère par rapport à la situation classique.

Sans vouloir rejeter en bloc l'utilisation de dessins à main levée dans la pratique des classes de collège, il nous semble donc, à l'appui de nos analyses, qu'il y aurait lieu de réfléchir à des dispositifs et des pratiques permettant de l'intégrer aussi dans le topos de l'élève, pour qu'il y trouve une meilleure fonction heuristique. Enfin, il semble nécessaire d'éviter la dérive conduisant à l'utilisation de dessins faux, qui s'éloignant de la fonction du dessin à main levée, mettent les élèves dans des situations inutilement perturbatrices entre perception et argumentation théorique.

Bibliographie

ARSAC, G., et al. (1992). Initiation au raisonnement déductif au collège. Lyon : Presses Universitaires de Lyon.

ARSAC, G. (1999). Variations et variables de la démonstration géométrique. Recherche en didactique des mathématiques. Vol 19/3. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BARBIN, E., DUVAL, R. GIORGIUTTI, I., HOUDEBINE, J., LABORDE, C. (2001). Produire et lire des textes de démonstration. Paris : Ellipses.

BARBIN, E. (2001). Qu'est-ce que faire de la géométrie ? Repères IREM n° 43.

BKOUCHE, R. (2002). Du raisonnement à la démonstration. Repères IREM n° 47

CHEVALLARD, Y. (1991) La transposition didactique, Grenoble : La Pensée Sauvage Edition.

DUVAL, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. Annales de didactique et sciences cognitives. Vol 1. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

DUVAL, R. (1992). Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive ? Petit x n° 31. Grenoble : IREM de Grenoble.

DUVAL, R., Egret, M. A. (1993). Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif. Repères IREM n° 12.

DUVAL, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. Repères IREM n° 17.

DUVAL, R. (2000). Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration mathématique. Recherche en didactique des mathématiques. Vol 20/2. Grenoble : La Pensée Sauvage.

DUVAL, R. (2003). Décrire, visualiser ou raisonner : quels "apprentissages premiers" de l'activité mathématique ? Annales de didactique et sciences cognitives. Vol 8. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

GANDIT, M. (2004a). Preuve ou démonstration, un thème pour la formation des enseignants : première partie. Petit x n° 65. Grenoble : IREM de Grenoble.

GANDIT, M. (2004b). Preuve ou démonstration, un thème pour la formation des enseignants : deuxième partie. Petit x n° 66. Grenoble : IREM de Grenoble.

GONSETH, F. (1945). La géométrie et le problème de l'espace. Lausanne : Editions du Griffon.

HOUDEBINE, J. (1998). La démonstration. Ecrire des mathématiques au collège et lycée. Paris : Hachette.

HOUDEMENT, C., KUZNIAK, A. (2000). Formation des maîtres et paradigmes géométriques. Recherche en didactique des mathématiques. Vol 20/1. Grenoble : La Pensée Sauvage.

LABORDE, C., CAPPONI, B. (1994). Cabri-geomètre constitutant un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. Recherche en didactique des mathématiques. Vol 14, n°1. 2. Grenoble : La Pensée Sauvage.

MOREAU, V. (2004). Rôle du dessin à main levée dans les activités d'argumentation en classe de 5ème. Mémoire de DEA Didactiques et interaction. Université Lumière Lyon II.

PLUVINAGE, F. (1989). Aspects multidimentionnels du raisonnement géométrique. Annales de didactique et sciences cognitives. Vol 2. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

ROLET, C. (1996). Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte CABRI-GEOMETRE. Thèse de l'Université Claude Bernard. Lyon

Manuels scolaires

Collection Transmath 5ème (2001).Editions Nathan

Collection Dimathème 5ème (2001). Editions Didier

Collection 5 sur 5 5ème (2001). Hachette Education

Collection Triangle 5ème (2001). Editions Hatier

Collection Maths 5ème (2001). Editions Magnard

Collection Nouveau Décimale 5ème (2001). Editions Belin.