DÉCOUVERTE D'UNE NOTION, INITIALISATION D'UN APPRENTISSAGE

Cycle III

Michel GRANGEAT*
Professeur des Ecoles
Formateur à l'I.U.F.M. de Grenoble

I - CONCEVOIR UNE SÉANCE DE DÉCOUVERTE D'UNE NOTION NOUVELLE

Actuellement, les recherches sur l'acte d'apprendre convergent en direction de zones de stabilité sur lesquelles l'action pédagogique quotidienne peut s'appuyer.

La première de ces zones consiste à différencier l'acte d'apprendre de l'élève, nommé apprentissage, de celui du maître, nommé enseignement. Cette différenciation permet de reconsidérer positivement le paradoxe de l'enseignement qui peut se formuler ainsi : seul l'élève apprend, mais... il ne peut le faire seul. L'enseignement est alors amené à respecter les prémisses de l'apprentissage qui sont :

- apprendre, c'est **donner du sens** à une situation qui n'en possède pas forcément au départ ;
- apprendre, c'est **mettre en œuvre des habiletés cognitives** à partir de son système de représentations ;
- apprendre, c'est **vérifier** qu'un progrès intellectuel a été opéré et **transférer** ce nouveau savoir dans des situations différentes de celles de l'apprentissage.

La deuxième zone de stabilité, c'est que la clarté cognitive, non seulement ne s'acquiert pas, mais que, de plus, elle ne se construit que par un processus lent et graduel qui aboutira, en fin de parcours, à l'harmonie entre les représentations personnelles du sujet et les concepts communément partagés. Cette **adéquation progressive** conduit à reconsidérer le statut de l'erreur, qui peut, ainsi, être utilisée comme l'indicateur des notions ou des procédures en cours de maîtrise.

La troisième zone de stabilité, c'est que l'apprentissage consiste non seulement à étendre son réseau de connaissances, mais surtout à le transformer. Cette **restructuration**, qui advient au cours du franchissement d'un obstacle cognitif, possède un coût intellectuel et affectif, puisqu'il s'agit de quitter le confort des

* Avec une contribution de Robert NEYRET, professeur de mathématiques, I.U.F.M. de Grenoble.

«Grand N» n°56 pp. 43 à 53, 1994-1995

certitudes pour construire et s'approprier un savoir effectif. Cet effort sera produit plus sûrement si le sujet bénéficie d'un soutien, d'un **étayage**, que procurent efficacement les travaux en petits groupes d'apprentissage. Cette tutelle est également fournie par les activités qui aident à la compréhension de la situation scolaire et à la **planification** de l'effort. Elles s'organisent autour des moments de présentation des objectifs, à court ou moyen terme, ou encore, d'élucidation des liens entre les différents moments didactiques de la séquence.

Une quatrième zone de stabilité est constituée par le fait que l'apprentissage construit par l'élève doit, ensuite, être **stabilisé**. Ce processus qui implique mentalisation, répétition, mémorisation et application ne peut pas être renvoyé au travail à la maison, ne peut pas être uniquement à la charge des familles. Dans un but d'**équité** face à la réussite scolaire, l'enseignement se doit d'intégrer des activités de **réflexion sur les connaissances**, sur la nature des tâches à effectuer et sur les stratégies correspondantes. Ces activités de métacognition s'articulent autour d'instruments tels que les grilles d'objectifs, les fiches de tâches ou les pauses méthodologiques.

Ces convergences des travaux de recherche conduisent à valoriser toute démarche pédagogique consistant à partir des connaissances disponibles chez l'apprenant pour le confronter à une **situation-problème** dont la résolution facilitera l'enseignement ultérieur. Il n'est en effet pas question de réduire le cursus scolaire à une suite de résolutions de problèmes, mais bien, par le franchissement d'un obstacle identifié, de mettre l'élève dans des conditions favorables à la compréhension de l'enseignement à venir.

La difficulté consiste, alors, à aménager de telles situations d'apprentissage dont il apparaît qu'elles doivent satisfaire à un certain nombres d'exigences :

- comporter un **obstacle** identifié, suffisamment saillant pour représenter un enjeu intellectuel mais dont le franchissement apparaisse d'emblée comme possible afin de soutenir l'intérêt de la recherche ;

- favoriser la **confrontation** des conceptions individuelles du plus d'élèves possible. C'est l'harmonisation des points de vue, afin de produire une réponse commune, qui provoque la clarification de la pensée et, également, la fragilisation des certitudes qui gênent la construction d'un savoir nouveau ;

- proposer un **étayage** permettant la prise de risques et l'élaboration d'une pensée créative. L'évaluation sera absente de ces situations dont le but est bien de provoquer des questionnements, là où régnait l'évidence, et de générer des tentatives de réponses, en mobilisant les connaissances antérieures.

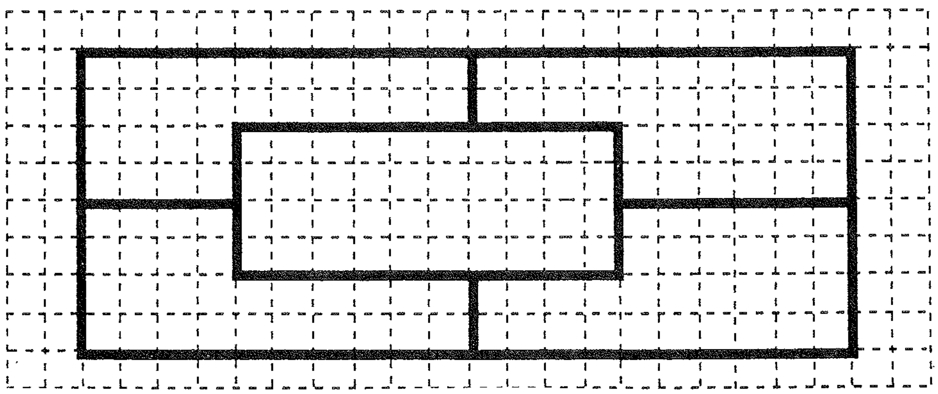
Ces moments forts, centrés autour d'une véritable recherche, confèrent aux séances de découverte un rôle de **référence** qui dynamise l'ensemble de la séquence d'enseignement. C'est, d'ailleurs, la suite de la séquence d'enseignement qui sera centrée sur un apport notionnel formalisé, sur des exercices d'application et des situations de réinvestissement, voire de transfert. Afin d'obtenir la réussite d'un maximum d'élèves, des moments de métacognition, d'évaluation et de différenciation précéderont le contrôle normatif des connaissances.

La suite de ce travail analyse une situation d'apprentissage répondant aux critères précédents et destinée à l'enseignement mathématique à la fin du cycle III de l'école primaire. Elle permet, en mobilisant fortement les connaissances acquises, d'initier, de précéder un travail approfondi sur la **proportionnalité.**

II - UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE : AGRANDIR UN PUZZLE

1. Présentation de la séance

Cette séance[1] débute un cycle traitant de la proportionnalité en permettant de découvrir quelques propriétés de suites proportionnelles. Il s'agit de **l'agrandissement** d'un puzzle dans un rapport de 3/2.



Le puzzle à agrandir avec la règle 4 ----> 6

Cette séance adapte une situation proposée par l'APMEP, à partir d'une idée de Guy Brousseau qui utilise l'agrandissement d'un tangram comme réinvestissement de connaissances. Ici, la plus grande simplicité de la figure à agrandir et celle de la règle d'agrandissement permettent d'utiliser le puzzle dans une activité de découverte.

Ce puzzle est conçu de manière à ce que son agencement soit impossible en cas d'erreur d'agrandissement. Pour accélérer la progression de la séance, quatre pièces sur cinq provoquent cette invalidation immédiate : si la règle d'agrandissement est mal appliquée, elles ne peuvent être tracées (alors que dans la séance conçue par Guy Brousseau, c'est au moment du recollement des différentes pièces que l'obstacle apparaît). De plus, les pièces sont telles que le nombre de données du problème est limité à trois puisque la valeur de la mesure des côtés devant être agrandis est soit de 2, soit de 6, soit de 10 carreaux, outre la valeur 4 dont la transformation est connue.

L'opération cognitive dominante, lors de la séance, est, évidemment, de pouvoir mobiliser des connaissances antérieures afin de résoudre un **problème non routinier**. Cette séance vise, cependant, trois objectifs spécifiques :

[1] Voir la fiche de préparation en annexe.

- objectif de savoir-faire : tracer et découper une figure géométrique simple ;
- objectif de savoir-être : collaborer à une recherche dans un groupe ;
- objectif cognitif : mobiliser ses connaissances antérieures pour découvrir des règles de calcul sur les suites proportionnelles.

2. Description du déroulement de la séance

La présentation de la séance est assez longue (près de 10 minutes) car, outre les renseignements habituels (lien avec les séances antérieures, objectifs à court terme, contrat pédagogique), il est important de faire comprendre le problème pour circonscrire la difficulté. La figure à agrandir, tracée au tableau à l'échelle 1 carreau égale 10 cm, est décrite collectivement.

Tout d'abord, les unités de mesure sont discutées ; le «centimètre» et le «millimètre» se disputent la préférence des élèves qui ne pensent pas au «décimètre», pourtant fréquemment utilisé sur les tableaux d'école, et dont l'emploi semble, donc, réservé aux exercices d'application... Cette difficulté est écartée par l'utilisation, comme unité de mesure, du carreau de la feuille sur laquelle s'effectuera le travail. La description de la figure pose des difficultés à quelques élèves qui demeurent dans un fonctionnement «pas à pas», mais, les autres, tirant profit de séances précédentes, adoptent un fonctionnement «procédural» et s'emploient à la décrire en utilisant le vocabulaire et le nom des figures géométriques. La notion d'agrandissement est précisée facilement car tous savent agrandir du double ou du triple.

La situation étant décodée, le problème est posé : agrandir à l'aide de la règle qui à 4 fait correspondre 6. Cela semble facile, les élèves se répartissent la tâche à l'intérieur des groupes de travail et... se lancent tous dans l'ajout de 2 carreaux à chaque segment ! L'**obstacle** ne tarde pas à apparaître puisqu'il est impossible, dans ces conditions, de terminer les figures («Il y a un truc dans le vide, je peux pas fermer !»). Les discussions entre membres du groupe s'animent ; il est temps d'établir une **régulation** collective pour faire constater que toute la classe s'est trompée. Cette situation extraordinaire n'est pas sans en inquiéter certains !

Force est de constater alors que, toutes les opérations arithmétiques connues étant inutilisables, la situation représente un véritable problème malgré son apparente facilité. Une **stratégie** connue est alors appliquée : chercher les données utiles. Il s'agit ici de quatre valeurs (4, 2, 6 et 10) et de la règle d'agrandissement ($4 \rightarrow 6$). La **tâche** revient, alors, à faire correspondre un nombre à chacune des valeurs initiales sachant qu'à 4 correspond 6 ; elle est formalisée sous forme du tableau :

$$\begin{array}{r l} 4 & \longrightarrow 6 \\ 2 & \longrightarrow \\ 6 & \longrightarrow \\ 10 & \longrightarrow \end{array}$$

Dans la classe dont le travail est décrit ici, la recherche est longue malgré la simplicité des données ; cependant, plusieurs solutions, utilisant empiriquement les règles de calcul sur les suites de nombres proportionnels, ont été expérimentées dans les petits groupes de recherche. Ainsi, diviser par deux un segment de la petite figure conduit à diviser par deux celui qui correspond dans la figure agrandie (si à 4 correspond 6 alors, à 2 correspond 3). De même, ajouter deux segments de la petite figure conduit à ajouter les deux segments correspondant de la grande (le segment mesurant 6 est obtenu avec un segment de 4 plus un autre de 2, comme à 4 correspond 6 et qu'à 2 correspond 3, alors à 6 correspond 9).

La séance se termine par la mise au point collective d'une solution. Certains élèves ne comprennent toujours pas, les autres avouent savoir faire mais ne pas pouvoir expliquer. Le maître propose alors un court exercice d'application («S'il y avait un segment mesurant 12 carreaux, quelle serait sa mesure dans la figure agrandie ?»). Presque toute la classe réussit et plusieurs solutions sont apportées (12 peut s'obtenir à partir de 10 et de 2 ou bien de 6, de 2 et de 4), montrant ainsi un début de maîtrise de la notion nouvelle.

III - ANALYSE DE LA SEANCE

1. Rôle de l'enseignant

Au cours de la séance, l'enseignant circule d'un groupe à l'autre. C'est l'occasion pour lui de pratiquer une **aide** différenciée individuelle ou pour un petit groupe. C'est, également, une possibilité exceptionnelle, en écoutant les débats entre élèves, de repérer l'**état réel** de leurs connaissances disponibles.

C'est également à l'enseignant de **réguler** le travail à l'intérieur des groupes et la progression de la séance. Il ne s'agit donc pas, dans ce genre de séance, d'évacuer l'autorité et la responsabilité du maître sous prétexte que le travail ne se déroule pas sous le mode collectif expositif.

C'est, de plus, l'enseignant qui **pilote** la synthèse finale utile non pas pour permettre à chaque élève de s'exprimer mais pour mettre en évidence les solutions qui seront utiles à la suite de la séquence. Il s'agit donc d'adopter une forte attitude de recherche admettant l'erreur comme utile, voire certaine, afin de dégager les différentes méthode de résolution.

Le rôle de l'adulte se situe, en fait, sur une **étroite ligne de crête** entre directivité stricte, pour la classe, et non directivité à l'intérieur du contrat pédagogique défini antérieurement, pour les groupes. Il se trouve, également, en équilibre périlleux quant à l'évaluation, puisqu'il doit, à la fois, attester les réussites et mettre en valeur les lacunes ou les erreurs pouvant être utiles au bon déroulement des séances ultérieures.

2. L'attitude des élèves

Ce type de séance est très coûteux en temps et en énergie. Pour l'adulte, qui doit laisser expérimenter toutes les solutions mais doit aussi réguler suffisamment la séance afin d'éviter, à la fois, le découragement et le tumulte. Pour les enfants, également, qui voient clairement que le problème peut se résoudre, mais ne parviennent pas facilement à modifier leurs manières de penser. Cependant, la difficulté rencontrée ici, dans une situation aux données pourtant très simples, montre que cet effort est nécessaire. En effet, au cours de cette même séance d'introduction de la proportionnalité, la «méthode classique» aurait consisté à écrire immédiatement un tableau de valeurs, à fournir une règle simple (multiplier par un nombre entier), puis des procédures de calcul (ajouter deux termes d'une colonne du tableau implique ajouter dans l'autre) ; l'élève n'aurait jamais été confronté à un réel obstacle mais ne se serait contenté d'automatiser un certain nombre de procédures de calcul. Cette manière d'enseigner provoque peu de **progrès intellectuels**. Il est d'ailleurs frappant, dans l'exemple étudié ici, de constater le peu de notions facilement disponibles (seules l'addition et la division par deux sont utilisées), même chez les élèves qui réussissent bien par ailleurs.

De plus, l'organisation pédagogique utilisée au cours de cette séance est, parfois, à l'opposé de l'image que l'on se fait de la «bonne» classe ; ne serait-ce que parce qu'elle génère un peu de brouhaha. A ce propos, il est surprenant, et réconfortant à la fois, de remarquer que pendant tout ce travail, les élèves discutent beaucoup entre eux, certes, mais qu'ils ne causent que du problème. Ils «parlent mathématique» et, n'est-ce pas la condition d'un réel progrès dans l'intelligence de cette discipline ?

En outre, ces **inconvénients** se réduisent avec l'habitude, chuchoter devient vite familier dans le travail à plusieurs, déplacer les tables pour modifier le mode de regroupement peut s'effectuer en une poignée de secondes (sans entraînement, la classe observée a mis 2 minutes 35 secondes !). Ce dépassement des habitudes est d'autant plus indispensable que les lacunes pointées ici, auprès d'élèves dont beaucoup sont capables de très bien réussir des exercices routiniers, montrent l'importance fondamentale, la nécessité première, à l'école primaire, de toutes les activités de recherche permettant de mobiliser et de transformer les connaissances anciennes, avant d'en acquérir de nouvelles. Il semble que ces activités de **restructuration** soient un point de passage obligé pour atteindre d'une meilleure réussite des jeunes élèves.

IV - IMPLIQUER L'ELEVE EN CREANT UN ENJEU CONCEPTUEL

Cette séance illustre assez bien ce que c'est qu'un obstacle cognitif suffisamment **saillant** : l'existence de la solution apparaît clairement, les données du problème sont facilement discernables, les procédures de résolution sont dominées par tous les élèves. C'est l'agencement des connaissances anciennes, leur adaptation à une nouvelle situation, qui constitue l'obstacle incontournable dont le franchissement initialisera l'apprentissage.

Toutefois, de telles situations d'apprentissage, cela apparaît clairement, ne sont ni faciles à déterminer, ni évidentes à conduire. Elle nécessitent, non seulement, une **préparation** inventive et minutieuse, mais surtout, la force de rompre avec la sécurité, voire la monotonie, du travail quotidien. Toutefois, on peut émettre l'hypothèse que, si du temps est pris, pendant les moments d'introduction d'une notion, pour confronter l'élève à un problème incontournable, l'obligeant à **mobiliser** et à **restructurer** ses connaissances antérieures, alors sera créée une **référence** forte qui constituera un point d'ancrage pour l'avenir. Personnellement, de manière tout à fait empirique, j'ai pu constater que la prégnance de ces situations d'apprentissage persistait au moins une année. Pendant tout ce temps, l'enseignement peut faire référence, de manière à acquérir du sens pour l'élève, à ces problèmes qui ont installé une **question forte** là où régnait le confort de la certitude et de l'évidence.

Ainsi, c'est en instaurant un **enjeu conceptuel** au sein même des disciplines scolaires que, confortant d'autres dispositifs modernes tels que la différenciation de la pédagogie ou la pratique de la métacognition, ces situations d'apprentissage contribuent au progrès du droit à de la **réussite** pour tous les élèves. Cependant, il ne peut être question d'ériger en système absolu d'enseignement ce mode de travail demandant un fort investissement personnel, mais il s'agit de l'utiliser convenablement pour rompre la monotonie scolaire, tout en générant un **questionnement** lié à la discipline même. Ces pratiques pédagogiques créent, alors, une source de **motivation** orientée vers l'excellence scolaire du plus grand nombre d'élèves.

V - BIBLIOGRAPHIE

APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) (198), *Aides pédagogiques pour le cycle moyen. Situations problèmes.* Elem Math IX, n° 64.

ASTOLFI J.P.(1992), *L'école pour apprendre.* Paris, ESF, 205 p.

BARTH B.M. (1987), *L'apprentissage de l'abstraction.* Paris, Retz, 190 p.

DEVELAY M. (1992), *De l'apprentissage à l'enseignement.* Paris, ESF, 165 p.

GIORDAN A., DE VECCHI G. (1987), *Les origines du savoir.* Neuchâtel et Paris, Delachaux et Niestlé, 214 p.

JONNAERT P. (1988), *Conflits de savoirs et didactique.* Bruxelles, De Boeck Université, 113 p.

MEIRIEU P. (1984),*Outils pour apprendre en groupe.* Lyon, Chroniques sociales, 206 p.

WINNIKAMMEN F. (1990), *Apprendre en imitant ?* Paris, PUF, 363 p.

Séance : PUZZLE	Thème du cycle de travail:	Thème de la séance:
	La proportionnalité.	Découverte des propriétés de calcul des suites proportionnelles.

Objectifs de savoir-faire :
Au cours de la séance, l'élève devra être capable de:
- Tracer et découper une figure géométrique.
- Agrandir un puzzle en fonction d'un rapport de proportionnalité donné (4-->6)

Objectifs cognitifs :
Au cours de la séance, l'élève devra être capable de:
- Utiliser les règles de calculs sur les suites proportionnelles.

Opération cognitive dominante:
Pouvoir mobiliser ses connaissances antérieures pour résoudre un problème non routinier.

Objectifs de savoir-être :
Au cours de la séance, l'élève devra être capable de:
- Travailler dans un groupe en intégrant les idées de chacun.

Déroulement:	Conditions matérielles:	Observations:
DEROULEMENT : Présentation du déroulement de la séance aux élèves par **création d'une énigme** : Hier, l'exercice proposait d'agrandir un tangram, pour vous entraîner, vous allez reproduire la figure suivante qui est plus simple. Présentation de la figure ; description collective en insistant sur les mesures dont l'unité est le carreau. Présentation du problème : **La règle** pour agrandir ce puzzle est que les segments de mesure 4 deviennent des segments de mesure 6 dans la figure agrandie. Présentation du mode de travail : chaque membre du groupe agrandit l'une des 5 pièces. Distribution d'un puzzle par élève.	5 mn Collectif Matériel de géométrie et ciseaux. Photocopie du puzzle. Puzzle tracé sur le tableau.	
Agrandissement individuel d'une pièce du puzzle. Confrontations aux productions du groupe en principe il y a **constat d'échec**.	10 mn Groupes Feuille de papier quadrillé.	
Mise au point collective afin de faire constater l'échec des premières tentatives et de **centrer l'attention sur la règle 4->6**.	5 mn Collectif	
Travail en groupe pour exploiter la règle de calcul en établissant le **tableau de conversion des mesures** (recueillir les diverses méthodes)	10 mn Groupes	
Mise au point collective afin de **mettre en valeur les différentes solutions** qui ont permis de résoudre le problème.	10 mn Collectif	
Agrandissement individuel d'une des pièces du puzzle et mise en place dans le classeur pour conserver une trace du travail.	15 mn Individuel	

ADDITIF

Une contribution de Robert NEYRET

Centré sur une activité que l'on retrouve très souvent ces dernières années aussi bien dans des livres que dans des revues destinées aux enseignants, l'article de Michel Grangeat nécessite à mon avis quelques remarques.

1. La fameuse situation du puzzle

Tout d'abord, l'auteur signale que la séance présentée «adapte une situation proposée par l'APMEP, à partir d'une idée de Guy Brousseau». Il est intéressant de fournir au lecteur les sources où celui-ci pourra trouver les renseignements sur la situation construite par Guy Brousseau. Le document suivant a l'avantage de fournir à la fois la description détaillée de la situation et les analyses qui en ont été faites :

BROUSSEAU G. et BROUSSEAU N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, compte rendu d'observations de situations et processus didactique à l'école Michelet de Talence, IREM de Bordeaux.

Le lecteur y découvrira, et cela me paraît important, que l'activité d'agrandissement du puzzle se situe dans le cadre de **la construction des rationnels et des décimaux**. Elle ne peut donc pas, dans l'esprit des auteurs, se séparer de ce qui précède et de ce qui suit.

Un premier processus consiste à construire les rationnels comme un ensemble de mesures dans une situation contextualisée par la recherche de l'épaisseur d'une feuille de papier.

Puis, l'ensemble des décimaux considérés comme fractions décimales va être un moyen pour étudier l'ensemble des rationnels : «*on veut, entre deux nombres rationnels, toujours en placer un nouveau et on veut toujours pouvoir mesurer les intervalles obtenus* »[2].

G. Brousseau signale que «*les nombres sont maniés par les enfants comme des mesures. La construction comporte donc des limitations de sens qu'il faudra respecter, notamment au niveau de la multiplication des décimaux entre eux* ». Cela justifie le fait qu'il faut étudier les décimaux selon d'autres points de vue, en particulier comme un ensemble d'applications linéaires.

La situation dite du puzzle intervient alors dans une séance qui **initialise un second processus** permettant de donner du sens au produit de deux rationnels (ou de deux décimaux dans certains cas). Le contexte choisi est celui de l'agrandissement

---

[2] Les parties en italique sont extraites du document cité qui reproduit en outre les deux articles suivants :
BROUSSEAU G. (1980), Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques* . Vol.1.1. Grenoble : La pensée sauvage.
BROUSSEAU G. (1981), Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol.2.1. Grenoble : La pensée sauvage.

(ou diminution) d'une figure. La séance vise spécifiquement à donner le sens souhaité au mot agrandir. A ce moment là, la connaissance sur les entiers s'érige en obstacle, incitant les enfants à agrandir en ajoutant un nombre entier aux côtés. La contradiction qui en résulte au moment du recollement des pièces est résolue, **dans le processus**, par la connaissance qu'ont les enfants du modèle linéaire (ou de la proportionnalité pour parler comme Michel Grangeat), modèle qui a été largement travaillé dans les séances antérieures, au cours notamment du premier processus. Autrement dit, la séance du puzzle n'initialise pas un travail sur la proportionnalité, bien au contraire. Le choix des variables, «forme du puzzle» et «agrandissement 4---->7» entre autres, ont une grande importance :

- la première permet, au moment du recollement de certaines pièces, de travailler sur les propriétés de linéarité à partir de constatations géométriques,
- la seconde oblige les élèves à passer par l'unité, ce qui pourra faire apparaître plus tard le nombre rationnel comme fonction linéaire (ou, pour parler dans le langage de l'enseignement, comme coefficient de proportionnalité).

Cette situation n'est donc que le début d'un processus ; un certain nombre de situations vont compléter le travail amorcé. Ainsi par une situation du même type (agrandissement d'une mosaïque), grâce à des débats organisés par l'enseignant, les élèves vont expliciter une règle d'action : «*l'image de 1 émerge comme moyen d'établir les autres images ainsi que la division d'un décimal par* 10^n*, n entier* ».

Le rangement et la désignation de six photos plus ou moins grandes d'un même objet, dans le cadre d'un jeu de communication, amènent les enfants «*à identifier et à désigner des applications linéaires à l'aide des nombres décimaux* ».

Des situations (échelles, pourcentages...) sont proposées, où l'élève a l'occasion d'utiliser applications linéaires et décimaux.

Par la suite «*les enfants cherchent à donner du sens au produit de deux fractions ou de deux décimaux... en interprétant l'un comme application linéaire opérant sur l'autre* ». Ceci constitue un premier sens donné par les enfants au produit de décimaux.

Une phase d'institutionnalisation fixe le calcul des images d'un rationnel par une application linéaire rationnelle.

L'utilisation d'un pantographe, permettant l'enchaînement d'agrandissement ou de réduction, donne l'occasion aux enfants de manipuler la composition et la décomposition des applications rationnelles, ce qui fournit un deuxième sens au produit des décimaux. Dans la phase finale, les décimaux-mesures sont identifiés à des applications linéaires rationnelles.

2. L'ADAPTATION PROPOSÉE

Il est tout à fait légitime d'extraire un élément d'une ingénierie et d'en faire autre chose, mais il convient alors de préciser les contraintes et les effets de cette nouvelle utilisation.

Or, il me semble que la **nouvelle** situation construite par Michel Grangeat comporte des contradictions importantes.

La notion d'agrandissement, nous dit l'auteur, est précisée facilement car tous savent agrandir du double ou du triple. Pourtant, une fois le problème posé «les élèves se lancent dans l'ajout de deux carreaux» montrant par là que la notion d'agrandissement, au sens souhaité par l'auteur, ne fonctionne que dans des cas limités (coefficient entier égal à 2 ou à 3).

Devant l'obstacle ainsi mis en évidence, le problème ne peut pas être résolu dans le contexte proposé et les élèves se retrouvent devant le tableau numérique :

$$\begin{array}{l} 4 \longrightarrow 6 \\ 2 \longrightarrow \\ 6 \longrightarrow \\ 10 \longrightarrow \end{array}$$

Les élèves, nous dit l'auteur, «utilisent empiriquement les règles de calculs sur les suites proportionnelles». Autrement dit, pour résoudre le problème, il faut qu'ils aient une connaissance implicite du modèle linéaire (ou de la proportionnalité). Cette séance ne peut donc pas amorcer un travail approfondi sur la proportionnalité. Elle peut être, éventuellement , une séance de réinvestissement dans un nouveau contexte.

D'autre part, la chronique de la séance est très peu détaillée, notamment sur les productions effectives des élèves et les interventions du maître. Ceci m'amène à poser quelques questions à propos de l'apprentissage.

Le choix de prendre des pièces telles que la règle d'agrandissement, si elle est mal appliquée, «provoque une invalidation immédiate» supprime l'élément qui me paraît essentiel dans l'activité de Brousseau, à savoir la discussion avant l'action sur les modalités d'agrandissement, puis la confrontation collective quand les pièces sont recollées, c'est à dire un dispositif qui oblige les élèves à se responsabiliser collectivement à propos de la résolution du problème. La «régulation collective» évoquée me paraît le fruit d'une intervention très forte de l'enseignant, intervention rendue d'ailleurs nécessaire par les choix que nous avons analysés plus haut. C'est en effet le maître qui oriente, me semble-t-il, les élèves vers un examen du tableau numérique et vers l'élaboration de règles empiriques indépendantes de la situation.

Enfin la notion d'obstacle me semble très affadie dans l'article. Brousseau, quant à lui, parle d'**obstacle épistémologique** (ici la connaissance d'un modèle additif) dans la construction des décimaux. **L'erreur massive provenant de cet obstacle épistémologique,** qui consiste à ajouter un entier à chaque côté, conduit dans la situation du puzzle à une contradiction lorsqu'on veut recoller les morceaux. Cette erreur va d'ailleurs réapparaître sous d'autres formes dans d'autres situations. Cela justifie le long travail engagé par Brousseau dans le processus qui a été rapidement évoqué plus haut.