

REPRODUCTION ET GEOMETRIE EN CYCLE 1 et 2 *

Nivôse BOULEAU
PIUFM, site de Fort de France
Nivose.Bouleau@iufm.univ-ag.fr

1. Introduction.

Les activités de reproduction sont très souvent proposées en géométrie dans les manuels de l'école élémentaire et présentes dans les évaluations nationales¹. Pourtant, cette activité a été introduite relativement tard dans les programmes de géométrie² et peu de recherches ont été entreprises en didactique³ à son sujet, quoique de nombreux problèmes soient fréquemment soulevés : est-elle un exercice de dessin, de graphisme ou de géométrie ? La reproduction en maternelle est-elle un début de géométrie ? Quelles sont les difficultés des reproductions ? Comment expliquer des différences de réussite importantes dans certaines reproductions ? Comment choisir les activités de reproduction en fonction de la classe ? Que peut-on attendre précisément des activités de reproduction pour la géométrie ? ...

Pour tenter de répondre à ces questions et proposer des pistes de travail dans les écoles, nous précisons tout d'abord, ce que nous entendons par géométrie. Nous analyserons ensuite la reproduction en tant que tâche et examinerons enfin quelques exemples de reproduction dans des classes.

2. Qu'est-ce que la géométrie ?

Nous nous référons à Chevallard et Julien (1991) : "Le débat "définitionnel" existe depuis l'antiquité" (p. 45). "Nous dirons aujourd'hui que la géométrie part du monde sensible pour le constituer en monde géométrique, celui des points, des droites, des cercles, des sphères, des courbes, des surfaces et des volumes, etc., de la même façon que, plus largement, la physique part du monde sensible pour le constituer en monde physique. La relation, épistémologiquement si difficile, entre la réalité sensible et la réalité théorique

* Les expériences liées à cet article ont été réalisées dans les classes de Mmes Borelva, Germany, Rotsen et Teccia que je tiens à remercier ici.

¹ Evaluations nationales en Ce2 et en 6ème.

² La reproduction était proposée dans le domaine du dessin avant 1977, date où elle apparaît dans les programmes de Mathématiques avec une importance croissante.

³ Voir cependant Dussuc (1995)

(géométrie, physique) par laquelle on essaie de rendre raison du sensible (non sans y parvenir fréquemment), est un des points fondamentaux de tout enseignement des sciences”. Historiquement, le savoir géométrique (op. cit. p. 59/60) “a joué constamment un double rôle. D’une part, la géométrie s’est constituée comme science de l’espace (...) proposée en modèle à toutes les autres (...). Mais, d’autre part, quelque savante qu’ait été son organisation, la géométrie n’a jamais cessé de jouer le rôle de *technologie de l’espace*, de théorie de la maîtrise pratique de l’espace”.

Y. Chevallard et Julien observent que le travail géométrique ne diffère pas, dans son principe, du travail dans le domaine de la physique (p 56/57 op. cit.) : il y a une exploration de phénomènes à l’aide d’expériences “qui mettent en rapport la théorie avec l’espace sensible”. Les expériences dont il s’agit sont les épures, qu’il faut distinguer des schémas approximatifs, à main levée, qui ne sont alors que des représentations de l’expérience graphique.

Il est donc important de constater au passage qu’*un objet sensible comme un tracé (ou un solide) peut avoir plusieurs statuts en géométrie suivant le contexte :*

- celui d’un véritable objet de l’espace sensible dont la forme pourra être modélisée dans la théorie géométrique
- celui d’une représentation d’un objet géométrique
- celui d’une représentation d’un objet de l’espace sensible ou plus exactement de la portion d’espace occupée par cet objet⁴.

3. La reproduction est-elle une activité géométrique ?

Citons tout d’abord la définition fournie en 1985 dans les instructions officielles⁵ :

“Reproduire : les élèves disposent d’un objet et ils doivent en réaliser une copie. Il est possible de reproduire, avec des matériaux divers, un objet plus ou moins usuel, ou bien de procéder à des aménagements ou à des compléments de fabrication. On peut, pour la reproduction, utiliser des moulages, des calques, des patrons et, bien sûr, les instruments de mesure et de dessin. Le résultat obtenu est conforme ou non à l’objet initial. En cas d’erreur il suffit de mettre la production “à l’épreuve des faits”. En cas de demande d’un objet “semblable”, il convient de préciser le degré de conformité souhaité, si l’on désire évaluer le résultat obtenu.”

On lit aussi dans les instructions officielles de 1985 : “reproduire quelques figures simples”, “reproduction (...) de différents objets géométriques (solides, surfaces, figures)”. On retrouve ces dernières formulations, à peu de différences près, dans les programmes de 1995.

L’objet à reproduire et sa reproduction peuvent donc avoir selon les cas l’un des trois statuts mentionnés au paragraphe précédent.

Si l’objet relève du premier statut, la reproduction n’est pas dans ce cas une activité interne à la géométrie puisque la référence est un objet de l’espace sensible tant au départ qu’à la

⁴ Le mot “figure” désigne lui-même de manière variée, tantôt un objet géométrique (ensemble de points), tantôt la représentation d’un objet géométrique, tantôt la représentation de l’espace occupé par un objet de l’espace sensible ou tantôt un objet de l’espace sensible.

⁵ Ecole élémentaire. Compléments aux programmes et instructions du 13 mai 1985

fin de l'activité. Celle-ci se situe donc dans un domaine *technique ou artistique*. Cependant, pour effectuer telle reproduction, il *peut* être efficace de modéliser l'objet dans le domaine théorique de la géométrie et d'utiliser des relations et des procédures géométriques pour *celui qui sait* (par exemple un professeur de mathématiques qui doit reproduire un arc de cercle dont le centre n'est pas fourni). *Le recours ou non à la géométrie dépend donc du couple sujet-tâche et pas exclusivement des particularités de la tâche de reproduction proposée*. Ceci n'interdit pas la recherche de tâches de reproduction qui soient potentiellement plus mobilisatrices que d'autres des ressources liées à la compétence en géométrie.

Si maintenant *l'objet à reproduire a le statut de représentation*, l'activité de reproduction n'est pas encore tout à fait interne à la géométrie. En effet, les données du problème n'apparaissent pas sous la forme d'un énoncé de la théorie géométrique, et par conséquent, la situation géométrique n'est pas précisément définie⁶. Pour cette raison, on recourt à des codes qui se superposent au dessin : pour les segments⁷, les points, les angles droits, les éléments de même mesure, les dimensions, les éléments nommés... Mais est-ce suffisant pour définir la situation géométrique (par exemple le parallélisme, les tangentes) ? Même si c'était le cas, l'activité bien comprise, serait alors en fait la *construction* d'une représentation d'un objet géométrique (défini par le modèle codé à reproduire). Dans cette situation, la reproduction est aussi assez ambiguë⁸ pour les élèves puisqu'il ne faut pas prendre l'objet sensible lui-même comme modèle mais en fait l'objet géométrique qu'il représente. De plus, ce n'est pas tant la construction et le résultat obtenu qui intéresse la géométrie mais la "constructibilité" (Chevallard et Julien 1991 p. 65), on conçoit donc qu'il puisse y avoir de nombreux "malentendus"⁹.

Compte tenu des difficultés évoquées ci-dessus qui mériteraient une étude sur les obstacles liés aux symboles en géométrie, nous restreignons notre investigation au cas où le modèle et la copie ont le statut d'objets sensibles et analyserons dans ce cadre les tâches de reproduction.

4. Analyse de la reproduction en tant que tâche.

Citons quelques résultats issus du domaine de la psychologie et de la didactique pour nous aider à comprendre et à situer les difficultés des travaux de reproduction.

4.1. Dans le domaine de la psychologie.

L'analyse des tâches n'est pas aisée, c'est un des objets de l'ergonomie ou de la psychologie du travail. Ainsi une tâche ne se réduit pas nécessairement à un ensemble de tâches élémentaires et une tâche ne peut être isolée complètement du sujet qui

⁶ "Car, on ne peut jamais dire qu'une propriété se "voit" sur la figure (...) car il y a toujours des marges de variation et d'erreur" Duval (1994) p. 124.

⁷ Il est intéressant de souligner le problème qui se pose par exemple pour un segment : faut-il le dessiner comme une simple trait droit ou avec des petits traits aux extrémités ? Cela revient à se demander si l'on est dans le premier cas de reproduction ou dans le second.

⁸ La diversité des formulations rencontrées dans les manuels pour les situations de reproduction accentue sans doute les malentendus (voir les exemples relevés par Berthelot et Salin 1992 p. 85 et 86).

⁹ Cf. les difficultés des collégiens, quant au rôle de la figure, relevées dans Mesquita (1989) p. 127

l'effectue¹⁰ ... Voici cependant, quelques résultats généraux à titre de points de repère pour l'analyse des situations de reproduction¹¹. Ces résultats concernent la perception (puisque'il y a un objet sensible à reproduire), le traçage (puisque le résultat de la reproduction est graphique) et la planification (car il y a plusieurs actions à mener).

a. La perception

Elle « dépend elle-même de la connaissance, et de diverses façons, pas nécessairement conscientes » (A. Treisman 1992). Cependant, *les perceptions primaires (i.e. qui ne dépendraient pas d'un apprentissage)* seraient : *la variation de brillance (feuille blanche avec une tache d'encre par exemple (Francès (1963 éd. 1988 p. 52)) ou les changements d'intensité Rosenfield (1988 p. 124)), la détection de l'orientation des contrastes lumineux, la localisation dans le champ visuel (Pêcheux 1990, p. 61).* Treisman (1992) émet l'hypothèse d'un *principe général de codage perceptuel* : il serait « réglé pour signaler les écarts par rapport à une valeur normale ou standard ».

Les expériences faites sur la perception ou la reproduction de formes chez les adultes montrent l'importance des *contours* (et plus particulièrement de la clôture), du fond (le dessin est mieux perçu sur un fond homogène), de la formation d'unités perceptives par groupement (facteur de proximité ou de similitude), de la symétrie, de la continuité d'un ensemble de points ou d'une courbe qui tendent à maintenir la direction de chacune de ses parties dans le sens exigé par celle de l'ensemble... Mais *les organisations perçues dépendent très fortement des apprentissages antérieurs*, en particulier lors de la destruction de l'identité sous l'effet d'un camouflage.

Une grande variabilité des performances spatiales des enfants a remis en question¹² la théorie de Piaget (stades de développement et évolution correspondant aux différentes géométries en mathématiques). Les *capacités non négligeables des nouveau-nés et des nourrissons*, par exemple la perception des frontières, la localisation dans le champ visuel sont mentionnées¹³.

b. Le traçage :

Pour les apprentissages moteurs, on note que les enfants utilisent tout d'abord les afférences proprioceptives avant de pouvoir utiliser des repères extérieurs mais il y a une grande variabilité et le fait que l'enfant contrôle lui-même son action joue un rôle positif. *Les apprentissages moteurs seraient aussi marqués par une alternance de phases de désorganisation et d'automatisation, les désorganisations correspondraient à l'intervention du niveau cognitif.* (Pêcheux, 1990)

c. La planification

Elle met en jeu des représentations et des traitements ; *la mise en œuvre d'un automatisme (en particulier dans le cadre sensori-moteur) libère l'attention et permet une régulation à un niveau plus élevé* (Hoc, 1987).

4.2. Dans le domaine de la didactique.

C. Laborde (1982), lors d'études portant sur l'appréhension des figures par des élèves de collège, propose une hiérarchie de type topologique entre région, segment, point (tout d'abord considéré en tant qu'extrémité de segment par les élèves).

¹⁰ Hoc (1987) évoque un "système sujet-tâche" p. 21.

¹¹ Voir Francès (1963), Rosenfield (1991), Treisman (1992) et Denis (1989).

¹² Voir Pêcheux (1990).

¹³ Toujours Pêcheux (1990)

R. Duval (1994) distingue différentes appréhensions possibles pour une figure (perceptive, séquentielle, opératoire) rendant finalement compte du degré d'intervention des connaissances dans la perception. Dans ce cadre, la re-configuration d'une figure est l'équivalent des transformations opérées sur les formules algébriques or les transformations d'un même objet, ne véhiculent pas toujours le même sens, ni les mêmes propriétés (non-congruence sémantique entre les représentations d'un même objet).

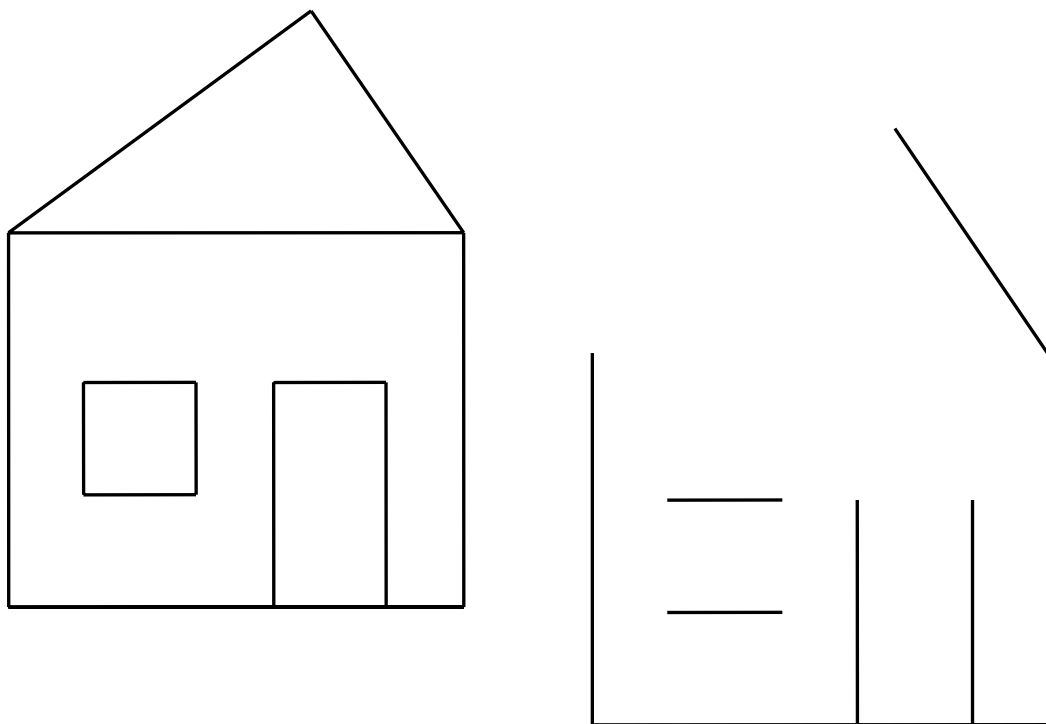
Enfin Padilla (1990) note que : « ' Voir' sur les figures relève d'un apprentissage dont l'importance reste trop souvent ignorée ».

5. Analyse de situations de reproduction proposées dans des classes.

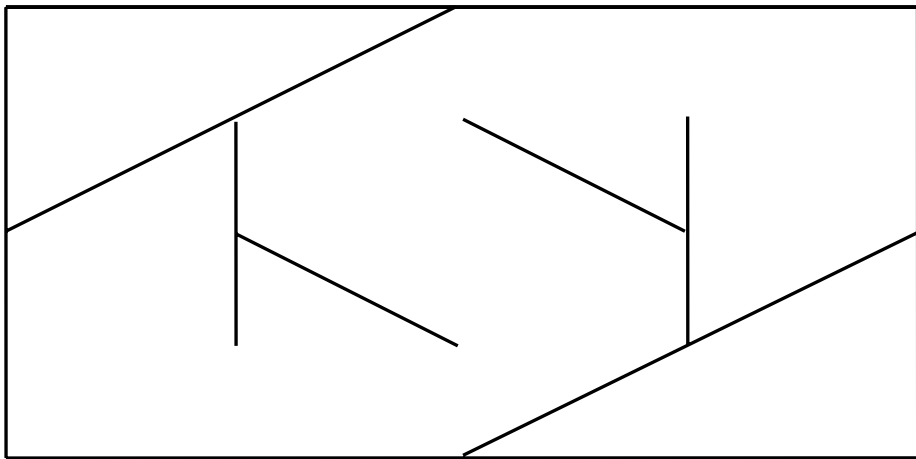
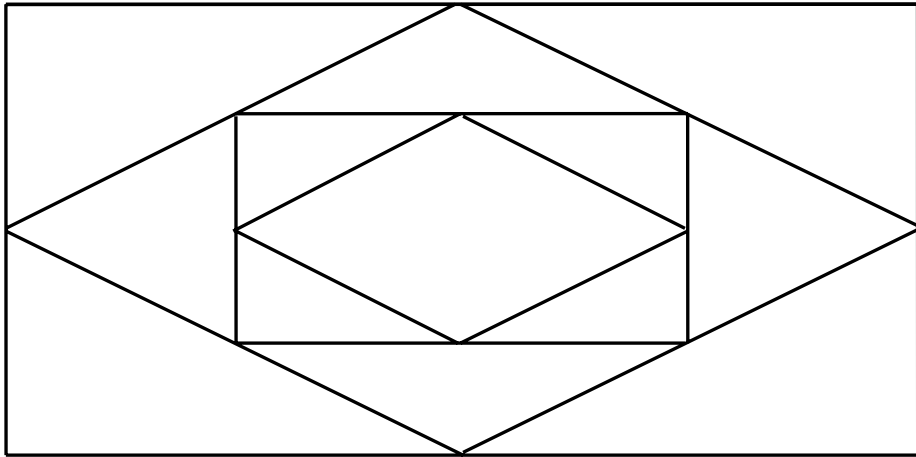
Pour cerner les difficultés des élèves, les reproductions suivantes ont été proposées dans quatre classes "ordinaires" (ni situées en Z.E.P., ni école annexe ou d'application) en Martinique : une section des grands, un CP et un Ce1 (toutes trois en fin d'année), un CP (en début d'année) appelé CP bis dans nos documents. Quatre-vingt-dix élèves ont subi ces épreuves en 1994. L'épreuve n°2 a fait partie de l'évaluation nationale en CE2 en 1991.

Le temps de passation n'a pas été limité a priori. Comme on le verra les reproductions pouvaient être figuratives ou non, avec des translations parallèles à un côté du modèle ou pas, avec des segments manquants au nombre de 6, 8 ou 14 dont les positions variaient par rapport aux côtés de la figure. La consigne, généralement devinée après présentation du matériel, était du type : « en utilisant la règle, terminez la maison [le dessin] pour qu'elle soit « pareille » que celle déjà dessinée ».

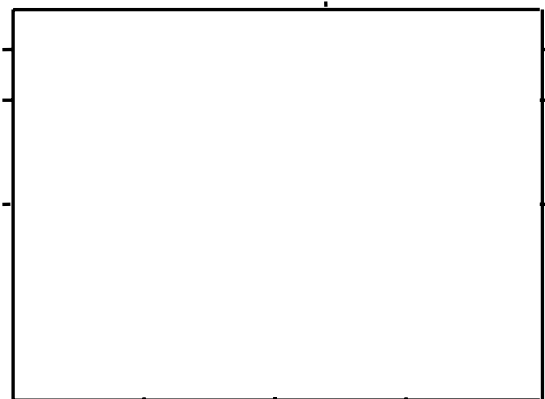
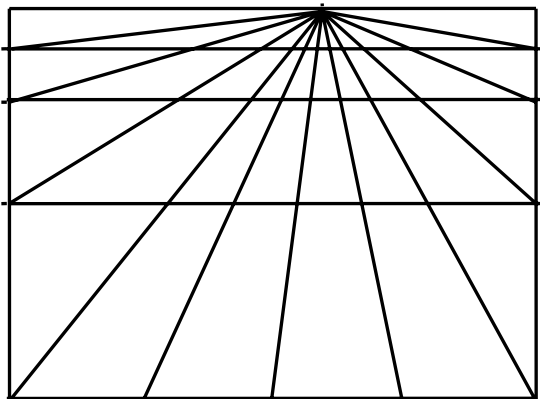
Epreuve 1.



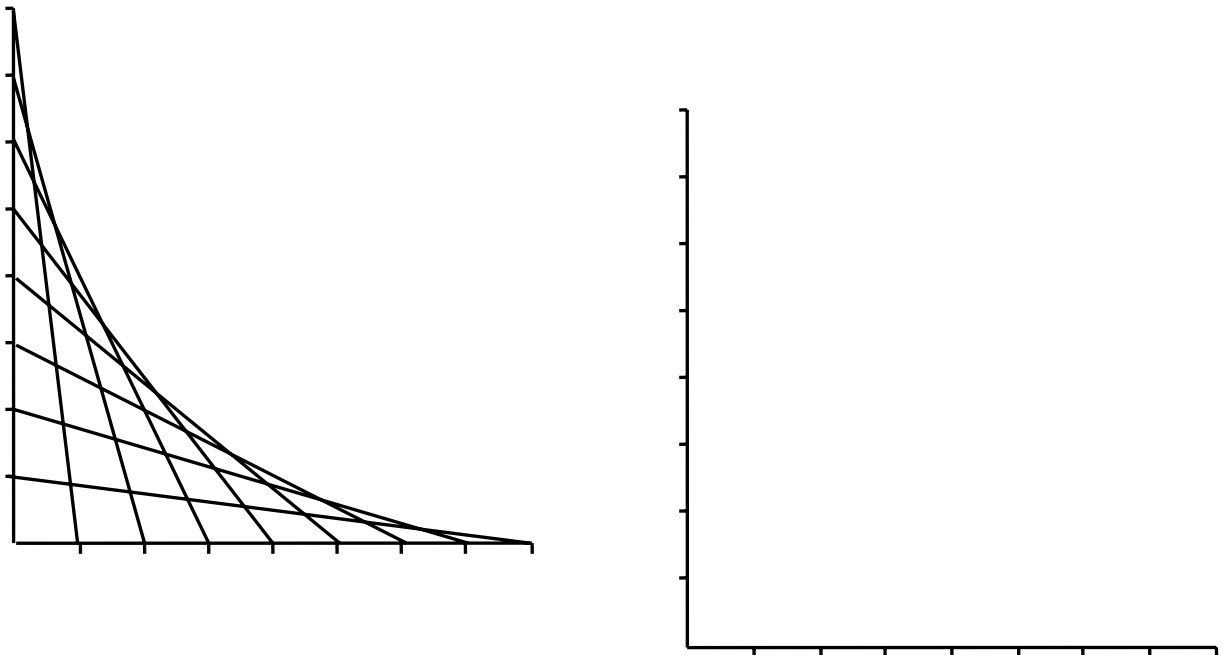
Epreuve 2.



Epreuve 3


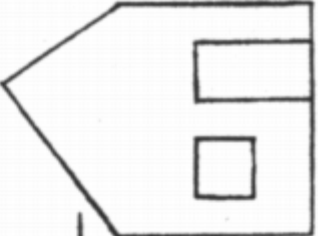




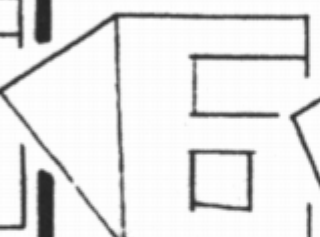
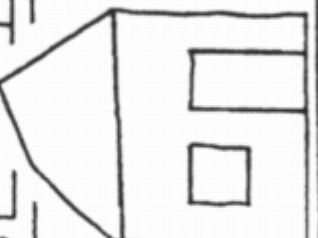

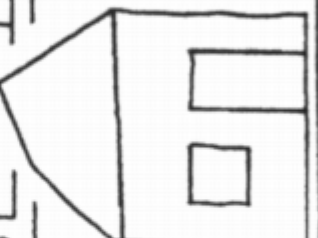
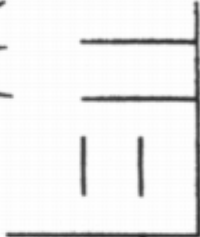


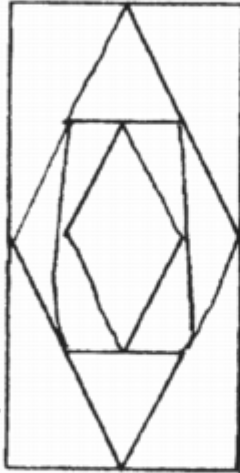
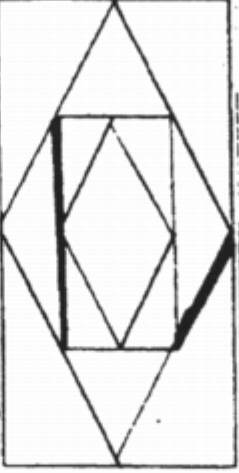
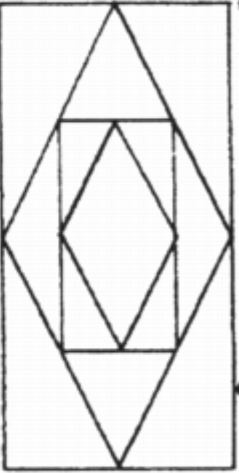
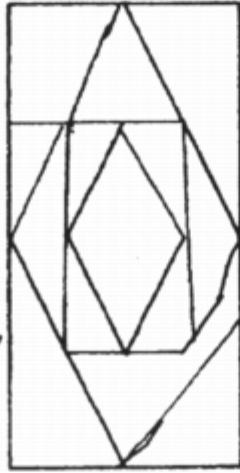
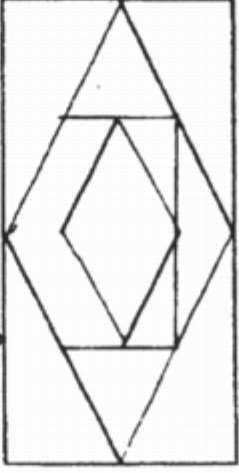
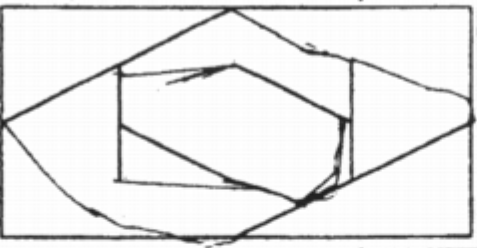
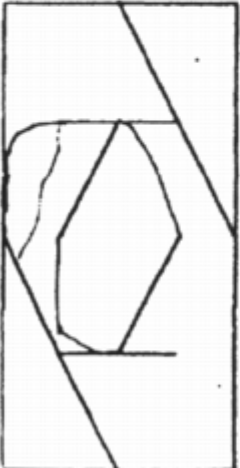
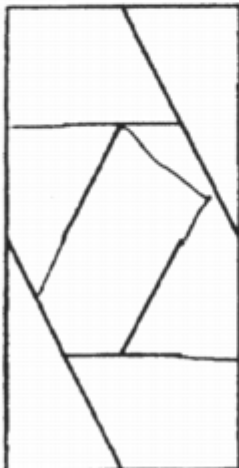
Epreuve 4

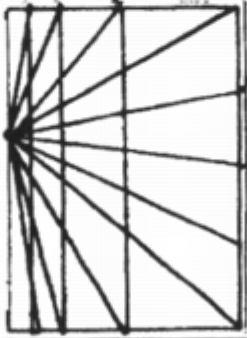
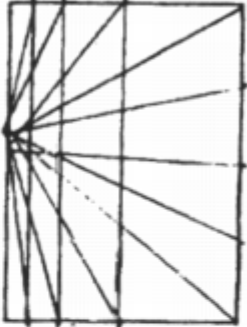
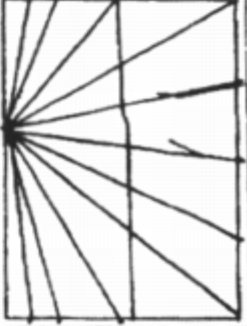
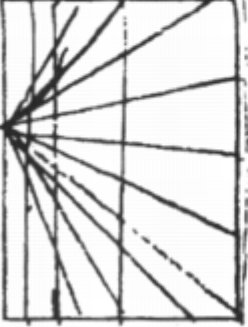
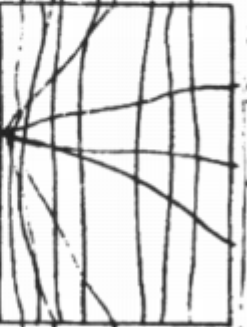

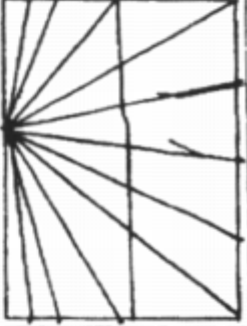

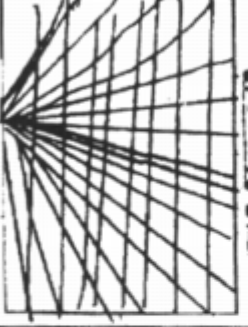



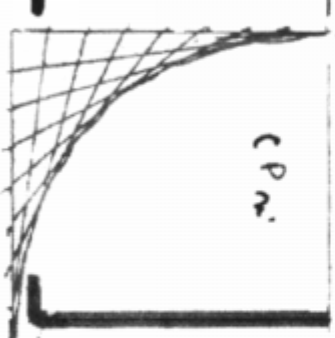
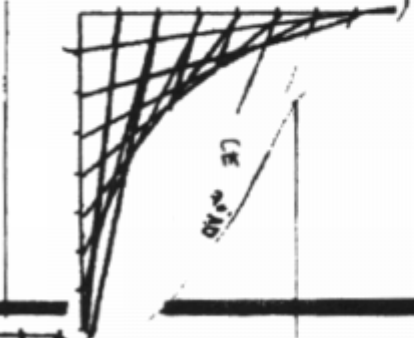
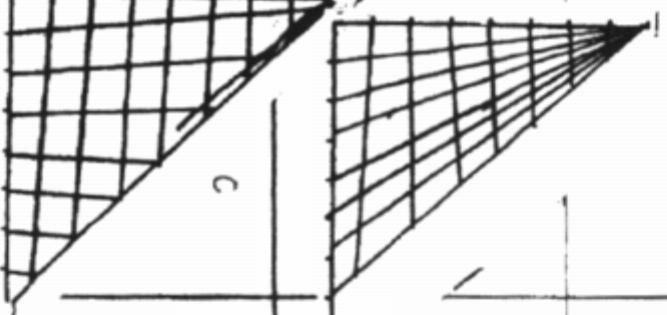
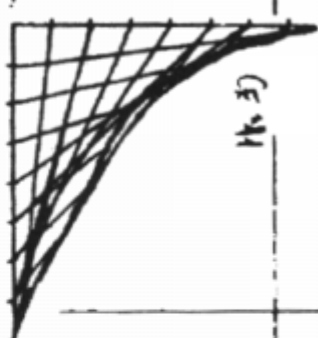

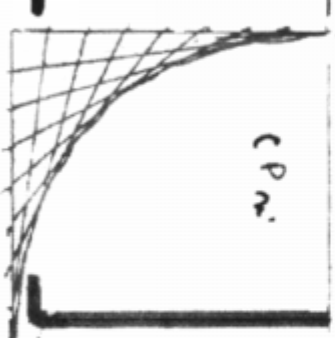
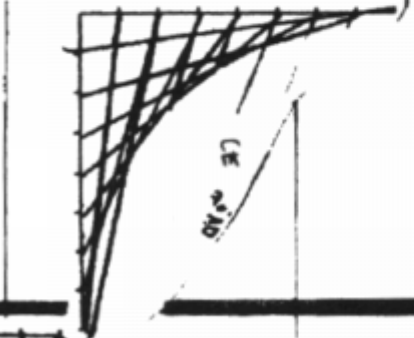
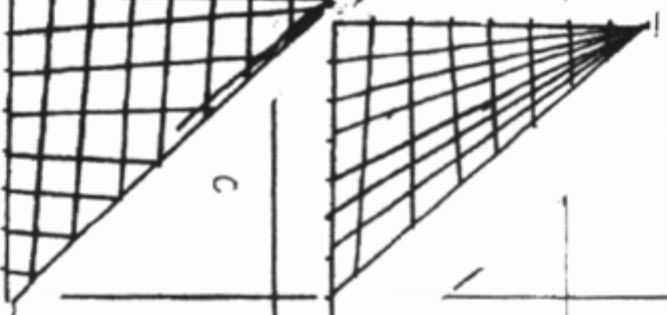
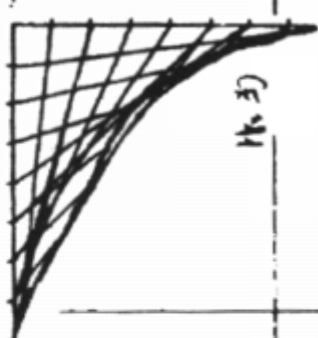
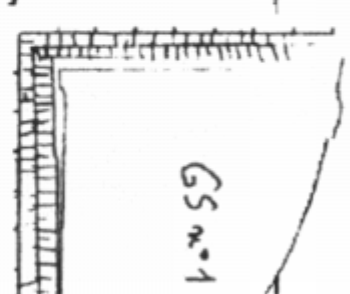
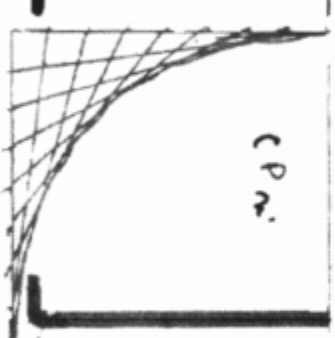
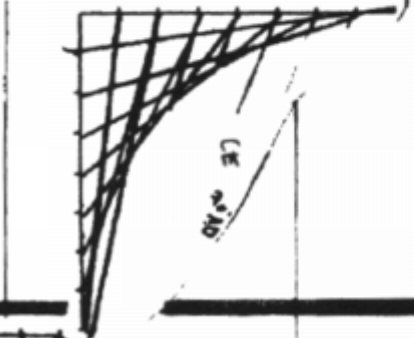
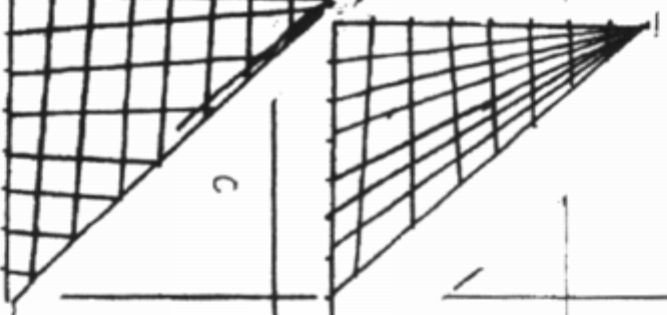
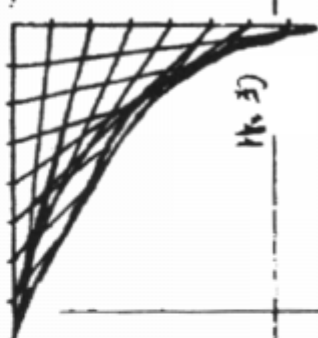
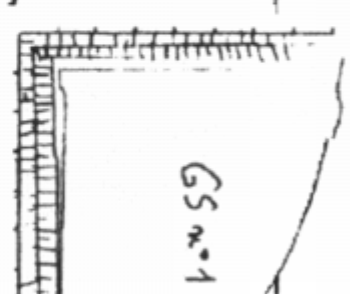
On trouvera ci-après un échantillon des productions obtenues classées selon deux critères, d'une part la qualité des liaisons et d'autre part la qualité des tracés. Un tracé a été considéré comme de bonne qualité, s'il ne s'écartait pas de la règle plus d'une fois à une épaisseur de crayon mal taillé près (c'est-à-dire de l'ordre du millimètre) et atteignait un point matériel de l'ébauche à 1 mm près. Une liaison était quant à elle considérée comme bonne, si une ligne reliait (à 1 interruption près) deux points matériels devant l'être, en restant dans la zone des points situés à 5 mm du segment attendu.

Dans les tableaux, qui suivent les productions les plus réussies se situent dans l'angle supérieur gauche, les moins réussies sont dans l'angle inférieur droit et dans la zone restante, on trouve des productions intermédiaires (ces zones sont délimitées par des traits gras dans les tableaux).

1 Liaisons Tracés	Toutes correctes	1 à 2 erreurs	3 erreurs	Plus de 3 erreurs
Tous corrects à un près	 <p>CEA n°14</p>	 <p>CE n°16</p>	 <p>GS n°2</p>	
La moitié ou plus correcte	 <p>CP n°1</p>	 <p>CP n°10 n°13</p>	 <p>CP n°9</p>	
Moins de la moitié mais pas tous incorrects	 <p>CP n°16</p>	 <p>CP n°10</p>		
Tous incorrects	 <p>CP n°10</p>			 <p>CP n°4</p>

Tous incorrects		La moitié ou plus correcte		Tous corrects à un près	
Moins de la moitié mais pas tous incorrects					
				Toutes correctes	
				1 à 2 erreurs	
				3 erreurs	
				Plus de 3 erreurs	
	 <p>CP n° 20</p>	 <p>CP n° 2</p>	 <p>CP n° 4A</p>		
	 <p>CP B10 n° 9</p>	 <p>CP n° 4</p>			
	 <p>CP n° 9</p>				
	 <p>CP B10 n° 45</p>	 <p>CP n° 10</p>			

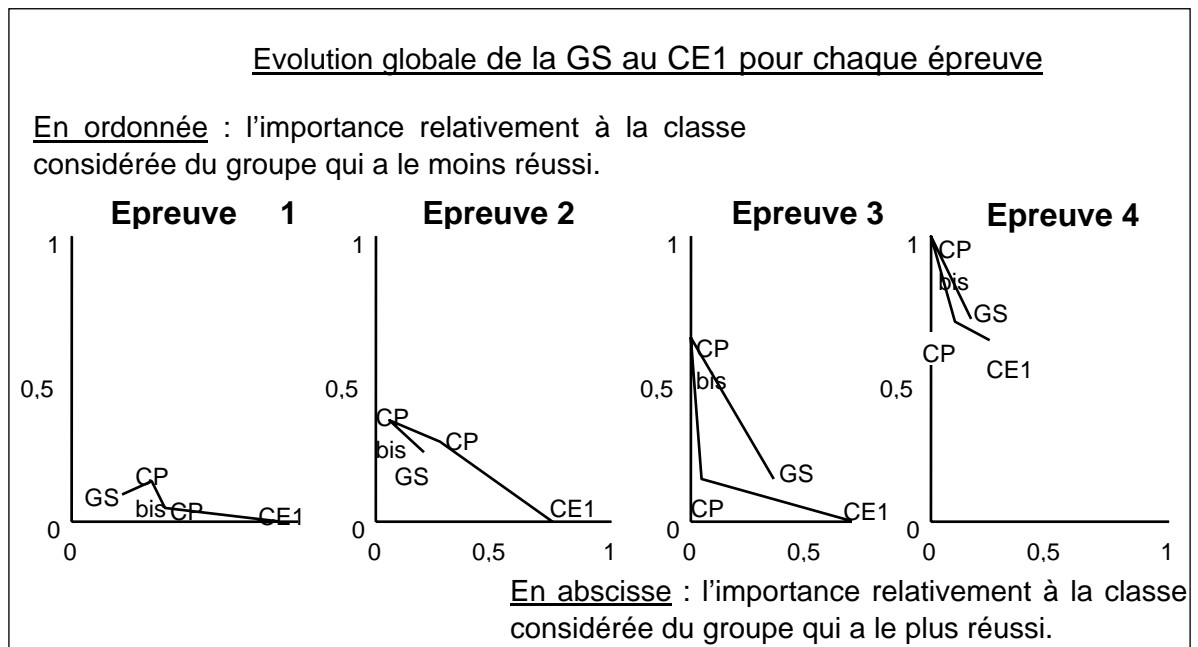
Liaisons Toutes correctes	Ecart dans les liaisons	1 à 2 segments de moins	Plus de 2 manquants mais essentielle ad.	Autres
 <p>CEA n°3</p>	 <p>CEA n°14</p>	 <p>CP 66 n°12</p>	 <p>CP 66 n°13</p>	 <p>CP n°10</p>
 <p>GS n°20</p>	 <p>CP n°19</p>	 <p>CP n°11</p>	 <p>CP n°15</p>	 <p>CP n°6.7</p>

4 Liaisons Tracés Tous corrects à un près	Tout correct	Quelques erreurs (jusqu'à 3)	Traitement sous forme de segments (index/courbe)	Enveloppe	Enlèvement
$\geq 1/2$ correct	 <p>CP n°1</p>	 <p>CE n°10</p>	 <p>C</p>	 <p>CE n°11</p>	 <p>GS n°1</p>
Moins de 1/2 mails pas tous incorrects	 <p>CP n°1</p>	 <p>CE n°10</p>	 <p>C</p>	 <p>CP n°20</p>	 <p>CP n°7</p>
Tous incorrects	 <p>CP n°1</p>	 <p>CE n°10</p>	 <p>C</p>	 <p>CP n°20</p>	 <p>CP n°7</p>

Comme on l'a écrit plus haut, dans les tableaux précédents, les productions les plus réussies se situent dans l'angle supérieur gauche, les moins réussies sont dans l'angle inférieur droit et dans la zone restante, on trouve des productions intermédiaires.

Afin de se faire une idée globale des résultats d'une classe face à une épreuve, puis de faire des comparaisons entre épreuves ou entre classes, il est alors intéressant de noter l'importance, relativement à l'effectif de la classe, des trois groupes qu'on vient de désigner.

Nous avons construit ci-dessous *pour chacune des épreuves* une représentation graphique où *pour chaque classe figure un point ayant pour abscisse l'importance (en %) du groupe qui a réussi dans la classe et en ordonnée l'importance (en %) du groupe qui n'a pas réussi* (le pourcentage de productions intermédiaires n'est donc pas directement représenté mais se déduit de l'importance des deux autres). Nous avons relié les points correspondant aux différentes épreuves pour souligner ce qui devrait être le cheminement d'une cohorte d'élèves dans le cursus (GS, CPbis, CP, CE1) et faciliter lectures et comparaisons.



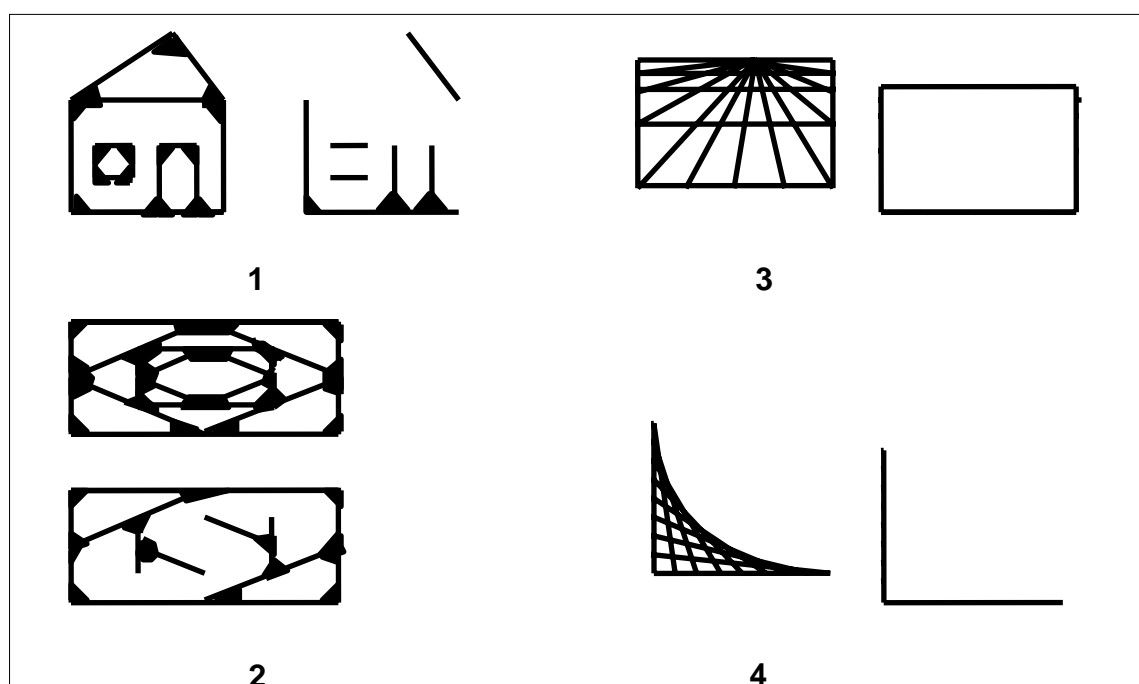
5.1. Analyse des difficultés rencontrées par les élèves.

Dans ces représentations une épreuve qui met en difficulté une classe se trouve pointée en haut à gauche ; une épreuve réussie est représentée en bas à droite et enfin dans une classe où il n'y pas de rupture (i.e. où il y a un groupe intermédiaire qui n'est pas réduit à zéro) une épreuve en voie de réussite se trouve représentée à proximité de la bissectrice des axes et plutôt près de l'origine¹⁴.

¹⁴ On peut imaginer que les progrès d'une classe sur une même épreuve se traduiraient par des points décrivant de gauche à droite une courbe ressemblant à une hyperbole.

Ces représentations mettent en lumière une hiérarchie des réussites entre les épreuves 1, 2 et 4. Si nous laissons de côté la section des grands, il apparaît aussi une hiérarchie des réussites entre les classes qui correspond à l'ordre des classes dans le cursus de l'école primaire (nous reviendrons plus loin sur le cas de cette section des grands).

Pour expliquer à la fois la gradation et les productions erronées obtenues, nous n'avons pu en rester ni à l'aspect figuratif ou pas (la dernière épreuve a une forme générale qui marque les productions qui ne sont pourtant pas réussies), ni à la position des segments par rapport à la verticale (voir la variété des productions), ni au nombre de segments à tracer ou au nombre de segments manquants (il y a beaucoup de segments manquant dans l'épreuve 3 par rapport à la 2 mais la hiérarchie n'est pas très nette entre les deux). Ce qui nous paraît assez décisif pour expliquer ce qui a été obtenu, semble être avant tout la répartition et la variation des contrastes (donc des perceptions primaires) entre figure et ébauche. Cette variation peut faciliter ou non la tâche. Nous avons accentué ci-dessous les intersections de segments (elles seraient d'autant mieux perçues qu'elles sont sur le contour ou qu'elles sont l'intersection de nombreux segments ou qu'elles sont isolées).



Dans le cas de l'épreuve 1, on constate que, dans le modèle, les zones de contraste sont assez *isolées* et placées principalement sur le contour. Les variations des zones de contraste entre le modèle et l'ébauche isolent bien les couples de points-extrémités des segments manquants. En effet, bien souvent, deux zones contrastées proches correspondent à un segment à tracer.

Par contre dans l'épreuve 2, le contraste est *réparti* sur le modèle, mais *il n'en est pas tout à fait de même sur l'ébauche* où une extrémité des segments verticaux est particulièrement mise en valeur (le fait qu'ils soient verticaux n'étant pas le fait important) tandis que l'autre point à joindre à partir de celle-ci est un peu noyé parmi les zones contrastées périphériques. Quand dans le cas 1 les zones de contraste isolent bien les traits à tirer, c'est

plutôt l'inverse qui se produit dans le cas 2 où les perceptions primaires pousseraient à des tracés inadaptés pour rejoindre la zone contrastée la plus proche alors que ce n'est pas celle qu'il faut relier (ceci explique peut-être le prolongement des verticales qui est souvent observé dans l'épreuve 2).

Le cas de l'épreuve 4 est encore plus net. Dans le modèle, la zone la plus contrastée est la limite gauche tandis que par ailleurs le contraste est réparti sur la surface du modèle. Dans l'ébauche par contre, la situation est tout autre, l'ébauche étant réduite à deux segments, la rupture est donc importante.

Venons-en enfin à l'épreuve 3 qui n'a pas toujours la même place dans la hiérarchie des épreuves. On constate dans le modèle un contraste très fort sur le point supérieur, tandis que par ailleurs les variations de brillance sont relativement réparties sur la surface. Le contraste qui accompagne le point supérieur guide donc vers un point important pour la réussite de la reproduction, il est donc facilitant. Cependant au fur et à mesure que se construit la reproduction de l'élève, le contraste de l'ébauche et celui du modèle se rapprochent rapidement et de ce fait ne jouent plus leur rôle facilitant. Donc, si dans un premier temps la troisième épreuve permet un démarrage de l'ensemble des élèves des classes qui ont un peu d'expérience (c'est à dire où la réussite dans l'épreuve 2 a un peu décollé, dans toutes les classes sauf le CPbis), son achèvement correct est cependant difficile pour ceux qui n'ont pas réussi à abstraire des éléments de repère suffisants de l'espace sensible.

Il semble que cette interprétation liée au contraste donne aussi un sens à des observations faites sur pas mal de productions¹⁵, ainsi :

- les verticales prolongées en 2 : ceci serait lié (comme on l'a vu ci-dessus) aux zones de contraste dans l'ébauche isolant les verticales et au fait que les zones de contraste proches ne correspondent pas à des points à relier ;
- le toit relié à la porte en 1 (mêmes raisons que ci-dessus pour les élèves ayant une appréhension très sommaire) ;
- les horizontales non tracées aussi bien en 1 qu'en 2 : au cours de la tâche, les autres segments plus apparents étant tracés, l'ébauche retrouve alors pratiquement les mêmes zones de contraste que dans le modèle, ce qui fait croire que la reproduction est achevée ;
- les relatives bonnes performances de la grande section (ils avaient fait pas mal de travaux de reproduction sur quadrillage depuis la section des moyens, ils ont donc déjà une expérience de ces problèmes de contraste et de tracé) et les assez bonnes performances en CE1 (expérience de la reproduction) ;
- les observations sur des productions bariolées ou dessinées à propos des épreuves 3 et 4 : les élèves qui les ont produites ne semblent pas avoir pris du recul par rapport aux perceptions primaires ce qui les conduit donc à une vision globale floue (contours pour la 4) ou à une appréhension parcellaire (dessins de petits polygones en 4 et rayonnement sans contrainte à partir du point supérieur en 3).

La réussite dans les épreuves 2 ou 3 ou 4 (quand elle est complète pour la 3) pourrait s'interpréter, selon nous, comme la mise en œuvre :

- *de capacités techniques pour tracer des traits droits joignant des points dans une figure complexe ;*
- *de capacités de structuration de l'espace sensible sans en rester aux perceptions primaires pour décomposer et recomposer les figures en traits droits, extrémités et*

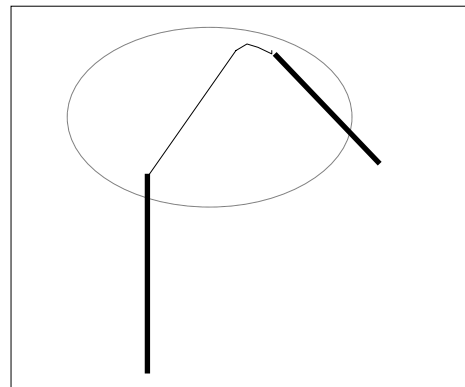
¹⁵ Voir les exemples reproduits plus haut.

intersections. Ces capacités amèneraient à une nouvelle vision qui est un détour nécessaire par rapport aux perceptions primaires inopérantes pour reproduire directement.

Mais, avant de conclure, il nous faut cependant examiner l'impact du traçage sur la tâche dans son ensemble.

5.2. Impact du traçage.

Parmi les élèves ayant réussi correctement toutes les liaisons dans l'épreuve 1 (mais pas nécessairement avec un bon tracé), la dégradation des résultats dans les épreuves plus difficiles du point de vue liaison (2 et 4) est beaucoup plus forte pour ceux qui n'ont pas réussi la moitié de leurs tracés à l'épreuve 1. Ceci va dans le sens de la thèse du rôle négatif de la non-maîtrise du tracé (même si la réussite à 100% des tracés n'est pas indispensable pour gérer correctement les liaisons). Le manque d'habileté dans le maniement de la règle pour tracer accentuerait donc les problèmes de structuration de l'espace sensible. Le manque d'automatisation du maniement de la règle mènerait selon toute vraisemblance à une "surcharge cognitive". Dans des reproductions simples comme la 1, les capacités de structuration de l'espace sont encore perceptibles malgré un tracé maladroit (cf. le cas ci-contre où l'élève contraint son tracé pour assurer la liaison entre les points). Mais dans des épreuves plus complexes, les problèmes de traçage augmentent les difficultés liées à la structuration et les productions sont très peu réussies.



Par contre, à partir d'un certain seuil de compétence en traçage (par exemple tracer plus de la moitié de l'épreuve 1 correctement), les difficultés liées à la structuration de l'espace sensible semblent devenir le seul gros problème. Si les difficultés à surmonter pour structurer sont très importantes, elles peuvent à leur tour entraîner une dégradation du traçage. Ainsi, le recul parfois constaté du point de vue tracé pour l'épreuve 4 (par exemple pour le CE1 n°11), serait dû aux difficultés du point de vue "liaisons", qui provoquent la réactivation de procédures plus primitives du point de vue tracé. Les élèves ne parvenant plus à trouver des points à joindre à la règle se remettent au dessin à main levée, abandonnant la précision "ingérable" au profit de la ressemblance ; il ne faut pas prendre ce comportement comme de l'incompétence du point de vue traçage¹⁶. Il serait intéressant pour les premiers apprentissages de trouver des situations où les difficultés techniques pourraient être modulées pour envisager plus directement la structuration de l'espace¹⁷.

Revenons maintenant sur la grande section de maternelle. Depuis la section des moyens, ces élèves ont été confrontés à des situations de reproduction et à l'utilisation d'une règle pour tracer alors que cela n'avait pas été le cas pour les autres élèves, en particulier ceux

¹⁶ Si nous faisons effectuer les mêmes reproductions avec un logiciel de dessin assisté par ordinateur ou à main levée, nous aurions plus de recul pour situer les difficultés techniques par rapport aux problèmes de structuration de l'espace sensible.

¹⁷ Utilisation de bâtonnets, de pâte à modeler, de géo-plan, d'ordinateurs avec une interface simple pour tracer... ?

du CPbis de niveaux théoriquement comparables. Il semble que cet investissement ait été payant puisque nous avons constaté que les résultats de cette classe mettaient à mal la hiérarchie des niveaux des classes dans le cycle 2. A l'issue du cycle 1, une bonne partie de ces élèves s'est donc révélée capable d'une part, de maniements corrects de la règle pour tracer et d'autre part, d'un début de structuration de l'espace sensible (en terme de traits droits etc...). Ce qui a peut-être fait la différence entre la GS et le CP bis n'est peut-être pas tant l'habileté dans l'utilisation de la règle - comparer leurs scores dans l'épreuve 1 - que la pratique de la reproduction développée depuis la section des moyens pour cette classe de grande section¹⁸.

6. Conclusion

Quoique cette recherche ait bien sûr des limites inhérentes à l'échantillon (est-il représentatif¹⁹ ?) et à toute investigation, en particulier dans les sciences humaines ("paradoxe de l'observateur", phénomènes de groupes, pas de laboratoire clos...), il nous semble possible d'en tirer les enseignements qui suivent.

Même si la reproduction apparaît en marge de la géométrie, la réussite d'épreuves bien choisies (avec entre autres une variation importante du contraste entre ébauche et modèle) semble bien nécessiter une structuration de l'espace sensible sous forme ou à partir de traits droits, d'extrémités ou intersections de lignes.

Cette capacité à l'œuvre dans certaines reproductions où les perceptions primaires sont insuffisantes pour réussir, nous semble importante pour la géométrie car :

- *traits droits, extrémités, intersections sont des formes qui seront modélisées en géométrie (segment de droite et point) ;*
- *la reproduction est une situation de référence dans des situations d'apprentissage proposées²⁰ comme modèles pour aborder vraiment la géométrie ;*
- *les décompositions et recompositions de figures paraissent importantes. En effet selon certains auteurs²¹ les traitements figuratifs seraient utiles pour « voir » les figures selon différents angles en géométrie.*

Pour ces raisons, la reproduction apporte peut-être sa pierre à la construction de l'édifice géométrique même si cela n'est pas décisif.

Par ailleurs, en dépassant un certain seuil dans l'automatisation des gestes pour tracer, l'élève paraît avoir la structuration de l'espace sensible comme principale difficulté. Ce seuil semble être franchi dans le cycle 2 où des progrès sont finalement enregistrés sur ce plan.

Cependant, il est possible que ce seuil d'habileté dans le traçage puisse être déjà dépassé en section des grands de maternelle et que les progrès dans la structuration, au moins dans le contexte de la reproduction, soient déjà à l'ordre du jour à ce niveau comme on l'a

¹⁸ A moins que les élèves ou les maîtresses ne soient exceptionnels ? L'échantillon n'est pas très grand.

¹⁹ Notre classe CE1 paraît avoir des résultats plus faibles que la moyenne dans la réussite à l'évaluation nationale en CE2, mais moins mauvais dans l'erreur puisque tous les élèves ont fait les liaisons attendues. En fait, la faiblesse de notre CE1 sur le tracé n'est pas évidente car le degré de précision n'est pas mentionné dans l'épreuve nationale ce qui a pu amener des variations importantes dans leur évaluation. Rien ne prouve donc que les résultats obtenus ne sont pas généralisables.

²⁰ Cf. « décrire une figure pour la reproduire » proposé par G. BROUSSEAU (1983) p. 203 et suivantes.

²¹ Cf. DUVAL R. (1994), MESQUITA A. (1989), PADILLA SANCHEZ V. (1990 et 1992).

vu avec la classe de grande section étudiée. Pour que cet exemple soit généralisable, il faudrait veiller à ce que les situations proposées dans les classes de maternelle, partent des possibilités des élèves, comportent une phase d'analyse des productions par les élèves eux-mêmes mais surtout, aient du sens pour ces élèves et ne se bornent pas à une technique sans objet²².

Enfin, notons que la reproduction est une activité "malléable" car on peut jouer sur de nombreux paramètres permettant son adaptation aux capacités des élèves de l'école primaire : la taille du modèle (espace plus ou moins proche par rapport à l'élève), le modèle lui-même (matière, objet plat ou non, familier ou non, répartition des zones contrastées dans le cas du plan, décomposé en éléments connus ou pas, présence de désignations ou pas...), les orientations réciproques du modèle et de la copie, l'éloignement du modèle et de la copie, l'existence d'une ébauche de la copie ou pas (et si elle existe, la variation des zones contrastées entre l'ébauche et la copie, les surfaces colorées ou non...), les instruments utilisables, le support, l'emplacement du modèle sur le support, les matériaux utilisables, un changement d'échelle ou pas... Les situations de reproduction fournissent aussi à l'élève certaines informations sur sa propre performance lors des comparaisons modèle/copie que le maître peut explicitement organiser et utiliser.

Cependant la reproduction et en particulier celle de figures planes²³, ne peut pas assurer à elle seule la construction de la géométrie. Tout d'abord, on ne saurait se passer de travaux relevant de la géométrie dans l'espace (cf. les analyses de Berthelot et Salin 1994) ; ensuite, lors d'une reproduction, un élève, à partir d'un certain niveau de réussite, peut se satisfaire, en partie à juste titre, de ressemblances (puisque le modèle et sa copie semblent relever des objets du monde sensible et peuvent apparaître comme du dessin). A cet égard, en dehors des interactions avec d'autres élèves ou le maître, on peut proposer l'utilisation du calque ou de la photocopie sur transparent de l'original à titre de rétroaction²⁴. Ceci paraît adapté à des erreurs bien isolées, de contraste marqué, ou pour une reproduction proche de la réussite. En effet dans cette situation, le rajout de la figure calquée ne complexifie pas beaucoup la figure obtenue, alors que c'est l'inverse dans le cas contraire, et les élèves auront alors tendance à n'avoir qu'une impression diffuse de ressemblance ou dissemblance, sans peut-être parvenir à l'analyser dans une figure plus complexe, avec un contraste plus réparti qu'au départ. Dans ce cas, il faudra peut-être plutôt compter sur des interactions avec d'autres élèves ou le maître, voire travailler sur une autre reproduction plus à la portée de l'élève.

En tout état de cause, on ne saurait se passer de situations parallèles, comme la construction, la représentation, la description, et ceci à différentes échelles, non limitées au plan, afin de constituer la géométrie comme première modélisation de l'espace sensible, puis comme science autonome par rapport à une technologie de l'espace.

²² Nous revenons sur l'utilisation de la reproduction comme situation d'apprentissage dans un article à paraître dans les actes du colloque 2000 de la COPIRELEM.

²³ Les activités graphiques préconisées par les instructions officielles du cycle1 fournissent un terrain qui est peut-être sous-exploité du point de vue géométrique.

²⁴ Ce type de matériel peut déjà être utilisé afin de faire comprendre le but de la reproduction lors d'une première confrontation avec cette activité.

Bibliographie.

- BERTHELOT R et SALIN M.H. (1992) : *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse Université Bordeaux 1
- BOULEAU N. (1996), *Reproductions à la règle en cycle 2 de l'école primaire : difficultés et réussites des élèves, apports pour la géométrie*, DEA, Université Paris 7
- BROUSSEAU G. (1983) : Etude de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie, *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)
- CHEVALLARD Y. et JULIEN (1991) : Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, première partie, *Petit x n°27*, IREM de Grenoble, pp. 41-76
- DENIS M. (1989) : *Image et cognition*, PUF
- DUVAL R.. (1988) : Ecart sémantiques et cohérence mathématique : introduction aux problèmes de congruence, *Annales de didactiques et de sciences cognitives 1*, IREM de Strasbourg, pp. 7-25
- DUVAL R. (1988) : Approche cognitive des problèmes de géométrie en terme de congruence, *Annales de didactiques et de sciences cognitives 1*, IREM de Strasbourg, pp. 57-74
- DUVAL R. (1994) : Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *Repère IREM n°17*, Topiques Editions, pp. 121-138
- DUCEL Y. et PELTIER M.L. (1986), *Géométrie : une approche par le dessin géométrique*, IREM de Rouen
- DUSSUC M.P. (1995) Reproduction de figures sur quadrillage, *Grand N n°56*, IREM de Grenoble, pp. 11 - 31
- FRANCÈS R. (1963) : *La perception*, Que sais-je ? PUF
- HOC M. (1987) : Psychologie cognitive de la planification, Presses Universitaire de Grenoble
- LABORDE C. (1982) : *Langue naturelle et écriture symbolique : deux codes en interaction dans l'enseignement des mathématiques*, Thèse d'état, Grenoble IMAG
- MESQUITA A. (1989) : *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie : éléments pour une typologie*, Thèse Université L. Pasteur Strasbourg
- PADILLA SANCHEZ V. (1990) : Les figures aident-elles à voir en géométrie, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, IREM de Strasbourg
- PAPADOPOULOS J. (1993/94) : *J'apprends la géométrie en dessinant* ; livrets de l'élève (série du CP au CM2) ; CDDP des Pyrénées Orientales
- PECHEUX M.G. (1990) : *Le développement des rapports des enfants à l'espace*, Nathan Université
- PIAGET J. et INHELDER B. (1947) : *La représentation de l'espace chez l'enfant*, P.U.F. Paris (éd. 1983)
- ROSENFELD I. (1989) : *L'invention de la mémoire*, Eshel
- SIP J. (1986) : Reproduction et construction de figures géométriques, *Bulletin n°20*, IREM de Lille
- TREISMAN A. (1992) : L'attention, les traits et la perception des objets, *Introduction aux sciences cognitives*, Folio Essais, pp. 153-191
- VERGNAUD G. (1994) : *Apprentissage et didactique, où en est-on ?*, Hachette éducation.