

**LE ROLE DU PROBLEME  
DANS UN ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE RENOVE  
A L'ECOLE ELEMENTAIRE (\*)**

*par André FABRE*

*I.R.E.M. de LYON et Instituteur*

*à l'école expérimentale de Francheville-le-Haut (69)*

Certains enseignants pensent que le problème est un moyen pédagogique qui a fait ses preuves et qui doit continuer à être le procédé principal d'illustration et d'introduction des notions numériques et mathématiques à l'école élémentaire.

D'autres déclarent que le problème est un système dogmatique et suranné qui apporte si peu à l'élève qu'il faut le condamner sans rémission.

Il semble qu'il y ait place pour une solution de juste milieu entre les deux tendances. Si la résolution d'un problème n'est pas l'unique moyen d'étude et d'acquisition de notions mathématiques, il peut permettre l'approche de certains concepts et être même très motivant lorsqu'il conduit à utiliser des structures ou connaissances acquises lors d'autres activités mathématiques.

Là encore, la presse, la radio, la télévision qui ont créé pour le grand public la querelle des anciens et des modernes en opposant artificiellement les mathématiques traditionnelles et les mathématiques rénovées, ont fait régner dans les esprits une confusion dangereuse en montrant le problème classique de l'école élémentaire sous les traits d'une caricature ridicule. A lire ou entendre certains articles consacrés à la rénovation des programmes de mathématiques de l'école élémentaire, il semblerait que des générations d'écoliers aient passé leur temps de scolarité obligatoire à résoudre des «problèmes de robinets».

(\*) Cet article est publié avec l'autorisation de la revue «Documents et Recherches Sciences» (Hatier) dans lequel il est déjà paru.

Certes, quelques problèmes dits «pratiques» n'étaient pas pratiques du tout, comme ceux où l'on devait calculer l'aire d'un champ d'après le tonnage de l'engrais qu'on y avait enfoui. Certes, on trouvait dans les manuels à l'usage des enfants d'école primaire de nombreux problèmes qui n'offraient aucune motivation d'aucune sorte et qui se réduisaient à utiliser des formules, non pas découvertes, mais apprises par cœur. Certes, on peut reprocher au problème traditionnel de laisser bien peu de place à l'imagination, à l'esprit d'invention, de création, d'organisation. On peut lui reprocher aussi d'être artificiel et loin de la réalité de la vie quotidienne car le problème classique avait toujours sa réponse, sa réponse unique et indiscutable. La masse des instituteurs avait bien senti les dangers et les insuffisances de ce type de problème, et bien avant la réforme de 1970, beaucoup de maîtres, dans leur classe, remédiaient à la pauvreté et aux insuffisances des problèmes proposés dans les manuels scolaires par des efforts constants visant à placer leurs élèves dans des situations mathématiques vécues et à introduire, dans les textes des problèmes à l'intention de leurs élèves, des touches personnelles faisant intervenir l'actualité de la vie de la classe ou de la commune, l'originalité, les intérêts du moment pour l'enfant.

Ce qu'on pouvait reprocher valablement au problème, c'est que pendant longtemps il a été le seul moyen pédagogique utilisé, au moins en ce qui concerne le cours élémentaire et le cours moyen. Dans de nombreuses classes, l'heure de calcul se passait à compter des opérations et à rédiger des solutions de problèmes, bien souvent, hélas ! d'après une solution modèle étudiée préalablement. Pourtant, aucun procédé pédagogique ne peut donner entière satisfaction, pas plus qu'aucun matériel d'enseignement. Aucun ne peut se suffire à lui seul, ni être formateur à lui seul. Le matériel unique et le procédé unique sont dangereux. Evidemment, il y aurait beaucoup à dire sur le rôle que jouaient les examens de fin d'année (certificat d'études et examen d'entrée en sixième) sur cette inflation du problème à l'école primaire.

Mais il n'empêche que condamner le problème à disparaître totalement serait aller trop loin et se priver d'un moyen pédagogique qui peut être enrichissant pour l'enfant. Résumons ce qu'on peut reprocher au problème traditionnel :

- d'être trop utilisé au détriment d'autres activités mathématiques ;
- de ne pas créer de motivation authentique ;
- de faire appel souvent à des situations tout à fait étrangères aux préoccupations de l'enfant ;
- de se résoudre selon une disposition rigide (solution à gauche, opérations à droite) ;

Des griefs bien plus sérieux pourraient être formulés envers les livres d'élèves qui trop souvent se bornaient à être un recueil de problèmes bien classés par chapitre étudié. Ne proposaient-ils pas parfois, pour une année de C.M.2, plus de 1 200

problèmes précédés de quelques formules ! Les manuels scolaires sur lesquels des maîtres basaient leur enseignement du calcul se montraient à la fois ambitieux et insuffisants, abondants et pauvres, directifs sans être rigoureux.

Alors, quelle place reste-t-il pour le problème dans un enseignement rénové de mathématique à l'école élémentaire ?

Qu'on se place dans le cadre strict du programme 1970, ou bien qu'on profite de son libéralisme pour pratiquer dans sa classe un enseignement rénové en direction de la mathématique contemporaine, le problème peut permettre de faire acquérir aux élèves les qualités que les professeurs du premier cycle souhaitent trouver chez les enfants issus de l'école primaire :

- lecture correcte et complète d'un texte, permettant une parfaite compréhension ;
- maîtrise de la numération et du sens des opérations sur les naturels et les décimaux ;
- habitude d'estimation d'un ordre de grandeur d'un résultat ;
- état d'esprit faisant que l'élève ne restera pas inactif devant toute situation qui lui est proposée.

Quelles qualités, quel style doivent présenter les problèmes pour qu'ils puissent contribuer à la formation des élèves ?

Tout d'abord, les problèmes doivent être plus variés et moins nombreux. L'énoncé du problème ne doit utiliser qu'un langage simple, clair et compréhensible pour l'enfant, trop souvent dérouté par des termes dont il ignore le sens. Les situations proposées doivent être en rapport avec les conditions actuelles de vie et, si possible, créer une motivation chez l'enfant. Le problème pourra faire l'objet de diverses activités scolaires aux formes multiples :

- consultation de tableaux statistiques ou de catalogues ;
- activités variées de recherche en équipes ;
- exercices de contrôle individuel ;
- enfin le problème pourra être la conclusion d'une enquête menée au cours de la vie de la classe, par exemple en activité d'éveil.

La forme traditionnelle de présentation de la solution sera abandonnée au profit d'une rédaction en phrases simples et correctes après la mise en place de tableaux, de graphiques, de schémas, de diagrammes, d'opérations. Cela devrait être l'occasion pour l'élève d'utiliser les structures ou les concepts mathématiques dont il se serait approché lors d'autres activités. Enfin les problèmes proposés pourront avoir une solution, plusieurs solutions ou pas de solution car c'est ce qui se passe pour les problèmes de la vie quotidienne.

Nous ne saurions mieux illustrer cette défense du problème qu'en donnant quelques exemples de problèmes proposés à des élèves de Cours Moyen d'une école pratiquant un enseignement rénové des mathématiques.

### PREMIER EXEMPLE.

Le problème des perruches (d'après une idée de M. Fletcher).

Une personne, amie de l'école, a fait cadeau à notre classe de quatre perruches. Mais nous avons un grave problème pour les vacances de Noël. Les perruches ne doivent pas sortir de la classe car le froid du dehors leur serait fatal. Tous les maîtres de l'école sont partis aux sports d'hiver.

Heureusement six élèves se sont dévoués pour venir s'occuper des perruches.

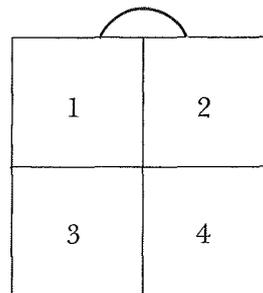
- Claire peut venir mardi, mercredi, samedi.
- Philippe ne peut venir que le dimanche.
- Roland ne peut pas venir le mercredi, ni le jeudi, ni le dimanche.
- Bruno ne peut venir que le lundi et le samedi.
- Christine peut venir tous les jours sauf le mardi et le dimanche.
- Albin ne peut pas venir lundi, jeudi, vendredi ou dimanche.

#### Questions :

- Y aura-t-il un élève chaque jour de la semaine ?
- Y a-t-il un jour où les six volontaires se retrouveront au complet en classe ?
- Quel est le jour où il y aura le moins d'élèves ?
- Claire et Christine se rencontreront-elles ?
- Qui sera dans la classe le lundi ?
- Même question pour vendredi.

Nos perruches sont très jolies. L'une est noire, l'autre est verte, la troisième est bleue, la dernière est rouge.

Elles logent dans une grande cage à quatre compartiments numérotés 1 – 2 – 3 – 4 et l'on ne peut loger qu'une perruche par compartiment. Elles aiment bien que chaque jour on les change de compartiment, sauf la verte qui ne veut jamais aller dans la cage numéro 3.



Comment pourrions-nous les disposer ? Combien y-a-t-il de combinaisons différentes ?

On constatera que l'énoncé ne contient aucun nombre et le problème devrait faire appel plus souvent à des situations non numériques, qui elles aussi doivent contribuer à la formation des esprits.

La première partie du problème se résout clairement par l'utilisation d'un schéma cartésien et l'élève y a l'occasion d'utiliser les notions relatives aux relations et à leurs schémas. La résolution de cette première partie nécessite une lecture très attentive des informations reçues.

La seconde partie fait appel à la combinatoire. Elle nécessite la confection d'un arbre qui est le véritable outil d'investigation. L'arbre n'est ni factoriel ni exponentiel et ne peut être fait de façon mécanique.

Le problème demande de l'attention, du soin, de l'intelligence, en un mot de l'esprit de finesse comme de l'esprit de géométrie. Il se prête parfaitement à une recherche en équipes, la classe étant organisée en groupes de quatre à cinq élèves.

#### DEUXIEME EXEMPLE.

A) On lance deux dés à jouer. On calcule la somme des deux nombres indiqués par les faces supérieures et l'on trouve 8. Qu'indiquent les deux dés ?

Au lieu de trouver 8, pourrait-on trouver 14 ? Dites toutes les sommes que l'on pourrait trouver.

B) On lance les deux dés, mais au lieu de calculer la somme, on calcule le produit des deux nombres.

Parmi tous les produits que l'on peut obtenir, quel est le plus grand ? Quel est le plus petit ?

Quels sont les produits compris entre 13 et 19 ?

Le produit peut être 6. Qu'indiquent alors les deux dés ?

C) Cite un nombre entre 1 et 20 qui ne peut pas être un produit et dis pourquoi.

D) Essaie de trouver le produit qui apparaît le plus souvent quand on effectue un grand nombre de jets.

Il s'agit là d'une situation qui met en œuvre plusieurs propriétés de l'addition et de la multiplication, qui utilise l'écriture des naturels sous forme de sommes et de produits. Elle nécessite l'utilisation de notions sommaires de combinatoire.

Ce problème peut faire l'objet d'un travail individuel ou d'une activité de recherche en équipes. De toute façon, il aura été précédé de jeux sur les naturels et de recherches statistiques sur les résultats de lancers de dés avec examen des fréquences obtenues. Ce type de problème peut faire l'objet de plusieurs séances de travail avec des prolongements intéressants dans diverses directions.

### TROISIEME EXEMPLE.

Chez ce marchand de cycles vous pouvez acheter une bicyclette

- ordinaire ou pliante
- à 1 vitesse — 3 vitesses — 4 vitesses — 8 vitesses
- à cadre émaillé ou à cadre chromé.

Les indications de prix sont les suivantes (en francs).

Prix de base : ordinaire : 210 ; pliante : 247.

*Suppléments* (en francs)

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| — à 1 vitesse : 0   | — à 8 vitesses : 67  |
| — à 3 vitesses : 35 | — cadre émaillé : 0  |
| — à 4 vitesses : 46 | — cadre chromé : 48. |

I. Dresse un catalogue avec prix de tous les modèles de bicyclettes que l'on peut acheter. Tu peux remplacer la désignation complète de chaque modèle par un codage que tu expliqueras.

II. M. Martin achète pour son fils Bernard un vélo ordinaire bleu émaillé à 4 vitesses et pour sa fille Cécile une bicyclette pliante toute chromée et à une seule vitesse. Quelle somme devra-t-il donner au marchand ?

Là encore la résolution du problème demande réflexion, organisation, choix. Il peut se compliquer et présenter de nombreuses variantes conduisant soit à plusieurs solutions soit à l'impossibilité.

### QUATRIEME EXEMPLE.

Quatre camarades discutent :

Vincent dit : «C'est moi qui habite le plus loin de l'école car pour venir à l'école j'ai compté que j'avais fait 4 000 pas. Je sais qu'en centimètres la mesure d'un de mes pas est comprise entre 60 et 70».

Louis répond : «Mais non, c'est moi qui fait le plus long trajet. Pensez, pour venir je mets 30 minutes et en une seule minute je parcours une distance comprise entre 70 et 90m ».

Daniel s'écrie : «Je crois que c'est moi qui habite le plus loin de l'école. Pour venir en classe, 520 m après avoir quitté ma maison je passe devant un panneau qui porte l'inscription : Ecole 1,800 km».

Marcel parle à son tour : «Moi, Marcel, j'habite le plus loin de l'école car pour m'y rendre, je suis obligé de gravir une côte de 850 m, puis je fais une descente de 8,40 hm et je marche sur le plat pendant 0,9 km».

Qui a tort ? Qui a raison ?

Ce problème permet d'abord de contrôler si la connaissance du système de mesures légales de longueurs est suffisante. Mais surtout il met en jeu la notion si importante d'encadrement et il permet de très intéressantes discussions entre élèves. La solution de ce problème est forcément personnalisée et une compétition s'établit entre les élèves pour résumer les possibilités de chacun des quatre personnages d'avoir raison ou tort.

Ces exemples montreront, je l'espère, que le problème a encore une belle carrière à faire à l'école élémentaire et qu'il peut contribuer à la rénovation de l'enseignement du calcul.

Dans les activités mathématiques de l'élève de l'école élémentaire, le problème ne doit plus être le despote tout-puissant et exclusif qui, depuis Jules Ferry, régnait sur l'heure quotidienne de calcul, mais il peut encore remplir un rôle essentiel. Il permet des activités intéressantes et formatrices, donnant notamment à l'élève l'occasion de rédiger sa solution en français correct, de faire ce travail avec soin, ordre et propreté, toutes qualités que l'école primaire se doit de créer et de développer chez l'enfant.