FORMATION

# A PROPOS DE PATRONS DE SOLIDES

*Le recrutement des professeurs des écoles se fait actuellement par un concours académique qui comporte notamment une épreuve de mathématiques avec une partie «didactique».*

*Cette dernière se réfère à des situations d'enseignement de mathématiques relatives à l'école primaire. Les questionnements proposés dans les sujets différents visent à faire analyser certains éléments de ces situations.*

*Une équipe de chercheurs en didactique a rédigé un ensemble* de corrigés et de commentaires pour une partie choisie des sujets 1994. Leur travail fournit des éclairages qui, au delà de leur usage comme instrument de préparation au concours, nous paraissent susceptibles d'intéresser les lecteurs de Grand N.*

---

* *Annales 1994 du concours de recrutement des professeurs des écoles (mathématiques).* Corrigés et commentaires de Guy Brousseau, Alain Duval, Gérard Vinrich, avec la participation de René Berthelot, Joël Briand, Marie-Hélène Salin. (Equipe du LADIST, Laboratoire de Didactique des Sciences et Techniques de l'université Bordeaux I). Publication de l'I.R.E.M. de Bordeaux et de la COPIRELEM, 1995. I.R.E.M. de Bordeaux, 40 rue Lamartine, 33400 Talence.

# LA PARTIE «DIDACTIQUE» DU SUJET DE MATHÉMATIQUES PROPOSÉ EN 1994 DANS L'ACADÉMIE DE CAEN

## I. Multiplicité des patrons d'un solide

Pour amener les enfants à prendre conscience de la multiplicité des patrons pouvant conduire à un solide donné on peut leur proposer le problème suivant :

On choisit comme solide la pyramide régulière à base carrée, c'est-à-dire constituée d'un carré et de quatre triangles équilatéraux, et on projette d'en réaliser le plus de patrons possibles.

A titre d'exemple, les figures 1 et 2 représentent deux patrons d'une telle pyramide.

**figure 1**

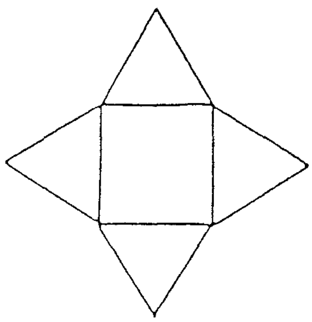
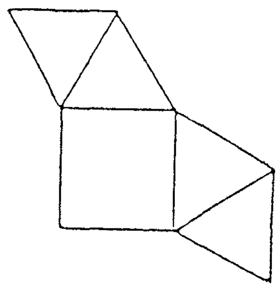


**figure 2**



**I.1** Représentez par un schéma à main levée trois autres patrons de la pyramide à base carrée.

**I.2** Décrivez comment vous organiseriez cette situation de recherche dans une classe du cycle 3. Vous pouvez vous inspirer de la démarche suivante :

**a.** Présentez son déroulement : dégagez les différentes phases et leurs caractéristiques.
**b.** Chaque fois que vous en changez, indiquez l'organisation de la classe, le matériel mis à la disposition des élèves (en particulier celui permettant de dessiner rapidement les figures) ainsi que les consignes données.
**c.** Explicitez les connaissances utilisées dans cette activité qui vont être l'objet de l'institutionnalisation.

**I.3** La situation que vous avez décrite a-t-elle toutes les caractéristiques d'une situation-problème ?

## II. Caractérisation d'un patron

**II.1** Analyse de l'exercice proposé sur le document n° 2.

**a.** Expliquer en vous appuyant sur des exemples pourquoi on peut répondre sans qu'il y ait compréhension de ce qu'est un patron.
**b.** Tenter de comprendre les stratégies que pourrait utiliser a priori un enfant pour répondre à la question posée.

**II.2** Analyse de l'exercice proposé sur le document n° 3.

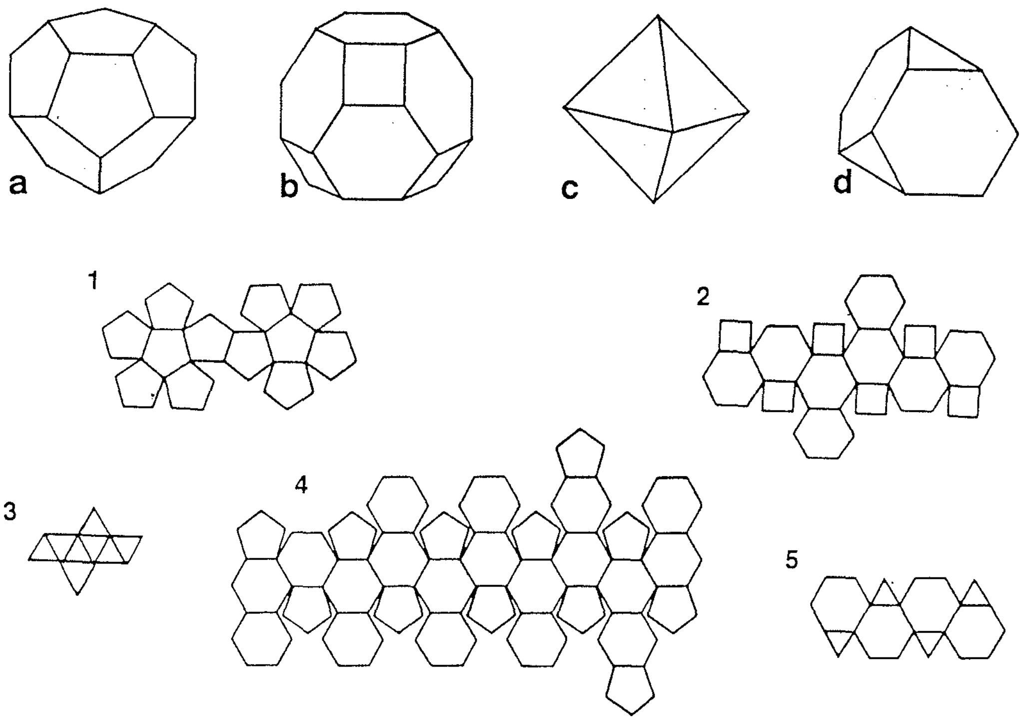
**a.** Quels sont les dessins qui ne sont pas des patrons ?
**b.** Quelles consignes supplémentaires peut-on proposer pour vérifier que les enfants sont à même de pouvoir justifier l'obtention, ou non, de la boîte, à partir des figures proposées, et ceci sans découpage ?

**II.3** Bilan comparatif des objectifs des deux exercices.
Pour chacun des deux exercices, parmi les propriétés d'un solide qui permettent de le caractériser, indiquer :

**a.** celles qu'il suffit de repérer pour répondre à la consigne,
**b.** celles qu'il est impossible de confronter pour les deux représentations données (perspective et patron),
**c.** celles qui, bien qu'apparaissant dans les deux représentations, ne sont pas utilisées dans la résolution de l'exercice.

### DOCUMENT 2

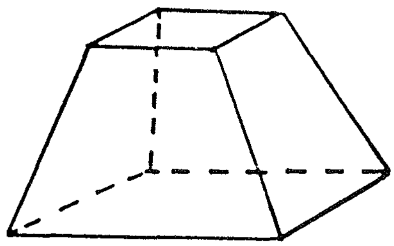
On a représenté 4 polyèdres et 5 patrons de polyèdres.
Relie par une flèche chaque polyèdre au patrons correspondant.



**DOCUMENT 3**

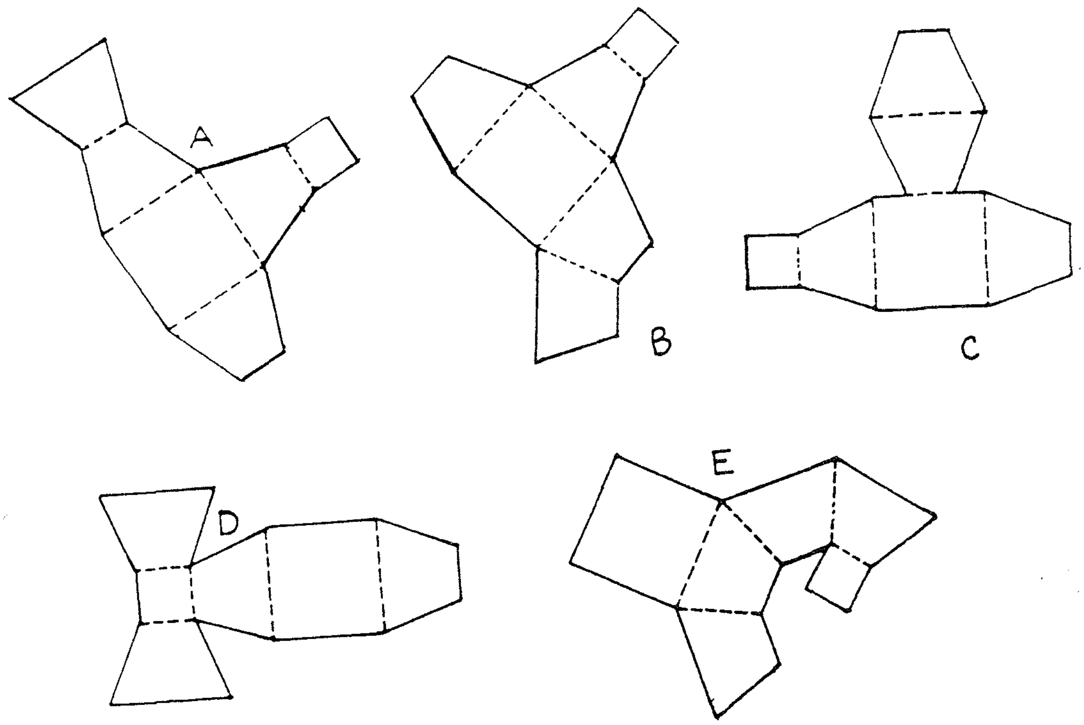
**exercice n° 24**

On veut construire une boîte comme celle qui est représentée ci-dessous :



Voici des figures qui représentent des feuilles de carton découpées.

Entoure celles qui permettent de reconstruire la boîte en pliant suivant les pointillés.

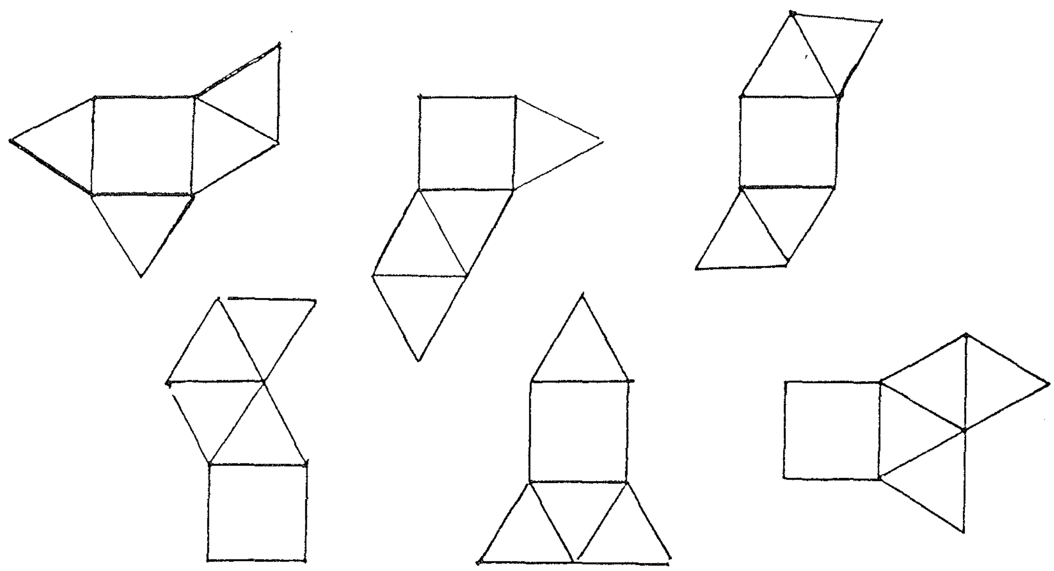


# ÉLÉMENTS DE CORRIGÉ ET COMMENTAIRES

## I. Multiplicité des patrons d'un solide

### Question 1

Voici les 6 patrons non donnés dans l'énoncé (il fallait en dessiner 3 à main levée).



**Commentaire de l'auteur du corrigé**

Une pyramide régulière possède en tout 8 patrons non superposables par déplacement ou symétrie par rapport à une droite. Il y a 13 patrons différents non superposables par déplacements seuls. Pour les retrouver et vérifier l'exhaustivité de la liste on peut les classer par exemple en fonction du nombre et de la position des côtés du carré liés aux côtés d'un triangle, puis du nombre de triangles disposés de part et d'autre : 4 côtés, 3 côtés, 2 côtés consécutifs et 3 + 1, 2 côtés consécutifs et 2 + 2, 2 côtés opposés et 3 + 1, 2 côtés opposés et 2 + 2, 1 côté et 3, 1 côté et 1 + 2.

### Question 2

#### a) Présentation du déroulement

Voici un plan de déroulement d'une situation de recherche souvent utilisé.

Une *première phase* doit permettre à chacun de comprendre le problème, et si possible se l'approprier. Cette phase sera donc consacrée à la passation de la consigne et à ce que l'on appelle la ***dévolution du problème aux élèves.***

Une *seconde phase* (elle est proposée dans le texte) est une ***phase d'action*** : les enfants dessinent leurs patrons. Ils peuvent être répartis par petits groupes. Ils découpent ensuite leurs patrons (corrects ou non). Les connaissances visées doivent apparaître comme solutions du problème proposé. Elles ne sont pas toujours nécessairement explicitables, mais elles se manifestent par des anticipations des conséquences des choix retenus : par exemple éviter de prendre deux fois l'empreinte d'une même face.

Une *troisième phase*, assez classique, collective, vise à permettre aux élèves de prendre acte des différentes productions, de les comparer, de repérer les travaux identiques, d'expliciter les propriétés de certains patrons. Cette phase est l'occasion d'employer «naturellement» le vocabulaire nécessaire et pour l'enseignant l'occasion de corriger les usages incorrects. Parmi ces productions, certaines conviennent, d'autres non. Les enfants peuvent les discuter avant vérification en anticipant sur leur adéquation, afin de répondre clairement aux deux questions suivantes :

Est-ce un patron ? Est-il différent des autres déjà rencontrés ?

Cette troisième phase est donc une ***phase de formulation et de validation.***

La quatrième phase est une **phase de bilan et d'institutionnalisation** de connaissances. Celles des conclusions formulées par les élèves qui sont reconnues comme des objectifs d'enseignement, ou qui présentent un intérêt pour la suite du cours ou les apprentissages futurs, doivent être repérées et identifiées comme telles par le professeur, posées en exercices, etc. Elles passent ainsi du statut de connaissances privées, ou publiques (connues dans la classe) à celles de connaissances «institutionnelles».

**Commentaires à propos des «situations de recherche»**

**1.** Une situation de recherche (pour les élèves) est d'abord caractérisée, au moins pour le professeur, d'une part, par son objet, c'est-à-dire par l'énoncé (déclaration) ou l'algorithme (procédure), qui en sera le résultat et la conclusion, d'autre part, par le statut didactique final de cet objet : savoir important (théorème du cours), curiosité moins importante que sa recherche, connaissance pratique ou sans preuve...
Ici l'objet de la recherche peut être d'établir que «plusieurs patrons non superposables peuvent envelopper une même pyramide», ou que «n'importe quelle disposition de carrés et de triangles reliés par un côté commun ne forme pas un patron», ou «comment distinguer qu'un patron est correct ou incorrect avant d'essayer d'envelopper la pyramide», ou encore «comment s'assurer qu'une liste de patrons est exhaustive». Chacun de ces objets de recherches conduira à choisir des situations d'action différentes.
Dans le cas proposé, aucun des énoncés ci-dessus n'a le statut d'objectif scolaire mais certaines connaissances spatiales intéressantes, le vocabulaire des solides et des figures et peut-être quelques démarches de preuve peuvent apparaître si la situation retenue y incite.

**2.** Justification des phases. Une phase de recherche doit au moins aboutir à la **formulation** des conditions visées, par les élèves eux-mêmes, et à une **vérification** ou à une **preuve**. L'énoncé visé doit donc être à la fois concevable, exprimable et néanmoins douteux a priori. La phase suivante devrait donc être **une phase de validation** explicite ou de preuve. Les démonstrations peuvent être proposées par le professeur mais il peut être préférable de les faire produire par les élèves eux-mêmes au cours de débats, si possible effectifs, où les déclarations contraires sont examinées. Il est alors indispensable de proposer un défi spécifique, une question intrigante, une alternative claire à propos de laquelle les élèves doivent argumenter. La simple comparaison de solutions ou de tentatives de solutions souvent utilisée (et proposée ci-dessus comme phase trois) n'assure pas qu'un débat va s'installer à propos d'une idée intéressante.

La découverte, l'invention, la formulation et la preuve d'un énoncé n'en font pas un savoir. Il doit être reconnu comme savoir culturel, comme connaissance utile et comme objet d'enseignement par le professeur, au cours d'une situation didactique d'institutionnalisation. Il faut donc que l'énoncé-conclusion ou l'algorithme cherché présente un intérêt, pour des actions futures prévisibles, pour l'acquisition de nouvelles connaisssances ou la réorganisation de connaissances plus anciennes. L'action même de chercher ne peut pas généralement être l'objet d'une institutionnalisation.
Si l'énoncé visé n'est pas directement convenable par les élèves et/ou si son établissement dépend d'une meilleure familiarité des élèves avec certains objets, la phase de validation doit être précédée d'une **phase d'action** où l'énoncé ou la méthode visés pourront apparaître comme moyen individuel et peut être implicite de choisir ou d'optimiser une décision. Si la prise de conscience de cette connaissance implicite risque de ne pas apparaître spontanément et s'il est assez important que sa formulation ou sa formalisation soient le fait des élèves, on peut organiser ensuite une **situation de communication** portant sur le résultat de la situation d'action. Ce type de situation rend nécessaire la communication de la connaissance solution par un émetteur à un récepteur, pour la réussite d'une action.
La consigne d'une situation de recherche doit contenir tous les renseignements qui permettent de concevoir le but de l'action, le moyen de déterminer sa valeur, les objets sur lesquels elle porte, les règles qui déterminent les opérations permises, et même au besoin une stratégie de base, SANS suggérer la réponse optimale cherchée ni la connaissance qui permet de la produire.

**3.** Contrairement à une idée répandue, une bonne situation de recherche pour les élèves ne peut pas, en général, être une **situation ouverte** pour le professeur. Si le problème résulte d'une ambiguïté non calculée de l'énoncé, d'une imprécision de langage, d'une indétermination de l'objectif, bref d'une improvisation, les élèves ne peuvent pas recevoir la responsabilité de la recherche (dévolution). Ils se contentent de suggérer les idées que le professeur devra choisir, reprendre et organiser lui-même dans une fausse maïeutique. Le professeur qui, après avoir corrigé ces défauts, ne saurait pas lui-même ce que les élèves «doivent» trouver prendrait le risque de ne leur enseigner rien ou, pire, des sottises.

**4.** L'organisation proposée ci-dessus n'est donc qu'un **programme vide** tant que les conditions didactiques précises qui déterminent les connaissances visées ne sont pas fixées et elles ne peuvent l'être sans une étude des situations et des connaissances associées. De même la réalisation de toutes les phases n'est pas une obligation. Seules sont indispensables celles qui provoquent l'apparition la plus économique d'une connaissance absente mais nécessaire à la phase suivante.

### b) Organisation de la classe, matériel, consigne

Voici une situation de base

**Phase 1** : Présentation de la situation, du vocabulaire, organisation matérielle de la classe, consigne (conditions, règles, but), enjeu.

*Consigne* : «Voici des *pyramides* de carton, toutes identiques, une pour chacun. Nous voulons les décorer avec du papier cadeau qui sera collé sur les *faces*, sans déborder, et sans laisser voir le carton. Le papier doit être préparé en un seul morceau que nous appellerons *patron*. J'ai préparé un patron ($CE_2$ : «je prépare devant vous un patron». Le professeur montre rapidement qu'il peut en obtenir un en «faisant rouler» la pyramide sur le papier et en prenant l'empreinte de chaque face). Je vérifie devant vous qu'il convient. Votre travail consiste à inventer et à fabriquer des patrons (deux ou trois) qui couvrent tout en un seul morceau, mais qui sont *différents*. Deux patrons sont différents lorsqu'ils ne peuvent pas *coïncider* quand on les *superpose*. Est-ce que c'est possible ? Vous découperez vos patrons dans ces papiers cadeaux».

**Phase 2** : Phase d'action, individuelle et autonome.

Cette situation présente de nombreuses **variables** et de possibilités de **variantes** qui peuvent modifier les connaissances produites, le déroulement, le matériel nécessaire et le niveau où la situation est utilisée. La plus importante concerne **l'anticipation** que les élèves doivent faire part rapport aux manipulations possibles.

• Au $CE_2$ : Les élèves possèdent les pyramides au moment du dessin des patrons, il leur suffit de diriger le roulement. Variable très importante : les dimensions des rectangles de papiers cadeaux dans lesquels les élèves vont découper leurs patrons : au moins dix-sept sur dix-sept pour permettre tous les patrons dans toutes les positions.

• Au $CM_1$ : Les élèves n'ont accès aux pyramides qu'après avoir préparé un patron, avant le découpage. Il faut alors qu'ils disposent d'un gabarit des faces (un carré, et un rectangle) en carton, à décalquer et à reporter. Ils doivent prévoir la position des faces les unes par rapport aux autres.

• Au $CM_2$ : On pourra préparer des papiers cadeaux de dimensions variées, certains permettant d'y découper des patrons, d'autres aucun.

Par exemple pour construire un patron de pyramide dont toutes les arêtes mesurent 10 cm, des rectangles de 19,5 sur 19,5 permettent encore de réaliser la figure 1 mais pas un rectangle de 12,5 sur 32 qui pourtant en permet une autre etc. On pourra même simplifier la mise en scène avec un énoncé du genre : *«Pour décorer une pyramide régulière de base carrée et d'arête 10 cm, Jean a préparé le patron suivant : (fig. 1). Pierre reçoit un papier rectangulaire de 12,5 cm sur 32 et déclare qu'il ne peut pas envelopper la pyramide. Antoine affirme que si. Qui a raison ? Voici des gabarits des faces en carton pour vous aider à chercher»*. Et on pourra à ce niveau imposer la condition suivante qui instaurera une véritable phase de validation ou de preuve : *«Vous devrez discuter la vérité de votre conclusion avant de la vérifier avec la pyramide que je conserve dans mon tiroir»*.

• En 6ème ou en 5ème la suppression des modèles en carton exige une construction à la règle et au compas. Plus tard le problème pourrait être réduit à son aspect de calcul trigonométrique.

Organisation sociale de la phase d'action : il y a peu à gagner à organiser cette phase en groupe, même de deux, car envisager des alternatives différentes n'est pas une tâche très difficile. Mais il peut être intéressant d'insérer une phase de comparaison des patrons trouvés par groupes de deux ou trois élèves avant la phase suivante. Le reste du matériel individuel ou collectif est évident : papier, ciseaux, formes, crayon, règle...

**Phases 3 et 4** : Phase d'institutionnalisation. (On suggère ici qu'elle consiste seulement en une mise en commun). Le professeur pourra alors faire afficher les productions, constater et faire constater : «On peut faire différents patrons pour couvrir la pyramide». Cette conclusion précise n'est pas un objectif scolaire et d'autre part nous avons dû, sauf au $CM_2$, mettre la déclaration présentée comme l'objet de la recherche dans l'énoncé ! Cette activité n'a donc d'intérêt que par les connaissances de l'espace, l'usage du vocabulaire, les habitudes de recherche, ou les démarches de preuves qu'elle peut susciter. Ces productions seront perdues si elles ne sont pas institutionnalisées par le professeur, c'est-à-dire repérées, rendues publiques, approuvées, annexées au savoir officiel et exigées par la suite.

**Commentaire**

*Suites de la leçon* : Le professeur peut alors proposer de nouvelles recherches ou des exercices. Par exemple au $CE_2$, ou au $CM_1$ :

**1.** «Voici divers dessins de patrons non découpés. Pouvez-vous dire sans vous aider de la pyramide, lesquels sont des patrons, lesquels n'en sont pas, comment reconnaître un patron ?», ou bien plus directement :

**2.** «Avons-nous trouvé tous les patrons possibles, comment en être sûr ?». Si les élèves sont entraînés à ce genre de travail, ils peuvent peut-être proposer eux-mêmes ces questions. **Une situation de recherche doit inciter autant à poser des questions qu'à répondre à des questions posées.**

Autres situations de recherche :
**1.** $CM_2$. On veut découper des rectangles de papiers cadeaux dans lesquels on taillera ensuite les patrons. Trouver le rectangle de plus petite surface.

**2.** (6ème, 5ème). Quel est le nombre le plus grand de patrons que l'on peut découper dans un carré de 1 m de côté (etc.).

### c) Connaissances utilisées dans cette activité

Ces connaissances dépendent étroitement des caractéristiques retenues pour la situation d'action.

Connaissances implicites : repérer les relations d'incidence dans l'espace (contiguïté de faces), envisager des dièdres, des plis, prévoir sur les patrons plans les coïncidences qui détermineront les arêtes ou les sommets communs, choisir un chemin (hamiltonien) qui passe par toutes les faces une seule fois, écarter les positions qui font superposer deux triangles sur la même face...

Usage (et/ou présentation) d'un vocabulaire mathématique : pyramide, arête, face, sommet, côté, carré, triangle équilatéral, correspondance, développement, retournement, symétrique... et d'un métalangage de l'action : patron, modèle, gabarit, coïncidence, superposer, plier...

Connaissances explicites : énumérer les faces de chaque sorte, (ce qui suppose une structuration du solide), etc. Enoncés : il existe plusieurs patrons différents pour une même pyramide, pour un même solide... Il est peu probable que sans guidage les élèves formulent des conditions générales permettant de reconnaître un patron dans un assemblage quelconque de cinq faces.

Parmi les connaissances, bien peu figurent parmi les objectifs scolaires et donc sont susceptibles d'une institutionnalisation : considérer la correspondance entre un objet et diverses de ses représentations.

**Commentaires de l'auteur du corrigé**
Le passage de l'espace au plan représente une véritable difficulté et l'apprentissage des divers moyens de représentation est digne d'intérêt. La description des solides est un domaine particulièrement délicat. On emploie en effet des termes différents pour désigner la même chose selon que l'on parle du solide ou de l'une de ses faces planes : ainsi les *arêtes* du solide deviennent des *côtés* pour une face. De même les *sommets* ne représentent plus le même objet... Le mot *côté* tend naturellement à conserver pour les enfants son sens général et à être utilisé au lieu de *face*.

## Question 3

Les situations d'action que nous avons décrites possèdent les caractéristiques suivantes :

1. Les élèves peuvent s'engager dans la résolution du problème et envisager ce qu'est une réponse possible.

2. Leurs connaissances sont insuffisantes pour qu'ils puissent résoudre immédiatement le problème. Ce qu'ils doivent faire ou penser ne leur a pas été enseigné auparavant.

3. Chaque situation permet aux élèves de décider si une solution trouvée est convenable ou pas. Ils connaissent les conditions que doit satisfaire la construction qui leur est demandée.

4. La connaissance visée correspond à la résolution du problème, lequel lui donne du sens. Elle peut être identifiée et formulée assez facilement.

5. Les élèves peuvent, en cas d'échec, modifier leur stratégie en tenant compte de l'erreur commise et recommencer.

Donc les situations didactiques proposées contiennent une *situation-problème* mais dans plusieurs variantes, la conclusion «il y a une multiplicité de patrons...» est déductible de la consigne sans aucune recherche.

## II. Caractérisation d'un patron

## Question 1

**a)** La consigne de l'exercice affirme que tous les dessins numérotés sont des patrons, et implique que les polyèdres représentés ont leur patron dans la liste. Il suffit à l'élève d'éliminer le patron sans polyèdre. **1** ne comprend que des pentagones et **a** est le seul polyèdre à en présenter. **2** présente des carrés et seul **b** en présente aussi. **3** ne présente que des triangles comme l'octaèdre **c**. Le **4** présente des hexagones et des pentagones et aucun polyèdre ne le fait alors que les hexagones et les triangles du **5** ne se voient que dans **d**. Il est donc inutile de savoir ce qu'est un patron et d'appliquer cette connaissance pour répondre : c'est-à-dire

a) «comprendre la structure» de chaque polyèdre (de façon à pouvoir compter combien de faces de chaque sorte il peut avoir, par exemple) ;

b) vérifier que les éléments du dessin correspondent à ces faces,

c) qu'ils s'articulent correctement dans l'espace.

**Note**

Citons pour l'anecdote le nom de chacun des solides représentés :

**a** est un dodécaèdre — **b** est un octoaèdre tronqué — c est un octaèdre
**d** est un tétraèdre tronqué — e est un icosaèdre tronqué

**b)** • Un élève peut très bien utiliser la démarche évoquée en 1a). Le maître pourra toujours inciter ses élèves à observer les polygones, à chercher si certains ne se retrouvent pas ailleurs. Mais la réponse est obtenue par des connaissances banales alors que le problème évoque des connaissances savantes. Ceci constitue un *effet Topaze.*

• Un enfant peut répondre au hasard : en respectant l'ordre proposé, il aurait trois réponses présumées satisfaisantes.

• Un élève très observateur pourrait encore compter les faces représentées et «s'apercevoir» que la position choisie par le dessinateur fait toujours apparaître la moitié des faces. Il lui serait difficile de le prouver. (Dans le cas général, pour une représentation du type perspective, le nombre de faces visibles d'un solide est fonction du point de vue choisi).

• Les élèves de cycle 3 ne sont généralement pas capables de concevoir une représentation mentale des polyèdres d'après une représentation plane de ceux-ci : il faut davantage de connaissances, de capacité d'abstraction, et d'expérience qu'ils n'en ont couramment pour pouvoir faire un tel lien entre des représentations de types différents.

**Commentaire**

Croire que les élèves pourraient comprendre une notion mathématique (ici un patron) parce qu'on leur en montre quelques exemples est une illusion empirique assez répandue. Elle se manifeste par un abus de *l'ostension didactique* comme moyen de définition.

## Question 2

### a) Réponse à l'exercice 24 (document 3)

Toutes les figures sont des assemblages d'un nombre correct de polygones corrects. Mais les figures A et C sont des assemblages incorrects et ne sont pas des patrons d'un polyèdre. Elles ne peuvent pas permettre de reconstruire la boîte représentée.

Pour la figure A, deux arêtes qui devraient coïncider sont de longueurs différentes. (Un trapèze n'est pas un emplacement convenable). Pour C, deux faces contiguës ne déterminent pas une arête. (Ce sont deux faces qui ne sont manifestement pas en place) ou encore il apparaît deux sommets supplémentaires.

### b) Consigne supplémentaire

On pourrait leur demander de «colorier d'une même couleur les côtés qui devraient correspondre à une même arête (d'après la connexité sur le dessin) mais qui ne pourront pas coïncider». Il faut alors qu'ils aient compris que les côtés vont par paires. Les enfants doivent pouvoir justifier s'il est possible d'obtenir une boîte telle que celle qui est représentée au-dessus, et cela sans découper les figures, donc sans moyen concret, effectif, de le prouver.

Pour prouver qu'une figure comprenant le nombre voulu de faces convenables est bien un patron, ils peuvent imaginer (ou le maître peut leur demander) de désigner les côtés et les sommets qui doivent coïncider par une même lettre ou une même couleur.

**Commentaire**

A propos d'une représentation en perspective et du dessin proposé :
Si l'on trace les diagonales de chacune des deux faces carrées, cela permet de tracer l'axe de révolution du solide. Si la représentation des faces, il est convenu de les voir *«horizontales»* ; l'axe, lui, doit alors être vu comme étant vertical, ce qui n'est pas manifestement le cas. C'est donc que le choix de représenter une face, un des trapèzes isocèles, comme un trapèze isocèle pose des problèmes difficiles à résoudre...

### Question 3 : Bilan comparatif

**Remarque**

Rappelons qu'une représentation plane d'un solide ne peut traduire toutes les propriétés de ce solide et correspond à un choix parmi toutes les informations possibles. Certaines seront prises en compte, d'autres disparaissent à la vue.
De quelles propriétés pouvons-nous parler ?
- de la forme globale du solide ;
- du nombre de sommets ;
- du nombre d'arêtes ;
- de la nature de ces faces (reconnaissance de polygones) et donc de propriétés métriques éventuelles des arêtes (même longueur, présence d'angles droits ?) ;
- du fait que les faces sont superposables ou non ;
- de relations de voisinage (par une arête commune) entre des faces : elles sont adjacentes ou non ;
- de relations de parallélisme ou d'orthogonalité entre des arêtes ;
- de relations de parallélisme ou d'orthogonalité entre des faces ;
- voire même de la possibilité d'inscrire le solide dans une sphère...

**a)** Dans l'exercice 5 (document 2) seul le repérage de la nature des faces suffit pour répondre à la consigne.

Dans l'exercice 24 (document 3) l'identification des relations de voisinage, la mise en correspondance et la comparaison des longueurs des côtés qui doivent coïncider et une certaine anticipation des pliages sont indispensables pour la résolution.

Dans aucun des deux il n'est nécessaire de formuler une condition suffisante ni une définition d'un patron, un modèle implicite d'action suffit.

**b)** La forme globale du solide, visible sur les vues «en perspective», ne l'est plus sur les patrons.

Les nombres de faces, d'arêtes, de sommets ne peuvent être confrontés dans les deux types de représentation utilisés dans le document 2. Seule la vue «en perspective» du document 3 permet de voir tous les sommets du tronc de pyramide. Pour les arêtes, il en est de même. Pour déduire le nombre d'arêtes d'un solide à partir de la vue d'un de ses patrons, il faut être capable de mener un raisonnement relativement simple mais hors de portée des élèves du cycle 3.

La forme caractéristique (correspondant au nom le plus précis possible : caré, hexagone régulier, triangle équilatéral...) de toutes les faces ne peut être déterminée sur les vues «en perspective». En effet, elles apparaissent toutes différentes. Par contre, les patrons permettent de la voir.

Dans les deux cas, les relations de voisinage pouvant être déduites par induction sur les vues «en perspective» ne sont plus représentées sur les patrons.

**c)** Le nombre de faces peut être déterminé sur les deux représentations utilisées dans le document 3, mais cela ne sert pas aux élèves, a priori. On ne peut le déterminer de façon certaine sur les vues «en perspective» dans le document 2... Par exemple le dessin **c** pourrait représenter une pyramide.

Les relations métriques qui peuvent apparaître sur les deux représentations n'ont pas à être utilisées, qu'il s'agisse de l'égalité de longueur pour des arêtes ou de la présence d'angles ayant tous une mesure particulière (angles droits ou angles superposables).

## Conclusion

L'exercice «n° 24», proche de celui que nous avons posé dans la situation de recherche, est beaucoup plus idoine que le précédent aux objectifs du cycle 3.

## Bibliographie

Nous renvoyons les candidats soucieux d'approfondir
- les questions relatives aux types de situations et à leurs propriétés,
- la question relative aux situations-problèmes,

à l'article *«Conception de l'apprentissage»* publié dans le bulletin Inter-IREM «Suivi scientifique 1985-1986» (travaux de Roland Charnay et Régine Douady, entre autres).