COURRIER

A PROPOS DE L'OUVRAGE : «J'APPRENDS LES MATHS» CE2 BRISSIAUD (RETZ) LIVRE DU MAITRE

Cet ouvrage se situe dans le prolongement de ceux de GS, CP, CE1. Les options didactiques fondamentales, précisées par les auteurs, sont donc les mêmes. On se référera surtout à la longue préface de ce livre pour le CE2 et à celle du livre pour le CP.

QUI PARLE DANS CE COURRIER ?

Il convient dans ce type de papier de préciser de quel point de vue on se place : il s'agit ici de celui du formateur engagé dans une pratique pour le premier degré, après un détour dans le second degré et l'enseignement supérieur via les sciences cognitives, versant langage naturel.

Les interrogations sur l'enseignement des mathématiques, ou tout au moins les problématiques de départ, je les dois à mon maître A. Revuz.

DEUX AXES DE CRITIQUE

Ce qui frappe le plus le praticien dans l'ouvrage analysé, c'est l'inadéquation d'une part, entre les hypothèses de travail et les activités, d'autre part entre certains choix mathématiques des ouvrages et les objectifs de l'enseignement obligatoire. Les auteurs font état de l'amélioration de la réussite des élèves sur une année de CE2, ce qui ne valide pas une progression *globalement*. Pour asseoir la nouveauté de leurs propositions dans le domaine didactique, les auteurs ont choisi de «se poser en s'opposant» à d'autres possibilités. Dans le cas qui nous occupe, ils essaient de se positionner par rapport aux choix de l'équipe ERMEL pour les progressions, de l'équipe Charnay/Mante pour la résolution de problèmes.

N'appartenant ni à l'une ni à l'autre, je relèverai certains points qui me semblent, pour le moins, contestables dans l'ouvrage de Rémi Brissiaud.

LES OPÉRATIONS

L'introduction précoce des symboles + et - en CP, préconisée par ERMEL, se justifie pleinement, pour les raisons avancées par les auteurs, en particulier la notion de problèmes additifs et soustractifs liés aux mêmes situations de référence.

D'un point de vue mathématique, et on le perçoit bien dans la structuration du *domaine* numérique à l'aide de la *comptine*, il s'agit de travailler, implicitement au moins, sur (Z, +) : la soustraction est l'opération réciproque de l'addition, au sens de la structure de groupe. Mais ce n'est pas du tout le cas de la division. Du point de vue algébrique, non seulement il faut construire les fractions, mais en plus donner un nouveau statut au 0 pour le produit dans (Q^*, $\times$). Ce nombre sera l'élément neutre d'une loi et l'élément absorbant de l'autre ; cette question elle-même est reliée au théorème fondamental de l'algèbre.

Du point de vue algorithmique, il faudra les trois autres opérations pour *écrire* une division (ce qu'il faudra finir par faire, nest-ce-pas !). Le transfert des motifs avancés pour l'addition-soustraction ne fonctionne pas pour la multiplication-division : méfions-nous des analogies.

Enfin, si l'on choisit le mode d'introduction de la division par le calcul mental (un «geste mental») du quotient, prévoit-on le cas où le résultat est 0 ? Et surtout quel sens pourra-t-on lui donner dans cette première approche qui restera, comme on le sait, *La plus importante* ?

EFFETS DE LANGAGE

Les sciences cognitives, récentes mais encore fragiles, nous proposent quelques modèles explicatifs modestes pour la mémoire, le langage, les connaissances, etc ... Dans l'ouvrage considéré, accent est mis sur l'Atelier de Résolution de Problèmes, présenté à la fois comme une innovation et comme un choix «fort» dans la démarche. En terme de difficulté croissante dans la résolution, trois niveaux sont considérés, d'une représentation à une formalisation, appelée niveau 3, la différence la plus flagrante avec les choix de ERMEL réside dans le choix que celui-ci fait d'aider systématiquement à la mise en place des procédures standard, choix critiqué par l'équipe Brissiaud comme un recul (toujours innover). Non seulement les progrès se font en complexification de structures, mais aussi en modification des référents, que le domaine mathématique seul ne contient pas.

Lorsque l'enfant passe du niveau 2 au niveau 3 dans la résolution de problèmes, il se produit aussi, peut-être, un effet de langue, de langage. Sperber et Wilson nous montrent, après Chomski et Searle, que la langue fonctionne comme une structure non seulement d'apprentissage, mais aussi de complexification croissante, passage non repérable en mathématiques seulement. Lorsque l'enfant de CP ne répète pas le dernier *mot-nombre*, pour signifier la quantité, ce qui était considéré comme un signe de la mise en place de la cardinalité, par *pertinence* du langage «naturel» : message plus court, contenu plus riche (dans «le chemin du nombre»), nous observons un conflit entre la structuration de la langue et la production d'un signifié (vers la cardinalité).

Quelques remarques sur les situations choisies : après vérification auprès de collègues de terrain, nous pouvons affirmer que l'ouvrage de l'élève proposé par Brissiaud ne contient que très peu de situations originales (par exemple, les sucres (p. 54) et les travaux d'élèves proviennent de «Math-Hebdo»), les allusions au calcul mental, jamais organisées en progression, contrairement à ERMEL, reprennent en pointillé les commentaires au programme officiel de 1995. En résumé, une seule modification ne change pas le champ conceptuel entier et citer nos sources ne peut faire qu'avancer la didactique des mathématiques.

Nous avons tous une responsabilité vis à vis de nos stagiaires, des enfants qui leur seront confiés, de l'évolution des sciences, en tout cas dans leur représentation (où l'on retrouve un peu d'épistémologie). L'organisation de la scolarité en cycles, le découpage des objectifs par périodes n'induit pas qu'il faille tout présenter, des notions nouvelles du cycle 3, en CE2. Pour illustrer ce point, nous considérerons deux exemples : les fractions et les angles.

FRACTIONS, AIRES ET ANGLES : TROP TOT ?

De nombreuses recherches, connues (IREM de Paris VII) ou moins (mémoires de maîtrise), ont étudié et construit des progressions traitant des rationnels et donc des réels du CM à la Cinquième ou à la Troisième. Il ressort de ces travaux ainsi que des articles publiés dans le bulletin de l'APM, ou des évaluations nationales (Sixième et Seconde), qu'il convient de construire des représentations qui mettent en œuvre : la multiplicité des écritures (pourquoi passer du demi au quart si le demi est plus simple) y compris pour les fractions plus grandes que l'unité, l'aspect opérateur (échelle puis application linéaire, donc le dual de R) et l'écriture décimale de certaines fractions (tous les nombres ne sont pas entiers) pour le moins.

Or que retrouve-t-on dans l'ouvrage précité : les parts de gâteaux, les «rompus» du moyen âge, ce qui induira par exemple le «théorème en actes» : «toutes les fractions sont plus petites que un».

Dans une présentation, il faut au moins essayer de construire un sens pour : l'existence et la nécessité de plusieurs écritures pour un même nombre, la notion de dénominateur, etc... L'IREM de Bordeaux ou les travaux de R. Douady et M.J. Perrin proposent des solutions pour une progression plus longue.

L'introduction des angles, référencée « angles quelconques» dans l'index (page 53), est fondée sur des becs d'oiseaux et des gabarits en fin d'ouvrage. Des étudiants nous ont fait remarquer que peu d'angles de becs d'oiseaux pouvaient être obtus et qu'il fallait «deviner» les propriétés de cet être bizarre (en terme de convexité, demi-plans, dans un triangle, problèmes de frontières : angles de demi-droites ou de droites, etc...), lors d'un travail sur les ouvrages de CE2.

Le livre du maître n'apporte aucune amélioration à ce sujet.

A propos des aires : mesurées avec les inusables carrés-unités, dans l'activité initiale, elles sont associées à des nombres, en somme à un pavage partiel du plan. Posons la question : avec un tel pavage, comment comprendre que l'aire peut être mesurée par un entier, dans un triangle par exemple, même rectangle ? Une autre démarche s'impose, montrant que l'aire est la commune propriété de différentes surfaces (classe d'équivalence en somme). Les travaux de Houdement (thèse 95, activité initiale), par exemple, proposent une alternative pour mettre en place cette propriété par une situation-problème adaptée.

Bien que les ouvrages de la collection Brissiaud mettent l'accent bien volontiers sur la résolution de problèmes, la construction progressive des connaissances, les activités apparaissent construites sur le même modèle : présentation-activité-conclusion, depuis le CP au moins. Des maîtres de terrain, formateurs ou non, nous ont fait remarquer qu'on en arrivait, surtout chez les débutants, à une stéréotypie des pratiques, les raisons sous-jacentes n'apparaissant pas toujours, nous dirions un modèle en kit, sans la réflexion qui va avec.

UN EXEMPLE SOLIDE

Engagés dans une recherche sur une progression possible en géométrie au cycle 2, et essayant de tenir compte des résultats classiques de psychologie cognitive : passage de l'espace au plan, de l'espace vécu à l'espace représenté, etc... nous ne pouvions que remarquer que dans ce livre les solides viennent à la fin (page 137) et ce commentaire, destiné à l'enseignant, nous laisse perplexes : «On remarque qu'en joignant six triangles équilatéraux, on n'obtient pas un solide». Que dire à un enfant qui a réalisé l'objet ? Que tous les solides sont des polyèdres ? Réguliers, voire convexes ? En somme que Képler ne connaissait rien à la géométrie, ni aux oursins ?

PROGRESSION À LONG TERME

Affirmons-le : la justification d'un ouvrage, d'une progression, d'un ensemble d'activités à proposer aux élèves, voire même d'une classification des attitudes pédagogiques, doit s'appuyer aussi sur un état des objectifs disciplinaires à court terme (CM), à moyen terme (collège), voire à long terme (lycée, DEUG). Or certaines orientations des ouvrages de l'équipe R. Brissiaud ne correspondent pas à la réalité d'un enseignement obligatoire jusqu'à 16 ans, à une évolution encore croissante de la durée de la scolarité.

Considérons deux exemples déjà rencontrés : les aires et les domaines numériques. Que l'aire d'une figure plane ne dépende pas de sa forme, nous allons le retrouver dans la théorie de l'intégration et plus généralement dans la théorie de la mesure (élément neutre, additivité, application dans R^+) donc tenter de dégager ce qui est général dans une structure. Pour les nombres, nous rencontrerons les réels en Toisième, sous forme de racines carrées, puis les vecteurs divers et les nombres complexes, voire les quaternions peut-être. Or, si le modèle «entiers» n'est que renforcé à toutes ces étapes, plus difficile sera la mise en évidence des propriétés communes de tous ces nombres et surtout celles qu'ils n'ont pas : inverses dans D, ordre dans C.

PROJET

Il est urgent de construire une progression, au moins dans le domaine numérique, du cycle 3 à la fin du collège. Les IUFM devraient le faciliter, ou l'encourager. Notre avis est que l'ouvrage cité va dans le sens contraire, proposant des activités «nouvelles» peu pertinentes dès le CE2. Pourtant les premiers livres, surtout celui du CP, étaient très intéressants et prometteurs, replaçant le comptage et l'énumération, animant des activités numériques fondées sur le nombre-repère 5.

POUR PRENDRE DATE

On l'aura compris dans cette critque déjà bien longue et pourtant non exhaustive : ce livre ne convient pas pour le CE2. En référence aux difficultés de contenus bien connus des formateurs (aires, fractions, décimaux, division, etc...), non seulement il ne résoud rien, ne propose rien de nouveau, mais complique la tâche pour la suite : une bien longue préface pour un résultat bien modeste.

Ce texte, nous le concevons, est certes très critique et peu constructif, mais il est des limites à ne pas dépasser, puisque malgré tout nous devons être des scientifiques et des enseignants. Son mérite sera peut-être de lancer un débat, au moins sur les contenus sous-jacents à ces programmes de cycles. Par exemple, les activités à forte composante logique absentes de ce livre, qui ne sont pas des «gestes mentaux» puisque les pratiquants de l'IA savent que des manifestations d'un processus ne sont pas forcément -formellement- représentables mais témoignent, laissent une trace, d'une modification. En somme, ne pas confondre la carte (un vocable «commode») avec le territoire (les évolutions de certains résultats de nos élèves), la maîtrise des opérations, de la structure des nombres, ne se ramène, ni ne se confond avec la maîtrise de gestes mentaux.

Jean-Luc BATOU
Formateur IUFM, Antenne des Landes