Les textes relatifs à1'enseignement des mathématiques aux cycles 2 et 3 mis en consultation auprès des enseignants ont suscité des réactions contrastées. Nous avions publié dans le numéro 65 un certain nombre de réactions d'organismes et de collègue. Le numéro spécial n° 3 du BO (29 juin 2000) en a présenté une synthèse intéressante.

Nous avions annoncé dans le même numéro notre volonté de continuer à alimenter la réflexion.
L'équipe ERMEL (équipe de recherche en didactique des mathématiques de l'INRP) ayant rédigé un texte de réflexions et de propositions, texte adressé en juillet dernier à différents responsables du système éducatif, nous avons décidé de publier ce document. Il s'appuie sur les travaux conduits par cette équipe depuis 1985, qui ont d'abord porté sur les apprentissages numériques et la résolution de problèmes et se prolongent aujourd'hui à propos des apprentissages géométriques.

PROPOSITIONS POUR UN TEXTE D'ACCOMPAGNEMENT DES PROGRAMMES[1] (Equipe INRP) [2]

QUELQUES PREALABLES

1) Prendre en compte les connaissances préalables des élèves

Pour tous les apprentissages, les élèves disposent souvent de **connaissances préalables** (partielles et imparfaites). Il importe, à chaque étape, de repérer ces acquis préalables, et par la suite de gérer la diversité des élèves, en prenant en compte le fait que tous n'apprennent ni dans le même temps, ni en empruntant les mêmes itinéraires. Une gestion différenciée des apprentissages s'impose qui concilie la possibilité pour les élèves d'élaborer et de mettre en œuvre des **solutions personnelles** et la nécessité, à un certain moment, d'acquérir les **solutions expertes** qui permettent de traiter un problème ou une tâche donnés.
En particulier, les élèves arrivant au CP ont déjà une pratique des nombres (plus ou moins étendue) sur laquelle doivent s'ancrer les apprentissages nouveaux. Rien ne justifie, à cet égard, une étude des nombres un par un. Au contraire, les premières situations proposées peuvent se situer dans un champ de nombres relativement étendu (par exemple jusqu'à 10 ou 15).

2) Situer la résolution de problèmes au cœur des apprentissages numériques

→ **La résolution de problèmes** constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Dès les premiers apprentissages, les mathématiques doivent être perçues (et donc vécues) comme

[1] Ce texte ne constitue évidemment pas un document officiel. Il n'en ni la volonté, ni les caractéristiques. Il est plutôt destiné à être discuté, critiqué. . ., bref à provoquer et alimenter le débat. Que les lecteurs de la revue n'hésitent pas à nous faire part de leur point de vue, de leurs remarques, de leurs critiques, ...

[2] Le texte a été rédigé, au nom de l'équipe de recherche de l'INRP qui travaille sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire par Henri-Claude Argaud (IUFM de Grenoble, centre de Valence), Roland Charnay (IUFM de Lyon, centre de Bourg en Bresse), Jacques Douaire (IUFM de Versailles, centre d'Anthony), Marie-Paule Dussuc (IUFM de Lyon, centre de Bourg-en-Bresse), Robert Neyret (IUFM de Grenoble, centre de Grenoble)

fournissant des moyens, des outils pour maîtriser des situations auxquelles l'action seule ne peut apporter de réponses suffisantes. Faire des mathématiques, c'est élaborer de tels outils qui permettent de résoudre de véritables problèmes, puis chercher à mieux connaître les outils élaborés, de s'entraîner à leur utilisation pour les rendre opératoires dans de nouveaux problèmes.

Ainsi, les nombres sont un bon outil pour :

. garder « une mémoire » des quantités ou des grandeurs ;

. comparer des quantités ou des grandeurs (ou des positions), notamment lorsque les collections ou objets ne sont pas comparables directement ;

. anticiper le résultat d'une action sur une quantité, une mesure ou une position (réunion, partage, augmentation, diminution, déplacement, …).

Ces problèmes relevant de différentes catégories peuvent être traités très tôt par les élèves. Selon le moment où ils sont proposés, selon les connaissances disponibles chez les élèves, ils seront résolus par des « **solutions personnelles** » (exemple d'un problème de partage résolu par soustractions successives ou par essais multiplicatifs) ou par une « **solution experte** » (exemple d'un problème de partage résolu en utilisant la division).

La capacité à élaborer une solution personnelle originale constitue à la fois une avancée dans le développement de l'autonomie de l'élève et un moyen de différenciation pour l'enseignant.

Lors d'échanges au sein de la classe, la confrontation de solutions différentes et leur mise en relation ainsi que la recherche et l'analyse des erreurs sont une occasion de progrès pour les élèves.

3) Situer les apprentissages dans la durée

La maîtrise d'un domaine de savoir est une affaire de **long terme**. Il faut, par exemple, plusieurs années pour que les élèves maîtrisent l'ensemble du domaine additif. Reconnaître l'ensemble des problèmes qui peuvent être résolus par une addition ou une soustraction, établir un lien entre ces deux opérations, en maîtriser les propriétés, savoir calculer mentalement et par écrit, …, tout cela se fait dans la durée, une durée qui parfois, comme le révèlent certains résultats à des problèmes posés à l'entrée en Sixième, dépasse celle de l'école primaire. Penser les programmations d'apprentissage, non seulement en terme d'années, mais en termes de cycles et en termes d'articulation avec d'autres degrés d'enseignement, devient alors une nécessité.

Dans le même esprit, les critères de la **difficulté d'un problème** relevant du domaine numérique ne sont pas à chercher d'abord dans le type de calcul expert dont relève le problème. Trouver le résultat du partage de 12 objets entre 4 personnes (qui relève de la division) peut, pour un élève de CE2, être plus simple que celui qui consiste à trouver combien de billes possédait un élève qui vient d'en perdre 4 et à qui il en reste 12 (qui relève pourtant de l'addition)… La programmation des problèmes proposés aux élèves n'a ainsi pas à s'appuyer exclusivement sur celle des apprentissages dans le domaine du calcul expert dont relèvent ces problèmes.

Notre proposition s’articule autour de quatre thèmes principaux, en cohérence avec la déclinaison des textes actuels.

Dans le premier thème (Résolution de problèmes), nous développons les principaux points qui nous paraissent devoir être mis en évidence pour développer chez les élèves une réelle activité mathématique. Nous avons choisi de compléter cette partie par le commentaire relatif au domaine de la proportionnalité, dans la mesure où ce domaine constitue un lieu privilégié, à la fin de l’école primaire et dans l’optique d’une articulation avec le début du collège, de la mise en œuvre par les élèves d’une diversité de raisonnements mobilisant l’ensemble des connaissances acquises dans divers domaines, relevant ou non des apprentissages mathématiques.

Le deuxième thème (Nombres et calcul) prend en considération l’ensemble des apprentissages numériques qu’ils concernent le domaine des nombres naturels ou celui des fractions et des nombres décimaux. Nos travaux de recherche ont été tout particulièrement consacré à ce thème depuis une quinzaine d’années (productions de l’équipe ERMEL).

Le troisième thème est consacré aux apprentissages spatio-géométriques. Ce thème suscite un renouvellement des travaux de recherche, depuis déjà quelques années. Notre propre équipe y travaille, pour le cycle 3, depuis quatre ans.

Le quatrième thème (Grandeurs et mesurage) se situe à l’intersection des deux précédents.

RESOLUTION DE PROBLEMES

I – Généralités

1) Les activités de résolution de problèmes peuvent être utilisées à des fins diverses :

- permettre la construction et l'appropriation de nouvelles connaissances comme outils pertinents pour traiter des problèmes ;
- étendre le champ d'application de connaissances à de nouveaux contextes;
- utiliser des acquis et en contrôler la disponibilité ;
- développer l'aptitude à chercher.

En particulier des situations de recherche dont l'objectif est de conduire l'élève à émettre des hypothèses, à faire des choix et les expliquer, à contrôler ses réponses peuvent être proposées dès le cycle 2. Ces situations peuvent enrichir sa représentation des mathématiques, développer son désir de chercher, ses capacités de résolution et la confiance qu'il peut avoir dans ses propres moyens.

2) Les tâches de l'élève, lors de la résolution d'un problème ne doivent pas se limiter, à faire un calcul avec les nombres de l'énoncé, ou à appliquer ce qui vient d'être étudié en classe, sans s'interroger sur la pertinence des connaissances utilisées et sur la plausibilité du résultat.
Il est nécessaire que les élèves prennent en charge les différentes tâches associées à la résolution d'un problème :
chercher parmi plusieurs méthodes la plus pertinente afin de produire une solution personnelle ;
vérifier par eux-mêmes les résultats obtenus ;
formuler une réponse dans les termes du problème ;
expliquer leurs méthodes.
Pour cela l'enseignant doit faire comprendre aux élèves qu'ils ont la responsabilité de ces différentes tâches.

3) Certains problèmes proposés peuvent être **des problèmes nécessitant l'utilisation de plusieurs domaines de connaissances** (problèmes complexes) : situations proches de la vie de l'élève, ou effectivement vécues par la classe, ou en relation avec d'autres domaines ou disciplines. Ils peuvent être présentés sous forme d'énoncés ou s'appuyer sur des formes différentes (images, puis au cycle 3, graphiques, tableaux, documents divers…) et demandent à l'élève de :

- rechercher l'information sur différents supports ;
- reconnaître, identifier et interpréter les informations pertinentes ;
- déterminer au cours de la résolution, les questions ou les calculs essentiels en prenant conscience que les données ne sont pas toujours fournies dans l'ordre de leur traitement.

Au Cycle 3 les élèves seront amenés à décomposer le cas échéant le problème en sous-problèmes articulés entre eux, puis progressivement à en planifier la résolution.

4) Les problèmes proposés peuvent être aussi des situations plus spécifiquement mathématiques (des problèmes ouverts) **centrées sur l'activité de recherche** dans lesquels il s'agit :

- d'améliorer la gestion des procédures par essais de calculs successifs (garder la trace des essais, identifier les variables, contrôler que l'on a toutes les solutions) ;
- d'émettre des hypothèses ;
- d'argumenter à propos de la validité d'une proposition.

5) La formulation des résultats et des méthodes
L'explicitation des résultats et des démarches évolue, au cycle 2, de l'oral vers l'écrit. L'élève s'appuie pour cela sur les traces de ses essais, sur ses écrits de recherche, qui lui permettent, en cours de la résolution, de savoir où il en est, de réinterpréter un résultat ou un calcul, d'améliorer une procédure.

Au cours du cycle 3, il apprend à rédiger la solution d'un problème; cet écrit devant permettre, de façon autonome, la compréhension de la solution. La rédaction de la solution est donc différente de l'écrit de recherche de l'élève. La rédaction pourra être précédée d'un moment collectif pour en déterminer les étapes essentielles, puis devenir une tâche autonome de l'élève en fin de cycle.

6) La validation
Les situations de recherche sont l'occasion d'un travail sur l'argumentation en mathématique, au cours duquel les élèves apprennent à formuler des propriétés, à élaborer des preuves, à les critiquer et à en débattre dans le but d'établir la valeur de vérité d'une proposition. Cela suppose l'existence d'échanges entre les élèves et implique que la responsabilité de la preuve leur soit confiée.

II – L'exemple de la proportionnalite

Principaux objectifs

- Identifier les grandeurs qui sont mises en relation dans certaines situations, savoir organiser et associer les données correspondantes
- Reconnaître et traiter (avec les moyens de son choix) des problèmes relevant de la proportionnalité

Quelques orientations

1) **La proportionnalité** occupe une place importante aussi bien dans la vie courante que dans différents domaines enseignés dès le collège (sciences expérimentales, géographie, …). Amorcé à l'école primaire, son enseignement se poursuivra jusqu'à la fin du collège. En réalité, à l'école primaire, il s'agit moins d'enseigner la proportionnalité que de confronter les élèves à des problèmes dont la résolution en met en jeu divers aspects. Autrement dit, il s'agit davantage d'utiliser la proportionnalité, en acte, comme « outil » pour résoudre des problèmes, que de l'étudier pour elle-même. L'aspect « résolution de problèmes » domine donc par rapport à l'aspect « étude de la proportionnalité. Dans le traitement des situations, les élèves sont conduits à utiliser des raisonnements de divers types :
- l'idée de **« fois plus »**, appliquée simultanément aux deux grandeurs en relation, est fondamentale : si j'achète trois fois plus d'objets, je paierai une somme trois fois plus importante... ;
- le **coefficient de proportionnalité** peut également être utilisé, lorsqu'il a du sens (par exemple : les dimensions sur le plan sont dix fois plus petites que dans la réalité).

La notion de proportionnalité, à la fin de l'école primaire, est ainsi liée à la possibilité de faire fonctionner ou non de tels types de raisonnement. Elle constitue une occasion de synthèse de l’ensemble des apprentissages numériques, géométriques et relatifs au mesurage et doit être située résolument dans l’optique de la résolution de problèmes faisant intervenir simultanément divers types de connaissances, à l’aide de raisonnements diversifiés.

2) Des situations où des grandeurs peuvent être mises en correspondance, mais où ces types de raisonnement ne sont pas appropriés doivent également être proposées (tarifs postaux, par exemple) : **situations de non-proportionnalité**.

3) Les situations mettant en jeu les **notions de pourcentages, vitesses, échelles** relèvent de la même approche à l'école primaire... Les problèmes correspondant peuvent être résolus en utilisant **les mêmes types de raisonnement**, sans qu’il soit nécessaire d’élaborer des techniques spécifiques (dont l’apprentissage relève du collège). Par exemple :
« Un objet coûte 350 F et subit une baisse de 20 % ».

Pour calculer la baisse, à la fin de l'école primaire, les élèves peuvent utiliser un raisonnement du type : *« Pour 100 F, la baisse est de 20 F, pour 300 F, elle est trois fois plus importante, donc de 60 F, pour 50 F (qui est la moitié de 100 F) elle est de 10 F, donc pour 350 F, elle est de 70 F ».*

4) Dans le domaine du traitement des données, une première rencontre avec **la lecture, l’interprétation et l’élaboration de tableaux ou graphiques** peut être envisagée, en relation avec des situations dont le contexte est familier aux élèves.

NOMBRES ET CALCUL

I - Nombres naturels

Principaux objectifs

- Utiliser les nombres naturels et le calcul pour résoudre différents types de problèmes portant sur des quantités, des mesures de grandeurs (longueurs, masses, durées, prix, aire), ou relatifs à des positions sur une piste graduée :
  - problèmes où on a à exprimer des quantités, des mesures ou des positions ;
  - problèmes où on a à les comparer ;
  - problèmes où on a à les reproduire ;
  - problèmes où on a à anticiper des résultats dans des situations de type : regroupement, partage, augmentation ou diminution, déplacement, …

- Savoir dénombrer de différentes manières (identification perceptive, comptage un par un, deux par deux, dix par dix, utilisation du calcul, …)

- Connaître les principes de la numération décimale : information apportée par la position d'un chiffre dans l'écriture d'un nombre, lien avec les groupements et les échanges sous-jacents, organisation de la suite des nombres, …

Passer de la numération écrite chiffrée à la numération orale, et inversement

- Connaître et utiliser différents outils de calcul, en choisissant le plus adapté : calcul mental exact et approché (mémorisation de résultats et calcul réfléchi), calculettes, calcul posé.

Quelques orientations

1) Numération décimale

→ **Les nombres sont d'abord un outil pour dénombrer et pour mesurer**. Pour cela, différentes stratégies peuvent être mobilisées et doivent faire l'objet d'un apprentissage : comptage un à un, identification perceptive (pour les très petites quantités), organisation de la collection en groupements par dix, par cent, … et utilisation de la numération, organisation de la collection débouchant sur un calcul (par exemple, organisation en rangées et colonnes), …

→ Une bonne maîtrise de la **numération décimale** est essentielle pour l'apprentissage du calcul, dont les procédés s'appuient à la fois sur des connaissances en numération et sur certaines propriétés des opérations. La connaissance essentielle à mettre en place par les élèves concerne l'identification de la valeur des chiffres en fonction de leurs positions dans l'écriture, en relation avec les groupements sous-jacents. Un travail dans le domaine du dénombrement (groupements par dix, cent, …), dans celui de la monnaie (fondé sur des échanges comme celui possible entre un billet de dix euros et dix pièces de un euro) ou encore dans celui de la mesure (relations entre unités du système métrique) permet de travailler et d'enrichir cette connaissance.
Les apports mutuels du calcul et de la numération sont également à mettre en valeur (exemple 1 : une collection organisée en dizaines peut être évaluée en comptant les paquets de 10, en comptant de 10 en 10 ou en multipliant par 10 le nombre de tas, … ; exemple 2 : explicitation de procédés de calcul en relation avec la numération comme : multiplier 453 par 4, c'est multiplier 3 unités, 5 dizaines et 4 centaines par 4 et utiliser les échanges nécessaires entre unités, dizaines et centaines).

→ La **numération orale** ne comporte pas les mêmes régularités que la numération écrite, notamment pour les cent premiers nombres. Dans cet esprit, le travail sur la numération écrite peut, en partie, être fait indépendamment de celui sur la numération orale : on peut comprendre que dans 75 il y a 7 dizaines et 5 unités sans savoir lire « soixante-quinze ». Mais, il est également essentiel, au-delà de ces différences, de mettre l'accent sur ce qui, plus fondamentalement, permet de relier numération orale et numération écrite : rôle des mots tels que « vingt », « trente », … pour les nombres de 2 chiffres, rôle des mots clés « cent » et « mille » pour les nombres plus grands…

2) Le calcul sur les naturels

→ **Les outils de calcul** utilisés dans notre société (au quotidien, dans le monde du travail, comme dans l'enseignement secondaire et au-delà) ont évolué. Pour l'essentiel, les calculs ne sont plus effectués en utilisant les « techniques opératoires » (calcul posé), mais en utilisant calculatrices ou ordinateurs. La question de la place à accorder aux différents moyens de calculer (calcul posé, calculatrices, calcul mental) doit donc être étudiée, de même que celle des enjeux de leurs apprentissages.

→ **Le calcul mental** doit occuper la place principale à l'école primaire, dès le cycle 2. Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne (que ce soit pour obtenir un résultat exact si celui-ci est accessible de cette façon ou pour en évaluer un ordre de grandeur). Elle est indispensable également à une bonne compréhension de notions mathématiques (traitements relatifs à la proportionnalité, compréhension du calcul sur les relatifs au collège, …). Et surtout, la pratique régulière du calcul mental réfléchi permet de mettre en place une familiarité avec les nombres et une première approche (en situation) des propriétés des opérations (que l'on pense aux différentes méthodes utilisables pour calculer 37 + 18 ou 25 x 16).
Dans ce domaine particulièrement, il convient de distinguer (et donc de préciser) **ce qu'il faut mémoriser** (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure, …) et **ce qu'il faut être capable de reconstruire** (et qui relève du calcul réfléchi : idée de rendre plus simple un calcul, souvent en le rendant plus long, mais en s'appuyant sur ce qui est connu).
Le domaine numérique n'est pas seulement structuré par la suite des nombres et ses régularités ou par l'ordre (comparaison). Il doit également l'être sur le plan **arithmétique**, au travers de la connaissance des relations (notamment rapports) qui existent entre certains nombres « privilégiés » (comme 100 ou 60 et leurs diviseurs,…).

→ Au-delà de son emploi dans le cadre de la résolution de problèmes, la pratique du **calcul assisté par une machine** (notamment par un calculatrice et par une toute première initiation au tableur) doit faire l'objet d'activités spécifiques. L'utilisation de machines nécessite en effet fréquemment une organisation préalable des calculs à effectuer, ainsi que des résultats obtenus et un contrôle (par un calcul approché) de ceux-ci. De même doit être étudié ce que peut fournir tel ou tel outil (touches : et division, touches mémoire et calcul parenthésé, …), ses possibilités et ses limites pouvant ainsi être mises en évidence.

→ Le travail sur les **techniques usuelles** (calcul posé) doit faire l'objet d'un recentrage. Pour l'addition, la soustraction et la multiplication, leur usage dans des cas simples (résultat à deux ou trois chiffres) doit être assuré. Mais une part essentielle de l'activité doit résider dans la recherche de la compréhension et de la justification des techniques utilisées, ce qui conduit à une mise en place un peu plus tardive que ce qui est fait

habituellement (fin du cycle 2 pour l'addition, au cycle 3 pour la soustraction et la multiplication).
Pour la division, en attendant les conclusions de travaux qui devraient être menés, on peut se limiter à des calculs simples à la fin du cycle 3 (du type 432 divisé par 7) posés en gardant la trace des soustractions effectués. *A terme, la pertinence de cet apprentissage de la « division posée » devra être ré-interrogée.*

→ Bien avant que les techniques écrites usuelles ne soient mises en place, les élèves seront invités à élaborer des résultats en utilisant des **procédures personnelles**. Ainsi, par exemple, le quotient et le reste de la division de 432 en 7 peuvent être obtenus dès le début du cycle 3 en soustrayant plusieurs fois de 432 le nombre 7 ou des multiples de ce nombre ou encore en partageant d'abord les 43 dizaines, puis les unités qui restent… et cela bien avant que la technique usuelle ne soit envisagée.

II- Décimaux fractions

Principaux objectifs

- Utiliser les nombres décimaux et certaines fractions ainsi que le calcul sur ceux-ci pour résoudre différents types de problèmes (graduations, partages, mesures, intercalations…)
- Comprendre en quoi les nombres décimaux (qui incluent les nombres naturels ont d'autres propriétés que ceux-ci (comparaison, intercalation…)
- Connaître et être capable de produire différentes écritures des nombres décimaux (décomposition, passage des écritures en fractions décimales à des écritures à virgule et réciproquement)
- Etendre aux nombres décimaux le principe de la numération décimale (relation entre différentes unités, informations fournies par la position des chiffres…)
- Dégager des règles de comparaison des nombres décimaux
- Additionner et soustraire deux nombres décimaux, multiplier un décimal par un entier
- Pouvoir estimer mentalement un ordre de grandeur (d'un décimal, de certains résultats additifs et multiplicatifs)

Quelques orientations

1) Décimaux, fractions et sens

Même si l'environnement social des élèves leur a permis de rencontrer écritures fractionnaires (associées aux expressions demi-heure, quart d'heure...) et écritures à virgule (prix, mesures...), il s'agit bien pour eux de s'approprier des nombres nouveaux auxquels il convient d'abord de donner un sens par le recours à des situations concrètes: mesurages, quadrillages, graduations, référence à la mesure des durées...
Dans un premier temps, ces activités permettent aux élèves de prendre conscience de l'insuffisance des nombres naturels pour traiter certains des problèmes auxquels ils peuvent être confrontés: ainsi pour pouvoir coder la mesure d'un segment il faut parfois subdiviser l'unité employée.
I1 convient de souligner qu'au cycle 3, il s'agit seulement d'utiliser quelques fractions simples, en situation, pour résoudre des problèmes où leur usage s'avère nécessaire. Le recours aux fractions de dénominateur 10, 100... peut permettre une première approche des nombres décimaux ou aider à la compréhension de certaines écritures, décimales ou complexes (tant à l'écrit qu'à l'oral).

Il importe toutefois qu'au cours du cycle 3, différents contextes soient étudiés, aucun d'entre eux ne permettant de développer l'ensemble des compétences à faire acquérir sur les nombres décimaux et les fractions.

2) Décimaux et numération

Le travail sur les entiers à propos de la numération met l'accent principalement sur les rapports d'une unité avec une unité d'ordre inférieur. Le travail sur les décimaux va mettre davantage l'accent sur les rapports des unités aux unités d'ordre supérieur. C'est ainsi que l'on souhaite que les enfants disposent par exemple du fait qu'un centième, c'est le dixième du dixième. Le travail sur les décimaux permet aussi de percevoir de nouvelles relations en ce qui concerne les entiers : ainsi la dizaine est perçue comme le dixième de la centaine. Ce n’est pas tant les relations formelles entre les unités qui sont importantes, mais la capacité pour les enfants à les mobiliser en situation de résolution de problèmes.
Il est important que les élèves maîtrisent des écritures variées d'un nombre naturel (décompositions additives, multiplicatives, relations particulières...) et il est aussi nécessaire qu'ils soient capables de produire différentes écritures des nombres décimaux. Par exemple pour le décimal 12,24 ; 12,240 ; 12 + 0,24 ; 12 + 0,2 + 0,04 ; 12 + 2x0,1 + 4 x 0,01 ; 12 + 24/100 ; 12 + 2/10 + 4/100 ; 1224/100....
Cette recherche d'une diversification des écritures d'un décimal doit pouvoir se compléter d'un inventaire des différentes désignations orales : « douze virgule vingt quatre », « douze unités et vingt quatre centièmes », « douze unités, deux dixièmes, quatre centièmes »...
Les élèves pourront alors prolonger aux nombres décimaux des résultats obtenus dans l'ensemble des nombres naturels.

3) Décimaux et comparaison

Pour la comparaison des nombres décimaux, où les différences avec ce qu'ils ont acquis sur les nombres naturels sont importantes, les élèves rencontrent assez fréquemment des difficultés pour comprendre ou admettre les faits suivants :
il faut d’abord s’intéresser aux parties entières ;
de deux nombres décimaux, le plus grand n'est pas nécessairement celui qui possède l'écriture la plus longue: 47,025 est plus petit que 47,3 ;
on peut toujours intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux donnés.
Le recours à diverses concrétisations (longueurs...), l'utilisation de graduations de plus en plus fines sur une droite (problèmes d'intercalation par exemple), les décompositions du type 47 + 2/100 + 5/1000, l’appui sur la valeur des chiffres par rapport à leur position permettent de faire prendre conscience aux élèves des règles de comparaison des nombres décimaux.

4) Décimaux et opérations

L'addition et la soustraction des nombres décimaux peuvent aisément acquérir une signification au travers de la résolution de problèmes portant sur des situations concrètes (prix...) ou d'activités de mesurage (recherche d'un périmètre, comparaison de masses...) .
Les significations construites avec les opérations correspondantes sur les nombres naturels sont facilement étendues aux nombres décimaux, notamment en prenant appui sur certaines de leurs désignations. Cela permet d’étendre par la suite les techniques de calcul utilisées sur les nombres entiers.
Le produit de deux décimaux ne figure pas au programme de l'école primaire, mais les élèves auront pu être confrontés à des problèmes du type :
calcul de « l'aire du rectangle » où ils peuvent utiliser une calculatrice ;

recherche du « prix de 2,5 kg de fromage à 40,60 le kg » où ils peuvent utiliser des procédures personnelles, par exemple liées à la proportionnalité (calcul du prix de 2kg, puis du prix de 500 g considéré comme un demi-kilogramme).
Les nombres décimaux sont également utilisés dans des problèmes où la division peut être prolongée au-delà de virgule (problèmes de partage de longueurs, par exemple).
Les élèves sont capables de calculer le produit d'un décimal par un entier (la référence à l'addition réitérée est possible comme dans le cas du produit de deux entiers) et d'étendre la technique de la division d'un entier par un entier à la recherche du quotient décimal.

5) Décimaux et calcul mental

Il convient d'entretenir et d'élargir le champ des résultats mémorisés à propos des entiers (0,5 + 0,5 ; 4 x 2,5...) et de pratiquer régulièrement le calcul réfléchi étendu aux nombres décimaux sur des exemples simples: 2,6 + 3,4 ; 4 x 2,5 ...
Une bonne maîtrise du calcul réfléchi prend appui sur la connaissance, en acte, des principes de notre système de numération et des propriétés des opérations. Elle nécessite la mémorisation d'un certain nombre de résultats (tables d'addition, de multiplication, relations particulières entre nombres "clés"...) et la capacité à multiplier ou à diviser par 10, 100, 1000 un nombre naturel ou décimal.
D'une manière générale, il est intéressant de faire prendre conscience aux élèves de la diversité des procédures qu'ils peuvent utiliser en calcul réfléchi en favorisant l'apprentissage au travers d'activités spécifiques qui amèneront les élèves à utiliser diverses propriétés des opérations :
1,75 + 4,8 +0,25 c'est aussi 1,75 + 0,25 + 4,8 plus aisé à calculer ;
30 x 2,4 c'est aussi 3 x (10 x 2,4) ou (2,4 x 3) x 10.

6) Ecritures décimales et écritures complexes

L'articulation avec le système métrique est recherchée dès que les enfants disposent de connaissances sur les écritures à virgule, notamment en ce qui concerne les rapports entre unités, la multiplication et division par 10, 100, 1000... Les enfants peuvent utiliser ces connaissances pour compléter les significations données aux écritures complexes. En particulier, c'est l'occasion de revenir sur les erreurs fréquentes que l'on constate chez les élèves du type « 4F 5c équivaut à 4,5F ».

ESPACE ET GEOMETRIE

Ce que les programmes appellent « géométrie » renvoie à l'école primaire à deux champs de connaissances :
- les connaissances que l'on peut qualifier de « spatiales » permettent à toute personne de contrôler ses rapports à l'espace environnant et de résoudre un certain nombre de problèmes, comme se repérer, se diriger, mémoriser, communiquer des informations liées à une position ou à un déplacement ou celles relatives à la construction d'un objet ;
- les connaissances que l'on peut qualifier de « géométriques » se réfèrent à un savoir mathématique élaboré au cours de l'histoire, c'est-à-dire à des concepts théoriques et à des théorèmes. Ces connaissances permettent de résoudre des problèmes de l'espace physique ou graphique, rencontrés notamment dans le cadre de pratiques professionnelles, mais aussi des problèmes issus de la théorie mathématique.

Les connaissances spatiales

La part de l'enseignement réservé à la structuration de l'espace est d'autant plus importante que les enfants sont jeunes. Mais ces connaissances doivent être entraînées et développées tout au long de la scolarité primaire si l'on veut former des adultes capables de se repérer dans une ville à l'aide d'un plan, de réaliser une construction à l'aide d'une notice de montage, …
Ces connaissances relèvent également d'autres champs disciplinaires comme l'EPS, la géographie ou la technologie.

Principaux objectifs relatifs aux connaissances spatiales

On peut spécifier différents axes de travail :
- repérage dans différents lieux connus, inconnus, de la taille de la classe, de l'école, du quartier, de la ville
- utilisation d'indicateurs spatiaux pour communiquer sa position ou celle d'un objet par rapport à d'autres objets dans un espace à trois dimensions
- utilisation d'indicateurs spatiaux pour repérer un objet par rapport à d'autres objets dans un espace plan (tableau, feuille de papier, quadrillage)
- différenciation des points de vue sur un espace : comprendre que ce que l'on voit dépend d'où on se place, anticiper sur ce que voit un observateur suivant sa position
- construction et utilisation de représentations planes de l'espace comme le plan ou des schémas en perspective.

Les connaissances géométriques

Les concepts géométriques auxquels les enfants sont initiés à l'école primaire sont le résultat d'une longue élaboration par les hommes au cours de l'histoire. Il s'agit à l'école élémentaire de permettre l'appropriation par les élèves des outils conceptuels qui leur permettront, d'une part, de résoudre des problèmes simples de l'espace physique et, d'autre part, d'accéder à la géométrie enseignée au collège.
Les programmes de 1995 donnent une liste de concepts de la géométrie plane dont une première maîtrise paraît essentielle : ligne droite, perpendiculaire, parallèle. La vie sociale peut en donner une idée plus ou moins adéquate, comme pour la notion d'alignement ou de

ligne droite, mais c'est à l'école que revient la construction de la signification de ces concepts.
Il n'existe pas de progression linéaire établie assurant que tel concept soit abordé avant tel autre. Mais la progression des situations d'enseignement doit engager l'élève vers des conceptions de plus en plus élaborées. Si, au cycle 2, la plupart des problèmes posés peuvent être résolus par des compétences perceptives, au cycle 3, leur résolution doit nécessiter la mise en lien de propriétés, d'un vocabulaire spécifique et de l'utilisation d'un instrument. Un objectif de l'enseignement à l'école élémentaire pourrait s'exprimer dans le passage d'une géométrie que l'on pourrait qualifier de « perceptive » à une géométrie « instrumentée ».
L'enseignement doit assurer à l'élève de rencontrer un champ d'expériences riches qui servira de base aux constructions plus conceptualisées qui seront mises en place au collège.

Principaux objectifs relatifs aux connaissances géométriques

- reconnaissance de certaines figures ou de certains solides : carré, rectangle, cercle, triangle, cube, pavé droit ;
- reconnaissance, d'abord de manière perceptive, puis à l'aide des instruments géométriques, des propriétés de certains objets du plan et de l'espace : ligne droite, alignement, surface plane, et pour des polygones : côtés parallèles, côtés perpendiculaires, angles droits, axes de symétrie ;
- utilisation des instruments géométriques et de certains outils : règle, équerre, compas, papier calque ;
- utilisation d'un vocabulaire géométrique adapté

Ces connaissances et compétences sont travaillées lors de diverses activités :

- reconnaissance, dans le plan, de figures superposables avec ou sans retournement, mise en œuvre dans des cas simples d'une symétrie axiale ;
- problèmes de reproduction, de construction, de localisation, de description dans lesquels il s'agit d'adapter la stratégie de résolution en fonction des instruments et des supports donnés (papier blanc, papier quadrillé, formes découpées, faces emboîtables, cubes emboîtables,…).

Il convient d'insister sur certaines compétences qui doivent être développées à l'école élémentaire, car elles sont fort utiles au travail géométrique ; elles mettent en jeu la perception, mais aussi la capacité à imaginer, à anticiper une action, c'est-à-dire à construire une image mentale. Les principales compétences sont les suivantes :

- savoir reconnaître des formes planes ou spatiales identiques
- savoir isoler un objet dans un assemblage d'objets (voir des segments dans un polygone, voir des sous-figures dans une figure complexe)
- pouvoir imaginer des éléments non présents pourtant utiles à la construction ou à la reproduction d'un objet
- savoir anticiper sur l'action d'un déplacement ou d'une transformation.

Quelques orientations

1) Les limites d'un apprentissage géométrique fondé sur l'observation

Il convient de se demander comment peut se faire l'apprentissage de ces connaissances géométriques pour que celles-ci prennent du sens pour l'élève.

L'observation d'objets physiques, même plus ou moins « épurés », ne permet pas, en général, d'accéder à une signification correcte des concepts. Ainsi, l'observation des bords de la table ou de ses coins ne suffit pas pour élaborer les concepts de parallélisme ou de perpendicularité. De même, l'observation d'un objet carré ou du dessin d'un carré, ne garantit pas l'apprentissage des propriétés géométriques de la figure nommée « carré ».
Le type de méthode qui consiste à *montrer* des objets pour en étudier les propriétés a des limites évidentes : un objet ou une figure associé à un concept ne peut en présenter toutes les propriétés et, le plus souvent, en présentent d'autres non signifiantes pour le concept. Ainsi, la représentation matérielle d'une droite est nécessairement un segment et ne peut donc suffire à la compréhension du concept de droite. De même, la fréquentation de triangles le plus souvent dessinés de la même façon (dans une certaine position) amène les élèves à qualifier un triangle non particulier de « penché » ou « à l'envers ».
Le fait de savoir reconnaître perceptivement une figure ou même de pouvoir énoncer ses propriétés ne suffit pas à la mise en œuvre de celles-ci dans un problème de construction. Ainsi, un élève peut savoir réciter qu' « un carré a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits » et, si on lui demande d'en compléter un, sur une feuille de papier blanc, étant donné un de ses côtés (non parallèle au bord de la feuille), entreprendre un tracé avec l'unique outil règle (sans recourir à l'équerre) en contrôlant approximativement (de façon perceptive) la forme obtenue.

Ces quelques exemples témoignent du fait que la simple observation d'objets du plan ou de l'espace ou la récitation de propriétés associées à des figures ne permettent pas l'élaboration de connaissances géométriques suffisamment porteuses de sens, marquées principalement par la capacité à les utiliser dans les problèmes où leur utilisation est nécessaire. C'est d'avantage en offrant l'occasion aux élèves de construire ces concepts et ces propriétés comme des outils de résolution dans des problèmes où ils sont nécessaires qu'on leur permet d'en élaborer la signification et la possibilité de réinvestissement dans des problèmes nouveaux.

2) Les connaissances spatiales et géométriques, outils pour résoudre des problèmes dans l'espace

Les principaux problèmes que l'on peut rencontrer à l'école élémentaire se situent dans l'espace physique, espace qui nous entoure ou espace de la feuille de papier ; ce sont :
- des problèmes de localisation
- des problèmes d'identification
- des problèmes de description
- des problèmes de construction :
    * des problèmes de reproduction
    * des problèmes d'agrandissement ou de réduction
    * des problèmes de construction avec informations et contraintes
    * des problèmes de représentation
- des problèmes de mesurage.

Ces problèmes portent sur des objets de l'espace physique (boîte de sucre, terrain de basket, …) ou sur des objets que l'on peut qualifier d'« épurés », c'est-à-dire dont on a abstrait certaines des propriétés (solide parallélépipédique, rectangle dessiné sur une feuille,…). Ces objets « épurés » de l'espace à trois dimensions ou du plan sont des modélisations des objets de l'espace physique, en ce sens ils en constituent des abstractions ; mais ce sont aussi des représentations des objets géométriques théoriques du plan et de l'espace. Ils en permettent une approche et une première étude des propriétés.

La résolution de tels problèmes met en jeu les propriétés relatives aux espaces ou aux objets considérés, permet de construire des compétences et des stratégies spatiales et géométriques adaptées, notamment quant à l'utilisation de certains instruments, et de développer des images mentales qui constituent un premier pas dans une construction plus abstraite et conceptualisée.

Les quelques exemples qui suivent permettent d'illustrer les types de situations d'apprentissage que l'on peut mettre en place à l'école élémentaire :
exemple d'une situation liée à un problème de localisation amenant l'élève à construire une représentation ou un plan de l'espace : une chasse au trésor dans la classe.

> *Dans la classe sont placées des boites toutes identiques, dans certaines de ces boites sont cachés des trésors ; il s'agit pour un élève qui connaît les cachettes de faire un dessin qui permette à un autre élève de trouver tous les trésors.*

exemples de situations liées à des problèmes de reproduction :

> *• la reproduction d'un polygone dont les sommets sont sur les nœuds d'un quadrillage et dont les côtés ne suivent pas les lignes du quadrillage nécessite la mise en oeuvre de procédures de repérage relatif d'un nœud par rapport à un autre ;*
> *• la reproduction d'un rectangle sur papier blanc à partir de la donnée d'un de ses côtés va nécessiter la prise de conscience que ses côtés consécutifs ont une orientation relative particulière et la nécessité de trouver un outil pour les construire ;*
> *• la reproduction d'un parallélogramme non particulier sur papier blanc peut engager la nécessité de comprendre la notion d'angle, car la simple connaissance de la longueur de ses côtés ne suffit pas*.

Dans ces situations, l'objet modèle, les supports et les outils sont choisis par l'enseignant en fonction de la connaissance ou de la compétence visée.

On peut penser que, pour ces problèmes, les modes de résolution varient suivant la taille de l'espace considéré : on peut proposer à des élèves de placer un plot aligné avec deux autres dans la cour de recréation ou de placer un point aligné avec deux autres sur une feuille de papier. Dans le premier cas, une procédure pertinente pour résoudre le problème est la visée, dans le deuxième cas c'est l'utilisation d'une règle.

3) Le langage géométrique

Une introduction trop précoce et trop formelle du vocabulaire géométrique peut entraver une bonne compréhension. Il est plus pertinent de développer la compréhension et l'usage d'un vocabulaire restreint au moment où il est rendu nécessaire par la construction des concepts en relation. Le langage géométrique est introduit en situation, lors de la résolution d'un problème où son utilisation est nécessaire, la signification du mot est précisée comme différente de celle du langage courant. Les élèves vont alors lui donner un premier sens qui sera élargi au cours de la résolution d'autres problèmes.

> *Une situation de communication liée à un problème d'identification, comme un jeu de portrait sur un lot d'objets, oblige les élèves à une description. Si les objets sont des polyèdres bien choisis, il va être nécessaire, pour assurer une possibilité*

d’échange d’informations, d'utiliser un vocabulaire commun à tous : les mots conventionnels comme « faces », « arêtes », « sommets » sont alors proposés.

4) Les instruments géométriques

L'élève doit acquérir des compétences manipulatoires dans l'usage des différents instruments géométriques. Il est important de conduire l'apprentissage de techniques précises comme le prolongement d'un segment à la règle, le tracé d'une perpendiculaire passant par un point donné à l'aide de l'équerre, …
Mais ces compétences ne sauraient suffire, il faut que les élèves construisent le lien entre l’usage des instruments et les propriétés géométriques sous-jacentes : pour construire un carré sur papier blanc, on utilise la règle graduée et l’équerre parce que le carré a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits.
L'usage des instruments doit lui aussi être construit ou introduit lors de la résolution de problèmes. La situation évoquée plus haut de reproduction d’un rectangle sur papier blanc à partir d’un de ses côtés permet de construire une première signification de la perpendicularité, mais aussi d’y associer l’usage d’un instrument (l’équerre, ou un gabarit d’angle droit).

L’association (mot /dessin ou objet de l’espace / problème de référence / instrument) va permettre à l’élève de construire une première conception lié au concept géométrique théorique.

5) Le lien avec d’autres disciplines

On a vu précédemment que le développement de la maîtrise de l’espace se fait en lien avec ce qui est construit dans d’autres disciplines : éducation physique et sportive, géographie.
Les connaissances et les compétences géométriques sont souvent nécessaires à la résolution de problèmes technologiques ou physiques, en relation avec les mesures (voir ce chapitre).
Il ne faut pas négliger le lien entre géométrie et arts plastiques, certaines constructions géométriques, dans le plan ou dans l’espace, avec utilisation des instruments trouvant leur finalité dans des productions esthétiques.

GRANDEURS ET MESURAGE

Objectifs

- Faire approcher le concept de grandeur (mesurable notamment) à travers les grandeurs au programme de l'école élémentaire.
- Faire élaborer des procédures pour caractériser la grandeur des objets, directement sans la mesure d'une part, par le moyen de la mesure d'autre part (mesurage, calcul, estimation).
- Procurer, par le moyen des unités de mesure les plus usuelles de chaque grandeur et de leurs équivalences, une première connaissance du système métrique.
- Faire acquérir des éléments de distinction entre l'aire et le périmètre de figures planes.

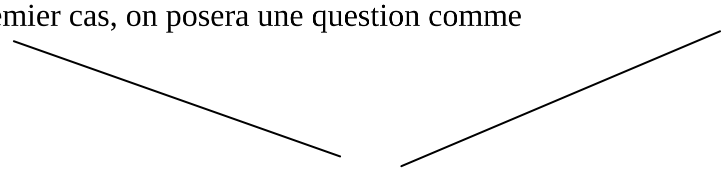
Quelques orientations

1) Les grandeurs

Qu'est ce que la grandeur d'un objet ? C'est le concept permettant d'appréhender « ce qui peut devenir plus grand ou plus petit » relativement à cet objet. Un même objet peut donc être examiné selon différentes grandeurs : la longueur, le prix, le poids, l'aire, la capacité (le volume n'étant abordé qu'à travers les capacités, conformément au programme), l'horaire et la durée.

2) Les objets

Ils sont les supports des questions sur les grandeurs. Il est utile d'en considérer deux grandes familles :
-les objets matériels,
-les objets évoqués (les figures pour les longueurs et les aires, des représentations d'objets pour les autres grandeurs).
Dans le premier cas, on posera une question comme



Lequel de ces traits est le plus long ?

Dans le second cas, ce sera
R1 est un terrain rectangulaire de 20 mètres par 70 mètres.
R2 est un autre terrain rectangulaire de 30 mètres par 50 mètres.
Lequel de R1 ou R2 est le plus grand?
Les problèmes qui sont attachés à ces deux familles d'objets sont donc sensiblement différents du point de vue des connaissances qu'ils nécessitent.
Les objets peuvent être présents et différentes actions sur ces objets comme
-la réunion d'objets pour des prix,
-la mise à la suite pour des durées
-la mise bout à bout pour des traits,
-la juxtaposition pour les surfaces,
-le remplissage pour des contenants...
sont possibles pour résoudre le problème.

Mais les objets peuvent être absents, et seulement évoqués, et le problème consiste à anticiper le résultat des actions.

3) Le sens

L'objectif prioritaire est de donner du sens aux grandeurs.
Examiner un objet du point de vue d'une grandeur nécessite que l'élève

-comprenne ce qu'est pour un objet la grandeur choisie, en appréhendant ce qui peut devenir plus grand ou plus petit du point de vue de cette grandeur;

-sache la distinguer d'une autre grandeur à propos du même objet.

Compte tenu par exemple des difficultés durables rencontrées à propos de la distinction « aire – périmètre », « poids – espace occupé » ou « horaire – durée », une attention particulière devra être portée à l'apprentissage de ces concepts.
Pour cela, la résolution de problèmes joue un rôle primordial, les activités expérimentales aussi. Il est indispensable de développer les capacités perceptives et instrumentales de l'élève (en relation avec les grandeurs) ; pour cela il faut les confronter à des activités portant sur les objets eux-mêmes et ne pas se limiter à leur proposer des activités sur des objets représentés comme celle consistant par exemple à comparer le poids d'objets à partir de dessins de balances.

4) Les problèmes

Ils portent sur la comparaison d'objets. Deux grandes catégories de problèmes sont à considérer en fonction du type de comparaison.
La première catégorie est constituée des problèmes de comparaison relative: les objets considérés ont des statuts identiques dans le problème (l'un n'a pas le statut particulier d'unité), et la comparaison des objets permet de répondre en particulier aux questions :

- *« lequel est le plus grand? »*
- *« produis un objet plus grand » « produis un objet de même grandeur »*

La seconde catégorie est constituée des problèmes de comparaison absolue, ceux au travers desquels un objet est comparé à une référence (qui est l'unité de mesure de la grandeur), celle-ci étant la même pour les différents objets. Il faut « x » références pour caractériser l'objet, et le problème a trait à la mesure ; il peut être :

- *« quelle est la mesure de grandeur de cet objet? »*
- *« produis un objet de mesure donnée ».*

La mesure constitue ici l'objet de la question du problème.

5) Comparer la grandeur d'objets sans la mesure ou avec la mesure

Lorsque les objets sont présents, le problème de leur comparaison (relative) ne nécessite en général pas l'introduction d'une unité : les élèves peuvent donc conclure sans la mesure des objets, par comparaison « directe » des objets (soupesage ou balance Roberval, mise côte à côte pour des traits, remplissage d'un même récipient, superposition de surfaces…).
La mesure est un outil pour la comparaison ; elle évite la comparaison « directe » des objets, et permet donc le cas échéant d'anticiper le résultat de la comparaison. Elle est aussi un outil pour la production d'un objet, parce qu'elle permet de produire un objet de même grandeur ou plus grand par anticipation, c'est à dire sans qu'il soit nécessaire de disposer de l'objet.

Pour la plupart des grandeurs (les durées et les prix mis à part), il paraît judicieux de faire commencer l'apprentissage par des problèmes où le recours à la mesure n'est pas nécessaire. En effet, lorsque le concept de mesure s'ajoute et se superpose à celui de

grandeur, le problème initial est souvent transformé en problème numérique, ce qui contribue à mettre au second plan et à masquer le concept de grandeur.
Les problèmes de comparaison ou de production d'objet sans la mesure peuvent être ainsi utiles dans les premiers pas de l'apprentissage pour une bonne appréhension du concept de grandeur. Il semble en revanche souhaitable dans la suite des activités d'alterner les problèmes, ceux qu'il est possible de résoudre grâce à la mesure et ceux pour lesquels ce n'est pas possible. Les deux concepts de grandeur et de mesure peuvent alors se construire ensemble et se renforcer mutuellement.

6) Produire la mesure d'objets par le mesurage, le calcul, l'estimation

La connaissance ou non du concept de mesure et les contraintes des situations (la possibilité d'utiliser une unité de mesure) ont des conséquences pour le traitement des différents problèmes. Les élèves peuvent être amenés à différentes méthodes de détermination des mesures.

a- Le mesurage

C'est « la manière de mesurer » un objet matériel, c'est à dire l'opération qui consiste à en produire la mesure à l'aide

-soit d'une unité de mesure dont on reproduit la prise en compte sur l'objet (report pour les longueurs et les aires, remplissages successifs pour les capacités),

-soit à l'aide d'un instrument qui fournit la mesure par lecture d'une graduation (pour les longueurs, pour les poids, pour les capacités aussi parfois).

Le mesurage nécessite la maîtrise de l'instrument de mesure ; il est soumis à divers types d'erreurs à cause des limites de l'instrument . Il conduit à des mesures approchées, voire imprécises.
Une bonne maîtrise des instruments de mesure (règle graduée principalement) ainsi que la capacité à utiliser et lire une graduation sont indispensables ; elles doivent être accompagnées de réflexions sur la précision et l'approximation des mesures produites.

b- Le calcul

Dans certains problèmes d'anticipation, ou lorsque l'élève doit produire des mesures sur des objets évoqués (dont il a une description et non la trace matérielle), la mesure d'un objet peut être obtenue à partir d'informations sur cet objet : des données numériques, des propriétés…

-une durée à partir des horaires de début et de fin,

-une longueur d'objet à partir des longueurs de plusieurs objets composant l'objet de départ, ou à partir des repères de début et de fin de graduation,

-une aire de quadrilatère à partir de sa forme et de dimensions de côtés…

Le calcul produit en principe une mesure « exacte », compatible avec les informations fournies.

c- L'évaluation de mesures

Pour un objet matériel en général, la production de sa mesure exacte n'est pas possible. Il faut alors évaluer sa mesure en fonction des informations dont on peut disposer par le moyen de la seule perception , du mesurage, ou même du calcul. Il est alors nécessaire de traiter la question

- de l'imprécision liée à l'instrument de mesure et à son maniement...
- de l'apparition d'erreurs dues au calcul (les arrondis),
- d'estimation lorsqu'il faut trouver une valeur approchée de la mesure à partir de la perception que l'on a de l'objet, de calculs éventuels...

7) Lien entre les connaissances sur les grandeurs et celles d'autres « champs »

Les connaissances sur les grandeurs se construisent en interaction avec celles d'autres champs de connaissances, en particulier :

a- Le champ numérique: nombres entiers et nombres décimaux

Rappelons que le domaine de la mesure est un domaine privilégié permettant de prendre conscience de l'insuffisance des entiers pour exprimer la mesure d'une grandeur continue (longueur, poids…), et donc pour travailler la signification des fractions ou des écritures décimales.
La comparaison ou les opérations sur ces nombres sont souvent conduites en rapport avec des questions de mesures :

-l'addition, la soustraction, ou la multiplication d'un décimal par un entier pour la mesure de « réunions » d'objets,

-la multiplication ou la division par 10, 100, 1000... pour les questions d'expressions de mesures dans une unité différente de l'unité initiale, les rapports entre unités sont aussi mieux compris que l'utilisation mécanique d'un tableau de conversion.

b- Le champ de la géométrie

Les problèmes sur les grandeurs portent sur des objets matériels ou évoqués ; et dans le cas de certaines grandeurs (longueur, aire, volume), le lien avec la géométrie est particulièrement étroit. Il est en effet impossible de traiter le problème sans avoir recours simultanément aux deux champs de connaissances.
Les problèmes sur les aires font souvent appel au cycle 3 aux décompositions - recompositions de figures. Pour calculer l'aire d'un triangle ou d'un trapèze rectangle par exemple, il est utile de le décomposer et le recomposer en figures dont on connaît l'aire (triangles rectangles et rectangles). Cela nécessite :

-une connaissance des figures planes de base (triangles et quadrilatères) à travers leurs caractéristiques particulières (parallélisme, perpendicularité, égalité des côtés) qui permettent de prévoir des résultats de mesures et donc d'éviter le mesurage.

-une connaissance (en acte du moins et très partielle) des symétries, des translations, et plus généralement les déplacements avec ou sans retournement.

c- Le champ de la proportionnalité

À l'école élémentaire, comme plus tard au collège, de nombreux problèmes relatifs à la proportionnalité prennent appui sur des situations où deux grandeurs sont mises en relation. Une bonne maîtrise de ces grandeurs est nécessaire pour servir de support au raisonnement des élèves.
D'autre part, l'existence d'une relation de proportionnalité entre grandeurs (identifiée comme telle par l'élève) permet encore d'anticiper le résultat de mesures : si l'on sait que deux grandeurs sont proportionnelles, et que la relation de proportionnalité entre ces grandeurs est donnée par des correspondances de mesures sur des petits nombres par exemple, il est possible de prévoir les correspondances de mesures pour des grands nombres.

8) Relations entre grandeurs

Les grandeurs elles-mêmes entretiennent des liens et chez les élèves souvent, la non identification de ces liens amène des erreurs :

- celle liée au fait qu'une mesure est la différence entre deux repères :

* il est fréquent de voir les élèves prendre une durée pour un instant ou inversement dans les problèmes dans lesquels ces deux grandeurs apparaissent simultanément ;
* une mesure de longueur apparaît souvent comme le repère lu à l'extrémité du trait. (la distinction entre grandeur mesurable et grandeur repérable doit donc être travaillée à l'école).

- celle qui tend à confondre poids et espace occupé (ce qui amène les élèves à penser que plus un solide occupe de l'espace, plus il est lourd).
- celle qui tend à assimiler l'aire et le périmètre.

Il est ainsi nécessaire de permettre aux élèves de rectifier ces erreurs.

9) Le système métrique

Pour la mesure d'une grandeur, le système complet d'unités et des relations entre ces unités entraîne des expressions différentes de la mesure d'un objet. Les unités usuelles (mètre, mètre-carré, litre, kilogramme) sont les références par rapport auxquelles s'articulent les autres unités, dont certaines sont davantage étudiées (celles de préfixe « kilo » ou « centi ». Les élèves doivent être capables de faire des « conversions » par des procédures de calcul réfléchi et non par des automatismes, de façon à faire fonctionner leurs connaissances sur les nombres et donner du sens aux différentes unités concernées.

10) Des résultats à connaître

La formulation écrite de certains "résultats" significatifs est indispensable. Il s'agit notamment

- de formules de calcul :
  « un rectangle dont les côtés mesurent a cm et b cm a pour aire axb centimètres–carrés ».
- d'équivalences formulées :
  "1litre, c'est 100 centilitres" ou "un hectare, c'est 10000 mètres-carrés" ...
- de références données sous forme d'images mentales:
  "un stade de football a une aire de un hectare environ".
- d'énoncés qui traduisent des propriétés d'objets :
  "l'aire d'un parallélogramme peut changer sans que les dimensions de ses côtés (et donc de son périmètre) ne changent."
- de relations entre certaines unités usuelles (m, cm et mm, ou h et min ou g et kg, ou l et cl ou m^2 et cm^2) qui doivent être mémorisées.