

PROBLÈMES DE TRANSPOSITION DIDACTIQUE¹

François CONNE
Faculté de Psychologie et
de Sciences de l'Éducation de Genève,
Université de Lausanne.

Résumé : Pour moi, la notion de problème a, entre autres, une fonction incantatoire : elle permet tout aussi bien de rendre compte de développements et des découvertes scientifiques, que de provoquer – par défi - le développement de la connaissance et/ou des savoirs, tant individuels que collectifs. On sait qu'un problème mathématique ne va jamais seul, il nous faut parler de chaînes et nœuds de problèmes. Par contre les discours tenus sur les mathématiques scolaires présentent des problèmes isolés, si ce n'est cloisonnés. Je prends prétexte de ce signe comme révélateur de phénomènes transpositifs que je tente d'interpréter. En conclusion il ressort qu'en ce qui concerne l'étude des phénomènes didactiques, ce ne sont pas les problèmes que nous devons considérer comme des objets mais bien les situations et les contextes au cours et à propos desquels ils se présentent et s'enchaînent.

Note préalable sur l'objet et le contexte de mon analyse.

M'adressant à un public de lecteurs peu au fait du contexte en Suisse romande, je dois lui fournir quelques éclaircissements sur ma démarche d'analyse. En Suisse romande les moyens d'enseignement des écoles primaires et secondaire sont édités par l'Etat et non pas confiés à des entreprises privées. Ici je m'intéresse à une brochure officielle de présentation à un large public de nouveaux moyens d'enseignement officiels, et plus particulièrement à l'exemple qu'elle développe pour illustrer une de ses innovations : la notion de *situation-problème*. L'objet de mon analyse est donc une illustration pour un discours idéologique et promotionnel, qui ne manque pas, bien entendu, de se référer à la pratique. Ma thèse est que même ces discours bien tournés pour flatter le public n'échappent pas à la rigueur des réalités didactiques, en l'occurrence aux contraintes de la transposition didactique.

¹ Selon une communication au Congrès 2000 de la SSRE, Genève, 20-22 septembre 2000, Atelier Didactique des Mathématiques, Brun J & Dalla Piazza A.

I. Introduction.

I.1 Diffusion des connaissances.

La didactique des mathématiques se définit désormais comme science de la diffusion des connaissances mathématiques. (Brousseau, 1997; Conne, 1997). Elle a un caractère épistémologique marqué et original. En effet, en s'intéressant aux échanges de savoirs entre diverses institutions, elle élargit le questionnement épistémologique classique encore trop souvent orienté, si ce n'est obnubilé, par le progrès, l'innovation, l'invention, la production de savoirs nouveaux (Lemoyne et Conne, 1999). Dans une telle perspective, le concept de transposition didactique acquiert un statut de "concept premier". (Conne et Brun. 1999).

Selon elle en effet, toute transmission de savoir comporte une part de re-création dévolue à son destinataire, qu'il s'agisse d'un individu ou d'une institution. Le problème didactique majeur consiste donc à comprendre les conditions de cette transmission / re-création. La didactique des mathématiques ne voit pas la création de savoirs nouveaux (invention) comme antérieure aux échanges des savoirs, mais au contraire, englobe les phénomènes de production dans ceux de diffusion. Notons que certaines modélisations en sciences cognitives font des propositions analogues (Minsky, 1988).

Pour en revenir aux phénomènes didactiques on peut noter deux aspects. D'une part des organisations et des réorganisations au sein du système d'enseignement, ce qui se marque par des déplacements, des changements hiérarchiques, ou des recatégorisations (aspect diffusion²). D'autre part des adjonctions et des suppressions (aspect production³). Il est possible d'étudier ces mouvements dans le cadre de la transposition didactique. Pour ce qui est des savoirs proprement dits, Y. Chevallard (1992) a proposé une approche basée sur une analogie biologique, de son cru, qu'il a intitulée *écologie des savoirs*. Dans cette étude, nous nous proposons d'élargir le point de vue sur la transposition didactique aux processus transpositifs affectant le système d'enseignement. Il ne s'agit pas ici de transposition de savoirs mathématiques pour

2 Diffusion suppose déplacement. Nous généralisons donc en faisant de tout le remodelage organisationnel l'indice de diffusion. En fait cette idée est déjà pleinement présente dans le concept de schème chez Piaget et c'est justement ce que reprennent à leur manière Papert et Minsky. De même, nous ne considérons plus la production de nouveauté comme quelque chose d'isolé et d'absolu, et nous l'englobons dans un système en perpétuel remodelage : il assimile et rejette tout en se réorganisant.

3 Nous définissons tout savoir comme une connaissance utile, utile dans un cadre institutionnel donné et en rapport à une situation spécifique à transformer. La diffusion des savoirs s'effectue entre institutions et en rapport aux situations qui les occupent. Il arrive que des savoirs, c'est-à-dire des connaissances utiles dans un cadre institutionnel et situationnel donné, deviennent utiles dans un nouveau cadre institutionnel et à propos d'autres situations. Dans ce cas, nous disons qu'il y a transposition de savoir. Au passage l'utilité du savoir, et partant sa signification, auront changé. Dans le cadre de l'enseignement d'une matière, comme les mathématiques, tous les savoirs enseignés sont puisés à l'extérieur et subissent d'entrée une transposition. C'est ce qui nous nommons transposition didactique. En tant que telle la transposition didactique ne représente qu'une petite partie des transpositions de savoirs opérées par les institutions scolaires. Ainsi lorsque les plans d'études empruntent et utilisent un concept comme celui de compétence, originalement conçu pour rendre compte de tout autre chose qu'un programme scolaire, nous avons affaire à une transposition de savoir. Il est intéressant de regarder de plus près comment les diverses transpositions, didactiques ou non, s'articulent. C'est ce que nous nous proposons de faire ici. (Chevallard, 1991 ; Conne 1994, 1996 et 1997.)

l'enseignement, mais de transposition de savoirs mathématiques, épistémologiques, psychologiques etc. utiles à la recherche en didactique des mathématiques.

Cet article examine un aspect de la représentation de l'enseignement des mathématiques que, par le truchement de ses documents officiels, une institution (ici l'école primaire de Suisse romande) se donne. Nous examinerons manière dont cette représentation est remaniée voire ré-élaborée, considérant que les documents officiels ne livrent que la photographie d'un processus continûment actif.

I.2 Mathématiques modernes et transposition didactique.

L'observation qu'il y a un décalage parfois énorme entre les savoirs mathématiques scolaires et les savoirs mathématiques "savants" qui leur servent de référence (ultime) est banale. On pourrait somme toute ne voir là qu'un problème "d'application". Par contre, l'idée de considérer cette observation comme la manifestation d'un phénomène didactique général est beaucoup moins anodine. Pour nous didacticiens, cela est devenu incontournable lorsque nous avons voulu comprendre ce qui s'est passé autour de la réforme des mathématiques modernes à la fin des années 60 et au début des années 70. Ainsi, beaucoup d'exemples de transposition didactique ont été puisés dans cette réforme. On pourrait croire que la dite réforme aurait échoué pour n'avoir pas pris en compte la transposition didactique et que depuis lors, le tir a été corrigé. Il n'en est rien et on voit qu'actuellement l'enseignement des mathématiques élémentaires à l'école primaire se heurte à de sérieux problèmes de cette nature.

De manière caricaturale certes, mais suffisante pour notre propos, on peut présenter la réforme des mathématiques modernes comme une tentative de réduire l'écart entre le savoir mathématique scolaire, que l'on désignait par "mathématiques traditionnelles" et le savoir mathématique savant, les "mathématiques modernes". (Pour ceux qui voudraient une analyse plus subtile, je recommande vivement la lecture de Chevillard 1980). Il s'agissait tout simplement de "moderniser" le savoir scolaire qui trouvait sa légitimité dans le fait que les mathématiciens avaient refondé leur domaine. L'école étant le lieu par excellence de fondation des savoirs de base, elle ne pouvait que se mettre à se réformer elle aussi.

Aujourd'hui, je dirai les choses un peu autrement. On a affaire à deux organisations : d'une part celle de l'exposé des notions, c'est-à-dire son ordonnancement et son développement, d'autre part celle de l'introduction au domaine, c'est-à-dire son ordonnancement et les stratégies de rencontre et d'exploration du champ. Dans les deux cas on organise autre chose. On pourrait dire que dans le premier cas on organise une carte ou un ensemble de cartes et que dans le second, on organise la visite voire l'exploration des territoires représentés sur ces cartes. Mais le plus important est pour moi que la première organisation est celle d'une reconstitution, précisément l'organisation des principes d'un domaine – par exemple, la numération, ou encore la géométrie plane - à même d'en reconstituer des expériences passées et à venir, alors que la seconde est l'organisation de ces expériences mêmes. La première fait abstraction des instruments sémiotiques (en fait elle ne fait appel qu'à un appareil sémiotique réduit et fortement codifié), ces instruments qui sont bien évidemment les supports de l'expérience et de l'exploration. La seconde organisation au contraire repose sur un appareil sémiotique touffu, complexe et surtout mouvant, qui s'enrichit, se renouvelle et

aussi se redécouvre sans cesse. La première organisation sert de référence et de justification à la seconde, cette dernière n'a pour elle que sa propre efficace pragmatique, mais apporte en retour à la première la confirmation ou l'infirmité de la pertinence didactique des présupposés de la première. Dans un article maintenant ancien (Conne 1989), j'ai indiqué qu'on pouvait considérer réformes et refontes des programmes comme la manifestation des remaniements constamment nécessaires pour ajuster et rendre compatibles ces deux organisations.

A l'époque des mathématiques modernes, les pédagogues pouvaient (s'ils le voulaient et s'ils y croyaient) se référer à une image unitaire des mathématiques savantes (il était bon ton de parler de la mathématique) et par conséquent confondre ces deux organisations. On m'objectera que tous les mathématiciens, loin de là, n'adhéraient pas à cette vision unitaire, mais cela ne change rien à l'affaire que cette représentation existait et était amplement vulgarisée. Encore aujourd'hui beaucoup de personnes persistent dans cette confusion et ce même après s'être distancés des idéaux des réformateurs d'il y a 50 ans (pour un exemple Conne 2001). On en retrouve aussi les traces chez tous ceux qui se contentent d'une interprétation étreinée des phénomènes de transposition didactique, croyant par exemple que la transposition didactique aurait pour effet de rendre ces deux organisations isomorphes, c'est-à-dire transférables à une forme commune, alors qu'elle ne peut que les rendre compatibles et encore seulement dans certaines limites. Et ce sont ces limites qui donnent son sens à l'expression : *problème de transposition didactique* que j'ai reprise dans le titre de cet article.

Aujourd'hui, 30 à 40 ans après, la situation est à la fois analogue et différente. L'analogie tient au fait que l'écart entre mathématiques pratiquées à l'école et mathématiques pratiquées dans les institutions savantes ne s'est pas réduit. Mon opinion est qu'il s'est encore creusé. La différence, est que, suite à une explosion de résultats nouveaux et hyper sophistiqués, et bien que le langage bourbakiste se soit largement diffusé chez les mathématiciens, nous ne disposons plus d'une image unitaire de cette science. (Pour plus de détails, on pourra se référer par exemple à Nordon 1999).

Ainsi, les problèmes de transposition didactique se posent non seulement avec au moins autant d'acuité qu'il y a 30 ans, mais surtout le problème est devenu autrement plus ardu.

II. Quelques considérations fort succinctes sur la question des "problèmes" dans l'enseignement des mathématiques.

II.1 Effacement et résurgence des problèmes à l'école élémentaire.

Si l'on regarde rétrospectivement l'évolution des savoirs scolaires à l'école élémentaire en Suisse romande, on ne peut que remarquer que la réforme des années 60-70, se marque par la quasi disparition des problèmes scolaires traditionnels (dont le fleuron reste les problèmes d'arithmétique qui foisonnent dans les manuels des années précédentes), mais que, depuis 1985, ces problèmes refont leur apparition jusqu'à devenir une référence centrale des moyens d'enseignement des années 97. (cf. Conne 1989, Conne & Brun 1990, Conne & Brun 1999).

II.2 Les "grands problèmes" des mathématiciens.

Pourtant les mathématiciens, dans leurs écrits, ont toujours fait de nombreuses références aux problèmes. Mais il s'agit plutôt de ces "grands" problèmes que rencontre la science mathématiques, comme ceux qui figuraient sur la liste de Hilbert, et que rappelle par exemple Jean Dieudonné dans son article: *Mathématiques vides et mathématiques significatives*. On trouve aussi en 1966, cette affirmation sous la plume de R. Godement : "Le but des mathématiciens est au contraire de démontrer des théorèmes "intéressants", de résoudre les problèmes qui sont posée depuis des dizaines d'années parfois depuis des siècles." (C'est l'auteur qui mets les guillemets et souligne. *Cours d'algèbre*, p. 24 §0 Raisonnement logique, point 2 : Le langage réel des mathématiques.) Ces problèmes là n'avaient rien à voir avec les problèmes mathématiques de l'école.

II.3 Deux réponses à un problème de transposition didactique.

On pourrait donc expliquer l'effacement momentané des problèmes à l'école primaire par la prise en compte d'une sorte d'inadéquation d'échelle entre problèmes scolaires et problèmes de mathématiciens. A quoi devons-nous alors le véritable comeback des problèmes à l'école élémentaire? Ma thèse est que la notion de problème est une notion de nature épistémologique, un élément fort utile dans la représentation que l'on se fait des connaissances et des savoirs. Du point de vue des mathématiciens, la chose est très claire. Les problèmes servent à la fois à représenter les progrès passés (comme Godement le fait dans la citation ci-dessus et dans la note - non reproduite ici - à laquelle cette citation renvoie) et à jeter les bases de programmes de recherches, comme les fameux "problèmes de Hilbert" , ou comme tout récemment les sept "problèmes du millénaire", soumis par la fondation Le Clay Mathematics Institute de Cambridge Massachusetts (www.claymath.org).

Du point de vue de la psychologie de la connaissance et de son développement, cette notion joue un rôle analogue de représentation. Pensons par exemple à toutes les recherches de problem solving, qui il faut ne pas l'oublier, ont été fortement inspirées par des mathématiciens comme G. Polya et son très célèbre ouvrage: *How to solve it*. On peut dire que la notion de problème permet d'inscrire une histoire, une genèse, un développement, dans les représentations que l'on se fait de la connaissance et des savoirs.

La notion de problème est outil de représentation, et ce, doublement : représentation du développement des connaissances et représentation du fonctionnement des savoirs (et idéologiquement pour l'école il a valeur incantatoire, tout à la fois évocation, invocation et convocation de progrès cognitifs souhaités). Ce double aspect se retrouve dans deux théories actuelles de la didactique des mathématiques, respectivement : *la théorie des champs conceptuels* et *la théorie des situations didactiques* (pour une analyse de ces deux théories : Brun, 1994, pour deux textes de base de ces théories, Brun, 1996). Dans les deux cas, le cadre des ces théories s'est élargi, et dépasse l'idée de problème. Je prétends que ce sont des réponses didactiques à l'inadéquation d'échelle entre les problèmes en mathématique scolaires et les problèmes dans les mathématiques savantes de référence. Ce sont des réponses à des problèmes de transposition didactique. Dans ces théories donc, les problèmes jouent essentiellement

un rôle ponctuel, en tant que repère dans les analyses, pour l'observation et comme clés d'expérimentation. Dans le cadre de la théorie des champs conceptuels, on travaillera alors sur des ensembles structurés de problèmes, comme les trop fameux problèmes additifs tant prisés depuis G. Vergnaud, tandis que la théorie des situations didactiques propose, elle, avec la notion de "situation fondamentale" à se rapprocher de quelque chose d'analogue aux « grands problèmes » des mathématiciens.

II.4. Du côté de l'innovation scolaire.

Lorsque des savoirs sont transposés d'une institution à l'autre, ils subissent une altération de sens. On peut considérer alors qu'à partir des années 60-70, on reconnaissait de moins en moins la signification des pratiques de résolution de problèmes d'arithmétique à l'école. Les innovateurs ont donc cherché à restaurer une signification à ces pratiques. Sa recherche ayant échoué du côté des mathématiques modernes, ils se sont tournés tout naturellement vers les propositions de Polya et de ses émules, visant essentiellement à instaurer en classe des "recherches" mathématiques. Cela aura donné les idées de *technique des situations* à Genève ou de *problèmes ouverts* en France et en Navarre, pour déboucher aujourd'hui sur la notion de situation-problème (par exemple Bouvier 1986). Il s'agit essentiellement ici d'instruments pour faire travailler les élèves.

Situation, problème, voici des termes quasi primitifs, des catégories, aux quels beaucoup d'auteurs font références, alors qu'il adoptent des perspectives théoriques fort distinctes. Pour moi, il est primordial de se demander laquelle de ces deux catégories qualifie l'autre : est-ce que la situation problème est une sorte de problème, mis en situation ou bien est-ce que la situation-problème représente un type de situation? Au travers de leurs propos, on peut observer, mais je ne l'illustrerai pas ici, une certaine hésitation des didacticiens à ce sujet. Pour l'heure, ce que je veux simplement pointer c'est que les deux interprétations ne reviennent pas au même. Je montre ci-dessous que certains innovateurs se suffisent d'invoquer une situation (peut-être prennent-ils ce mot comme synonyme de « contexte », mais ils disent et écrivent bel et bien « situation ») associée aux problèmes pour croire qu'une signification sera restituée aux problèmes. Pour dire autrement les choses, à leurs yeux l'idée de situation-problème, rend possible la réhabilitation des problèmes scolaires : des problèmes à l'école d'accord, mais pour autant qu'ils se rapportent à une situation qui en garantira non seulement un sens mais aussi une signification. Cette idée est bien entendu très proche de celle qui réclame qu'à l'école on traite des problèmes de la vie courante ou que l'on mette plus d'importance aux mathématiques appliquées. Il y a là retour certain à l'empirisme dans l'enseignement des mathématiques.

La référence aux situations dédouanerait-elle les didacticiens de la question de l'inadéquation d'échelle entre problèmes scolaires et problèmes de référence? Pas du tout ! En effet, tout comme partout, il y a dans les questions d'application, voire d'application aux problèmes de la vie courante, des « problèmes vides » et des « problèmes significatifs », et ce sont ces derniers qui, bien entendu, sont importants. Il est facile de se convaincre que du point de vue des concepts, c'est l'idée de situation qui a préséance sur celle de problème. Par conséquent, les innovations, si elles se veulent réfléchies devraient s'inscrire dans des perspectives didactiques élargies.

II.5 Les problèmes comme marques de progression.

Le fonctionnement du système didactique doit se manifester par une progression, un déplacement. Pour cela, il faut que le système :

- a) produise quelque chose, qui
- b) puisse être reconnu dans un système de repères (Conne 1999), et que
- c) une valorisation en supporte l'orientation.

L'idée de problème convient très bien. (Ici je considère simplement l'idée en deçà du concept de problème ou de l'outil didactique). Elle a fortement été investie par les mathématiciens. Par définition, pourrait-on dire, elle tente de rendre compte d'un saut de quelque chose de "problématique" vers l'obtention d'une solution (le mot est bien choisi, car le problème s'efface derrière sa solution).

La signification mathématique se trouve autant du côté du problème que de sa solution. Se contenter de permettre aux élèves de réussir les problèmes qu'on leur soumet, c'est-à-dire y trouver les réponses, ne suffit pas. Comment, en deçà du défi qu'on leur lance, les contraindre à en retirer du savoir en mathématiques ? Cette question est proprement didactique puisqu'elle ne se pose que lorsque le lien entre la question et la réponse est connu, c'est-à-dire au moment où quelque chose risque de se refermer, et par là même le problème se trouver occulté si ce n'est pas dépassé, renvoyé aux oubliettes par sa solution, en un mot : dissout. Mes propos ne conviendraient pas à décrire un grand problème de mathématicien qui n'a pas trouvé sa réponse. Même lorsque l'on évoque en mathématiques les problèmes du passé, i.e., auxquels les mathématiciens ont apporté réponse, on tente de rendre compte de cette perspective d'ouverture. On informe qu'il fut un temps, un moment de l'élaboration des savoirs où telle question ne trouvait pas de réponse.

Ce fait même est là pour marquer, voire permettre de se représenter une mathématique révolue, qui ne partageait pas toutes nos évidences actuelles. Mais dans les représentations historiques ou les projections programmatiques le problème, ouvert, et sa solution restent comme séparés, comme deux états successifs. Il en va exactement de même en épistémologie génétique lorsque l'on parle de "stades". En revanche dans l'enseignement il s'agit de lier le problème et sa solution sans perdre pour autant cette ouverture, ce qui ne peut se faire qu'en enchaînant les problèmes et les défis. Ce qui me fait dire qu'en didactique, l'ouverture est à chercher ailleurs que du côté des structures : que ce soient des structures de développement cognitif des sujets, ou de structures de classes de situations, même si on les représente par ces situations génériques que sont les situations fondamentales.

Ce n'est que sur le plan des raisons que le lien se fera entre didactique et mathématiques. La description ci-dessus se plaçait au niveau des causes : en échange de la promesse du savoir qui produit la solution, le sujet assume de s'astreindre à résoudre le problème. Cette solution donne raison au savoir et on espère ainsi en fonder le sens. Une fois la nécessité de la solution reconnue et comprise, le sujet se trouvera par là même affranchi une fois pour toutes de ce genre d'énoncé qui ne devrait dorénavant plus lui faire problème ; il sait. On le défiera dorénavant à autre chose.

On comprend dès lors que le problème soit le lieu et l'enjeu d'une très forte valorisation, à double aspect. D'une part, une validation du produit: le problème a bien suscité la production de quelque chose d'agréé dans le savoir. Et d'autre part, une valorisation de la performance de celui ou de ceux qui l'ont produit (à qui on aura tendance d'attribuer le rôle de "constructeur de leur propre savoir", expression très à la mode actuellement).

III. Une présentation promotionnelle des situations problèmes dans les moyens d'enseignement de mathématiques de 1997 en Suisse romande.

Cela dit, je voudrais présenter dans ses grandes lignes une analyse d'un exemple précis. Dans mon cours à la Faculté de psychologie et de sciences de l'éducation en 99-00 (Conne 2000), j'ai analysé cet exemple de manière détaillée, les lecteurs intéressés à approfondir cette question peuvent me demander de la leur transmettre.

Lors de la publication des nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques pour l'école primaire, un document de présentation à destination des enseignants et des personnes intéressées a été publié par les autorités scolaires de Suisse romande. Cette brochure s'intitule: *Compter avec les élèves. Enseignement des mathématiques en Suisse romande. Introduction aux nouveaux moyens.* (Corome, 1997). Cette plaquette comporte un texte agrémenté de quelques vignettes. Parmi celles-ci, et tout au long du déroulement du texte, les auteurs illustrent le propos par l'évocation d'une situation-problème.

De cet article, je n'examinerai que 4 moments : la présentation de l'énoncé et le lien avec une situation ; l'apprêt de l'énoncé en référence à une seconde situation ; la présentation de solutions par des élèves à ce deuxième énoncé ; et enfin une pseudo relance du problème à l'intention des lecteurs.

III.1 Énoncé du problème.

Un des thèmes principaux de la brochure est celui des jeux, toutes les illustrations présentées consistent en photographies de jeux, jeux de société logiques ou mathématiques que l'on trouve dans le commerce, voire qui est promu comme matériel scolaire. La page de couverture présente déjà une telle illustration. Il ne s'agit pourtant pas d'une photographie, et pour cause, ce jeu n'existe pas. En fait c'est une version très simplifiée d'un jeu de taquin, famille de jeux de solitaires dont le célèbre cube Rubik fait partie, mais dont fait aussi partie ce jeu que vous connaissez sans doute et que je vais essayer de vous décrire par écrit.

Le jeu se présente sous la forme d'une planchette carré de dimension 4x4, supportant un ensemble de 15 plaquettes carrées de dimension 1x1, coulissantes horizontalement et verticalement, et numérotées de 1 à 15. On présente la planchette avec les 15 plaquettes disposées en désordre (par rapport à leurs numéros). Comme il y a 15 plaquettes pour 16 cases, il reste toujours une case de libre dans laquelle on peut déplacer une des plaquettes adjacentes. Il est alors possible, par des manipulations de proche en proche, de modifier l'ordre des plaquettes. Le but du jeu consiste à disposer les plaquettes dans l'ordre de leur numérotation.

Si je me suis donné la peine de décrire ce jeu de taquin, c'est parce que le jeu illustré dans la brochure et qui servira de prétexte au problème proposé en est une version très simplifiée. L'image de la couverture représente un échiquier carré de dimension 4x4, avec, sur toutes les cases sauf une, des pions. La case du coin droite en bas est libre (vide). Sur la case du coin opposé, à gauche en haut, se trouve un pion rouge, tous les autres pions sont blancs.

Voici maintenant ce que dit la première vignette de la brochure, en page, 2 de couverture:

Jouez avec nous!

Le dessin de la page de couverture n'est pas seulement décoratif, il représente un jeu de taquin (selon la figure C ci-dessous) consistant à glisser des pions, un à un, de leur case à une case voisine, libre et ayant un côté commun avec la précédente. Le but du jeu est d'amener le pion blanc à la case vide.

Ce jeu, nous l'avons transformé en problème de maths dont les développements constitueront le "fil rouge" de cette plaquette. En voici l'énoncé.

En combien de déplacements, au minimum, amènerait-on le pion de la case du coin gauche (en haut) à la case vide (au coin droite en bas), si la grille avait 1997 carrés de côté?

Ca vous intéresse? Nous vous proposons de résoudre ce problème avec nous au fil des pages, comme exemple pratique (mais pour adultes) de ce que proposent les nouveaux moyens d'enseignement des mathématiques.

Je mentionnerai aussi les deux derniers paragraphes de la seconde vignette p. 3:

Phase d'appropriation du problème.

(...)

Voilà vous pouvez maintenant vous représenter la situation et quitter l'énoncé écrit.

Vous vous êtes, comme on dit, approprié le problème. Il est devenu votre problème.

Vous serez capables par exemple de le poser à des amis, au cours d'une soirée sympa.

Vous êtes alors prêts à vous engager !

Dans cette citation, on voit bien que la situation évoquée du taquin (un taquin tout théorique rappelons-le) ancre l'énoncé dans une réalité "concrète" (matérielle et culturelle) et lui donne une signification. Vous remarquerez aussi (autre signification) l'évocation d'une autre situation, celle d'une "soirée sympa" avec des amis.

III.2 Modification de l'énoncé.

Suite à de nombreuses considérations présentées dans différentes vignettes, on trouve à la page 12 la vignette suivante où "la soirée sympa avec des amis" s'est muée en "concours de classe" (nouvelle signification). Voici le texte de la vignette:

Version passe-partout.

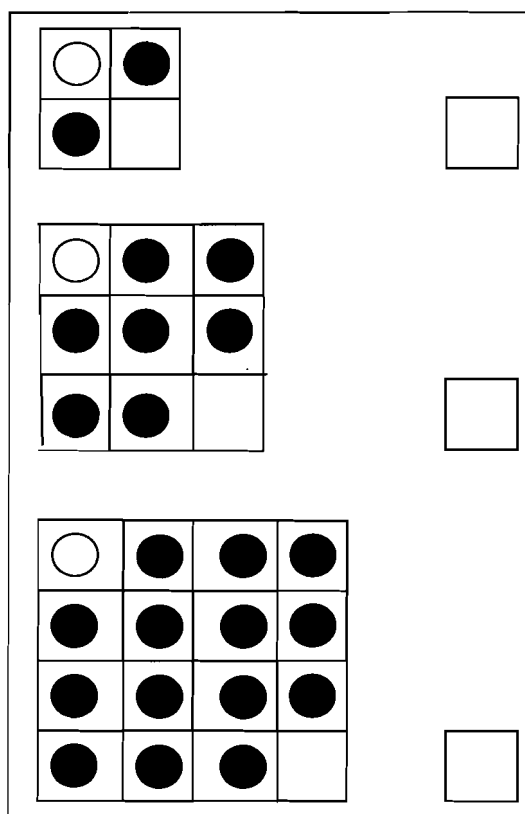
Le problème du taquin a été présenté en automne 1993 lors d'un concours en classe, sans limite de temps, à des élèves de 9 à 16 ans. L'énoncé rappelait les règles du jeu et donnait les trois grilles..

Puis il explicitait les 5 coups nécessaires pour la grille A, à savoir:

1. le pion noir du bas, vers la droite
2. le pion blanc, vers le bas
3. le pion noir du haut, vers la gauche,
4. le pion noir en bas à droite, vers le haut
5. le pion blanc vers la droite.

Et il demandait le nombre minimum de coups nécessaires pour la grille B, pour la grille C et une grille de 1993 carrés de côté.

Qu'en pensez-vous? Quels sont les changements essentiels de cette version par rapport à celle de la page 2 de couverture? Est-on toujours en présence du même problème? Pour vous, personnellement, cette donnée vous convient-elle mieux que la précédente?



Il est clair que nous avons affaire à un aménagement de la donnée de la première vignette, et cela est très habile de la part des auteurs puisque, ce faisant, ils font entrer le lecteur derrière les coulisses d'une mise en scène didactique. Par contre la question finale reste en gros la même (au détail prêt de la dimension de la grille qui correspond au numéro de l'année où le problème est posé, mais cette valeur ne joue aucun rôle, il suffit qu'elle soit très grande pour rendre impossible tout dessin et toute description point par point des déplacements des jetons). En fait nous avons une évocation, qui décrit les contraintes, et le lecteur est placé devant le défi (lancé à lui-même autant qu'aux élèves du concours évoqué) de trouver la réponse, i.e. le nombre de déplacements minimum de jetons sur le taquin. Ce nombre de coups est déterminé dans le cas simple

de la grille A, c'est 5, et on nous suggère qu'il n'est pas difficile de le trouver pour les grilles B et C. Ce faisant, il est suggéré que le problème a sans doute une réponse.

Pour qui voudra penser qu'un problème est univoquement déterminé par l'énoncé d'une question et d'une réponse, les énoncés des deux vignettes seront équivalents. En effet, ils posent la même question fermée, il s'en suit que si la réponse existe, elle ne peut-être que la même dans les deux cas. (Bien entendu, je fais comme si la dimension de la grille était la même dans les deux énoncés. Considérons donc une fois pour toute que l'énoncé de la page 2 comporte le nombre 1993 au lieu du nombre 1997.)

III.3 Présentations de réponses d'élèves.

Sautons maintenant aux vignettes des pages 19, 20 et 29 qui, tout en donnant la réponse du problème, illustrent deux moments clés de la résolution sur la base de ce qui a pu être observé en 1993, lors du concours dans des classes de divers degrés. Voici tout d'abord, un extrait de la vignette de la page 19.

Le déclic ou le "haha"!

Dans la version 1993 de l'énoncé, élèves et adultes après avoir calculé les nombres minimaux des déplacements sur les grilles proposées, vont jusqu'à 5x5, et parfois 6x6, mais rarement au-delà. Les deux grandeurs en jeu se distinguent clairement, et les résultats se résument en une table de correspondance telle que celle ci:

côté de la grille	2	3	4	5	6	...	1993
nb. min. de dépl.	5	13	21	29	37	...	?
		→	→	→	→		
		+8	+8	+8	+8		

D'une grille à la suivante, la progression du nombre minimum de déplacements fait explicitement apparaître le coefficient d'augmentation (+8).

Haha!

A ce stade, les plus jeunes élèves, qui n'ont pas encore étudié de fonction, travailleront de préférence dans la deuxième ligne du tableau ("espace de mesure des déplacements"). Ils auront à trouver un moyen d'arriver au correspondant de 1993, en sautant les étapes intermédiaires.

"Il faut faire une multiplication par 8!" s'est écrié un élève de quatrième année après que la classe entière, en phase de travail collectif, eut passé un bon moment pour trouver un moyen d'éviter les additions successives de 8.

Un cap difficile vient d'être franchi, mais il reste encore à trouver l'autre facteur de multiplication par 8, soit le nombre de pas nécessaires pour arriver en dessous de 1993⁴.

⁴ dans la table de mise en correspondance

Vignette de la page 20:

Phase de justification.

Le plus dur est passé, le pas obligatoire vient d'être fait. Il reste à trouver la solution et à la justifier. Voyons comment un groupe de 5^{ème} année l'a fait, en 1993:

"(...)

On a découvert que d'une grille à l'autre, il y a 8 coups de plus.

On a fait une nouvelle grille pour confirmer: la grille D (5 carrés de côté).

1993-5 = 1988 parce que la dernière grille qu'on avait faite avait 5 de côté.

1988 x 8 = 15904, parce que d'une grille à l'autre il y a 8 coups de plus.

15904 + 29 = 15933 parce que la grille se jouait en 29 coups.

Solution: pour une grille de 1993 de côté, il faut jouer 15933 coups."

(...)

Avant de commenter ces propos, passons à la vignette de la page 29:

Autre justification.

Les élèves plus âgés, sans doute incités en cela par leurs pratiques scolaires, envisagent directement la loi de passage entre la mesure du côté de la grille et le nombre minimum de déplacements. Ou, si l'on se réfère à notre petit tableau en page 19, ils cherchent directement une correspondance verticale, à savoir le nombre correspondant à 1993.

Comme l'expliquent si bien ces élèves de 13 ans (école secondaire du Landeron):

"Démarche

1. *On a vérifié qu'il fallait 5 déplacements (...) pour le grillage A.*

2. *(...) puis quelqu'un a trouvé le nombre de déplacements (...) pour le grillage B.*

3. *Idem pour C.*

4. *Puis on a cherché comment on passe du résultat A au résultat B et du résultat B au résultat C. (... ils trouvent la constante +8)*

5. *On a essayé de trouver le rapport entre les côtés et les résultats.*

(...) Car on nous demandait combien il y a de déplacements pour 1993 côtés. On s'est dit que la loi de passage entre les résultats A à B et B à C qui est (+8) est là pour quelque chose.

Résultats

(...) Donc pour un grillage de 1993 côtés on obtiendrait

$$1993 \longrightarrow (x8) (-11) \longrightarrow 15933 \text{ déplacements}$$

et pour un grillage de n côtés : $n \longrightarrow 8n - 11$.

Nous avons donc dans les deux cas la même proposition de réponse, et dans le second cas une généralisation de celle-ci. Mais est-ce bien la réponse à la question posée? Nous disposons certes des justifications des élèves, mais que justifient-elles au juste? Pouvons-nous être certains que: 1) en 15933 déplacements, une personne très patiente arriverait effectivement à faire passer le pion rouge d'un coin à l'autre du taquin? Et si cela était, ne pourrait-il pas procéder en moins de coups? On pourrait aussi

s'étonner: pourquoi ce facteur 8 apparaît-il? Y a-t-il un rapport entre le (x8) et le (-11) trouvés par les élèves du Landeron? Etc...

Ce que dans les deux cas les élèves justifient n'est pas la réponse à la question posée, mais la justification de leur calcul d'une réponse plausible. Ils justifient une conjecture, c'est déjà très bien certes (cf. G. Polya), mais il n'est pas encore certain que ce soit la solution. Le "problème" auquel ils répondent est en fait le suivant: "étant donné une progression arithmétique de raison 8 et de premier terme 5, combien vaut le 1993^{ème} terme?" Et le second groupe d'élève va jusqu'à écrire la formule du calcul général des termes de la suite. En passant, mais cela est assez important du point de vue de la transposition, la vignette de la page 19 fait une référence abusive lorsqu'elle parle de la notion de fonction: "A ce stade, les plus jeunes élèves, qui n'ont pas encore étudié de fonction (...)". Car il ne s'agit que de suites arithmétiques et le lien avec les fonctions ne se fait ici qu'au détour d'une notation ambiguë (la notation fléchée du second groupe, empruntée d'ailleurs aux "machines numériques" des manuels des années 70).

Entendons-nous bien: si les élèves ont effectivement trouvé la réponse, rien ne permet de conclure qu'ils le savent, de même, si les élèves ont décrit une fonction, rien ne permet non plus de s'assurer qu'ils le font sciemment. Ce qu'ils savent c'est qu'ils ont trouvé un moyen de calculer le 1993^{ème} terme d'une suite arithmétique (de raison 8 et de premier terme 5) et, en ce qui concerne les seconds, qu'ils ont trouvé une formule générale pour exprimer leur calcul.

Transposition didactique et altération de sens ai-je commencé par déclarer. Cela a eu lieu effectivement, là, sous nos yeux. Les élèves n'ont pas résolu le problème de taquin, la situation est passée au second plan, si elle n'a même pas été oubliée, pour une autre, celle d'un problème d'arithmétique. Le taquin n'était là que comme prétexte à autre chose. On retrouve là le même résultat exactement que j'avais montré dans ma thèse portant sur l'enseignement des mathématiques en 1P et 2P dans les années 70 (Conne 1981, p. 130). Certes cette autre chose est bien quelque chose du savoir mathématique, et d'ailleurs quelque chose de bien plus facile à reconnaître pour un instituteur, que ce qui est exactement à l'œuvre dans le problème du taquin. L'ennui, c'est que si on voulait éviter de trop vite retomber dans des relations formelles et abstraites, c'est raté. Car la question, en terme de mathématiques appliquées, si vous tenez à utiliser ce langage, est bien de savoir comment il se fait que le nombre minimum de coups ne dépende que de la dimension de la grille. Question qui je le concède n'est pas facile. Mais c'est la seule qui ait un sens au regard du taquin, c'est-à-dire de la situation de référence qui devait supporter le sens du problème posé. D'autres questions tout aussi difficiles se posent; concernant par exemple l'existence d'une formule et d'une formule si simple pour calculer le minimum de coups, n'est-ce pas étonnant? En particulier, dans leur étude, il deviendrait pertinent de parler de "fonction". Par contre dans la description de la plaquette, cette référence aux fonctions n'est qu'un placage d'un savoir préalablement déterminé sur des formes abusivement reconnues comme relevant de ce savoir.

III.4 Une pseudo relance de la part de auteurs.

Voici ce que les auteurs signalent, comme pour se rattraper, à la dernière vignette de ce "fil rouge", à la page 30:

Regard rétrospectif.

(...) Ceux qui ont cherché sans succès ou n'ont pas compris les démarches présentées dans les étapes précédentes ne doivent pas se décourager. Le problème reste réel pour eux. Ils peuvent en parler, chercher à le résoudre avec d'autres. Il n'y a aucune honte à ne pas trouver. Il faut laisser agir le temps, faire encore d'autres essais, d'autres hypothèses.

Le problème n'en est plus un pour ceux qui ont trouvé la solution et sont capables de la défendre. Ils ont construit une connaissance nouvelle. Mais qu'ils n'oublient pas qu'on pourrait encore se poser d'autres questions liées à ce jeu. Ces pions quels taquins !

On a vu par exemple qu'il y a 8 déplacements de différence entre la 2^{ème} et la 3^{ème} grille, entre la 3^{ème} et la 4^{ème}, entre la 4^{ème} et la 5^{ème}. Mais est-on certains que cela marche toujours ? Ne faudrait-il pas le démontrer ?

N'y a-t-il qu'un itinéraire optimal, ou y en a-t-il plusieurs pour une même grille ?

Il en va des problèmes comme des trains, l'un peut en cacher un autre !

Si nous sommes d'accord sur la dernière affirmation, je dois quand même souligner que la question de savoir si "cela marche toujours" est celle à laquelle il faut pouvoir répondre pour être certain que la réponse 15933 est juste ! Ne faudrait-il pas démontrer qu'elle est juste ? Ce n'est pas une question que les auteurs semblent se poser. Leur réponse est : « oui, évidemment ». Le discours des auteurs est faux, et il se fait en plus injuste envers "ceux qui ont cherché sans succès ou n'ont pas compris les démarches présentées dans les étapes précédentes". Car aucune des réponses présentées jusqu'ici n'a proposé la solution du problème de taquin. Par conséquent on ne peut pas affirmer que ceux qui ont réussi à calculer 15933, ou à donner la formule $8n-11$ aient compris. Le problème est "réel" pour tous, et il ne s'est pas encore estompé. On a affaire à une substitution didactique d'objet : la réussite à produire un calcul justifié s'est substitué au problème et à la solution. C'est un effet Jourdain (et on y abouti par quelques coup de pouces Topaze).

Les auteurs laissent entendre que la situation des taquins peut occasionner d'autres problèmes que celui posé. Certes, mais leur premier exemple est faux, il ne s'agit en effet pas d'un **autre** problème, mais exactement du problème posé en page 2, et qui avait été ensuite reformulé en page 12 !

IV. Un problème ne va jamais seul: chaînes et nœuds de problèmes.

Je me contenterai de faire quelques remarques et questions.

IV.1 Si l'expression situation-problème a un sens c'est en tant qu'elle désigne un type de situation et non pas en tant qu'elle désigne un type de problèmes.

Cet exemple illustre bien le fait qu'il est insuffisant et trompeur de vouloir caractériser les problèmes en les qualifiant de situation-problèmes. Au contraire, il est nécessaire de considérer d'abord la situation et ensuite la chaîne de problèmes susceptibles de se présenter lorsqu'un sujet interroge cette situation, ou se fait interroger à son propos. "Un problème peut toujours en cacher un autre!" concluaient nos auteurs. Ils ne croyaient pas si bien dire!

IV.2. La notion de problème est impropre à désigner un objet.

En fait, les problèmes ne se laissent pas identifier ni isoler comme cela, ils ne vont jamais seuls, on a toujours affaire à des chaînes de problèmes s'organisant en réseaux, à l'image des réseaux de savoirs qu'ils représentent. Certains problèmes se trouvent alors à des carrefours, et apparaissent comme des nœuds essentiels, incontournables. Comme je l'ai dit, les problèmes ont pour fonction de représenter la dynamique d'un système de connaissances en développement ou de savoirs en construction, vouloir en faire des objets, c'est abolir leur caractère mouvant et fluctuant. Cela est possible lorsqu'on les prend comme repère pour jalonner les progrès d'un sujet ou ceux des connaissances mathématiques. Par contre pour ce qui en est des phénomènes didactiques, ce ne sont pas les problèmes que nous devons considérer comme des objets mais bien les situations et les contextes au cours et à propos desquels ils se présentent et s'enchaînent.

IV.3. Il n'y a pas de couple question / réponse qui corresponde univoquement à un problème.

Il n'est pas possible non plus d'identifier un problème à un *couple question / réponse* puisque, comme nous l'avons vu, les réponses que les élèves ont trouvées à la question des taquins se réfèrent à un autre problème, celui de l'expression des termes d'une progression arithmétique. Et il ne suffirait pas non plus de dire que la réponse des élèves est la solution assurée du problème concernant les progressions et une solution conjecturée du taquin. Car pour dire cela il faudrait être capable de bien distinguer ce qui, dans la question initiale posée, a trait au taquin et ce qui a trait aux propriétés arithmétiques des nombres qui s'y rapportent. Pourtant, $8n-11$ est bien la réponse au problème de taquin. Mais pourriez-vous me le démontrer? Et sinon comment se fait-il que le discours des vignettes occulte si bien cette question essentielle ?⁵

IV.4 Ni validité ni valeur ne se transportent.

Nous avons vu comment lors du processus de résolution, dans des conditions didactiques données (dans l'exemple, le concours mathématique en classe), les élèves étaient amenés (et bien encouragés à le faire) à transformer le problème initialement proposé, au point d'en oublier la teneur, au profit du seul problème qu'ils auront su

⁵ Rappelons que ces vignettes sont destinées à un grand public peu au fait des questions didactiques et dont l'habitus, hérité de la scolarité, fait qu'il y a appris des réponses sans trop savoir, ni même se soucier de savoir, à quelles questions elles se rapportaient.

résoudre. On ne le répétera jamais assez, cela ne suffit de loin pas à invalider le travail fourni. Sauf que, tout comme il en va du sens des savoirs lors du processus de transposition, la valeur et la validité de leur travail en est aussi altérée. Ce que je critique dans cet exemple, c'est que ce point incontournable et essentiel échappe totalement aux auteurs. Il ne suffit pas de poser des problèmes qui motivent les élèves encore faut-il ne pas se leurrer sur le travail fourni et la connaissance ainsi produite. Cela pose inmanquablement un "problème d'institutionnalisation", ce qui n'a d'ailleurs pas échappé à maints enseignants qui utilisent ces nouveaux moyens.

IV.5 Où on retrouve les "grands" problèmes.

Ces remarques ne sont pas pour étonner les mathématiciens pour qui il est patent que les problèmes sont reliés. Ce qui est étonnant est plutôt qu'on oublie qui ne peut pas en aller autrement avec les problèmes à l'école⁶. Et qui voudrait s'en convaincre n'aura qu'à se référer à n'importe quel texte relatant la fameuse conjecture de Fermat et sa non moins fameuse démonstration, qui en faisait un corollaire de la conjecture de Taniyama-Shimura ! (Pour un exemple dans un texte de vulgarisation, Singh, 1998.)

L'idée de "grands problèmes" a donc deux facettes au moins: 1° celle d'être un maillon dans une chaîne, c'est-à-dire d'être relié en amont comme en aval, à d'autres questions et problèmes, 2° celle d'être un problème significatif, c'est-à-dire de se trouver au nœud de multiples chaînes de problèmes au point où sa solution apportera avec elle tout un chapelet de résultats annexes.

Il n'y a aucune raison a priori à penser qu'il en aille autrement des problèmes qui se posent aux élèves dès le moment où ils ont une signification pour eux parce qu'ils les rencontrent dans leur effort de penser mathématiquement telle ou telle situation.

IV.6 Ces quelques remarques me permettent de formuler les questions didactique suivantes.

IV.6.1. Quelle valeurs attribuer à un réseau de problèmes?

Du point de vue de la valorisation du travail des élèves, l'ennui dans la description de la plaquette de promotion des nouveaux moyens d'enseignement est que celui qui n'y prend pas garde oubliera le problème posé pour celui de la réponse trouvée et que cela sera dommageable pour tous les élèves qui n'auront pas emprunté cette voie dans leur résolution. Je n'ai pas eu comme les auteurs, l'occasion d'observer et d'analyser le travail des élèves à ce problème. Simplement il ne m'est pas difficile d'imaginer qu'un élève ait fort bien compris que le point essentiel reste celui de l'analyse des déplacements des pièces sur l'échiquier et qu'il ne se suffise pas d'établir un beau tableau de variation du nombre de coups minimaux. Il n'est pas difficile non plus d'imaginer que cet élève ou ce groupe d'élève se perde et abandonne devant la difficulté ou du moins arrive à des résultats qui paraîtront bien maigres, pour ne pas dire piètres, au regard des "réussites" de ses (leurs camarades) et des exclamations enthousiastes des enseignants qui n'attendaient que ça (15933, ou 8n-11). Je dispose de multiples observations de faits semblables, et le lecteur pourra en trouver un exemple dans mon article: *Un canard dans les mares* (Conne 1987).

⁶ Du moins si tient à ce que les réponses restent reliées aux questions (cf note 5)

Ainsi donc la question est générale et ne concerne pas seulement l'appréciation des réponses qui se rapprochent de la réponse attendue. Il s'agit aussi de savoir comment valoriser les réponses non conformes. Ou encore plus délicat : Comment reconnaître les réponses qui bien que fausses ou inabouties témoignent d'une sensibilité particulière aux problèmes posés (ou rencontrés lors de l'étude de la question)? Comment les enseignants pourraient-ils ne pas être totalement livrés au hasard dans la reconnaissance, derrière une réponse apparemment non conforme, d'une idée mathématique profonde?

En termes didactiques, je résumerai toutes ces questions de la manière suivante: Comment faire pour que validation et valorisation du travail des élèves ne se fasse pas au seul bénéfice de leurs soi-disant performances et au détriment des problèmes associés non résolus par les élèves?

IV.6.2

Si l'on veut préciser, on pourra considérer, pour une situation de référence donnée, différents problèmes. Pour reprendre notre exemple, on pourrait associer à la réponse $8n-11$, deux problèmes. Le problème p1 qui est celui que l'on a commencé par poser à propos du taquin et le problème p2 que les élèves se sont posé pour calculer le $1993^{\text{ème}}$ terme d'une progression arithmétique. Il va de soi que le problème p1 est plus difficile que le problème p2, mais que ce dernier est plus facilement identifiable en termes de savoir scolaire. Mais on peut aussi se demander ce que signifie au juste que les auteurs de la plaquette aillent "chercher aussi loin" une situation qui motive un travail sur les suites arithmétiques. Serait ce que le problème p1 servirait de "faire valoir motivant" à des notions mathématiques trop abstraites? Ne vaudrait-il pas mieux chercher des problèmes plus "proches" du but que l'on s'est fixé? Et si c'est bien la réponse à p2 que l'on vise, ou que l'on pense pouvoir escompter de la part des élèves, pourquoi les taquiner de cette manière?

IV.6.3

Enfin et puisque je l'ai mentionné, il se pose une question de fond concernant les aspects que j'ai évoqués à propos des problèmes des contraintes et promesses qu'ils représentent sur un plan causal et de la nécessité que cela représente au niveau des raisons de savoir. Car comment obtenir de la part des élèves qu'ils veuillent bien se soumettre aux contraintes de la dévolution (de la responsabilité) de la résolution des problèmes, si de leur côté, les enseignants prennent toutes les libertés de ne reconnaître que les réponses qui les agréent? Ici, bien entendu la question devra être reprise en termes de contrat didactique.

V. Conclusions

Ma conclusion se résumera en 3 affirmations qui pourraient être autant d'hypothèses pour des études ultérieures.

- 1° Dans une chaîne ou un réseau de problèmes, les divers problèmes rencontrés, comme les problèmes p1 et p2 évoqués au point 4.6.2 ci-dessus, sont des modèles transitoires pour et dans la résolution. De ce point

de vue, la donnée est mise sur un plan analogue aux développements ultérieurs, ce n'est que le modèle par lequel le didacticien ou l'enseignant ont décidé de faire "entrer les élèves dans la ronde". Les divers objets rencontrés et "traités": taquins, tableaux, progressions arithmétiques, formules, fonctions etc. sont des ingrédients de ces différents modèles. Ils fournissent des indices et des repères pour la reconnaissance des savoirs mis en jeu par les élèves, permettant de les rapporter aux savoirs mathématiques de référence (dans et hors programme).

- 2° Même si le texte de la plaquette de présentation des nouveaux moyens, et en particulier les contenus des vignettes, présentent des maladresses et ambiguïtés, ces propos illustrent bien les intentions des nouveaux moyens d'enseignement. Dit autrement, ces propos proviennent de l'état actuel de la question des savoirs scolaires en regard des savoirs mathématiques de référence et en particulier du fait que nous n'en disposons actuellement d'aucune vision unifiée. La mise en avant de l'idée de problème dont le rôle est de représenter l'aspect dynamique et fonctionnel du développement des connaissances et de la construction des savoirs, ne fait que répondre à l'air du temps particulièrement fonctionnaliste (en opposition avec l'air du temps de la réforme des mathématiques modernes qui était - si l'on peut dire - structuraliste).
- 3° Cela montre que les problèmes de transposition didactique sont d'actualité. Mais alors que la réforme des mathématiques modernes aura servi de creuset à la mise en évidence de cet aspect proprement didactique de la transmission des savoirs, et qu'il s'agissait de comprendre rétrospectivement ce qui avait bien pu se passer, nous nous trouvons désormais autrement défiés! Nous voilà sollicités à fournir la preuve que notre compréhension, nos études et analyses sont non seulement pertinentes mais utiles. Si la recherche de réponses à ce défi nécessitera des éclairages plus spécifiques par l'analyse du contrat, celle du milieu, ou encore de la plus ample compréhension des phénomènes de dévolution et d'institutionnalisation, le nœud de l'affaire est bel et bien la transposition didactique.

Bibliographie

BOUVIER A (1986). (Éd.) *Didactique des mathématiques : le dire et le faire*. Paris : Cedic-Nathan.

BROUSSEAU G. (1997). Allocution prononcée lors de sa distinction au titre de Docteur honoris causa de l'Université de Montréal. Manuscrit non publié: Université de Montréal.

BRUN J. (1996). *Didactique des Mathématiques*. Coll. Textes de base en pédagogie. Lausanne : Delachaux et Niestlé.

BRUN J. (1994). Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. In *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. M. Artigue, R. Gras, C. Laborde et P. Tavignot (Éds). (pp. 67-83). Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La pensée sauvage. Deuxième édition.

CHEVALLARD Y. (1992). *Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique*, *Recherches en didactique des mathématiques*, 12 (1), 73-112. Republié in Brun J. (dir.) *Didactique des mathématiques*, collection Textes de Base en Pédagogie, Delachaux et Niestlé : Lausanne, 145-196.

Compter avec les élèves, Enseignement des mathématiques en Suisse romande, Introduction aux nouveaux moyens. (1997). Commission Romande des Moyens d'Enseignement.

CONNE F. & BRUN, J. (1999). La notion de compétence, révélateur de phénomènes transpositifs dans l'enseignement des mathématiques. In *L'énigme de la compétence en éducation*. J. Dolz J. et E. Ollagnier (Éds). *Raisons Educatives n° 2, 1-2*. Louvain-la-Neuve : De Boeck Université, p. 95-114.

CONNE F. & Brun, J. (1990). Content and Process : the case of teaching written calculation at primary school. Actes du Symposium : *On Effective and Responsible Teaching. September 1990 in Fribourg Switzerland*.

CONNE F. (2001) Il ne faudrait pas confondre moyens d'enseignement et ouvrages de vulgarisation, in *Educateur*, N° *Mathématiques et nouveaux moyens*, pp. 17-19., 12/2001.

CONNE F. (2000). *Analyse de l'exemple de situation problème du document : « Compter avec les élèves »*. Notes de cours, disponibles auprès de l'auteur.

CONNE F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne. In *Le Cognitif en Didactique des mathématiques*. Chap. I. F. Conne, F. & G. Lemoyne (Éds). Montréal : Presses de l'Université de Montréal.

CONNE F. (1997). L'activité dans le couple enseignant / enseigné ». In *Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques*, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques éditeur, 15-24.

CONNE F. (1989). L'articulation des contenus et des moyens et leur double nature mathématique et didactique dans l'enseignement des mathématiques et son évolution. (pp. 8-14). *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*. no XXIX-3. Montréal : A.M.Q.

CONNE F. (1987). Un canard dans les mares. *Education et recherche*. No 9.3. (pp. 301-328).

CONNE F. (1981). *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire*. Thèse de doctorat en Sciences de l'éducation, Université de Genève. Lausanne : Conne & Couturier - Noverraz.

DIEUDONNE J. (1982). Mathématiques vides et mathématiques significatives. In *Penser les mathématiques*. Textes préparés et annotés par F. Guénard et G. Le lièvre. (pp. 15-38). Paris : Points - Seuil.

GODEMENT R. (1966). *Cours d'algèbre*. Paris : Hermann.

MINSKY M. (1988). Chap. X: Le principe de Papert. In *La société de l'esprit*, Interéditions, 178-195.

NORDON D. (1999). *Deux et deux font-ils quatre ? Sur la fragilité des mathématiques*. Pour La Science. Paris : Pour La Science - Belin.

POLYA G. (1965). *Comment résoudre un problème*. Paris : Dunod.

SINGH, S. (1998). *Le dernier théorème de Fermat*. Paris : J.-Cl. Lattès.