

Cet article est issu d'un travail réalisé en 1995 par deux professeurs d'école stagiaire dans le cadre de la formation professionnelle des professeurs d'école à l'IUFM de Clermont-Ferrand, en vue de l'évaluation du module de mathématiques. Quelques réflexions de Roland Charnay prolongent l'analyse de l'activité.

TOUT PROBLÈME OUVERT N'ENGAGE PAS NÉCESSAIREMENT UNE BONNE RECHERCHE

Laurence LEPINE,
Professeur d'école stagiaire, Clermont-Ferrand

LES COMPÉTENCES VISÉES A PRIORI

L'énoncé ci-après a été proposé comme problème «ouvert» destiné à mettre les élèves en situation de recherche et à développer des compétences méthodologiques :

- faire et gérer des essais, faire des hypothèses, les vérifier ;
- chercher en groupe, émettre des idées, critiquer, argumenter ;
- argumenter la communication de sa solution face au groupe classe.

Le travail envisagé s'inscrit dans le cadre du développement des compétences relatives aux mathématiques, cycle III, résolution de problèmes : *élaborer une démarche originale dans un véritable problème de recherche, c'est-à-dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée.*

PRÉSENTATION DU TRAVAIL

Nous avons donné à une classe de CM2 un problème ouvert, selon le protocole décrit par les chercheurs de l'IREM de Lyon, afin d'engager les élèves dans la gestion d'essais successifs, dans la formulation d'hypothèses.

Pour chaque étape, nous présenterons les grandes lignes du protocole, quelques éléments d'analyse préliminaire, le déroulement effectif de cette étape ainsi que les difficultés rencontrées par les élèves.

Ces quelques points d'analyse nous permettront de voir que tout problème ouvert ne permet pas nécessairement à l'enfant de faire et de gérer des essais, d'élaborer une démarche originale pour aboutir à une solution.

PROBLÈME PROPOSÉ À LA CLASSE

Il s'agit d'un problème de transvasement :

Lucie veut prendre 4 litres d'eau dans un récipient.

Elle ne possède que deux pots :

- l'un pouvant contenir 3 litres,
- l'autre pouvant contenir 5 litres.

En utilisant seulement ces deux pots, explique comment elle peut mesurer 4 litres.

(Diagonale CM2, Exercice 3 page 174 - énoncé légèrement modifié)

I - DÉROULEMENT DES DIFFÉRENTES ÉTAPES

Les différentes étapes décrites ci-dessous se sont déroulées sur deux séances de 75 minutes chacune. Elles ont eu lieu au cours d'une même matinée. Nous étions deux pour gérer les séances (un maître qui mène la séance, un maître qui observe), la maîtresse de la classe est restée présente, bien qu'elle n'ait pas participé au déroulement.

PREMIER TEMPS : APPROPRIATION DE L'ÉNONCÉ

Nous avons distribué un énoncé à chaque enfant. Il est annoncé comme un « défi mathématique » à résoudre. Après lecture, nous nous sommes assurés que tous les termes de l'énoncé étaient compris par les élèves. En particulier, le mot « transvasement » a été introduit et a fait l'objet d'une explication précise. En préparant la séquence, nous avons prévu que les élèves auraient du mal à comprendre qu'ils ne disposaient que de deux pots pour réaliser les transvasements, nous avons donc choisi de modifier l'énoncé du problème en ajoutant le mot « seulement ». Nous avons ensuite expliqué, le plus clairement possible, le déroulement de la matinée (travail de recherche, gestion du temps, organisation en groupes, répartition des tâches au sein de chaque groupe, bilan collectif : présenter sa démarche au groupe classe). Après plusieurs reformulations par quelques élèves, nous avons eu l'impression que chacun s'était approprié la situation, nous sommes donc passés à la phase de recherche.

DEUXIÈME TEMPS : RECHERCHE D'UNE SOLUTION

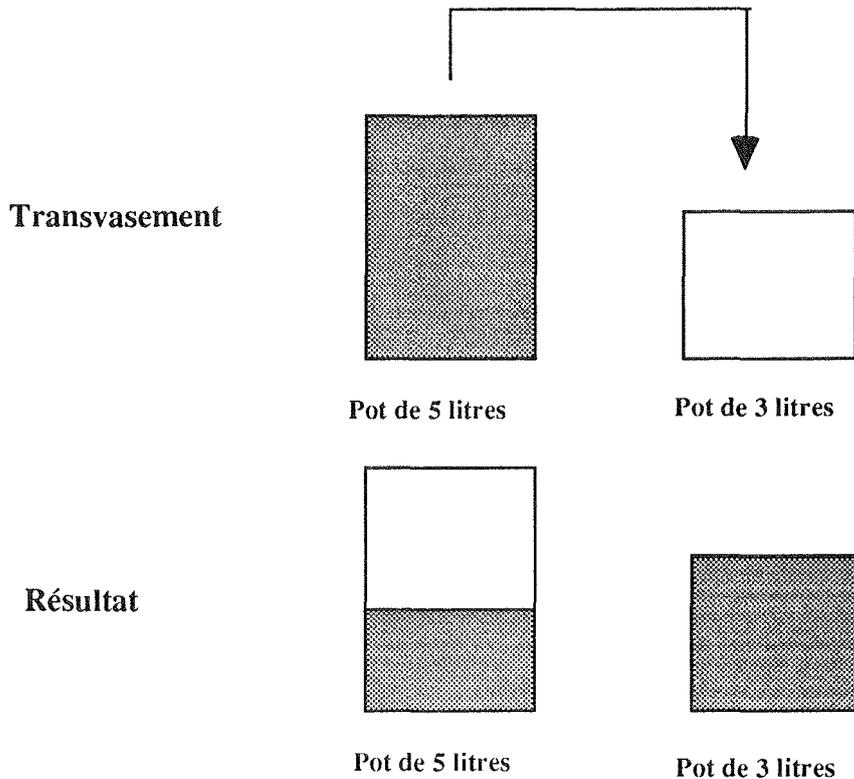
Ce temps occupe la majeure partie de la première séance. Elle comporte en fait deux phases bien distinctes : une première phase de travail individuel, assez courte, puis une deuxième phase de travail en groupes, constituant le moment de recherche le plus important.

Phase de recherche individuelle

Il nous a semblé important de laisser chaque élève chercher seul le problème quelques minutes avant de mettre les élèves en groupe. Nous pensions ainsi, comme le préconisent les travaux effectués par l'IREM de Lyon, que chaque enfant pourrait « entrer en recherche », ce qui favoriserait sa participation pendant le travail de groupes, par la suite. La consigne orale, préparée à l'avance, était la suivante : « *Maintenant que vous avez compris le problème, vous allez commencer à chercher une solution. Notez ce que vous trouvez sur votre cahier d'essais.* »

Nous n'avions pas prévu, a priori, que cette première phase de recherche poserait autant de problèmes. La plupart des élèves ont en effet sollicité notre aide pour démarrer. Ils ne savaient pas quoi marquer sur leur cahier d'essais. Plusieurs ont demandé quelle opération il fallait faire. Quelques uns ont remarqué que 4 s'obtenait en additionnant 3 et 5 puis en divisant le résultat par 2 ; à partir de là, ils considéraient le problème résolu et arrêtaient leur recherche, bien qu'ils aient été incapables de traduire ce raisonnement arithmétique en termes de transvasements. D'autres ont demandé plusieurs fois, de différentes manières, s'ils avaient le droit d'utiliser un autre pot. La plupart ne savait pas quoi faire de l'eau contenue dans l'un ou l'autre récipient, après utilisation. Enfin, pour d'autres, le problème était évident, ou plutôt il n'y avait pas de problème : il suffisait de ne verser que 4 litres dans le pot de 5 litres et le tour était joué ; à notre question « *mais comment fais-tu pour savoir que tu verses précisément 4 litres* », l'enfant répondait qu'il voyait bien, en versant, quand il arrivait vers 4 litres, ou bien que le pot était gradué tous les litres.

Les élèves ont été assez surpris de notre comportement plutôt « passif », car à chaque question ou réponse avancée, nous avons essayé de ne pas donner d'informations qui induiraient leur recherche. Nous nous sommes contentés de revenir aux termes de l'énoncé, pour leur montrer que la plupart du temps, ils ne répondaient pas au problème posé. Nous étions à ce moment du déroulement assez ennuyés, ne sachant pas comment débloquer la situation, quand un élève a dit qu'il savait mesurer 2 litres d'eau en utilisant seulement les deux pots (*si je remplis mon pot de 5 litres puis que je le verse dans le pot de 3 litres, alors quand le pot de 3 litres est plein, il me reste 2 litres dans le pot de 5 litres*)... Les élèves ne savaient toujours pas quoi noter sur leur feuille de recherche. Cette difficulté a fait qu'ils n'avançaient pas dans la résolution, ne sachant pas par quel bout prendre le problème. Comme cette difficulté était générale, nous avons décidé de les aider en schématisant au tableau le transvasement proposé, en dessinant les pots et les niveaux d'eau, des flèches indiquant si on remplissait ou on vidait un pot. Leur donner un soutien graphique leur a permis alors d'avancer.



A partir de là, tous les élèves ont compris ce que voulait dire un transvasement, l'intérêt a été relancé, car tous pensaient alors être très près de la solution. De plus, ils voyaient maintenant comment traduire par écrit leurs différents essais. Nous avons choisi ce moment pour constituer les groupes. Pour cette phase de recherche individuelle, la gestion de notre temps n'a pas été conforme à notre prévision, puisqu'elle a en réalité duré 20 minutes au lieu des 5 à 10 minutes prévues.

Phase de recherche en groupes

Cette phase devait permettre aux élèves de faire des essais, de les comparer au but, de chercher en groupe, d'argumenter, de critiquer, de prendre en compte les avis différents des enfants du groupe.

Ne connaissant pas les enfants et leurs habitudes de travail, c'est l'institutrice de la classe qui a constitué les groupes, par affinité entre les élèves et en fonction de leur place initiale dans la classe. Il y avait six groupes de trois ou quatre élèves.

Au début du travail en groupes, il nous a semblé important de prévenir les élèves qu'au bout de 30 minutes environ, ils auraient à réaliser une affiche par groupe : *« Dans une demi-heure, nous donnerons à chaque groupe une grande feuille et des marqueurs. Vous aurez à rédiger votre ou vos solution(s) afin de les faire connaître au reste de la classe. »*

Aucune autre consigne n'a été donnée pendant la phase de recherche. Chaque sollicitation de la part d'un groupe a été traitée très précisément de notre part, afin de ne pas influencer le travail de recherche des enfants. Nous avons essayé d'anticiper les principales interventions et demandes des groupes, afin de pouvoir y répondre (ou de

ne pas y répondre !), de façon optimale. Nous avons effectivement envisagé a priori plusieurs difficultés, les élèves pouvant :

- faire des transvasements supplémentaires inutiles ;
- utiliser une procédure qui n'aboutit pas, car elle mène à une impasse (par exemple, on verse 5 litres dans le pot de 3 litres ; il reste alors 2 litres dans le pot de 5 litres, dont on ne sait que faire, alors on les reverse dans la réserve...) ;
- oublier le but du problème en cours de recherche ;
- faire des essais sans anticipation de ce qu'ils cherchent.

Nous avons été surpris de voir que les solutions erronées proposées au cours de la phase de recherche individuelle revenaient avec force, pour la plupart des groupes, quand ils se rendaient compte qu'ils ne pouvaient pas aboutir à la solution du problème (4 litres) avec le premier transvasement proposé précédemment par un élève. En fait, le problème ne semblait alors toujours pas clair pour eux : *Que fait-on de l'eau qu'on ne veut plus ? De combien de litres d'eau dispose-t-on au début ? Que fait-on des 2 litres que l'on vient de mesurer dans le pot de 5 litres ? A-t-on le droit de verser ces 2 litres dans un pot supplémentaire ?* Les différents groupes ont réussi à se sortir de ces impasses en manipulant des objets en forme de pots afin de mimer les différents transvasements (ou en utilisant des bandes de papier représentant les pots). Un groupe a réussi finalement à résoudre correctement le problème : c'est celui qui comprenait l'enfant qui avait proposé le premier transvasement. L'annonce de cette réussite par le groupe (un cri de victoire, devrions-nous dire !) nous a sauvé d'une (seconde) mauvaise passe : en effet, il commençait à régner dans la classe un climat de découragement, accentué par le fait que les élèves n'étaient pas habitués à chercher « seuls » la solution d'un problème sans l'aide d'un adulte pour franchir les étapes difficiles. Alors, depuis quelques minutes déjà, certains élèves avaient abandonné la recherche en décrétant qu'il n'y avait pas de solution. L'annonce d'une solution possible a remobilisé leur attention. Au bout d'un temps assez court, cinq groupes sur six avaient une solution.

Dans cette phase de recherche, les enfants devaient travailler en groupe. Il s'agissait alors d'essayer de résoudre le problème en tenant compte de l'avis des camarades de son groupe. Nous avons pu constater que cette tâche est très difficile à remplir pour la plupart des enfants. En effet, nous avons observé beaucoup de comportements qui ont rendu le travail en groupe difficile ou impossible. Certains enfants n'ont pas pris d'initiatives et ont attendu que les autres proposent une solution. Beaucoup ne se sont pas décentrés et n'ont pas tenu compte des remarques des autres. D'autres encore ont refusé d'essayer de comprendre un début de solution différent du leur. Ces difficultés liées au travail en groupe ont resurgi quand il a fallu rédiger une affiche pour le débat collectif.

Troisième temps : réalisation des affiches

Ce temps devait permettre à chaque groupe de formuler ses démarches et ses solutions. Ainsi, au sein de chaque groupe, les enfants devaient arriver à un compromis. L'affiche devait être rédigée très lisiblement, afin de permettre à tous les élèves de la classe de prendre connaissance des réalisations des différents groupes. Il nous a semblé important d'insister sur le fait que l'affiche devait refléter l'état de leur recherche, même s'ils n'avaient pas abouti à une solution. Voici la consigne orale qui a été donnée aux différents groupes : « *Vous allez maintenant rédiger une affiche par*

groupe. On accrochera ensuite toutes les affiches au tableau. Vous pourrez ainsi discuter tous ensemble des différentes propositions de chaque groupe. Vous devez vous mettre d'accord pour rédiger cette affiche. Vous écrirez votre ou vos solution(s), ou bien encore vos ébauches de solutions si vous n'êtes pas arrivés au résultat demandé (4 litres). ». Nous ne sommes pas intervenus sur la rédaction de l'affiche, en particulier sur son contenu.

Nous avons constaté que les problèmes relationnels ont été importants au cours de cette étape. Pour les groupes qui avaient abouti à une solution (5 groupes sur 6) le désaccord portait sur la présentation : texte explicatif, schémas annotés ou bien les deux ? Pour l'unique groupe n'ayant pas résolu le problème, la difficulté venait du fait que personne ne voulait prendre la responsabilité de la réalisation («*je ne veux pas écrire, je n'ai rien fait pendant la recherche*»). Finalement, un groupe a opté pour le texte explicatif des différentes étapes, deux groupes ont fait des schémas annotés, deux groupes ont mélangé schémas et textes explicatifs, le dernier groupe (solution non aboutie) n'a fait que des schémas pour permettre de répondre à une question, écrite en guise de titre : *Comment trouver un litre ?* (nous avons contribué ici au contenu de l'affiche, pour éviter que les élèves de ce groupe ne laissent l'affiche vierge, en leur demandant de nous dire les différentes étapes qu'ils avaient franchies pendant la recherche).

Pour faciliter la lecture des différentes solutions, nous ne reproduisons pas ici les affiches, mais nous donnons, réécrites par nos soins, les deux solutions envisagées par les différents groupes :

- *solution proposée par 4 quatre groupes :*

1. On verse 3 litres d'eau dans le pot de 5 litres.
2. On recommence cette opération, sans vider le pot de 5 litres qui contient déjà 3 litres. On s'arrête quand le pot de 5 litres est plein : il reste donc 1 litre dans le pot de 3 litres.
3. On vide le pot de 5 litres et on verse dedans la quantité de 1 litre contenue dans le pot de 3 litres.
4. On remplit à nouveau le pot de 3 litres et on verse ces 3 litres dans le pot de 5 litres contenant déjà 1 litre : on obtient ainsi 4 litres ($1 + 3 = 4$).

- *solution proposée par un groupe :*

5. On remplit le pot de 5 litres en entier puis on le verse dans le pot de 3 litres sans perdre d'eau. Il reste alors 2 litres dans le pot de 5 litres.
6. On vide le pot de 3 litres et on verse dedans les 2 litres contenus dans le pot de 5 litres.
7. On remplit à nouveau le pot de 5 litres.
8. Avec ces 5 litres, on complète le pot de 3 litres contenant déjà 2 litres. Il reste alors 4 litres dans le pot de 5 litres. ($5 - 1 = 4$)

- *solution non aboutie :*

9. On verse 3 litres d'eau dans le pot de 5 litres.
10. On recommence cette opération, sans vider le pot de 5 litres qui contient déjà 3 litres. On s'arrête quand le pot de 5 litres est plein : il reste donc 1 litre dans le pot de 3 litres.

Quatrième temps : mise en commun et gestion du débat

D'après le protocole établi par l'équipe de l'IREM de Lyon, la mise en commun doit permettre aux enfants d'éliminer les solutions fausses et de valider l'exactitude des autres. Le débat doit se faire entre les enfants eux-mêmes, et non entre les enfants et le maître. Les enfants doivent avoir clairement conscience de leur responsabilité sur le choix des solutions réfutées ou validées. Le maître n'a alors qu'un rôle de «président de séance». Il est bien entendu que si les élèves se mettent d'accord sur une solution fausse, le maître doit intervenir en reprenant collectivement la démarche pour repérer l'erreur (pour le problème de transvasements, cela peut consister à schématiser les différentes étapes).

Il s'agit là d'argumenter la communication de sa solution face au groupe classe, de comprendre et de critiquer les solutions des autres groupes. Afin de rendre la confrontation des résultats plus opérationnelle, nous avons laissé les élèves par groupes dans la classe (chaque groupe peut ainsi défendre son affiche). Les affiches sont lues puis commentées une à une.

Nous avons prévu un débat où chaque groupe essayerait de défendre son affiche pour montrer que sa solution est la plus compréhensible, la mieux rédigée. En fait, le débat a été très pauvre :

- D'abord, la plupart des groupes avaient une solution, il n'y avait donc plus de défi à relever. Les groupes n'ont pas vu tout de suite qu'il y avait deux solutions proposées, il a fallu que nous demandions une lecture détaillée de chaque affiche par un rapporteur de groupe pour que les élèves s'en rendent compte.

- Tous les groupes qui avaient une solution n'ont pas rapporté les différentes étapes de leur recherche, justes ou erronées, qui leur ont permis d'aboutir à une démarche valide.

- Pour les problèmes de transvasements, la difficulté vient du fait que soit l'on trouve, soit l'on ne trouve pas, et le fait de trouver une solution ne présage pas du fait qu'il peut exister d'autres solutions au même problème. Devant l'incapacité d'expliquer comment ils ont fait pour aboutir à une solution, les élèves n'ont pas pu aider le groupe mis en difficulté, le débat n'a donc pas pu avoir lieu.

- Le groupe en difficulté a d'ailleurs été malmené par les autres, l'affiche jouant le rôle d'un marqueur négatif certain. Dans ce groupe, personne n'a voulu passer au tableau pour expliquer à la classe l'état d'avancement de la recherche. Afin de modifier cette situation, nous sommes alors intervenus pour montrer aux autres groupes que la plupart d'entre eux étaient passés par ce stade du lire pour résoudre le problème. Ils étaient donc sur la bonne voie.

A la fin du débat, les élèves ont sélectionné une affiche qui leur a servi de modèle pour leur trace écrite. Cette phase a été prise en charge par la maîtresse de la classe, quelques jours plus tard.

II - ANALYSE A POSTERIORI À LA LUMIÈRE DES DYSFONCTIONNEMENTS

1 - LA FORMULATION DE L'ÉNONCÉ

Ce problème de transvasement était donné par Diagonale CM2. Nous l'avons légèrement modifié pour le rendre plus compréhensible. Nous précisons en effet «*seulement deux pots*» pour insister sur le fait qu'il n'était pas possible d'utiliser de récipient auxiliaire (l'information est déjà précisée dans le phrase «*elle ne possède que deux pots...*»). A posteriori, nous nous rendons compte que ce point n'a pas été compris par les élèves qui nous ont souvent demandé s'ils avaient droit d'utiliser un récipient supplémentaire. Il aurait aussi fallu leur donner des précisions quant au contenant initial de l'eau et quant au devenir de l'eau si l'on vide un récipient. Ces informations ont dû être données plusieurs fois à chaque groupe pendant la matinée pour que les élèves arrivent à se représenter et à comprendre ce qui leur était demandé.

Une des caractéristiques des problèmes ouverts est que l'énoncé doit être court. Pour ce problème de transvasement, il nous semble pourtant important, pour une utilisation future, de réécrire l'énoncé en l'allongeant des précisions suivantes, afin de le rendre plus accessible aux élèves :

Lucie veut mesurer 4 litres d'eau. Elle ne dispose que de 2 pots pour mesurer ces 4 litres :

- *l'un pouvant contenir 3 litres,*
- *l'autre pouvant contenir 5 litres.*

Ces deux pots ne sont pas gradués. Elle dispose d'un robinet et d'un évier pour remplir et vider ces deux pots autant de fois qu'il sera nécessaire. En utilisant ces deux pots, explique comment elle peut mesurer 4 litres précisément. Pour cela, elle ne dispose d'aucun pot supplémentaire qui lui permettrait de stocker une quantité d'eau déjà mesurée. Une fois les 4 litres mesurés, elle pourra les transporter à l'aide d'un des deux pots dont elle dispose.

2 - LE STATUT DE L'ERREUR DANS CE TYPE DE PROBLÈME

Nous avons vu que les hypothèses que les enfants peuvent faire sur la manière de résoudre le problème de transvasement ne sont validées que s'ils terminent la démarche complète. Ici, l'erreur ne fait pas avancer, les différents groupes ne peuvent pas construire une démarche de résolution. La construction d'une démarche de résolution personnelle et originale est pourtant l'un des objectifs des problèmes ouverts (faire et gérer des essais, faire des hypothèses, les vérifier, mesurer l'écart au but).

3 - QUELLES AIDES APPORTER AUX ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

Comme nous avons essayé de l'expliquer dans la description du déroulement de la recherche, nous avons rencontré beaucoup de difficultés pour aider les enfants à sortir de leurs impasses. A cela une raison principale : nous n'avions pas prévu, dans notre analyse a priori, que la compréhension de la tâche à effectuer poserait autant de problèmes aux élèves. Une difficulté supplémentaire est venue du fait que les enfants ne savaient pas comment «poser le problème» sur le papier. Ne sachant pas le représenter, ils ne savaient pas le résoudre. Une aide non négligeable a été de leur

montrer que l'on pouvait essayer de résoudre un problème en passant par des schémas représentant les différentes étapes de la résolution, et pas seulement, comme beaucoup d'enfants le pensaient, en écrivant des formules arithmétiques.

Il s'est avéré que des enfants de cet âge sont peu familiarisés avec des problèmes de mesure précise dans leur vie courante. Les nombreuses questions posées montrent qu'ils ont essayé de régler le problème par l'*à-peu-près*. De plus, comme nous l'avons expliqué ci-dessus, il est difficile, dans ce type de problème, de construire une démarche de résolution en tenant compte d'une erreur pour pouvoir anticiper sur un nouvel essai de transvasement. Cela nous a incités à penser qu'il est difficile ici pour le maître d'aider ses élèves sans leur donner en grande partie la solution du problème, ce qui ne va pas dans le sens d'une démarche de résolution de problème ouvert. Après réflexion, il nous semble maintenant (un an après cette expérience) que deux pistes complémentaires pourraient être explorées pour aider les élèves qui ne sauraient pas comment aborder un problème de transvasement : la manipulation et la recherche arithmétique couplée à des transvasements.

Effectuer des transvasements par manipulation

L'élève doit se rendre compte par manipulation que «4 litres d'eau précisément» ne sont pas «4 litres d'eau à-peu-près». Le lui dire, en effet, ne suffit pas à le convaincre, puisque nous avons expliqué que beaucoup d'élèves ont reposé les mêmes questions plusieurs fois au cours de la séance. Il doit aussi vivre concrètement un transvasement. Par exemple, que se passe-t-il si l'on verse dans le pot de 3 litres l'eau contenue dans le pot de 5 litres ? L'enfant doit avoir la possibilité de vérifier (avec un verre doseur, par exemple) qu'il restera alors juste 2 litres dans le pot de 5 litres si le transvasement a eu lieu sans débordement. La manipulation va aussi lui permettre de s'en tenir à ce dont il dispose pour réaliser ces transvasements, c'est-à-dire dans ce cas précis un pot de 3 litres, un pot de 5 litres, un robinet, un évier. A partir de cette prise de conscience, il pourra alors *imaginer* (car la manipulation concrète devient alors secondaire) le résultat de divers transvasements, ce qui est à la base de notre deuxième piste d'aide.

Coupler une recherche arithmétique à des transvasements possibles

Beaucoup d'enfants associent problème mathématique et résolution arithmétique. Au cours de la recherche du problème de transvasement, des élèves ont essayé de résoudre le problème en combinant au hasard les nombres contenus dans l'énoncé. Ils ont trouvé une solution ($4 = (5+3) / 2$), et nous avons eu du mal à leur expliquer qu'ils n'avaient en rien résolu le problème demandé, puisqu'ils n'étaient pas capables d'expliquer, en termes de transvasements, les calculs effectués. Il est clair ici qu'il y a eu perte du sens et que quelle que soit l'équation proposée ($4 = [5 - 3] \times 2$, $4 = [3 \times 3] - 5$, ...), l'enfant qui ne relie pas son équation à des transvasements aura du mal à trouver une solution.

Une aide possible, à ce stade, est alors de proposer aux élèves de rechercher dans un premier temps toutes les quantités précises que l'on peut mesurer avec les pots dont on dispose. Dans le cas qui nous intéresse, une recherche méthodique permet de répondre rapidement à la demande :

- si l'on verse le pot de 5 litres dans le pot de 3 litres, il restera 2 litres ;
- si l'on verse deux fois le pot de 3 litres dans le pot de 5 litres, il restera 1 litre ;
- on peut mesurer bien sûr 3 litres et 5 litres.

On peut alors mesurer 1 litre, 2 litres, 3 litres et 5 litres. A l'aide de ces mesures, il suffit maintenant aux différents groupes d'imaginer quelles combinaisons peuvent mener aux 4 litres demandés. La solution proposée par la majorité des groupes au cours de notre expérience paraît alors fort simple, il suffit de voir que 1 litre et 3 litres font les 4 litres souhaités. La deuxième solution, proposée par un seul groupe, est moins triviale : il faut faire un autre transvasement alors que le pot récepteur n'est pas vide mais contient une quantité précise de liquide (2 litres dans le pot de 3 litres). Son écriture arithmétique est alors beaucoup moins transparente : $5 - 1 = 4$ litres.

Cette aide paraît efficace, mais dans ce cas, le problème est-il encore ouvert ?

4 - LA PHASE DE DÉBAT

A posteriori, il est clair que le débat ne peut pas avoir lieu pour un problème de transvasement : d'une part le fait de faire une erreur ne fait pas avancer la recherche, d'autre part les enfants ne sont plus motivés quand le défi est relevé, le fait de trouver une solution ne présage en rien d'autres solutions possibles. De plus, il nous semble important de rappeler qu'au cours de notre expérience, la phase de débat a joué un rôle de marqueur négatif pour le groupe qui n'était pas arrivé à une solution. Nous n'avions ni prévu ni souhaité cette dérive, bien qu'elle nous paraisse maintenant évidente : soit on trouve, et on écrit sa solution, soit on ne trouve pas, et dans ce cas on ne sait pas quoi écrire. Une mise en commun semble plus appropriée, où les différentes propositions de solutions seraient analysées par rapport aux contraintes de l'énoncé, en tenant compte des aides citées plus haut.

Pour ces problèmes-défis, nous suggérons enfin de proposer aux enfants, individuellement, de chercher un problème similaire dont on aura modifié les données numériques (par exemple dans notre cas, comment obtenir 12 litres avec un pot de 9 litres et un pot de 15 litres). Cela permettrait à ceux qui ont échoué la première fois de réussir et de s'approprier une des méthodes proposées lors de la mise en commun. Pour les autres, ils pourraient ainsi tester une des méthodes trouvées par un autre groupe.

III - QUELQUES CONCLUSIONS : POURQUOI LES COMPÉTENCES VISÉES N'ONT-ELLES PAS ÉTÉ MISES EN ŒUVRE ?

Qu'est-ce qui fait que ce problème de transvasement peut être considéré comme un problème ouvert ?

Reprenons les définitions de Roland Charnay, dans son article «*Problème ouvert, problème pour chercher*» :

- l'énoncé est assez court ;
- il n'induit ni la méthode, ni la solution, il n'y a pas de questions intermédiaires ni de questions du type *montrer que ...*
- cet exercice n'est pas l'application des derniers résultats présentés en cours ;
- le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les enfants ont assez de familiarité ;
- les compétences visées sont d'ordre méthodologique ; en le proposant on ne cherche pas à ce que l'enfant institutionnalise une procédure particulière.

Ce problème se situe forcément dans la catégorie des problèmes pour chercher (problèmes ouverts) car il est conforme aux définitions données plus haut, mais aussi parce qu'il s'oppose aux autres types de problèmes (situations-problèmes, problèmes

de réinvestissement, problèmes complexes, problèmes de «transfert», problèmes d'évaluation).

Qu'est-ce qui le distingue pourtant d'un problème ouvert classique ?

Dans un problème ouvert classique, l'erreur est importante et permet de progresser dans la démarche de résolution. Ici l'erreur ne fait pas avancer, on trouve ou on ne trouve pas, on explique difficilement comment on est arrivé à une solution. Contrairement à la gestion des problèmes ouverts, la phase de débat est ici inutile. Le problème est un défi, une fois le défi relevé l'intérêt retombe. Les problèmes-défis constituent ainsi un cas particulier des problèmes ouverts.

Pourquoi les compétences visées n'ont-elles pas été mises en œuvre ?

Il s'agit bien ici d'élaborer une démarche originale dans un véritable problème de recherche, c'est-à-dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée. Par contre, comme nous l'avons expliqué dans notre analyse a posteriori, le déroulement d'une séance de problème-défi doit différer d'une séance de problème ouvert, d'où la non-adéquation avec certaines compétences fixées a priori (faire et gérer des essais, émettre des hypothèses, argumenter la communication de sa solution face au groupe classe). Ici, l'objectif principal est d'amener les élèves à savoir « poser le problème » sur le papier afin de pouvoir ébaucher une recherche. Pour atteindre cet objectif, il importe alors de proposer des problèmes-défis régulièrement dans l'année, afin d'utiliser souvent toutes les formes de rédaction possibles d'un problème mathématique (forme arithmétique, géométrique, schématique, codée...). Les problèmes-défis peuvent aider les élèves à réfléchir à la transcription écrite d'un problème en vue de sa résolution. La démarche originale pour l'enfant se situe à ce niveau du problème. La recherche de la solution proprement dite devient ensuite secondaire, quoique nécessaire pour maintenir l'intérêt des élèves. C'est en prenant conscience de cela qu'il faut reformuler les objectifs méthodologiques liés aux problèmes-défis.

BIBLIOGRAPHIE

Gilles GERMAIN, Gilbert ARSAC et Michel MANTE, *Problème ouvert et situation-problème*, IREM de Lyon, 1991.

Roland CHARNAY, *Problème ouvert, problème pour chercher*, Grand N n° 51, 1992-93.

QUELQUES REMARQUES À PROPOS DE L'ARTICLE PRÉCÉDENT

Roland Charnay

Le récit du problème «transvasements» et l'analyse des réactions des élèves suggèrent quelques commentaires.

1 - A PROPOS DE L'APPROPRIATION DU PROBLÈME PAR LES ÉLÈVES

Il apparaît que, malgré les précautions de l'enseignante, les élèves ont eu du mal à se faire une représentation correcte de la situation et des contraintes évoquées dans l'énoncé. Ils ne pouvaient pas, par conséquent, résoudre le problème proposé.

Notons d'abord que cette difficulté apparaît plus souvent qu'on ne le pense, y compris pour des problèmes classiques. Passer de l'énoncé à une représentation correcte du problème qu'il évoque ne suppose pas seulement de bonnes compétences en lecture. Il faut d'une part comprendre la situation évoquée, les contraintes qui y sont appliquées (les conditions de la situation), d'autre part s'approprier la question (ce qu'il y a à chercher) et enfin connaître et accepter les responsabilités liées à la résolution (trouver une ou plusieurs solutions, les exprimer, en contrôler la pertinence, s'approprier à les défendre, ...).

Ce que Guy Brousseau appelle la phase de dévolution du problème apparaît alors comme particulièrement important. Comment faire pour que l'élève ait compris tout cela sans rien lui avoir dit des stratégies et des procédures à mettre en œuvre pour résoudre le problème ? Une simple lecture, reformulation et explication de l'énoncé ne suffit pas toujours...

Dans le cas présent, on pourrait suggérer que la phase de dévolution se continue avec les premières tentatives de résolution, celles-ci faisant, au bout d'un moment, l'objet d'un débat entre élèves centré sur des points qui ont été signalés comme des difficultés :

- interprétation possible ou non des calculs effectués dans le contexte de la situation ;
- discussion sur le fait que les essais respectent ou non les contraintes imposées (des simulations schématisées ou réelles pourraient accompagner cette discussion).

Ce débat se terminerait par la re-formulation par les élèves des contraintes et de la question du problème.

2 - A PROPOS DU CONTRAT DIDACTIQUE

Il est noté, au court du récit précédent, que les élèves se limitent d'abord à effectuer des calculs sans signification avec les nombres de l'énoncé. Pour certains, il pourrait s'agir de simples tentatives... pour voir (une manière d'entrer dans la

situation). Pour les autres, l'analyse en terme de mauvaise compréhension de la situation ne suffit pas. Ce qu'on peut appeler leur «compréhension du problème» est aussi sous influence, sous l'influence de ce qu'ils ont habituellement à faire lorsqu'ils ont un problème à résoudre et qui peut être analysé à l'aide du concept de contrat didactique introduit par Guy Brousseau. Pour certains élèves, résoudre un problème c'est «trouver» (le plus vite possible) une réponse en faisant des calculs utilisant les nombres de l'énoncé... Chercher en tâtonnant, en faisant des schémas, en essayant... ne fait pas partie des comportements qu'ils pensent attendus ou permis par l'enseignant.

La résolution de problèmes ouverts nécessite une évolution du contrat établi. Mais comment faire évoluer le contrat ? Comment faire comprendre aux élèves que leur comportement et leur responsabilité peuvent être différents ? Paradoxe du problème ouvert : il suppose un contrat différent du contrat classique... en même temps qu'il est un moyen de faire évoluer ce contrat (voir Grand N, n° 51). C'est en résolvant des problèmes ouverts que l'élève élaborera progressivement les règles du contrat spécifique de ce type de problèmes. La non-intervention de l'enseignant sur le contenu du travail des élèves pendant les phases de recherche, son attitude non partisane dans les phases de débat sont à cet égard essentielles.

3 - A PROPOS DES PHASES DE DÉBAT

Le débat sur les solutions n'a pas eu lieu, nous dit l'auteur de l'article. Et elle souligne à juste titre qu'il ne pouvait pas avoir lieu... parce qu'il n'y avait pas matière à débat.

C'est souligner un point important : toute phase de débat doit comporter un enjeu, donc une incertitude... sinon il ne peut y avoir que commentaires ou explications.

L'enjeu se situera principalement du côté de la validité des solutions élaborées. Respectent-elles les contraintes de la situation (Cf. ce que nous suggérons plus haut) ? Répondent-elles à la question posée ? Sont-elles appropriées ? Comportent-elles des erreurs d'exécution ? ...

Sans enjeu réel de ce côté-là, le débat est condamné à se chercher... faute de chercher à répondre à une question bien identifiée.

