TACHES MATHEMATIQUES ET ACTIVITES DES ELEVES UNE DISCUSSION SUR LE JEU DES ADAPTATIONS INTRODUITES AU DEMARRAGE DES EXERCICES CHERCHES EN CLASSE DE COLLEGE.

Aline. Robert,
Professeur des universités
IUFM de Versailles

Résumé : Dans cet article nous détaillons, à partir d'exemples, une démarche assez habituelle de mise au travail des élèves (en classe) sur des exercices non immédiats. L'enseignant est amené à découper ce travail, en isolant des questions intermédiaires, suite à diverses contraintes. Nous essayons d'indiquer des inférences sur les activités des élèves et d'envisager des alternatives malgré les multiples raisons qui conduisent à ce type de déroulement.

Introduction

Dans cet article je m'intéresse aux déroulements de séances de mathématiques où les élèves cherchent en classe des exercices, après le cours correspondant. Plus précisément, leur enseignant leur a proposé un énoncé non immédiat, qui comporte une ou plusieurs tâches[1], puis la séance se déroule et l'enseignant intervient.

Je vais développer d'abord deux exemples précis qui permettent d'illustrer le type de déroulement que je discute ici. Je le présenterai ensuite plus généralement ; puis je dégagerai à la fois des contraintes qui expliquent les constats et des hypothèses sur des incidences éventuelles sur les activités des élèves et leurs apprentissages ultérieurs. Je terminerai sur des alternatives éventuelles.

Le mot « activités » a ici un sens différent de celui qu'il prend dans les chapitres d'introduction des manuels ou certains textes officiels : il désigne ce que les élèves pensent, disent, écrivent (et n'écrivent pas), lors du travail provoqué par une tâche précise.

Notre propos concerne des déroulements où plusieurs modifications de la tâche initiale sont provoquées par l'enseignant, par des prises de parole ou un jeu de questions et réponses. D'abord les élèves ont très vite à résoudre successivement plusieurs sous-questions intermédiaires que l'enseignant leur indique dans le bon ordre, chaque résolution ne faisant mettre en œuvre qu'un seul élément mathématique. Puis

[1] C'est-à-dire ce que les élèves doivent résoudre, du point de vue des mathématiques en jeu.

éventuellement ces questions intermédiaires (sous-tâches) sont simplifiées, par exemple par des rappels des formules à utiliser et des précisions sur cette utilisation.

Autrement dit les adaptations des tâches mathématiques provoquées par l'enseignant entraînent d'abord un découpage de la tâche prescrite en sous-tâches, de fait isolées, puis une simplification.

I. Des exemples

Nous avons choisi deux exercices de collège (dans deux classes ordinaires de troisième[2] dont la première est faible, d'après l'enseignant) pour illustrer notre propos. Dans les deux cas, il s'agit de faire résoudre en classe des exercices qui n'ont pas été cherchés à la maison et qui portent sur un cours qui vient d'avoir lieu.

I.1. Applications des formules trigonométriques dans le triangle rectangle

Dans ce premier exemple, il s'agit de trouver des mesures de côtés de triangles rectangles dont on connaît un angle et un côté. L'enseignant commence par anticiper en indiquant qu'il s'agit de revoir des formules. Il est en train de faire travailler les élèves sur les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle, donc cette pré-indication ne change rien à ce que les élèves attendent.

Voici l'énoncé :

> Un triangle rectangle ABF est dessiné (reproduit au tableau, rectangle en F).
>
> Texte : Dans chacun des cas suivants, on connaît la mesure d'un angle aigu et la mesure d'un côté
>
> a) exprimer la longueur des deux autres côtés en fonction des deux données b) effectuer le calcul.
>
> Suivent 4 cas numériques (l'enseignant restreint au premier et au quatrième l'exercice à chercher en classe). Le premier cas numérique est indiqué au tableau ($\hat{A} = 22°$, AB = 8 cm).

La tâche de cet exercice consiste à appliquer correctement une formule trigonométrique adaptée à chaque cas pour exprimer un côté inconnu en fonction de données connues (angle et mesure d'un côté). Ceci doit être fait plusieurs fois de suite, de manière indépendante (a priori deux fois deux, pour chaque situation numérique retenue dans notre séance). On peut aussi penser remplacer le deuxième calcul par une application du théorème de Pythagore, mais alors se pose la question des valeurs numériques à utiliser, car dans les cas tels que $\hat{A} = 22°$, le premier calcul donne une valeur non décimale.

Cette tache n'est pas immédiate pour ces élèves : en effet ils doivent trouver deux longueurs (au lieu d'une) et choisir une des trois formules trigonométriques à leur disposition. De plus l'énoncé n'est pas présenté directement comme une application d'un théorème du cours, et il demande un résultat formel (à partir des données littérales) avant le calcul effectif.

[2] Dernière classe de collège, élèves de 14-15 ans.

Les activités des élèves commencent donc dès la lecture de l'énoncé, qui n'est pas « standard ». Qu'est-ce qui est donné, qu'est-ce qui est cherché ? L'expression non courante « on connaît... », la longueur du texte et sa forme non habituelle doivent amener à une petite réflexion. D'ailleurs un élève se trompe tout de suite, prétendant qu'on cherche la mesure d'un angle.

Il s'agit ensuite de prendre conscience qu'il faut choisir une formule (adéquate) pour calculer successivement chaque côté : il y a application répétée de formules analogues (mais pas identiques).

Enfin si les élèves respectent l'énoncé, ils doivent travailler sur des données formelles, semi-algébriques (AB, $\hat{A}$) puis passer au numérique. Il y a donc un travail de type algébrique au sein d'un travail trigonométrique, avec un passage de la figure géométrique aux données littérales, puis un calcul. Cette tâche n'est ni simple ni isolée, car les activités qu'elle engendre comportent plusieurs étapes non indiquées, un travail de reconnaissance de la formule adaptée à chaque fois, un travail dans plusieurs cadres entraînant une articulation de connaissances.

Si on veut que les élèves soient confrontés à cette tâche et pas à une suite d'applications immédiates des formules trigonométriques, on doit « garantir » au moins quelques-unes de ces adaptations : ou prise de conscience de ce qui est cherché et restriction à chaque côté successivement, ou choix de la formule, ou remplacement par les données littérales de l'énoncé et calcul effectif. Le fait d'avoir à refaire la même chose en changeant une donnée permet de renforcer le caractère non aléatoire du choix de la formule adaptée.

Voyons ce qui se passe.

Nous disposons d'une vidéo de la séance (centrée sur le tableau) et de sa transcription dont nous citerons des extraits au fur et à mesure[3] (en italique).

Nous pouvons constater que la classe est relativement agitée, avec certains élèves peu intéressés. La majorité du temps l'enseignant organise un dialogue avec les élèves : suite de questions – réponses, soit à un élève particulier soit, le plus souvent, à la cantonade.

Tout de suite après la relecture un peu laborieuse de l'énoncé par un élève, désigné, l'enseignant attaque : « *eh bien qu'est-ce qu'il faut faire, dites-le moi avec vos mots à vous* ». Pas d'indications, donc, mais un essai de reconnaissance et de familiarisation avec la tâche.

La première réponse est celle de F. « *faire des mathématiques* ». Elle montre bien que les élèves ont besoin de temps pour se retourner, pour se mettre à faire eux (aussi) des mathématiques. Mais l'enseignant n'est pas branché sur cette longueur d'ondes et néglige le message de l'élève[4].

Aucun élève ne répond ensuite correctement. L'enseignant fait rapidement relire l'énoncé, puis, avec ses mots à lui, il commence à le paraphraser.

---

[3] C'est nous qui mettons en gras certaines phrases.

[4] Même si la réponse peut être interprétée ironiquement, il nous semble qu'elle porte une part de ressenti « faut s'y mettre ».

« .. **il faut déterminer les longueurs des deux côtés qu'on ne connaît pas** , et après dans petit b) , il faudra effectuer les calculs donc dans petit a) c'est en fonction de ce qu'on connaît , en fonction des données donc de l'angle A et de la longueur AB »

Toujours rien côté élève. Devant l'insuffisance des réactions de la classe, l'enseignant précise, reprend une réponse fausse qui correspond à une mauvaise lecture de l'énoncé (proposition de recherche d'un angle) et continue :

> « tu as vu : dans chacun des cas suivants on donne la mesure d'un angle aigu et du triangle.. pardon : d'un angle aigu du triangle et la longueur d'un côté , t'as le petit 1) , le petit 2) , le petit 3) , le petit 4) ; c'est ça : à chaque fois on te donne la mesure d'un angle et la longueur d'un côté ; après les questions c'est petit a) et petit b), X, oui ou non ?
> **X**: oui mais…
> **P** oui , bien si tu écoutais quand on te parle ! t'es très distrait avec Y je trouve ! Donc dans le petit a) on vous donne la mesure de l'angle A et la longueur AB ; **donc il faut trouver quoi, les mesures ..? Quel côté ?** »

C'est à ce moment-là que, sans doute contraint par le manque de réactions des élèves et le temps qui passe, l'enseignant isole la tâche : « *donc il faut trouver quoi, les mesures ? Quel côté ?* ». Et là ça y est, il a suffisamment isolé la tâche, beaucoup d'élèves vont répondre, alors que la première intervention, « *il faut déterminer les longueurs des deux côtés qu'on ne connaît pas* », n'a pas eu cet effet.

En posant en effet cette question, qui a l'air ouverte, « *quel côté* ? », même si c'est nous, transcripteur qui avons mis le singulier, l'enseignant a de fait enlevé la difficulté de se dire qu'il y a trois côtés et qu'il faut choisir un côté inconnu puis l'autre, c'est à dire qu'on sépare les deux calculs (le troisième côté est connu). On découpe la tâche, il n'y aura plus qu'à appliquer une fois une formule.

Un élève propose cependant le côté déjà connu, l'enseignant corrige et reprend les autres propositions (correctes) des élèves. Les élèves choisissent ensuite par quel côté commencer – là c'est évidemment un choix peu important.
Le professeur continue en simplifiant maintenant la tâche, pour qu'il n'y ait plus qu'à appliquer une formule totalement balisée : il fait préciser successivement la mesure de l'angle connue, ainsi que la longueur du côté connu (« *il faut repérer quel côté on connaît par rapport à cet angle* ») et fait rappeler que le triangle est rectangle en S – sans justification. Même si cette dernière question sur la nature du triangle est apparemment ouverte *(« il est comment ?* »), dans ce contexte elle ne l'est pas.

De plus les élèves n'ont pas à se demander seuls quelle formule appliquer : le professeur fait préciser la position du côté inconnu dont ils ont choisi de chercher la mesure par rapport à l'angle connu (c'est en l'occurrence le côté opposé à l'angle connu). Il répète que le côté connu est l'hypoténuse et demande « *quelle formule allez-vous utiliser ?* ». Une élève propose « le sinus » et l'enseignant renchérit « *Quelle est la formule du sinus d'un angle?* » - beaucoup d'élèves répondent à cette question.

En même temps l'enseignant écrit la formule au tableau : $\sin \hat{A} = \dfrac{côtéopposé}{hypoténuse}$.

On peut remarquer que cette écriture n'est pas très rigoureuse, elle semble devoir aider la mémoire. On constate en effet au passage que les élèves doivent connaître par cœur ces définitions du cosinus et du sinus, savoir ce que veut dire côté adjacent, côté opposé – c'est ce que l'enseignant reprend en particulier avec un élève qui ne suit pas. Toute la classe est sollicitée sur le sens des adjectifs. Dans ce début, l'activité principale des élèves est de proposer une formule en fonction des données, il n'y a pas de choix.

La fin de la question est soufflée, et on peut remarquer que dans sa lancée l'enseignant oublie que l'énoncé demandait de donner une expression littérale en fonction des données non numériques : « *vous remplacez les longueurs et vous calculez*... ». Nouvelle activité des élèves, et l'enseignant laisse du temps pour le faire, calculer (remplacer dans la formule des données par des valeurs numériques).

Maintenant tout est question de calcul numérique et d'approximation. Dans l'étape suivante l'enseignant fait traiter le deuxième côté : il y a une discussion sur deux méthodes (cosinus ou théorème de Pythagore, qui a l'inconvénient d'utiliser une valeur approchée) et une correction collective ; enfin il revient sur l'énoncé et sur la restriction aux valeurs littérales qu'il a lui-même fait « zapper ». La correction est aussi faite collectivement.

Plusieurs fois l'enseignant insiste sur la nécessité de refaire à la maison l'exercice et même de le compléter (trois autres cas).

A la fin de la séance l'enseignant va introduire une formule entre le sinus et le cosinus d'un angle (grâce au théorème de Pythagore). Mais les élèves n'y sont plus !

Si nous reprenons en essayant de dégager, à partir de l'analyse *a priori* précédente, ce que les élèves ont effectivement fait, le travail qu'ils ont fourni, les activités qu'on leur a proposées, on peut supposer que, pour beaucoup d'élèves, il n'y a pas eu toujours prise de conscience de ce qui est cherché ; la restriction à chaque côté successivement a été indiquée par l'enseignant, ainsi que le choix de la formule. Le remplacement par les données littérales de l'énoncé n'a pas été demandé dans la première étape, seul le calcul effectif a été fait. Le déroulement de la séance a ainsi amené les élèves à des activités isolées les unes des autres, contextualisation d'une formule et calcul, sans recomposition, très proches d'une application immédiate de formules du cours. La mémorisation de ces formules, avec le sens des adjectifs qui y figurent a été en revanche largement sollicitée.

I.2. Résolution d'équations du premier degré à une inconnue (avec modélisation)

Dans le deuxième exemple, il s'agit de chercher des problèmes qu'on peut résoudre à l'aide d'une équation du premier degré à une inconnue.

Là encore l'enseignant anticipe, annonce la couleur avant même de donner les énoncés.

Vous m'avez dit que ce qui vous posait le plus de problème en définitive, c'était plutôt de résoudre des problèmes par une équation, c'est à dire ce qu'on appelle la mise en équation de problèmes. Alors je vous ai préparé une feuille d'exercices, qui sont plusieurs problèmes que l'on résout à l'aide d'équations

Voilà l'énoncé :

> Quels sont les 4 entiers consécutifs dont la somme est 442 ? Même question pour une somme de 464.

La tâche consiste à résoudre une équation du premier degré en une inconnue (un des nombres). A priori on sait ce qu'on cherche mais il n'y a pas d'indications – en fait les élèves ont une idée de la méthode à mettre en œuvre grâce à l'intervention précédente.

L'activité attendue amène à modéliser le problème en choisissant une inconnue, à exprimer les nombres en fonction de cette inconnue, à traduire la condition donnée en une équation et à faire le calcul, avec la restriction que la solution doit être un entier. Il y a donc des étapes à introduire soi-même (la tâche n'est pas simple), une modélisation du cadre arithmétique au cadre algébrique, un calcul algébrique et un retour au cadre initial : la tâche n'est pas isolée.

Tout de suite après la lecture de l'énoncé du premier exercice choisi, le professeur prend la parole et il est très clair : plutôt que de laisser à chacun le temps qu'il faudrait pour trouver l'exercice on va donner quelques indications.

là on est entrain d'essayer d'en faire quand même le plus possible dans notre séance , alors plutôt que de laisser à chacun le temps qu'il faudrait pour trouver la réponse à l'exercice , on va peut être donner quelques indications , qui a une idée ? X ?

On est cette fois-ci dans le cas où un élève va répondre, et remplacer l'enseignant pour isoler la suite des sous-tâches. Une élève, X, indique directement un choix d'inconnue notée x. La discussion que l'enseignant orchestre ensuite porte sur le nombre qu'on peut choisir comme inconnue, et pas sur la question du début de l'exercice, qui est le fait de choisir une inconnue.

> **X**: alors, soit *x* le deuxième nombre...
> **P** : d'accord, alors tu choisirais, X, le deuxième des nombres ?
> **X**: ou le troisième
> **P** : ou le troisième ; ceux qui sont au milieu plutôt ? N., je te vois ...pour toi, tu choisirais plutôt le premier des quatre nombres entiers consécutifs ? J., le deuxième. Bon est ce qu'on peut choisir n'importe lequel des quatre comme étant notre nombre inconnu? Peut être qu'il y en a qui nous permettrons de faire un travail plus rapide, ou plus aisé que d'autres. Alors est ce qu'à priori vous avez une idée ? Qui penserait qu'il vaut mieux choisir le premier des quatre entiers comme nombre inconnu ? Comme inconnue pour notre équation? Le deuxième ? Bon, apparemment il n'y a que X et J. qui soient pour le deuxième ! Le troisième ? Bon ! Et le quatrième ? Y'a quatre nombres entiers consécutifs donc y'a bien un quatrième nombre, hein ? Bon, alors Y, à toi de choisir.

Tout se déroule ici de telle sorte que la démarche soit implicite : le titre anticipé, la réponse abrupte de la première élève, la discussion ensuite : « est-ce qu'on peut choisir n'importe lequel des 4 nombres comme étant notre nombre inconnu ? »

Les élèves semblent avoir le choix de l'inconnue, en fait ils n'ont le choix qu'entre désigner par x un des 4 nombres donnés, choix peu important ici. Le fait de choisir une inconnue, le fait de se demander qu'est-ce qui peut avoir ce statut leur échappe, mis à part pour le premier élève qui a répondu. Les élèves optent alors pour le premier nombre, et mettent facilement en équation, puis une élève (toujours la même) résout. L'enseignant n'a pas ici à simplifier la tâche après l'avoir isolée.

Un long temps est ensuite passé sur la question des parenthèses dans la mise en forme du calcul et sur la rédaction de la solution.

Une deuxième question analogue permet de montrer un cas où il n'y a pas de solution (entière).

II. Les énoncés étudiés, des tâches prescrites aux activités des élèves

Nous examinons donc ici les déroulements de séances où sont cherchés en classe des exercices qui ne sont pas des applications immédiates (simples et isolées) de propositions du cours[5].

Les applications simples et isolées qualifient des tâches pour les quelles les mises en œuvre de propriétés mathématiques déjà rencontrées dans le cours sont :

- indiquées : les élèves savent ce qui est à utiliser,
- simples : les élèves n'ont pas à adapter les propriétés qu'ils ont écrites dans leur cours, il suffit de remplacer des données générales par des données particulières,
- et isolées : les élèves n'ont pas à articuler plusieurs aspects, ni à mettre en fonctionnement simultanément plusieurs propriétés, mêmes simples, ni à travailler successivement dans plusieurs domaines de travail.

Dans les cas qui nous occupent, les élèves ont affaire *a priori* à des connaissances indiquées mais n'ont pas « seulement »[6] à remplacer des données générales par les données d'une situation particulière, ils ont à adapter leurs connaissances. Ce peut être parce qu'il y a à reconnaître les modalités d'application d'une proposition, ou parce qu'il y a des étapes à introduire (utilisation non simple), ou parce qu'il y a à articuler et/ou à faire fonctionner ensemble plusieurs connaissances ou plusieurs domaines de travail ou des connaissances anciennes et nouvelles à la fois (utilisation non isolée).

L'enseignant intervient pendant la résolution : soit pour répondre à des questions d'élèves, soit pour en poser. Il peut introduire des indications, relancer les élèves, expliquer, valider, corriger.

Je m'intéresse ici à ce qui se passe au démarrage des exercices, dans des séances où la recherche se fait « dans la foulée » d'autre chose, sans marque de travail particulier, les élèves sont installés comme d'habitude et il n'y a pas de consigne spéciale.

On constate souvent[7] que, comme dans les cas ci-dessus, après avoir donné l'énoncé, l'enseignant prend la parole très vite, sans temps d'arrêt après la prise de connaissance de l'énoncé (ou sa relecture). Ou alors il laisse moins de trente secondes, c'est à dire trop peu de temps pour que les élèves se mettent « à penser à la première personne », selon la formule de Legrand. Et ce qu'il dit ou ce qu'il demande consiste souvent à faire expliciter le début de l'activité que les élèves vont avoir à mener. Cela revient à circonscrire l'activité, à isoler une première sous-tâche conduisant à la

[5] Propositions comme les théorèmes de Pythagore, de Thalès, les définitions des lignes trigonométriques, les formules de résolution d'équations du premier degré et de systèmes de deux équations du premier degré.

[6] Cet adverbe ne veut pas connoter négativement une activité déjà très importante mais indique un élargissement de l'activité attendue possible des élèves.

[7] Nous avons étudié de nombreuses vidéo en troisième et seconde qui nous autorisent à utiliser ce « souvent »

résolution. C'est donc lui, l'enseignant, qui amène les élèves à préciser ce qu'il y a à mettre en œuvre d'abord, et cela se fait sans expliciter le découpage complet implicite correspondant ni l'ordre des mises en œuvre. C'est à l'enseignant que revient l'initiative.

Entendons-nous bien : le professeur ne dit pas ce qu'il faut faire exactement, il pose des questions ouvertes (cf. la question déclenchante de notre premier exemple : « *quel côté* » ?). C'est le fait de poser ce type de question qui enlève une partie de l'incertitude aux élèves sur le démarrage ou sur l'organisation de la démarche à suivre. Ils savent quoi chercher, où chercher. La problématique qui leur est proposée est plus celle du « comment » de chaque étape que celle du choix des étapes. Le découpage en questions intermédiaires réduit de fait l'activité des élèves à la mise en œuvre d'une seule proposition et donc à l'isolement de la connaissance utilisée[8]. De plus ce sont souvent des propriétés en cours d'acquisition (qui viennent d'être exposées) qui sont ainsi mises en fonctionnement.

Tout se passe comme si l'activité mathématique des élèves était une suite d'applications successives de propriétés bien distinctes, débouchant par exemple sur des calculs effectifs que presque tous les élèves arrivent à faire. Des simplifications peuvent encore être introduites par l'enseignant au cours de la résolution de chaque question intermédiaire quand les élèves n'y arrivent pas ou, peut-être, quand l'enseignant veut être sûr que beaucoup d'élèves vont bien s'engager dans le bon calcul.

On peut interpréter de manière un peu différente ce type de déroulement : par exemple en faisant appel aux catégories introduites par F. Genestoux (2000). Ce qu'on constate ici correspond en reprenant brièvement ses catégories à ne laisser aux élèves que le niveau d'exécution des tâches. Il n'y a pas d'évolution des responsabilités laissées aux élèves. L'auteur évoque le fait qu'alors on peut douter de la reproductibilité du résultat. Nous allons maintenant développer notre propre point de vue sur ces déroulements.

III. Discussion : pourquoi ces déroulements ? Quelles conséquences en inférer ?

Parmi les causes de cette « pente naturelle » du déroulement de ce type de séances, lorsqu'on a affaire à ce type de tâches, on peut citer[9] en premier lieu la pression du temps, combinée à la fois avec le principe d'avoir fait quelque chose d'utile dans la séance (notamment sur le chapitre en cours d'apprentissage), comme le montre Roditi dans sa thèse (2001), et avec la pression des élèves. Ceux-ci résistent à un effort qui ne serait pas tout de suite couronné de succès, à l'incertitude, ils supportent très mal l'attente et beaucoup semblent avoir une représentation assez figée de ce qu'ils ont à faire en classe de mathématiques : appliquer des formules, résoudre des équations, etc ...

En aucun cas ils n'admettent de chercher sans savoir tout de suite ce qu'ils cherchent, ce qui est évidemment paradoxal. A la limite ils tolèrent mieux des calculs un peu compliqués.

On conçoit que tout cela soit renforcé dans les classes faibles.

---

[8] C'est souvent au niveau de la démarche globale qu'interviennent les articulations de connaissances.

[9] Ce sont des entretiens informels avec des enseignants et divers travaux de recherche (comme la thèse de Roditi (2001) par exemple) qui nous conduisent à cette conclusion.

Pour expliquer notre insistance à discuter ce type de déroulements, nous allons travailler sur le cas extrême, caricatural, où la majorité des séances d'exercices non immédiats, dans une classe, serait du type précédent, ce qui n'est pas du tout le fait des deux enseignants ci-dessus.

Cet engrenage, s'il se répète, pourrait conduire, à notre avis, à des difficultés d'apprentissage. La question est celle-ci : pour qu'un apprentissage des mathématiques s'enclenche chez beaucoup d'élèves, les activités de mises en fonctionnement « techniques » de propriétés isolées, comme ce qui est décrit ci-dessus, suffisent-elles ? Si les élèves n'ont finalement ainsi comme activité réelle que des applications juxtaposées, immédiates de connaissances qui figurent dans leur cours, auront-ils ou non des difficultés à construire le sens de ce qu'ils font, même si apparemment ils réussissent dans ce type de tâches et si la classe se déroule « comme il faut » ?

Tout se passe comme s'il y avait une véritable contradiction entre ce qui peut assurer un déroulement de la classe confortable pour les deux parties (enseignant, élèves), compte tenu des contraintes évoquées ci-dessus, et la construction du sens pendant la classe pour beaucoup d'élèves[10]. Du coup, dans les déroulements réels et non caricaturaux, la question qui se pose serait de déterminer une proportion optimale de déroulements devant rompre avec ce que nous avons décrit.

Le sens en effet se construit, de notre point de vue, en partie grâce à des activités, mais à condition que celles-ci conduisent à terme à la fois à une conceptualisation et à une organisation des connaissances entre elles. D'autres explications sont évoquées ailleurs, complémentaires (cf. Génestoux, 2000).

Pour nous, la conceptualisation (construction d'un concept général, abstrait) implique et est impliquée notamment par une dynamique entre le contextualisé et le décontextualisé ; nous postulons qu'elle nécessite pour s'élaborer (pour beaucoup d'élèves) des activités[11] variées, et surtout pas toujours dans le même sens. En l'occurrence dans les déroulements que nous avons discutés, il s'agit d'aller du particulier – le contexte de l'exercice - au cas général mais la propriété à utiliser est connue à l'avance, puis de retourner au particulier – avec le remplacement des données générales par les valeurs du contexte. Les déroulements que nous avons décrits amènent ainsi les élèves à appliquer du général dans un contexte particulier, à manipuler. Il n'y a pas en revanche le travail d'adaptation qui permet une utilisation plus variée, non simple ou non isolée, qui engage par exemple dans une réflexion pour reconnaître ce qui doit être mis en fonctionnement. Ce n'est possible qu'à condition qu'il reste aux élèves en classe une certaine ouverture, au moins un choix, voire une incertitude, et des mises en fonctionnement nouvelles, pas encore rencontrées.

Enfin, nous accordons aussi une grande importance à l'organisation des connaissances, composante indispensable de la conceptualisation : c'est aussi une condition d'apprentissage à nos yeux, qui sous-entend un travail dans plusieurs

---

[10] Certains élèves arrivent à construire du sens de toute manière, ce qui nous intéresse c'est ce qui concerne beaucoup d'élèves. Le problème est peut-être majoré par l'insuffisance actuelle du travail à la maison et l'importance majorée du travail en classe pour ces élèves qui ne font presque rien chez eux.

[11] Activités et pas seulement énoncés, tâches prescrites.

domaines de travail, articulés de fait mais pas nécessairement entièrement prévus, avec éventuellement la comparaison de plusieurs méthodes, et le fonctionnement simultané de plusieurs propriétés à la fois, y compris anciennes et nouvelles. Ce n'est là encore possible que si une certaine latitude reste aux élèves, plus grande[12] que celle qui leur est laissée dans ce que nous décrivons. Cela sous-entend de laisser les élèves utiliser « de l'ancien », même de manière non économique et même si « du nouveau » leur permettrait d'aller plus vite. Quelle perte de temps à prévoir !

Nous retrouvons que la vraie question qui se pose est de déterminer une certaine proportion de déroulements « différents ».

IV Peut-on envisager des alternatives ?

Je vais d'abord donner un petit exemple. L'exercice proposé à des élèves de quatrième demande de construire un triangle isocèle ABC, isocèle en A, connaissant deux sommets A et B et la hauteur issue de A.

Supposons le déroulement suivant : pour démarrer l'enseignant demande aux élèves ce qu'ils savent sur la hauteur issue de A. Cela les amène à tracer la perpendiculaire issue de B à cette droite. L'enseignant demande alors de placer C sur cette droite. Les élèves utilisent AB = AC. L'exercice, qui n'est pas simple et isolé, revient à appliquer la définition de la hauteur (application qui demande de considérer la définition « à l'envers », ce qui est une adaptation) puis à utiliser à la fois la définition d'un triangle isocèle et ce qui vient d'être construit. Les applications vers lesquelles l'enseignant guide les élèves ne sont donc pas simples mais isolées.

Or il y a une alternative qui serait de demander aux élèves ce qui leur manque pour avoir le triangle. Il leur manque C. Dans cette perspective leur travail est facilité mais la tâche qui reste aux élèves est non isolée puisque pour construire C il faut tenir compte de deux propriétés dont aucune n'est « soufflée ». On peut cependant remarquer si un élève utilise directement la symétrie par rapport à la hauteur, une seule propriété suffit car l'orthogonalité est alors implicite dans la symétrie ... (pliage sur la hauteur).

Un travail préalable sur certains énoncés peut ainsi être entrepris par l'enseignant avant la séance et aider à préciser les activités potentielles des élèves et à prévoir leurs réactions. Cela contribue à prévoir des interventions conduisant, s'il le faut, à des tâches intermédiaires, accessibles mais non isolées (ou non simples).

Beaucoup d'exemples très riches se trouvent dans la littérature professionnelle, sans nécessairement d'analyse détaillée montrant que les élèves s'engagent dans des déroulements différents de ceux que nous décrivons (par exemple Pandolfo et Kuntz, 2003). Ils peuvent sans doute donner lieu à ce travail préalable.

Des dispositifs particuliers peuvent aider à organiser ce travail : travail en petits groupes[13], valorisation de la phase de recherche (narrations de recherche notamment). Pour résister aux questions des élèves en ne répondant que par des relances, il peut être

[12] Cela ne va pas jusqu'à l'adidacticité.

[13] Dans nos vidéo, à une exception près, les seuls cas où l'enseignant peut ne rien dire au début de la séance sont des séances de travail en petits groupes.

plus confortable d'avoir une organisation en petits groupes. Il en est de même pour laisser les élèves commencer seuls, sans intervenir tout de suite. Cependant, un travail de recherche des élèves sur des exercices de ce type, un peu différent, comportant plus d'autonomie des élèves, ne peut porter ses fruits que s'il a lieu plusieurs fois dans l'année. Cela implique qu'un certain contrat soit établi dans ce sens, dès le début de l'année, avec les élèves. Il s'agit d'habituer les élèves au fait que le professeur va effectivement se taire un certain temps, ne pas isoler ni simplifier tout de suite l'énoncé à chercher. Cela demande une grande vigilance, une grande tension, notamment au début de l'année. Cela demande aussi une certaine conviction, pour résister justement aux pressions qui s'exercent en sens contraire. Cela reste un pari, même dans les classes fragiles où c'est à la fois difficile à tenter et passionnant !

Bibliographie

GENESTOUX F (2000) Le fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages solaires en mathématiques, thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.

LEGRAND M. (1995) Mathématiques, mythe ou réalité (2), *Repères IREM*, n°21 pp 111-139.

PANDOLFO H. et KUNTZ G. (2003) J'ai même rencontré un prof de math heureux, *Repères IREM* n°50 pp 13-21.

ROBERT A. (1998) Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 18 2 pp. 139-190.

ROBERT A., ROGALSKI M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématique des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe, Petit x n°61

RODITI E. (2001), L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires ? Thèse de doctorat de l'Université de Paris 7.