
DIFFÉRENCIATION AU CM2 DANS DES ACTIVITÉS DE MESURE EN GÉOMÉTRIE

Mireille BRENNER
Institutrice Maître-Formateur

Raymond GUINET*
Professeur de Mathématiques
IUFM de Grenoble

Cet article reprend les différents éléments d'un exposé présenté lors d'un stage de formation continue consacré au thème de la différenciation : il s'agit de rendre compte de la construction et de la gestion d'une séquence organisée selon un principe général¹ de différenciation pédagogique .

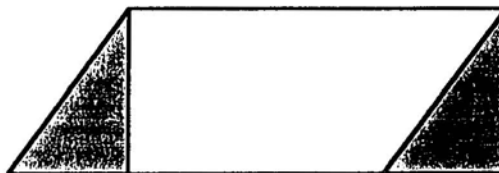
I - INTRODUCTION

Les activités se déroulent dans une classe de fin de cycle III et ont pour objectif la découverte des formules usuelles d'aires : carré - rectangle - triangle.

Le public est une classe de 27 élèves de CM2 ayant fait le même CM1, mais issus de trois CE2 différents. Cette classe est hétérogène et les acquis de CM1 en géométrie sont très variés.

Activités qui ont précédé l'ensemble de la séquence

- Etude de figures planes au travers de constructions géométriques (utilisation des instruments de tracé).
- Etude des propriétés de ces figures (carrés, rectangles, triangles).
- Une activité abordant les notions d'aire et de périmètre a été conduite autour du problème «Transformer un parallélogramme en un rectangle» (découpages, collages)(parallélogrammes,rectangles).



* Avec l'amicale collaboration de notre collègue Madeleine EBERHARD.

¹ Ce travail a été conduit en référence aux recherches sur la différenciation menées à l'I.N.R.P. qui ont donné lieu à la brochure «Chacun, tous, différemment ! Différenciation au cycle des apprentissages fondamentaux» (Rencontres pédagogiques, n°34, I.N.R.P.).

Au cours de cette activité, les élèves ont été amenés à découvrir la notion de périmètre et à constater que l'aire peut rester constante alors que le périmètre change.

II - PRÉSENTATION DE LA SÉQUENCE DE GÉOMÉTRIE-MESURE

Cette séquence de géométrie-mesure comporte cinq activités qui donnent lieu à des différenciations pédagogiques successives dans le temps.

Les activités se sont déroulées sur trois semaines.

A - GÉNÉRALITÉS

1 - Objectif

Faire en sorte que les parcours simultanés et les méthodes utilisées soient suffisamment variés pour que chaque élève ait la possibilité d'en trouver qui lui soient accessibles et qui seront efficaces pour lui.

2 - Stratégie

A partir d'objectifs notionnels clairement définis par le maître, ordonner différentes étapes de présentation et d'appropriation en mobilisant :

- diverses situations pédagogiques
 - travail individuel à la carte
 - présentation frontale ou plus dirigée
 - travail en petits groupes
- différents outils pédagogiques
 - **plan de travail** : l'objectif est défini en commun. Le déroulement avec ses variantes est proposé à tous. Chaque élève se détermine en fonction de ses essais successifs.
 - **itinéraires diversifiés** : un ensemble de fiches de travail individuel permet de proposer à chaque élève des exercices dont la nature correspond à ses besoins et à ses ressources.
- divers modes d'activité géométrique
 - parole, écriture, tracés géométriques
 - manipulations, découpages, collages.

3 - Organisation

Gestion du temps	Gestion de l'espace
<p>Principe : planifier la séquence de manière rigoureuse en affectant à chaque phase la durée qui lui est nécessaire.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Phase de recherche : individuelle ou en groupe - Phase de confrontation des découvertes (organiser l'argumentation) - Phase de synthèse et de structuration 	<p>Principe : une certaine souplesse est requise ; on modifie la disposition des lieux selon le type d'activité.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Organiser les déplacements.

B - DÉCOUPAGE SELON LES CONTENUS

Activités I et II : **Trouver combien de carrés-unité pavent la surface d'un carré ABCD**

- Tracés géométriques (propriétés des figures, instruments de géométrie)
- Calculs sur les mesures

Activités III et IV : **Calculer des aires de carrés et de rectangles**

- Pavages
- Tracés géométriques
- Calculs sur les mesures (formules usuelles d'aire)

Activité V : **Calculer des aires de triangles**

- Pavages
- Tracés géométriques
- Calculs sur les mesures (formule usuelle d'aire)

C - DÉCOUPAGE SELON LES TYPES DE DIFFÉRENCIATION

Les activités I et II favorisent le travail individuel et des itinéraires individualisés d'apprentissage (utilisation de fiches)

Les activités III et IV se déroulent suivant une pédagogie plus frontale, plus dirigée au niveau de la gestion du temps. Elles favorisent échanges, confrontations de méthodes et argumentations, pour les élèves, et prise en compte des erreurs par le maître.

Les activités V, découpées en trois étapes, favorisent le travail de recherche en petits groupes homogènes, les échanges et confrontations au sein du groupe, d'un groupe à l'autre, face au grand groupe.

III - UNE DIFFÉRENCIATION SIMULTANÉE DES STRATEGIES D'APPRENTISSAGE : LES ACTIVITÉS I ET II

A - PRINCIPES GÉNÉRAUX

- Différenciation des stratégies d'apprentissage dans la classe.
- Différenciation simultanée dans la classe : les élèves sont amenés à travailler sur des exercices différents de manière à atteindre les objectifs communs en construisant progressivement leur autonomie.

1 - Objectifs

- **méthodologiques** : faire en sorte que chaque élève résolve le problème et apprenne par la méthode qui lui est la plus adaptée.

Des fiches de travail individuel permettent de proposer à chacun des exercices dont la nature correspond à ses besoins et à ses ressources .

- **notionnels** : faire en sorte de favoriser la plus grande maîtrise des contenus par tous les élèves.

- L'objectif est commun à tous, mais les moyens mobilisés et le temps d'appropriation varient en fonction de la personnalité des élèves.

- Chaque élève peut identifier ses acquis et lacunes et trouver des étapes de travail adaptées.

2 - Stratégies

• Eliminations successives

Une même tâche est proposée à tous. Pour ceux qui échouent, une nouvelle tâche est proposée et ainsi de suite.

L'activité est basée sur le principe de l'auto-évaluation.

• Diagnostic préalable

Les informations recueillies par l'observation des élèves au cours d'une première activité permettent un réajustement pour l'activité suivante.

3 - Organisation

Gestion du temps	Gestion de l'espace
<p>A la fois, garder une certaine souplesse et fixer des échéances régulières permettant aux élèves de faire le point sur</p> <ul style="list-style-type: none"> - leurs découvertes - leurs acquisitions - leurs handicaps. 	<p>Des règles concernant le comportement des élèves sont annoncées et doivent être respectées.</p> <p>Par exemple :</p> <p>«Si tu n'as pas trouvé au bout de 6 minutes, tu viens chercher une autre feuille, une autre fiche».</p> <p>«Tu peux utiliser d'autres outils : calque, ciseaux».</p>

B - ACTIVITE I - LES CONTENUS

Un problème

Trouver combien il y a de «carrés-unités» dans le carré ABCD (figure 1, feuille 1) avec l'utilisation des instruments : règle graduée , équerre.

Eléments d'analyse

L'aire du carré ABCD est cinq fois celle du carré abcd. L'orientation du carré abcd ne privilégie pas l'horizontale.

A priori, on peut utiliser l'une des procédures suivantes :

- Compléter la figure (comme dans la figure 3) pour obtenir quatre carrés en plus du carré abcd
- Prolonger le quadrillage et se placer dans la situation de la feuille 2 (figure 2).
- Juger que chacun des quatre triangles complète chacun des quatre trapèzes : ceci peut ne demander qu'un seul tracé (qui matérialise l'idée) voire même aucun tracé.

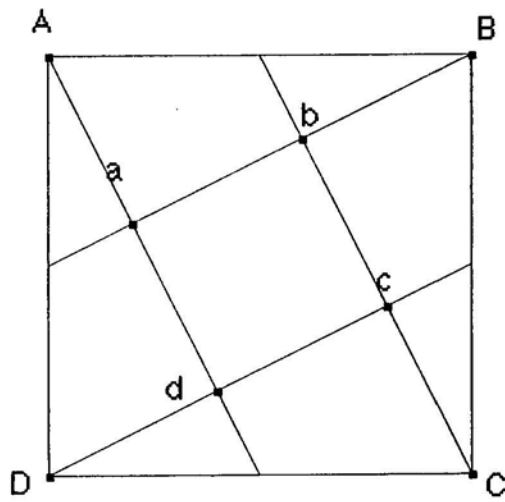


figure 1

Feuille 1 - Activité 1

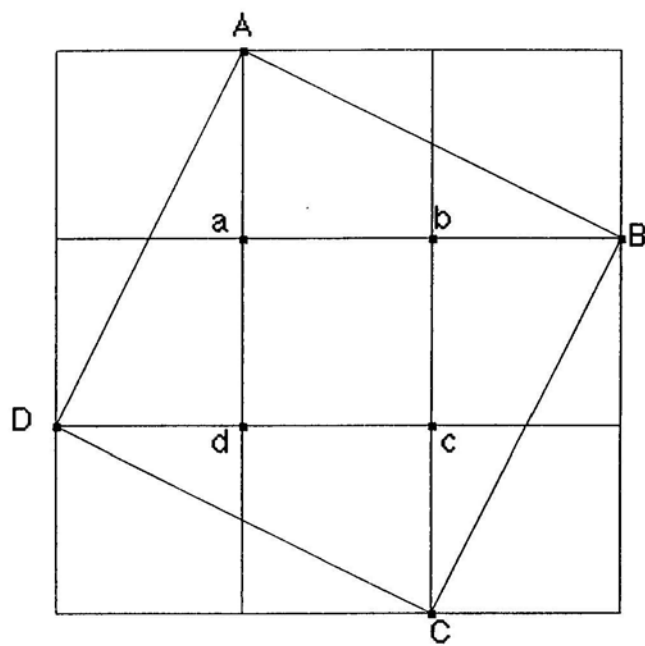


figure 2

Feuille 2 - Activité 1

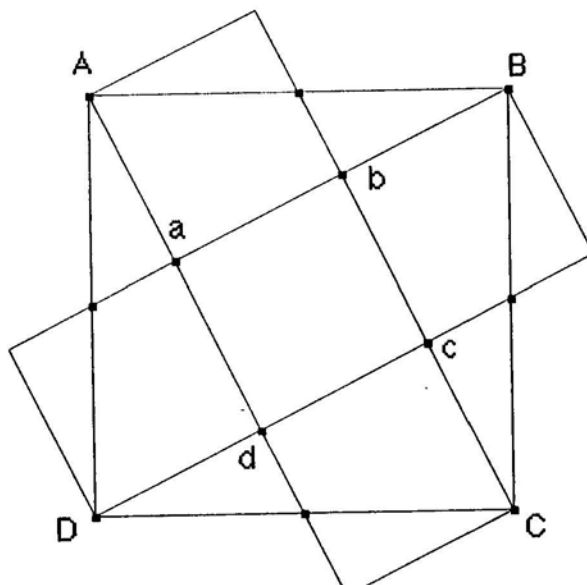


figure 3

1 - Objectifs spécifiques à la séance

- Favoriser des activités de tracés géométriques.
- Favoriser la perception et la prise en compte de l'invariance de figures (ici le carré) par rotation et décomposition/compensation (trapèze plus triangle).
- Utiliser les calculs sur les mesures pour trouver un nombre de carrés pavant une surface.

2 - Déroulement de l'activité I

Durée	Itinéraire différencié	matériel utilisé
Changer de fiches si l'on n'a aucun résultat au bout de 6 minutes	<p>ETAPE 1 PHASE COLLECTIVE Chaque élève reçoit une feuille 1 (carré sans quadrillage) Avec l'ensemble de la classe, on observe la figure affichée au tableau :</p> <ul style="list-style-type: none"> - On nomme le carré ABCD - On nomme le carré-unité abcd - Chaque élève identifie sur sa propre feuille le carré ABCD le carré-unité abcd <p>Lecture silencieuse de la fiche 1 Lecture à voix haute (compréhension des consignes)</p> <p>PHASE INDIVIDUELLE Travail avec mesurages et tracés Rédaction de l'explication permettant de trouver le nombre de «carrés-unités»</p>	<ul style="list-style-type: none"> • fiche 1 • feuille 1 • reproduction à grande échelle (pour affichage au tableau) de la figure 1 de la feuille 1 • règle graduée • équerre • feuille individuelle pour explications
8 minutes à 10 minutes	<p>ETAPE 2</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les élèves qui ne trouvent pas de réponse vont poser la fiche 1 et prennent la fiche 2 ainsi que la feuille 2 - Les élèves qui trouvent une réponse vont chercher la fiche 4 	<ul style="list-style-type: none"> • fiche 2 • feuille 2 • fiche 4
8 minutes	<p>ETAPE 3</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les élèves qui ne trouvent pas avec la fiche 2 vont chercher la fiche 3 . 	<ul style="list-style-type: none"> • fiche 3

Ici la fiche 1 propose à tous la même tâche.

Les itinéraires possibles sont alors :

- itinéraire I avec fiches 2 puis 3 puis 4 : pour ceux qui échouent,
- itinéraire II avec fiches 2 puis 4,
- itinéraire III avec fiche 4 : pour ceux qui réussissent.

<p>SEANCE 1</p> <p style="text-align: center;">FICHE 1</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD (feuille 1).</p> <p>Matériel règle graduée équerre</p> <p>Tâche - Tu dois expliquer comment tu fais (n'efface pas tes calculs).</p>	<p>SEANCE 1</p> <p style="text-align: center;">FICHE 2</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD.</p> <p>Matériel feuille 2 règle graduée équerre</p> <p>Tâche - Tu peux trouver la réponse en t'aidant du quadrillage tracé sur le grand carré. - Tu dois expliquer comment tu fais.</p>
<p>SEANCE 1</p> <p style="text-align: center;">FICHE 3</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD.</p> <p>Matériel feuille 2 règle graduée équerre papier calque, ciseaux</p> <p>Tâche - Tu peux trouver la réponse en t'aidant du quadrillage tracé sur le grand carré. - Tu dois expliquer comment tu fais.</p>	<p>SEANCE 1</p> <p style="text-align: center;">FICHE 4</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD.</p> <p>Matériel règle graduée calculatrice</p> <p>Tâche - Tu dois retrouver le nombre de carrés-unités en n'utilisant que des calculs sur des mesures.</p>

Les fiches de l'activité I

Interventions individuelles de l'enseignant

- Vérification que les élèves repèrent la figure ABCD .
- Aide ponctuelle du maître auprès de certains élèves dans une activité de pavage de ABCD.
- Relance et contrôle des résultats pour les changements d'étape.

C - ACTIVITE II - LES CONTENUS

Un problème

Trouver un nombre de carrés-unités couvrant la surface d'un carré (figure 1 ci-dessous)

en n'utilisant que des calculs sur des mesures

ou en faisant intervenir un pavage (par tracé ou, à défaut, par découpage).

Eléments d'analyse

L'aire du carré ABCD est 4 fois celle du carré abcd.

Pour la construction de la figure il a été fait en sorte que l'angle Dad mesure 30° . De ce fait aucune des procédures de l'activité I ne peut fonctionner. Il faut imaginer d'autres procédures :

- Partage du carré ABCD en quatre carrés et vérification de l'égalité de la mesure du côté des ces carrés et de celle des côtés de abcd.

- Utilisation de calque quadrillé.

- On peut trouver combien il y a de carrés unité dans le carré ABCD en utilisant des calculs successifs sur la mesure des dimensions :

$$ABCD = 64 \text{ cm}^2 \quad (8 \times 8 = 64)$$

$$abcd = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2 \quad (4 \times 4 = 16)$$

$$\text{nombre de carrés } 64/16 = 4$$

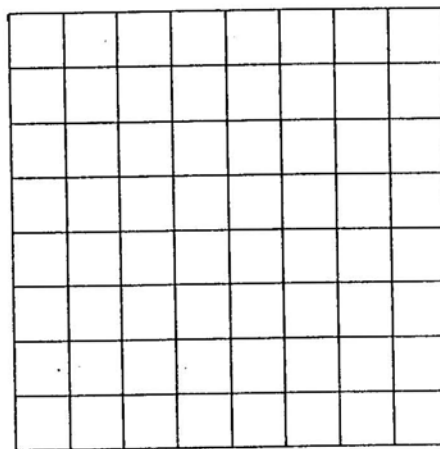
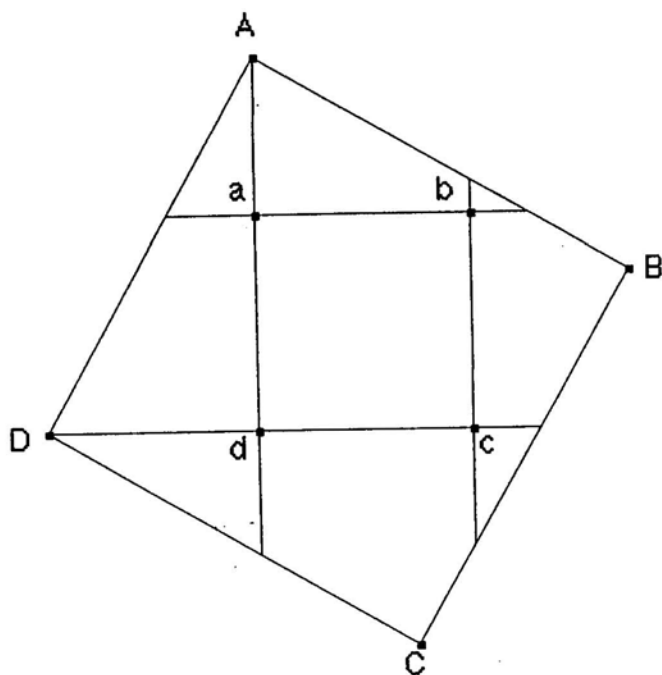


figure 1

Feuille 1 - Activité II

Note : Pour la figure donnée aux élèves,
AB mesure bien 8 cm tandis que ab mesure 4 cm

1 - Objectif spécifique à la séance

- Donner du sens au centimètre carré, soit par pavage, soit par mesure, l'un contrôlant l'autre.

<p>SEANCE 2</p> <p style="text-align: center;">FICHE 1</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD (feuille 1).</p> <p>Matériel règle graduée</p> <p>Tâche -Tu ne dois utiliser que des calculs pour trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD. -Tu dois expliquer comment tu fais et laisser la trace de tes calculs.</p>	<p>SEANCE 2</p> <p style="text-align: center;">FICHE 2</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD.</p> <p>Matériel règle graduée équerre</p> <p>Tâche -Tu as le droit de «dessiner» sur le carré ABCD. -Tu dois expliquer comment tu fais pour trouver le nombre de carrés-unités.</p>
<p>SEANCE 2</p> <p style="text-align: center;">FICHE 3</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD.</p> <p>Matériel règle graduée papier calque quadrillé (du type de celui qu'utilise les géomètres)</p> <p>Tâche - Maintenant que tu as trouvé le nombre de carrés-unités (en faisant des tracés géométriques) tu dois retrouver ce nombre en faisant des calculs.</p>	<p>SEANCE 2</p> <p style="text-align: center;">FICHE 4</p> <p>Problème Trouver combien il y a de carrés-unités dans le carré ABCD.</p> <p>Matériel règle graduée</p> <p>Tâche -Tu dois retrouver le résultat de ton calcul par le tracé d'un pavage de carrés de 1cmx 1cm. -Faire un autre calcul en prenant le millimètre comme unité et comparer les résultats.</p>

Les fiches de l'activité II

- Faire en sorte que la mise en commun favorise échanges et argumentations, débats qui s'opposent alors à l'idée de correction.

- La mise en commun peut aussi être l'occasion d'analyser certaines erreurs, de distinguer, par exemple avec les élèves, celles qui sont le signe d'une mauvaise interprétation de la situation, celles qui révèlent une mauvaise gestion d'une solution par ailleurs viable, ou encore les erreurs d'exécution (d'un calcul par exemple).

- Ce travail conduit en utilisant les diverses productions, en les confrontant, en les analysant, ne manquera pas d'avoir un effet en retour sur la perception, par les élèves, du contrat, de ce qu'ils ont le droit d'utiliser et de produire :

«S'agit-il de répondre au problème posé à partir de la représentation que je m'en fais et en utilisant les moyens et les connaissances que je pense utiles et qui sont disponibles pour moi, ou bien s'agit-il de trouver (de deviner, pour certains) la solution attendue par l'enseignant ?».

2 - Une différenciation par la présentation de l'activité (différente de celle des activités I et II)

Il s'agit pour l'enseignant de conduire la classe entière, le maître face au grand groupe rythmant alternativement :

- un travail de recherche individuel court (3 à 5 minutes)
- un travail de mise en commun (l'élève intervenant de sa place ou au tableau)

B - OBJECTIFS SPÉCIFIQUES DES SÉANCES

- **notionnels** (se reporter aux figures des activités III et IV pages suivantes)

Arriver à la formule de l'aire du carré et du rectangle, **tout en favorisant** une variété de procédés de calculs pour l'aire de figures tracés sur quadrillage (carrés-unités : 1 cm x 1cm) :

(se reporter aux figures de l'activité II et à celles de l'activité IV)

- en utilisant le comptage de carreaux (carrés-unités), lorsque c'est possible,
- en utilisant des morceaux de figure (découpage et collage - compensation - calque),
- par comptage des carreaux du grand rectangle (du grand carré) dans lequel est inscrit le rectangle (le carré) (l'aire de la grande figure moins celle des morceaux extérieurs à la petite figure),

- en utilisant les mesures seulement :

a) Aire de la grande figure - Aire des morceaux = Aire de la petite figure

b) mesure des cotés de la figure elle-même :

$$\text{Coté} \times \text{Coté} = \text{Aire du carré}$$

$$\text{Longueur} \times \text{Largeur} = \text{Aire du rectangle}$$

On note que les mesures théoriques des longueurs ne sont pas forcément entières tandis que celles des aires des carrés ou rectangles en jeu le sont (se reporter aux figures) : les résultats des calculs portant sur les mesures conduisent à des approximations entières qu'il convient de contrôler par des procédures géométriques.

- **méthodologiques**

Différencier les contraintes en jouant sur les figures et les consignes (stratégies écartées).

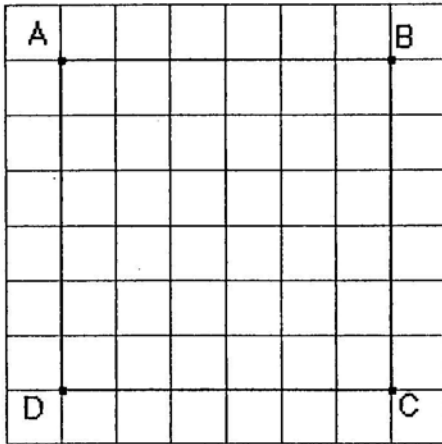


figure 1

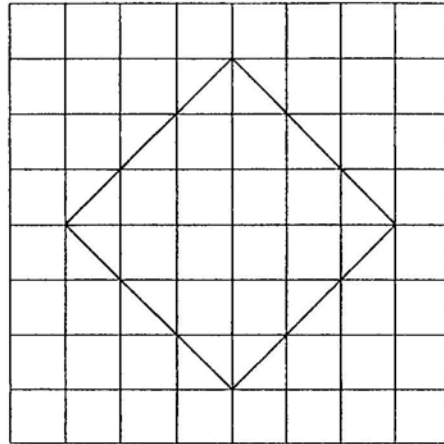


figure 2

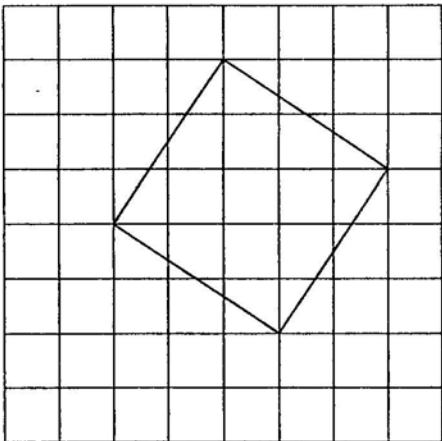


figure 3

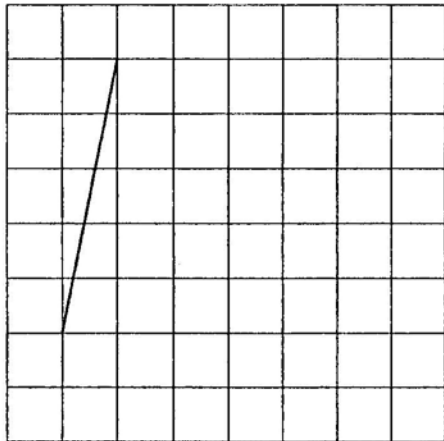


figure 4

Figures de l'activité III

Les carrés unités des documents originaux sont des carrés 1 cm x 1cm
 Chaque élève doit calculer ou mesurer l'aire des carrés des figures 1, 2, 3 ci-dessus. Pour la figure 4, l'élève doit construire le carré dont un des côtés est déjà construit.

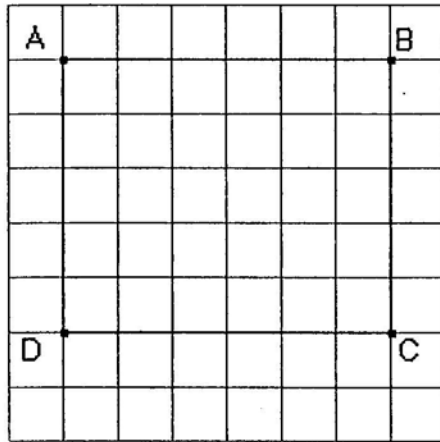


figure 1

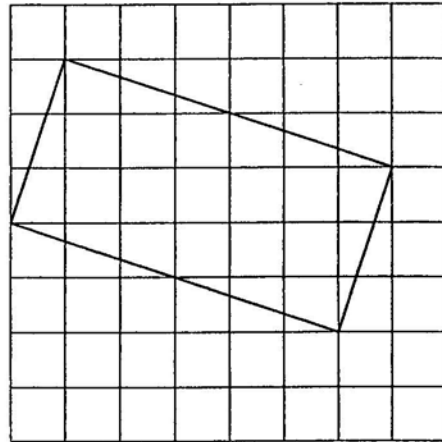


figure 2

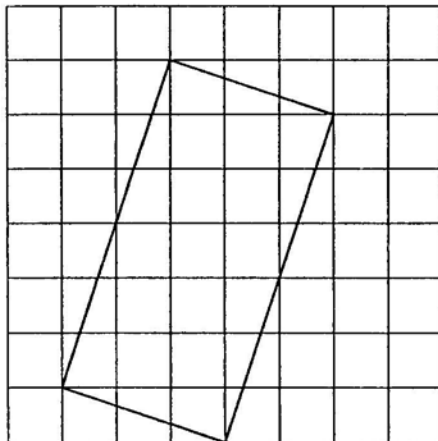


figure 3

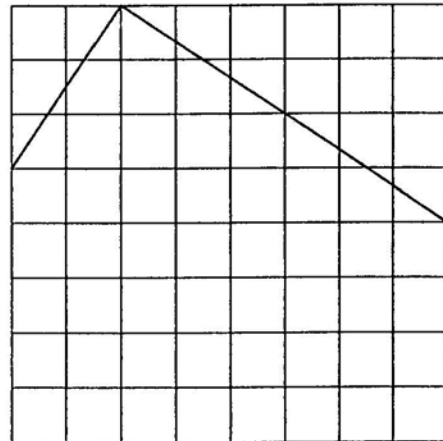


figure 4

Figures de l'activité IV

Les carrés unités des documents originaux sont des carrés 1 cm x 1cm

Chaque élève doit calculer ou mesurer l'aire des carrés des figures 1, 2, 3 ci-dessus. Pour la figure 4, l'élève doit construire le rectangle dont deux côtés consécutifs sont déjà construits.

C - STRATÉGIE

- Chaque figure est observée puis traitée par les élèves individuellement
- Echange et confrontation des méthodes et résultats : observation et analyse des différentes procédures élèves.
- Synthèses et structuration : appropriation de la notion d'aire, et des formules usuelles des aires du carré et du rectangle.
- Régulation du rythme de l'activité par le maître.

V- UNE DIFFÉRENCIATION PAR LES «PROCÉDURES GROUPES» DANS L'ACTIVITÉ V

A - PRINCIPES GÉNÉRAUX

1 - Différenciation par l'organisation

Une approche différente des trois précédentes :

- Regroupements d'élèves en groupes homogènes de besoins, de compétence.
- Conduite de la classe entière : le maître face aux six groupes de quatre ou cinq élèves doit gérer le travail dans chaque groupe en rythmant temps de recherche et temps de mise en commun.

2 - Une différenciation «par les procédures» groupes

• La différenciation par les procédures autorise chaque groupe à mettre en oeuvre la solution qui correspond le mieux à l'ensemble des membres du groupe compte tenu de l'interprétation qu'ils font du problème posé et des connaissances dont ils disposent.

• L'objectif demeure toutefois de faire évoluer certaines des procédures utilisées, voire de favoriser leur abandon au profit d'autres plus efficaces (au sein du groupe et entre les groupes).

• Les confrontations-débats entre élèves (au sein du groupe et entre les groupes) doivent inciter les autres élèves à essayer les procédures utilisées par un camarade (ou par un groupe)

3. Avantages et limites

Des travaux en petits groupes, avec l'aide du maître, où il s'agit de débattre autour d'une solution, peuvent être alors plus profitables qu'une mise en commun générale au cours de laquelle s'expriment de nombreuses solutions.

Il faut savoir, cependant, qu'il n'est pas facile pour un élève (ou pour un groupe) d'abandonner provisoirement son propre point de vue pour accepter d'examiner, et donc de comprendre, une autre solution que celle qu'il a élaborée.

B - OBJECTIFS SPÉCIFIQUES DES SÉANCES

- **notionnels** (se reporter aux figures de la page suivante)

Approche de l'aire du triangle à partir des connaissances des élèves, pour arriver à la formule usuelle de l'aire du triangle : $\frac{1}{2}$ Base x Hauteur .

• **méthodologiques**

- Trois activités successives reposant chacune sur une seule figure.
- Difficultés progressives .
- Etudes successives des différentes procédures élaborées en groupe.

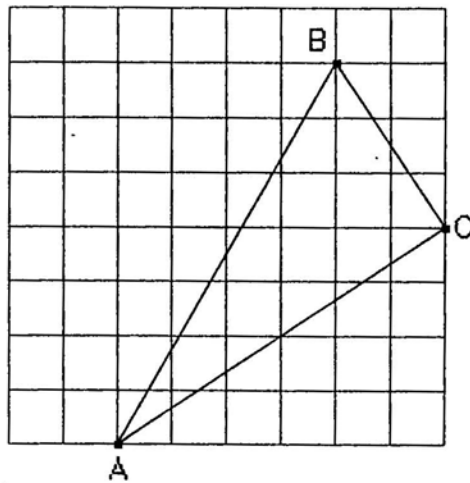


figure 1

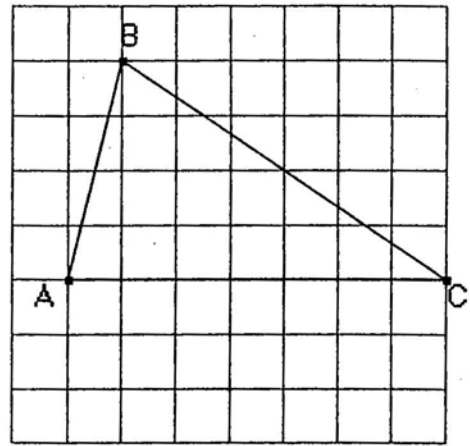


figure 2

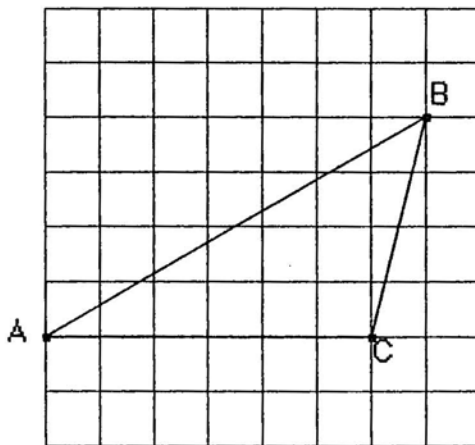


figure 3

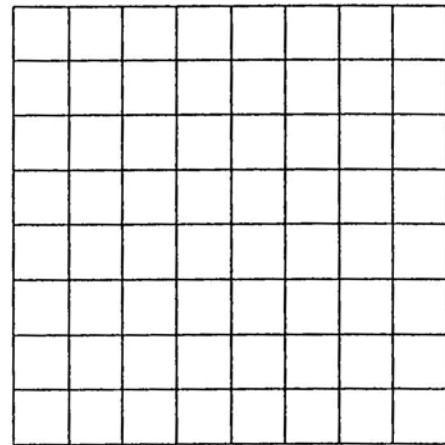


figure 4

Figures de l'activité V

Eléments d'analyse

Dans la figure 1, le triangle est rectangle en C. Il est disposé de telle sorte que l'idée de rectangle le complétant n'est pas évidente. L'élève dispose d'une règle graduée et d'une équerre pour procéder à des tracés et/ou à des vérifications ou mesures.

Les triangles des figures 2 et 3 sont quelconques, celui de la figure 3 ayant un angle obtus. Ils sont disposés de telle sorte que les tracés éventuels soient favorisés.

C - STRATÉGIE

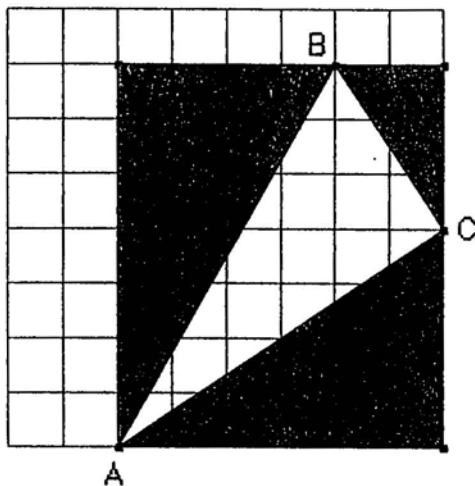
- Chaque figure est observée puis traitée par les élèves du groupe (les figures sont données ci-après avec une présentation des procédures-élèves) . Puis, au sein du groupe, échange et confrontation des méthodes et résultats pour l'élaboration d'une solution du groupe.

Observation et analyse des différentes procédures élaborées par les groupes. Nous donnons ci-après les différentes procédures élèves qu'ont donné lieu au travail de groupe.

- Synthèse et structuration sur la notion d'aire et la formule usuelle d'aires de triangles.

- Régulation du rythme de l'activité par le maître au sein de chaque groupe et entre tous les groupes.

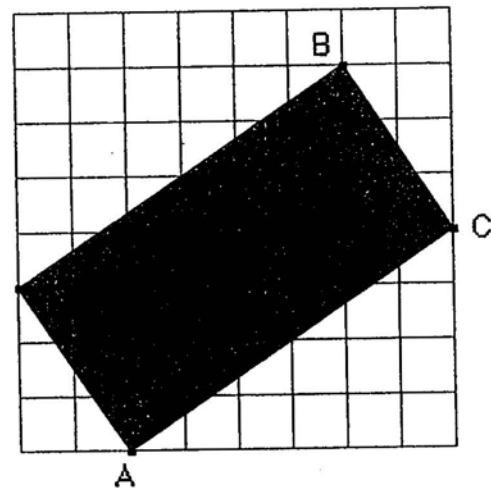
Les procédures-élèves pour la figure 1 - activité V



Procédure 1

La disposition du triangle ABC ne favorise pas *a priori* la reconnaissance du triangle comme triangle rectangle.

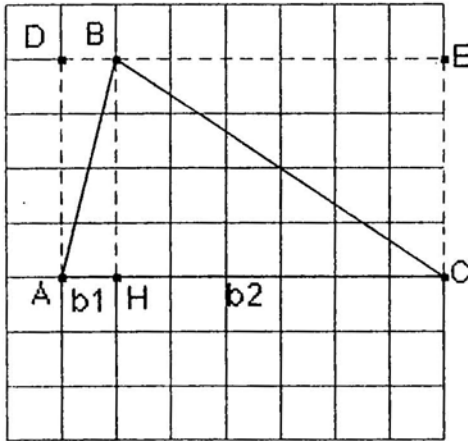
L'élève inscrit ce triangle dans un rectangle 6×7 , puis il calcule les aires des triangles rectangles complétant le triangle ABC. Par soustraction, il déduit l'aire de ce triangle.



Procédure 2

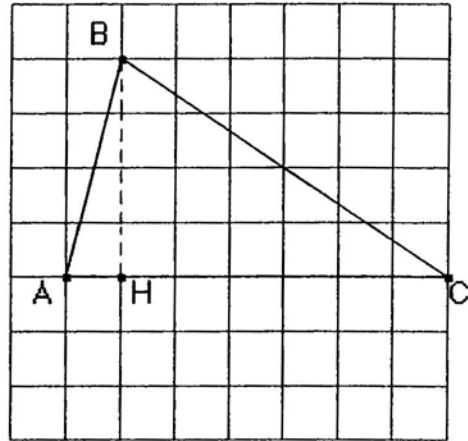
L'élève reconnaît un triangle rectangle et le complète par symétrie pour obtenir un rectangle dont l'aire est facilement calculable, puis il calcule l'aire du triangle ABC.

Les procédures-élèves pour la figure 2 - activité V



Procédure 1

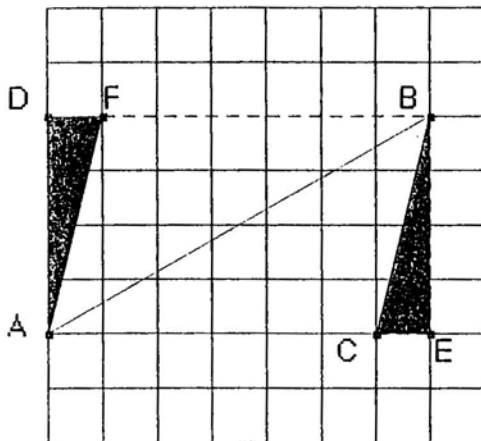
L'élève calcule par simple comptage l'aire du rectangle ADBH et sa moitié, puis celle du rectangle HBEC et sa moitié. Il en déduit l'aire du triangle ABC. Cette procédure a permis la «découverte» de la formule usuelle de l'aire du triangle.



Procédure 2

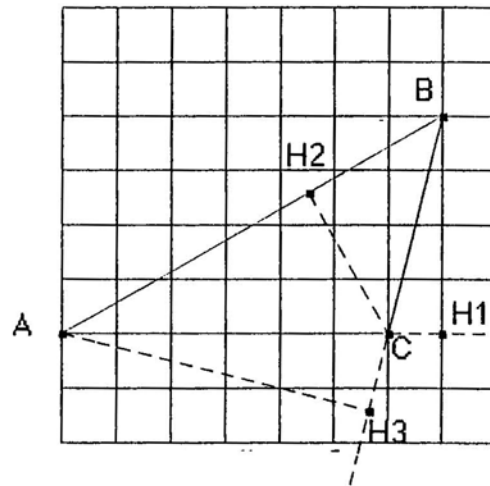
L'élève calcule directement l'aire du triangle par utilisation de la formule.

Les procédures-élèves pour la figure 3 - activité V



Procédure 1

L'élève calcule la moitié de l'aire du rectangle ADBE. Il obtient l'aire du triangle ABE. Il enlève l'aire du triangle BCE qu'il obtient par comptage ou par le calcul.



Procédure 2

L'élève calcule directement l'aire du triangle ABC en utilisant la mesure de la hauteur [BH1] et de la base [AC]. Pour confirmer son résultat, il procède de la même manière en utilisant les mesures des hauteurs [CH2] et [AH3] et des bases correspondantes.