
LES SOLIDES ET LES SURFACES CYLINDRIQUES A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

PRÉSENTATION

Jean-François FAVRAT
Maître de Conférences de Mathématiques
IUFM de Montpellier, Centre de Nîmes

«Traitez la nature par le cylindre, la sphère, le cône, le tout mis en perspective »
Paul CEZANNE , lettre à Emile BERNARD, Aix, 1904.

La place des objets dans l'enseignement de la géométrie est souvent considérée comme essentielle. Ils servent tout à la fois à :

- sortir du plan,
- motiver les élèves par le biais d'activités de fabrication (boîtes, pliages, maquettes ...),
- permettre des observations illustrant des propriétés caractéristiques de certains solides (parallélisme, orthogonalité, équidistance ...),
- asseoir les ressemblances et les différences entre les grandes catégories de solides ou surfaces (pavés / cubes, pavés / prismes, pyramides / prismes, etc.),
- poser des problèmes pratiques dont la solution peut être facilitée par l'emploi des outils, techniques, savoirs géométriques (vues, développements, formules, etc.).

Pour choisir des objets, l'enseignant peut se poser un certain nombre de questions dont les réponses dépendent des objectifs d'apprentissage qu'il se fixe, des tâches qu'il souhaite proposer, du matériel dont il dispose. Quelles seront les tailles de ces objets par rapport aux élèves, les proportions relatives de leurs dimensions, leur matériau, leurs usages ? Il peut se demander s'il est intéressant de prendre le même objet pour tous les élèves ou au contraire retenir un éventail assez large d'objets, etc.

Ainsi, par exemple, que peut faire un enseignant de l'école élémentaire désireux de travailler à partir d'objets cylindriques ?

Le but des trois articles qui suivent est de témoigner d'un tel travail conduit à plusieurs niveaux de la scolarité.

Le premier article

«Les cylindres sont-ils des objets d'enseignement à l'école élémentaire ?»

cherche à cerner la place réservée aux cylindres dans les instructions officielles récentes et dans les manuels mis à la disposition des enseignants. La relative discrétion des cylindres par rapport aux cubes, aux pavés droits, dans les textes officiels, délicats toutefois à interpréter, peut se traduire par une rapide mise à l'écart ou au contraire par une assez grande gamme d'activités (observation, fabrication, représentation, calcul de volume ...) dont l'examen permet de pointer les difficultés particulières.

Le second article

«Comment les élèves dessinent-ils les cylindres ?»

rend compte d'une recherche sur les représentations graphiques des cylindres par des enfants de la moyenne section de l'école maternelle jusqu'au cours moyen deuxième année. Ils ont été invités à dessiner des surfaces cylindriques qui se distinguent par le rapport entre le diamètre et la hauteur ainsi que par la différence ou non entre les couleurs des faces intérieure et extérieure. L'analyse des productions, éclairée par les travaux de LUQUET, PIAGET, CARON-PARGUE, COLMEZ et PARZYSZ, dégage quelques grands types de représentations, décrit leurs évolutions avec l'âge des enfants, précise leur dépendance à l'égard des proportions de ces cylindres et invite à s'interroger sur la pertinence de la notion de point de vue.

Cette recherche a été suivie d'activités dans les classes, de la moyenne section de l'école maternelle jusqu'au CM₂.

Le troisième article

«Exemples d'activités sur les cylindres dans les classes primaires»

en livre la description et des éléments d'analyse a posteriori. Les propositions qu'il rapporte, spécifiées, graduellement, pour chaque niveau de scolarité, sont réparties selon quatre axes : reconnaissance, fabrication, lectures d'images, dessins (à partir du CM) et concernent trois catégories d'objets : les cylindres, les cônes tronqués et les couronnes planes. L'analyse des dessins de cylindres avait en effet montré que certaines productions, en particulier pour les cylindres de faible hauteur par rapport au diamètre, pouvaient parfaitement convenir pour des surfaces tronconiques ou des couronnes planes, topologiquement équivalentes aux surfaces cylindriques.

Après ces séquences d'enseignement, les élèves ont dû, en guise d'évaluation, redessiner les cinq surfaces cylindriques déjà proposées.

C'est assez dire que ces trois articles forment un tout. Le lecteur qui suivrait l'ordre de leur présentation suivrait du même coup fidèlement la chronologie du travail réalisé. Mais le découpage en trois thèmes : examen des instructions et des manuels, analyse des dessins de cylindres, compte rendu d'activités dans les classes, permet des lectures plus sélectives, moins linéaires, presque dans n'importe quel ordre, à l'exception toutefois de la fin du troisième article qui repose sur la classification des dessins proposée au début du deuxième.

BIBLIOGRAPHIE

Michèle ARTIGUE, *A propos des conceptions du cercle*, Grand N, n°27, 1982, IREM/CRDP de Grenoble.

Gérard AUDIBERT, *La perspective cavalière*. Publication de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, n°75, 1990.

Josiane CARON-PARGUE, Jean CARON, *Etude des codages de propriétés spatiales chez des enfants de 3 à 11 ans*. IREM de Clermont-Ferrand. Juin 1979.

Josiane CARON-PARGUE, *Le dessin du cube chez l'enfant ; organisations et réorganisations de codes graphiques*. Peter Lang, 1985.

François COLMEZ, Bernard PARZISZ, *Le VU et le SU dans l'évolution des dessins de pyramides du CE₂ à la seconde*, in *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*. Editions La Pensée Sauvage, Grenoble, 1993

Jean-François FAVRAT, *Une expérience sur l'enseignement des surfaces à l'école élémentaire*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII, 1986.

H.B. GRIFFITHS, *Surfaces*, (traduction française). Cedic, 1977.

G.H LUQUET, *Le dessin enfantin*. Delachaux et Niestlé, réédition 1991.

Luis Carlos PAIS, *Représentation des corps ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège ; pratiques d'élèves, analyse de livres*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier, 1991.

Jean PIAGET, Bärbel INHELDER, *La représentation de l'espace chez l'enfant*. PUF, 1948.

ERRATA

Concernant les articles de Jean-François FAVRAT, publiés sous le titre général : «**LES SOLIDES ET LES SURFACES CYLINDRIQUES A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE**», dans «Grand N» n° 55.

- Vous aurez certainement remarqué l'erreur de mise en page qui fait que les trois articles ne sont pas dans l'ordre annoncé dans la présentation générale !

- p 29, 3ème alinéa, **remplacer** :
«Voici quelques extraits des programmes de 1985»
par :
«**Voici quelques extraits des programmes de 1991 (cycle 3) et de 1985 (CE, CM).**»

- p 35, **intervertir** les références des deux extraits de manuels présentés :
premier extrait, lire **OC CM₂ p 185** au lieu de OC CE₂ p 65,
deuxième extrait, lire **OC CE₂ p 65** au lieu de OC CM₂ p 185.

- p 45, **intervertir** les désignations **d** et **c** des figures (cônes tronqués).

- p 65, **modifier les colonnes CE₁ et CM₂** du tableau 2 par :

Type	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
I	75	45	33	4	32	18	13
II	25	55	67	63	29	29	13
III				21	10	12	20
IV					11		
V				13	14	18	27
VI					4	24	27

Tableau 2. Répartition en pourcentage des types de dessins pour la première surface cylindrique

Contrairement à ce qui est avancé p 72 (trois lignes en dessous du tableau 12), p 75 (quatrième ligne avant la fin) et p 81 (en bas du tableau 13) les quasi-perspectives ne sont pas majoritaires au CM₂ pour ce type de cylindres, pas même dans les classes de 6ème et de 5ème, elles ont simplement tendance à devenir plus nombreuses.

Les autres analyses restent inchangées.

□ p 71 et 72, **ajouter les astérisques** (mentionnés dans le dernier alinéa p 71) dans les tableaux 10 et 11.

Bande S1		Rouleau S2	
Courbes simples fermées	67 %	Contours curvilignes	67 %
Courbes concentriques		Rectangles à bords	
Figures à bord inférieur curviligne *	13 %	Demi-rectangles à bords	5 %
		Bords reliés	8 %
Lignes courbes décalées (ou reliées) *	21 %	Bords reliés *	21 %

Tableau 10 : Répartition des divers types de dessins pour les surfaces S1 et S2, au CE₁.

Bande S1		Rouleau S2	
Courbes simples fermées *	32 %	Courbes simples fermées *	3 %
Couronnes	29 %	Dessins avec génératrices verticales apparentes	58 %
Courbes décalées *	11 %	Bords reliés *	7 %
		Demi-rectangles	4 %
Figures à bord inférieur rectiligne	25 %	Bords reliés	11 %
Figures à bord inférieur curviligne		Perspectives	14 %
Quasi-perspectives	4 %	Demi-rectangles	4 %

Tableau 11 : Répartition des divers types de dessins pour les surfaces S1 et S2, au CE₂.

Nous vous remercions pour votre indulgence et votre patience à reporter les corrections.

La rédaction de "Grand N".

LES CYLINDRES SONT-ILS DES OBJETS D'ENSEIGNEMENT A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ?

LES SOLIDES ET LES SURFACES CYLINDRIQUES A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE PREMIÈRE PARTIE

Jean-François FAVRAT

I - Que recommandent les instructions officielles à propos des solides ou surfaces cylindriques ?

Actuellement les textes de référence sont triples.

La mise en place de la réforme des cycles a conduit à la fois à la publication en 1991 des listes de compétences à acquérir en mathématiques au cours de chaque cycle et au rappel des instructions et programmes de 1985. Ces textes ont été diffusés ensemble sous le titre : «Les cycles à l'école primaire» (MEN/CNDP/Hachette-1991). Mais depuis peu (1er septembre 1994) les enseignants de l'école élémentaire sont consultés sur des avant-projets de programmes applicables dès la rentrée 1995.

Voici quelques extraits des programmes de 1985 :

Géométrie pour le cycle 3 (page 58)

L'élève doit être capable :

- * de reproduire, de décrire et de construire quelques solides usuels et quelques figures planes (cube, parallélépipède rectangle, carré, rectangle, losange, parallélogramme, cercle, triangle) ;
- * de les identifier dans une figure complexe ;
- (.....)
- * d'utiliser à bon escient le vocabulaire précis donné par les programmes.

Géométrie pour le CE (page 107)

Reproduction, description, représentation (à l'aide de procédés conventionnels) et construction d'objets géométriques (solides, surfaces, lignes) :

- manipulation et classement des objets physiques ;
- (....)
- mise au point des techniques de reproduction et de construction : calque, pliage, découpage, patrons de solides ;
- utilisation d'un vocabulaire géométrique et d'une syntaxe logiquement articulée.

Géométrie pour le CM (page 108)

Reproduction, description, représentation et construction de différents objets géométriques (solides, surfaces, lignes).

(....)

Utilisation d'une syntaxe logiquement articulée et d'un vocabulaire géométrique : cube, arête, sommet, face, sphère, boule, triangle, quadrilatère, parallélogramme, rectangle, losange, carré, côté, diagonale, cercle, disque.

et des avant-projets tirés du Bulletin Officiel (n°31 du 1/9/94) :

Géométrie pour le cycle 3 (page 2159)

- A partir d'un travail sur les solides et des surfaces divers (reproduction, description, représentation, construction), notions de : face, sommet, arête, côté, segment, milieu, ligne droite, angle, alignement, perpendiculaire, parallèle.

- Connaissance de quelques objets géométriques usuels (cube, parallélépipède rectangle, sphère, carré, rectangle, losange, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, trapèze, parallélogramme, cercle, disque).

- Représentation plane d'objets ou d'assemblages d'objets de l'espace ; patrons.

La lecture de ces suggestions pose un certain nombre de questions.

1 - Le qualificatif «usuel» associé à «solide» peut évoquer soit les solides fréquents dans les manuels de mathématiques, soit le matériel commercialisé ou habituellement mis de côté par les enseignants à des fins didactiques, soit encore les objets souvent employés par les enfants. Quelle que soit l'hypothèse envisagée, les cylindres ne sont pas si mal placés.

2 - Quelle est la fonction des listes de vocabulaire ? S'agit-il d'exemples à étudier au minimum ou parmi lesquels sélectionner ? Indiquent-elles des limites à ne pas dépasser ? Servent-elles à homogénéiser le lexique à utiliser par les enseignants ? Par les élèves ? Comment interpréter les absences dans les textes de 1991 ou de 1994 des mots comme «cylindre, cône, pyramide» ? Faut-il pour les cylindres se contenter de l'adjectif «rond» ? Ce n'est pas le parti que semblent prendre les auteurs des instructions de 1985. Ne formulaient-ils pas dans leurs compléments (en date du 1/06/86) aux programmes et instructions du 13 mai 1985 des vœux de précision et de clarification ?

«Le vocabulaire géométrique sert à la transmission et à la compréhension des informations ; il aide aussi à la conceptualisation. Des mots précis, en nombre limité, doivent être acquis en situation fonctionnelle et parfaitement maîtrisés. L'élève doit accéder, le plus tôt possible, au vocabulaire correct et définitif, qui est celui de l'adulte. Il vaut mieux éviter tout vocabulaire provisoire.»

3 - Quelles articulations sont possibles entre les textes ? Celui de 1991 semble restreindre l'étendue des contenus de 1985 à ce qui peut être exigé en fin de cycle : disparition de la référence à la distinction solide / surface / ligne, absence des mots «sphère», «boule», plus aucune mention aux activités de classement ou de représentation à l'aide des procédés conventionnels. Pourtant, ces instructions de 1985 «continuent à rester la référence de base des maîtres, particulièrement pour ce qui concerne les contenus disciplinaires que les enfants doivent acquérir». (Extrait de la présentation générale des compétences pour chaque cycle, p.27).

La synthèse voire l'application de ces textes sont délicates car il faut :

- s'interroger sur la place à donner à la géométrie face au «calcul» ou aux «problèmes» souvent jugés prioritaires,

- tenir compte du temps de travail non extensible dans une semaine d'écolier, ainsi que du temps nécessaire pour l'évolution des conceptions et des procédures géométriques des enfants (il n'est pas du tout certain que les «procédés conventionnels» de représentation soient maîtrisés en fin de CE₂),

- enrichir l'expérience géométrique des enfants : ne pas la réduire au cube et au pavé droit,

- éviter la dispersion encyclopédique qui consisterait à proposer des leçons sur une multiplicité de solides ou surfaces.

L'examen des manuels disponibles actuellement permettra d'observer les réponses généralement apportées à ces contraintes.

II - Analyse des manuels de mathématiques pour le cycle 3 (ex CE₂, CM₁ et CM₂)

Ouvrages analysés :

Math hebdo : Classiques Hachette, le manuel pour chaque niveau, parution en 1983 et 1984.

Objectif Calcul : Hatier, le manuel pour chaque niveau, parution en 1987, 1988 et 1989.

Math et Calcul : Classiques Hachette, le fichier CE₂ (1987) et les manuels des deux autres niveaux, parution en 1987 et 1988.

Vivre les mathématiques : Armand Colin, le fichier CE₂ (1989) et les manuels des deux autres niveaux, parution en 1990 et 1991.

Calcul et géométrie : Nathan, le manuel de chaque niveau, parution en 1989 et 1990.

Maths, livre outil : Magnard, le manuel de chaque niveau, parution en 1986.

Mathématiques : Bordas, le fichier CE₂ (1986) et les manuels des deux autres niveaux, parution en 1986.

Diagonale : Nathan, le manuel de chaque niveau, parution en 1993 et 1994.

Les abréviations retenues pour ces références seront respectivement : MH, OC, MC, VM, CG, LO, M, D.

Le but de cette partie n'est pas d'analyser les activités trouvées dans les manuels, relatives à la totalité des solides ou surfaces mais uniquement celles qui portent sur les cylindres et les cônes.

Deux points principaux ont retenu l'attention :

- la nature des activités proposées, en quoi elles consistent, ce qu'elles visent (cf. tableau 1) ;
- le lexique utilisé (cf. tableau 2).

Activités proposées	Collections de manuels								
	MH	OC	MC	VM	CG	LO	M	D	
1- Classement, description (objets à manipuler ou photographiés ou dessinés) - cylindre - cône - tronc de cône - sphère - tore - autre surface de révolution - autre surface cylindrique mais pas de révolution		CE2 CM2		CE2 CM1 CM2	CE2 CM1 CM2	CE2 CM2	CE2 CM2	CE2	
		x		x	x	x	x	x	
		x		x	x	x	x	x	
		x		x	x	x	x	x	
		x		x	x	x	x	x	
		x		x		x		x	
		x		x				x	
2- Reproduction, agrandissement de développements donnés - cylindre - cône - tronc de cône - dans le développement du cylindre, calcul de la longueur à partir du diamètre			CM2	CM2	CM2			CE2	
			x	x	x				
			x	x	x				
			x					x	
			x	x				CM2	
3- Recherche de la trace - sur papier - sur pâte à modeler ou du sable		CE2 x		CM1 x		CE2 x	CE2 x	CE2 x	
4- Dessins					CM2				
5- Analyse de points de vue					CE2				
6- Volume du cylindre : - pavage avec une unité - utilisation de formules		CM2		CM1 CM2	CM2				
7- Autre	CE2	CE2	CE2					CM1	

Tableau 1

Le tableau 1 présente le relevé comparatif des thèmes travaillés dans les collections. Certains méritent des remarques.

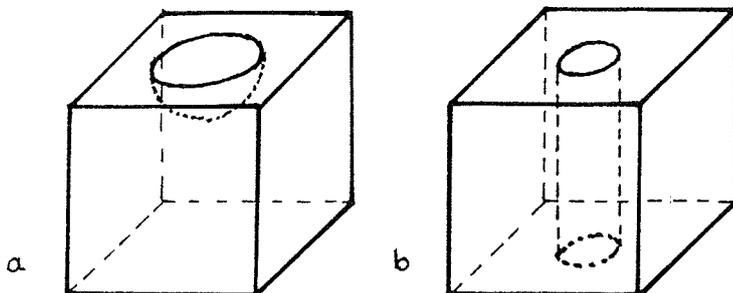
- Premier thème : observer des cylindres.

Hormis MH et MC, chaque collection propose sur les trois années du cycle, au moins une fois, l'observation de cylindres et cônes par le biais d'une **activité de classement d'objets**. Elle se traduit dans les manuels par la présentation de vues (dessins ou photographies) à partir desquelles l'élève est invité à faire des remarques, des dénombrements, des comparaisons de faces, etc.

Dans la plupart des cas, ces objets sont variés. L'illustration de l'exercice représente en général un tronc de cône, un cône, quelques cylindres (de un à trois) parmi d'autres dessins de solides : des polyèdres, et parfois une sphère, un cylindre à section ovale, un oeuf, un tonneau, etc.

L'objectif est alors de les classer en deux catégories (susceptibles d'être subdivisées) : les polyèdres et les autres, parfois appelés «les solides qui roulent» en CE2 (OC p.64, LO p.40, M p.32) ou qui «peuvent rouler» (D CE2, p.15).

Bien qu'il arrive que des solides non convexes soient présentés (OC, VM), aucun ne permet toutefois de se demander si tous les solides non polyédriques «roulent» ou non. Un cube évidé d'une calotte sphérique ou d'un cylindre (cf. figures 1), ou d'autres exemples simples permettraient de le faire.



figures 1

Le plus souvent ces objets non polyédriques sont aussi décrits à l'aide d'autres propriétés exprimées en termes plus géométriques. Par exemple :

«Certaines de leurs faces sont des disques». (OC CM₂ p.184)

«Il y a des faces qui ne sont pas des polygones». (OC CM₂ p.185)

«Solides ayant des surfaces planes et des surfaces non planes». (VM CM₁ p.13)

«Le cylindre qui possède à la fois des faces planes et une face courbe n'est pas un polyèdre». (CG CM₁ p.29)

«Le solide n°2 représente un cylindre. Il est constitué de deux bases et d'une surface courbe». (CG CM₂ p.32)

«Ecris la liste des objets ayant uniquement des faces planes».

«Ecris la liste des objets ayant uniquement des faces non planes».

«Ecris la liste des objets ayant des faces planes ou des faces non planes». (LO CE₂ p.40)

«Certains solides ont toutes leurs faces planes. Certains solides peuvent rouler». (D CE₂ p.15)

Ces propositions ne sont pas équivalentes car elles dépendent des contextes, c'est-à-dire des ensembles donnés à classer aux enfants. Toutefois les emplois des mots «face» ou «surface» sont intéressants à comparer (cf. tableau 2). Quelles définitions peut-on retirer des exemples proposés par les auteurs ?

Lexique utilisé				
«surface» dans le cadre des cylindres et cônes		«surface» dans le cadre des aires	«face»	«solide»
MH	non	oui	non	oui
OC	non	oui	plane ou non	oui
MC	non	oui	uniquement pour des polyèdres	oui
VM	oui	oui	plane ou non plane	oui
CG	oui	oui	plane ou non plane	oui
LO	non	oui	plane ou non plane	oui
M	non	oui	plane ou non	oui
D	non	oui	plane ou non	oui

Tableau 2

Le tableau 2 montre que toutes les collections parlent de faces qui peuvent être planes ou non ; en particulier, dans ces collections, les cylindres, cônes tronqués, tonneaux ont «des» faces non planes. Toutes sauf MC où «face» n'apparaît que dans le chapitre «polyèdres».

L'emploi du terme «surface» (systématique dans les chapitres consacrés aux aires de figures planes) est moins fréquent dans les chapitres qui nous intéressent. Jamais, sauf peut-être pour la sphère, il ne sert à désigner l'objet dans son entier ; pour cela les auteurs préfèrent le mot «solide», sans faire de distinction entre le solide plein et la surface de ce solide.

VM et CG, seuls à utiliser le mot «surface», l'appliquent à la sphère : «solide sans surface plane» (VM, CM₂) ou au cylindre : «le solide n°2 représente un cylindre. Il est constitué de deux bases et d'une surface courbe» (CG, CM₂).

En fait les deux termes «surface» et «face» ne sont guère définis. Il y aurait de réelles difficultés mathématiques à vouloir le faire avec toute la précision nécessaire.

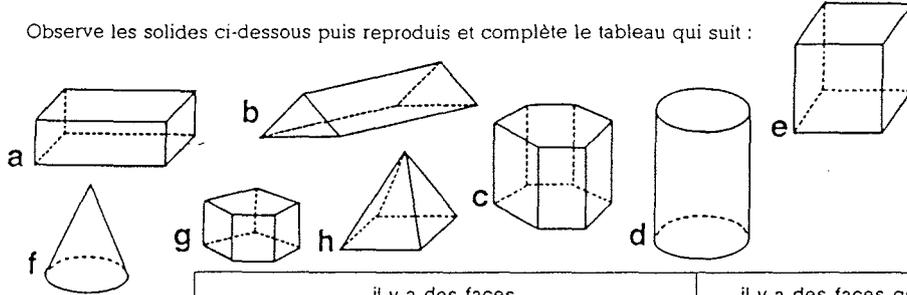
Les faces d'un polyèdre convexe sont bien sûr des polygones. Mais la généralisation du concept de face à des solides convexes quelconques pose problème. On remplace les arêtes par des lignes tracées sur la surface de telle manière que cet ensemble de lignes soit d'un seul tenant. Les sommets sont remplacés par les noeuds de croisement. Les faces sont les régions délimitées par ces lignes. C'est à cette condition, entre autres, que la formule

«nombre de sommets + nombre de faces - nombre d'arêtes = 2», vraie pour les polyèdres convexes et parfois objet d'un travail dirigé dans les cours moyens, reste vraie pour les solides cylindriques ou sphériques.

Si l'explicitation des critères de tri d'objets et leur contrôle, on le voit, soulèvent des difficultés, **la formulation des consignes** aussi. Il suffit d'en citer deux (OC

CE2 p.65 et OC CM2 p.185), prises dans une même collection, et de les comparer, pour se rendre compte qu'il peut y avoir risque de confusion sur le rôle ou le statut des représentations (cf. la consigne du CM2).

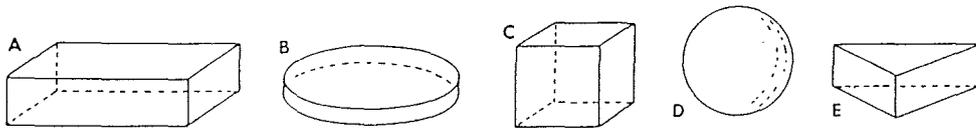
Observe les solides ci-dessous puis reproduis et complète le tableau qui suit :



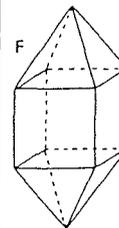
	il y a des faces qui sont des polygones					il y a des faces qui ne sont pas des polygones	
	nombre de faces	carrés	rectangles	triangles	autres polygones	disques	autres
a	6	x					
b							
c							
d							
e							
f							
g							
h							

OC CE2 p.65

Observe ces dessins de solides et complète le tableau :



	roule	ne roule pas	peut rouler dans certaines positions	nombre de faces	nombre de sommets	nombre d'arêtes
A
B
C
D
E
F



OC CM2 p.185

Pour les auteurs, même s'ils se servent de dessins conventionnels, il est clair que les observations demandées portent ici sur les objets. Mais qu'en est-il pour les enfants ou pour les maîtres qui n'ont pas trouvé de matériel adéquat ou suffisant ?

Comment éviter les ambiguïtés possibles, dues aux contraintes du support particulier que constituent les manuels ? MC demande expressément en CM₂ (p. 188) : «Observe et décris la photographie de la boîte ci-dessous». Cette consigne laisse entrevoir un travail spécifique sur les différences entre ce que l'on peut voir sur un objet cylindrique que l'on manipule et ce que l'on voit sur la photographie du même cylindre ; cette expérience est sans doute capitale.

En conclusion de ces remarques sur ce premier thème d'activités, **on peut s'interroger sur les raisons qui ont fait écarter les activités de classement dans les collections MC et MH.** En fait, dans MC, elles sont organisées au CE₁ (cf. le livre du maître, p.137, édition de 1979) :

«Distribuer à chaque groupe un lot d'objets ayant les formes suivantes : pavés, cubes, cylindres, cônes, tétraèdres (...), boules, ovoïdes (...).

Demander aux enfants de trouver parmi les solides dont ils disposent, ceux qui sont «bombés» ou ont des parties «bombées».

Éliminer ces solides. Il restera les polyèdres.»

Chez MC donc, la démarche d'observation préalable qui vise à expliciter des comparaisons d'objets, définir un minimum de vocabulaire, a bien eu lieu.

Rien de tel dans la collection MH, qui sur les surfaces propose essentiellement des fabrications : ballon de foot, calendrier avec des anneaux cylindriques, assemblages de polygones (MH CE₂, pp.17 et 118). Les auteurs s'appuient plutôt sur des activités de résolution de problèmes plus ou moins dirigées.

Les auteurs des diverses collections ne travaillent pas sur les mêmes objets, ne semblent pas viser les mêmes contenus. Il est donc difficile d'aller plus loin dans la comparaison de ce qui pourrait être deux conceptions différentes de l'enseignement («transmettre des connaissances par le biais des observations d'objets» opposé à «faire résoudre des problèmes par le biais des fabrications»), ou bien deux moments différents d'un dispositif d'enseignement (les temps de structuration distingués des mises en situation plus actives).

Du reste, au CE₁ (p.85 et 54), dans leur nouvelle collection «Atout Math» (Hachette écoles, 1990), deux des auteurs de la collection MH, proposent aux élèves des tâches de classement.

- Deuxième thème : fabriquer des cylindres.

Curieusement la fabrication de cylindres n'apparaît qu'au CM₂ et dans trois collections uniquement. Pourtant savoir dessiner un rectangle, le découper, coller deux côtés avec un peu de soin suffisent. Cela relève des compétences des élèves de CE₂-CM₁.

La fabrication ne devient objet d'enseignement qu'au CM₂ parce qu'alors la tâche demandée ne consiste pas uniquement à fabriquer une surface cylindrique à partir d'un rectangle mais à développer un cylindre en deux ou trois parties : un ou deux disques et un rectangle. Se pose alors le problème de la relation entre le diamètre du disque et la longueur du rectangle, belle occasion de réinvestir la formule donnant la longueur d'un cercle en fonction du diamètre.

On peut se demander s'il ne serait pas intéressant que des élèves de CE2 soient confrontés à ce problème et le résolvent par mesure directe avec un mètre souple, ou par mesure indirecte avec une ficelle. Quand sinon auront-ils l'occasion de mesurer des longueurs de lignes courbes ?

On pourrait aussi proposer aux enfants de CE2, CM1 ou CM2 de rechercher par découpage, des « mises à plat » des surfaces cylindriques qui ne soient pas des rectangles ; en effet le développement d'un cylindre peut prendre, selon la ligne de découpage, toutes les formes représentées sur les figures 2.



figures 2

- Troisième thème : représenter des cylindres.

Très peu de collections proposent aux élèves de dessiner des cylindres. Seule CG le fait, au CM2, et encore les élèves doivent-ils décalquer des dessins produits par les auteurs.

L'absence de tradition pédagogique à ce sujet, la difficulté de la maîtrise des règles de perspective, le tracé nécessairement approximatif des ellipses, la crainte des représentations stéréotypées, contribuent à écarter ce thème de travail avec les enfants. L'apprentissage ne se fait donc que de manière incidente, peu contrôlée au niveau primaire, et se trouve reporté aux niveaux ultérieurs de la scolarité.

Par contre, les élèves sont assez fréquemment amenés à « lire » des dessins ou des photographies de cylindres : dans les consignes des exercices consacrés aux solides, dans les formulaires sur les volumes, etc. Les tableaux 3 et 4 présentent un résumé de ces diverses occasions et les grandes catégories de vues utilisées par les auteurs. Ils permettent aussi d'attirer l'attention sur l'importance des ombres

Types de représentations	
D'autres représentations ont été rencontrées, mais elles sont très rares.	

Tableau 3 : Types de représentations utilisées par les auteurs de manuels.

Dans les chapitres consacrés aux solides ou aux surfaces	- types fréquents : I(a,b), III(a,b), IV(a,b) dans l'ordre décroissant ; - jamais les types V ou VI.
Dans les chapitres consacrés aux volumes ou capacités	- type fréquent I, quelquefois le type II pour illustrer la formule $V=B \times H$
Dans les autres chapitres, à titre d'illustrations	- types fréquents : Ia, IIIa, IVa - IVc pour quelques bracelets - V pour les masses marquées ou pour les fractions sur un verre doseur - VI pour les pièces de monnaie
Ombres sur les objets Ombres portées Supports des objets représentés	- très rares dans les chapitres sur les solides ou surfaces - un peu plus fréquents dans les autres chapitres où les objets sont mis en situation, dans un contexte.
Photographies	- très peu utilisées dans les chapitres sur les solides ou surfaces - plus fréquentes pour illustrer des problèmes dans les autres chapitres

Tableau 4 : Relations entre les types de représentations et les occasions où les auteurs les utilisent.

La comparaison des dessins dans les chapitres consacrés aux solides ou aux volumes et ceux trouvés dans les autres chapitres montre les traces de la **décontextualisation** des objets de savoir : disparition quasi absolue des photographies, plus de support pour les objets, pas d'ombres, juxtaposition de dessins d'objets isolés, disparates, comme suspendus dans l'air sans lien entre eux. Il y a lieu de s'interroger sur les aides ainsi perdues pour une meilleure compréhension des mécanismes en jeu lors de la lecture des représentations graphiques de l'espace.

Le contexte est-il vraiment sans importance pour lire des représentations ?

Le cylindre de la figure 3 est-il posé sur une génératrice ? Est-il vu de dessus en repos sur une base ? De même ne peut-on pas donner du sens à la figure 4 ? Peut-on s'empêcher de chercher à réunir dans une même interprétation les cylindres de la figure 5 ? Et ceux de la figure 6 ? Quelle impression laisse la figure 7 ?



figure 3

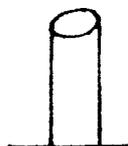


figure 4

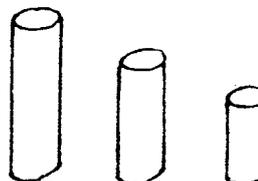


figure 5



figure 6

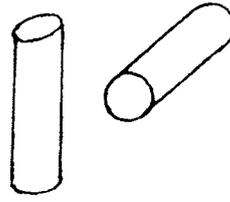


figure 7

Les procédés les plus fréquents relèvent des conventions de la perspective cavalière, c'est-à-dire celle où les fuyantes sont parallèles. Mais ils ne sont jamais explicités puisque ces représentations ne sont que rarement analysées.

Or l'absence d'un enseignement peut aussi laisser durer des stéréotypes, voire entraîner des incohérences. En effet la juxtaposition d'un cylindre, d'un cube et d'un pavé, fréquente dans les manuels (cf. les consignes de OC, CE₂ et CM₂ citées plus haut) semble rendre possibles en même temps une ellipse de grand axe horizontal pour la base supérieure d'un cylindre, des fuyantes obliques pour un cube ou un pavé et des faces avant carrées ou rectangulaires (cf. les figures 8-a et 8-b). Il suffit de vouloir représenter un cylindre tangent intérieurement au pavé pour s'apercevoir que le grand axe de l'ellipse n'est pas horizontal si l'angle des fuyantes ou si le plan frontal restent inchangés (cf. la figure 8-c) puisque le tracé de l'ellipse doit passer par les milieux des arêtes supérieures du pavé.

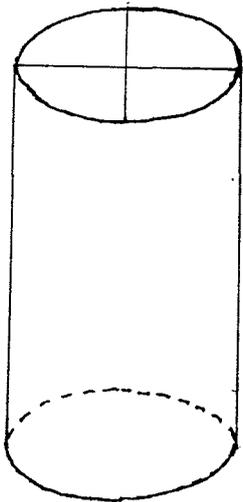


figure 8-a

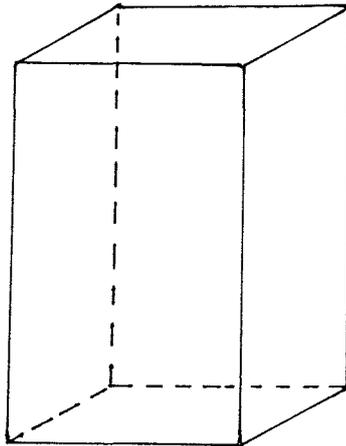


figure 8-b

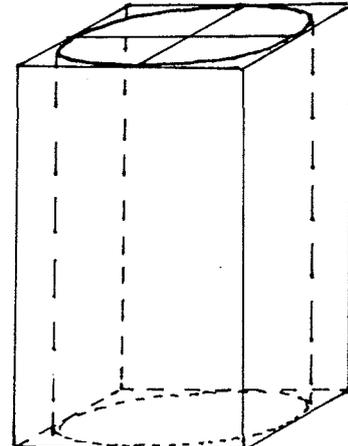


figure 8-c

Ce survol des manuels peut donc légitimement conduire à une certaine perplexité : hétérogénéité dans le traitement du thème des cylindres, flou de certaines définitions, quasi-absence d'une réflexion sur les représentations graphiques pourtant fort utilisées dans les consignes, etc.

Comme un travail sur les cylindres est explicitement prévu en classe de cinquième, au collège, les enseignants de l'école primaire peuvent être tentés d'attendre et de laisser les élèves affiner seuls leurs représentations.

L'analyse en 1991, par Luis Carlos PAIS des productions d'élèves de quatrième, auxquels il a demandé de résoudre un problème de section de cylindre, par un plan parallèle à l'axe, laisse à penser que cette «auto-construction» n'est pas achevée chez tous les élèves de ce niveau de scolarité, faute d'un enseignement bien ciblé sur certaines difficultés.

Il en pointe quelques-unes chez ces élèves de collège, dépendantes il est vrai de la tâche qu'il a proposée : ils hésitent sur les outils à utiliser, travailler avec un compas ou à main levée. Ils ne traitent pas nécessairement de la même façon les deux bords des bases inférieure et supérieure du cylindre. Le bord inférieur est parfois moins soigné, plus aplati que le bord supérieur, il est même quelques fois rectiligne.

Ne faudrait-il pas gérer cet enseignement de manière plus progressive ? Plus diversifiée ?

Une condition de son succès ne serait-elle pas de prendre appui à chaque niveau de la scolarité sur les représentations des élèves ? En les recueillant, en les analysant, l'enseignant gagnerait une meilleure connaissance de ses élèves, trouverait des arguments pour amorcer ou retarder le travail sur les cylindres et pourrait plus facilement sans doute choisir des matériels et des tâches adaptés aux capacités des élèves.

EXEMPLES D'ACTIVITES SUR LES CYLINDRES DANS LES CLASSES PRIMAIRES

LES SOLIDES ET LES SURFACES CYLINDRIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE
DEUXIEME PARTIE

Jean-François FAVRAT

Le maître de l'école élémentaire qui souhaite organiser un enseignement sur les cylindres peut être saisi d'un léger doute quand il lui faut en définir précisément les objectifs. Les instructions officielles n'accordent pas une place claire aux cylindres. Les auteurs de manuels scolaires pour le cycle III (CE₂, CM₁ et CM₂) ne les ignorent jamais mais si certains en proposent parfois l'étude approfondie, d'autres aussi les écartent après les avoir brièvement opposés aux polyèdres¹.

Un stage de formation continue en Lozère a fourni l'occasion de conduire des activités sur ce thème. Elles ont donc deux particularités :

* elles recouvrent tous les niveaux de la scolarité puisque beaucoup de classes de ce département ont plusieurs niveaux à la fois ; leur cohérence, leur progressivité ont été délibérément recherchées ;

* elles ont été réalisées par des instituteurs² dans leurs classes, avant le stage, à partir d'un canevas établi avec eux.

Quatre axes de travail ont été retenus :

- comparaison des cylindres avec d'autres solides ou surfaces communément considérés comme «ronds»,
- fabrication,
- lecture d'images,
- dessins.

Les quatre premières parties de l'article rapportent pour chaque axe les préparations établies dans les grandes lignes a priori ainsi que des extraits des témoignages que ces instituteurs ont apportés pendant ce stage.

Ainsi, d'une part les cylindres n'ont pas été étudiés seuls mais comparés, confrontés aux couronnes planes et aux cônes tronqués pour provoquer, faciliter l'explicitation de certaines propriétés des cylindres.

D'autre part, les représentations graphiques n'ont pas été escamotées. Au contraire, l'ensemble des activités a même été précédé et suivi d'un test de dessin, de la moyenne section de maternelle au CM₂.

¹ Pour une analyse plus détaillée des instructions officielles et des manuels, se reporter à l'article "*Les cylindres sont-ils des objets d'enseignement à l'école élémentaire ?*" dans ce même numéro de la revue Grand N.

² Que ces instituteurs soient ici remerciés. Il s'agit de Mesdames Marie-Claude FORESTIER, Viviane ESTEVE, Jacqueline LAGANNE, Jeanine VASSELON, Thérèse HENRY, Marie-Paule MAURIN, Chantal CHABANON et Messieurs Pierre JOUVE, Yvon GABRIAC, Henry THIEL.

La cinquième partie de l'article présente, en guise de bilan, les résultats du second test³.

I - Comparaison des cylindres, des cônes tronqués et des couronnes planes (de la maternelle au CM₂).

Objectifs pour les élèves :

- * Reconnaître les cylindres, les couronnes planes, les cônes tronqués.
- * Expliciter les ressemblances et les différences entre des solides et des surfaces relevant de ces trois classes.

Matériel retenu :

Diverses surfaces : cylindres en carton mince, en métal ; troncs de cônes découpés dans des bouteilles d'eau minérale, gobelets, pots de fromage blanc ; couronnes planes en papier, disques.

Tous les fonds éventuels des boîtes de conserve, pots, etc, ont été enlevés de manière à ce que toutes les surfaces aient deux bords.

Divers solides : cylindres, cônes tronqués en bois, plâtre ou liège.

Ce matériel a été choisi pour illustrer l'opposition «solides» (objets pleins) / «surfaces» (objets minces d'épaisseur négligeable). D'autre part le plâtre a permis de fabriquer des solides aux mêmes dimensions que certaines surfaces. Les mots «cylindre», «cône tronqué» ont été utilisés aussi bien pour les solides que les surfaces⁴.

Tâches proposées :

* Les élèves répartis par groupes de trois ou quatre élèves (en ateliers tournants avec le maître en maternelle) effectuent des classements de surfaces. Pendant l'échange qui suit, ils explicitent les raisons de leur classement et recherchent des appellations pour chaque catégorie. Même si le classement en cylindres, cônes tronqués, couronnes planes, n'a pas été trouvé, il leur est proposé. A partir du CP on adopte le vocabulaire mathématique.

* Les élèves font ensuite un deuxième tri dans un ensemble où solides et surfaces sont mélangés.

* Pour la structuration, d'autres cylindres, couronnes planes, cônes tronqués, sont apportés pour des activités de reconnaissance visuelle ou tactile. D'autres objets familiers (flacons, jouets, emballages, barils de lessive, ...) sont observés pour y chercher des parties ayant l'une ou l'autre des trois formes étudiées.

* En outre, les CE₂/CM mettent au point des moyens pratiques pour vérifier l'équidistance des bords, pour comparer leurs dimensions.

Trace écrite :

³ Les résultats du premier test sont décrits et analysés dans l'article "*Comment les élèves dessinent-ils les cylindres ?*" dans ce même numéro de la revue Grand N.

⁴ Une analyse des divers moyens d'aborder en classe la distinction "solide/surface" est proposée dans ma thèse. Celle-ci doit beaucoup aux surfaces en papier de H.B. GRIFFITHS (*Surfaces*, traduction française, Cedic, 1977)

* MS/GS de maternelle : faire un dessin valable pour chaque catégorie. Après discussion collective, un ou plusieurs dessins sont sélectionnés pour servir d'étiquettes à coller sur chaque boîte de rangement.

* CP : des objets numérotés des trois catégories sont donnés aux élèves, à eux de reporter les numéros correspondants dans un tableau en colonnes

cônes tronqués	cylindres	couronnes planes

* CE/CM : rédaction par groupes ou collectivement d'une fiche d'identité ou d'une affiche récapitulative pour chaque type de surfaces ; sont précisés :

- le nombre de bords, leur forme, s'ils ont les mêmes dimensions ou non,
- l'aspect plan ou courbe de la surface,
- les positions dans lesquelles la surface peut tenir,
- ce qui se passerait si on «prolongeait» la surface.

Observations :

* En maternelle, les tris sont d'abord effectués en fonction de l'usage ou du matériau. Cela n'empêche pas un travail d'observation pour la comparaison de la taille des bords, des jeux de reconnaissance tactile, mais un matériel neutre sans marques utilitaires peut être souhaité.

* Du CP au CE : les critères sont plus volontiers géométriques. Mais les élèves associent des objets voisins par la hauteur ou par le diamètre et la forme peut parfois passer au second plan. Tout dépend du matériel choisi, des contrastes de taille ; les élèves peuvent aboutir à plus de trois catégories.

* Au CM, les élèves arrivent en général au classement selon les trois catégories : cylindres, couronnes planes et cônes tronqués.

* Les appellations spontanées sont de deux types : un terme générique ou bien le mot «rond» avec un qualificatif. Voici celles qui ont reçu un certain agrément ;

- pour les cylindres : «*tuyau, rouleau, tube, boîte sans fond, longue vue, cylindre, tout rond, rond en hauteur, long et rond, rond roulant*» ;
- pour les cônes tronqués : «*chapeau (chinois), bonnet russe, volcan, entonnoir, lampadaire, abat-jour, cône, rond (un peu) pointu, triangle rond avec bout coupé, cône avec bout coupé*» ;
- pour les couronnes : «*collier, bracelet, cerceau, rondelle, disque, disquette, rond plat, rond fin*».

* La formulation des ressemblances ou différences, ou bien les justifications des classements sont centrées sur la différence des diamètres des deux bords ou sur l'obliquité des génératrices. Voici quelques exemples, entre crochets sont rajoutés les noms des catégories auxquelles les explications se rapportent.

- CP : «*nous avons trié les ronds fins [couronnes planes] avec les ronds en hauteur [cylindres] et les ronds un peu pointus*» [cônes tronqués]
- CE1 : «*un gros rond en haut et un plus petit en bas [cônes tronqués] ; les ronds sont pareils en haut et en bas [cylindres] ; objets fins [couronnes]*».

- CE2 : «*parce que c'est fin, rond et plat* [couronnes] ; *un côté est plus petit que l'autre et ça roule de travers* [cônes tronqués] ; *les deux côtés sont égaux et parce que ça roule droit*» [cylindres].

- CM2 : «*ils sont tout ronds avec un trou en forme de rond au milieu et ce sont des figures planes* [couronnes]; *morceaux de tuyaux, c'est un rond qui se prolonge, ils sont en volume* [cylindres] ; *c'est presque pareil qu'un cylindre sauf qu'il y a un rond plus grand que l'autre*» [cônes tronqués].

Ces citations font bien ressortir l'imprécision des termes tels que «rond, côté, trou». Dans les débats, les élèves s'en sortent avec des gestes ou en montrant ce dont ils parlent sur les objets. L'enseignant, bien sûr, saisit l'occasion pour introduire les mots «bord» ou «base».

* Le choix du matériel a effectivement permis une approche de la distinction «solide» (objet «plein», «bourré», «rempli») / «surface». Les deux termes peuvent être utilisés par l'enseignant dès le CP dans le contexte de ces activités.

* Les dessins provoqués ou spontanés dans ces activités de comparaison traduisent fréquemment la différence des diamètres des bords des troncs de cônes et permettent de bien discriminer les trois catégories, sauf en moyenne section de maternelle.

II - Activités de fabrication

Objectifs pour les élèves :

* Fabriquer des cylindres, des cônes tronqués, des couronnes planes. Bien sûr, la difficulté dépend du matériel utilisé (papier uni ou papier quadrillé) ; elle est tout autant manuelle (comment réussir les découpages, le collage ?) que mathématique (quel peut bien être le patron d'un cylindre, d'un cône tronqué ? Comment dessiner une couronne plane avec deux bords exactement parallèles ?).

Matériel :

* Feuilles de format rectangulaire.

* Puzzle de couronnes : il s'agit de secteurs de couronnes découpés, mélangés, qui peuvent être assemblés en deux couronnes planes et trois cônes tronqués. La figure 1 montre comment ces secteurs sont préparés ; le n°VII a la même largeur que les n° IV, V et VI⁵.

Tâches :

* MS et GS de maternelle : en atelier, l'enseignant donne des feuilles rectangulaires et des secteurs de couronnes et demande aux élèves de fabriquer des cylindres et des cônes tronqués. Il aide les enfants à tenir l'objet pour le collage.

Les élèves réalisent aussi des cylindres et des cônes tronqués en argile.

Tous ces objets sont ensuite décorés.

* Aux CP et CE1 : le maître distribue des feuilles de papier blanc (1/2 A4), les élèves doivent obtenir deux cylindres différents.

⁵ Ce puzzle de couronnes est adapté de ceux que décrit Michèle ARTIGUE dans un article que j'ai utilisé pour préparer ces activités (*A propos des conceptions du cercle*, Grand N, n°27-1982, IREM/CRDP de Grenoble).

Pour le puzzle, le maître a déjà séparé les blocs A, B et C, les élèves découpent les pièces I à IX, ils doivent d'abord reconstituer deux couronnes et se servir des pièces restantes pour réaliser trois cônes tronqués.

* Au CE₂, les activités sont analogues à celles du CP ou du CE₁, mais les élèves doivent eux-mêmes tracer les rectangles sur papier quadrillé.

* Au CM₁ et CM₂ : le maître donne un objet en papier de chaque sorte. Celui-ci va servir de modèle. Chaque enfant doit le reproduire en utilisant la méthode de son choix mais sans pouvoir découper le modèle.

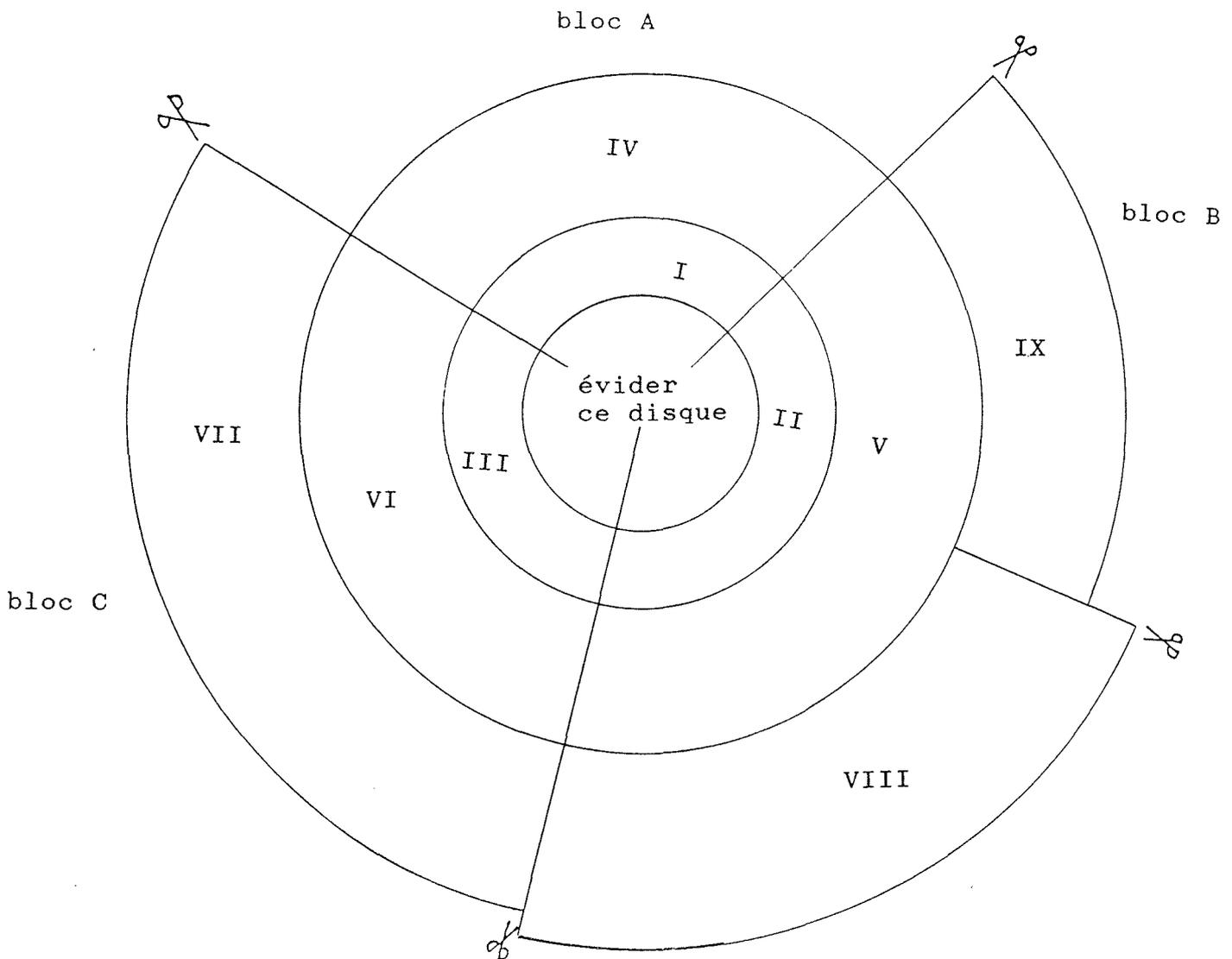
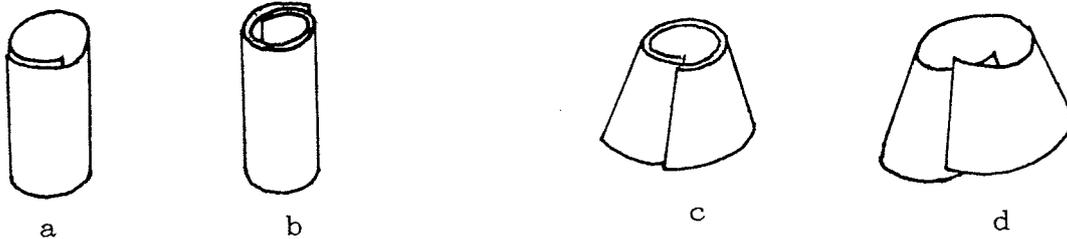


Figure 1. Puzzle de couronnes et de cônes tronqués. Echelle 0,7.
Les numéros ne figurent pas sur les diverses pièces. Les blocs A, B et C sont déjà séparés par le maître.

Observations :

* Jusqu'au CP, pour les cylindres, les élèves ont tendance à enrouler plusieurs fois la feuille sur elle-même (cf. figures 2-a ou b). Pour les cônes tronqués, les bords sont difficiles à raccorder (cf. figure 2-c). Là encore la méthode par enroulement fournit une assez bonne solution. (cf. figure 2-d).



Figures 2. Procédés de fabrication de cylindres et de cônes tronqués observés chez des jeunes enfants.

* A partir du CE₁, les élèves résolvent assez bien, seuls ou à deux, tous ces problèmes d'assemblage.

* L'erreur, attendue dans le puzzle des couronnes, consiste à vouloir assembler les quatre secteurs de même largeur. Elle se rencontre jusqu'au CE₁.

* Avec l'argile, les élèves de maternelle proposent des boudins plus ou moins réguliers, aux bases plus ou moins planes pour les cylindres. Nombreux sont ceux qui modèlent des triangles pour les cônes tronqués (surtout en moyenne section de maternelle).

* Aux cours moyens, les problèmes posés conduisent à une intéressante diversité de méthodes. Voici les procédés rédigés par des groupes d'élèves de CM₂ pour le cylindre.

Texte 1 : 1- Mesurer la hauteur
2- Une petite marque sur le cercle du cylindre
3- Placer la marque sur la feuille et faire rouler le modèle sur la feuille (un tour)

Texte 2 : 1- Mesurer la hauteur
2- Aplatis le cylindre et doubler la mesure
3- Tracer le rectangle

Texte 3 : 1- Mesurer la hauteur et le diamètre
2- Calculer le cercle (circonférence) πd
3- Ajouter 0,5 pour le collage
4- Tracer un rectangle : largeur--> hauteur longueur--> circonférence + 0,5
5- Découper et coller.

Texte 4 : 1- Mesurer la hauteur, le diamètre
2- Mesurer le cylindre en faisant des marques successives
3- Tracer les mesures sur la feuille
4- Découper et coller
5- Vérifier avec le diamètre du cylindre.

Texte 5 : 1- Mesurer la hauteur (couper la bande) et le diamètre
2- Comparer avec le cylindre.

Texte 6 : 1- Calquer la hauteur--> découper une bande
2- Rouler, comparer et coller
3- Relâcher ou resserrer, collage (enrouler en plusieurs tours).

* Pour le cône, toujours au CM, la tâche est très complexe. A la place de celle qui a été donnée, il suffit amplement de demander de fabriquer un tronc de cône sans imposer la conformité au modèle. Citons néanmoins les méthodes observées. Pour les décrire, appelons r et R les rayons des deux bases, a la longueur d'une génératrice du tronc de cône. Que font les élèves ?

Procédés corrects : aplanir le cône pour obtenir deux secteurs de couronne superposés puis tracer le contour d'un tel secteur soit deux fois séparément, soit deux fois à côté, soit sur une feuille préalablement pliée en deux (cf. figures 3).

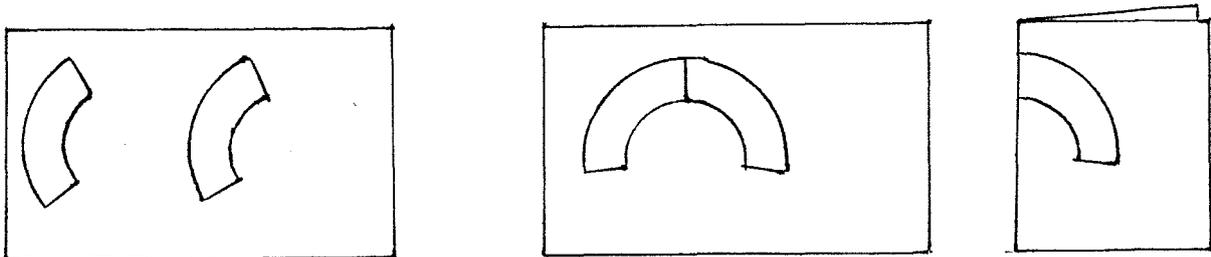


Figure 3. Procédés observés chez des élèves de cours moyen pour reproduire un tronc de cône en papier.

Procédés inexacts :

- tracer deux cercles concentriques de rayons r et R , puis découper un secteur de la couronne ainsi dessinée,
- ou même idée avec des rayons $r' > r$ et $R' = r' + a$. Cette idée fait jouer à la grandeur a son vrai rôle mais il faut beaucoup de chance pour tomber sur une bonne approximation de la solution.
- ou tracer un trapèze isocèle de hauteur a .

III - Lecture d'images représentant des cylindres, des couronnes planes, des cônes tronqués (dès les moyenne et grande sections de maternelle au CM₂)

Objectifs :

- * Reconnaître des cylindres, des cônes tronqués, des couronnes planes sur des photographies, sur des images vidéo, dans des positions standard (axe vertical).
- * Trouver des dessins d'un même assemblage de cylindres correspondant à des points de vue différents.

Matériel :

- * Catalogues, prospectus présentant des photographies d'objets cylindriques, côniques.
- * Une sélection de telles photographies. Le montage utilisé est reproduit pour cet article sous la forme de dessins (cf. figures 4).

* Une bande vidéo comportant des séquences servant de support à de brefs exercices.

[Vidéo1] et [Vidéo2] présentent cinq objets (une couronne plane, deux cylindres et deux cônes tronqués). La caméra se déplace latéralement et verticalement. Le spectateur voit les ovales du contour se déformer (cf. figures 5 a et b).

[Vidéo3 à 6] : vues fixes de deux boîtes cylindriques, d'un gobelet de grès, d'un verre transparent (cf. figures 5 c, d, e et f).

[Vidéo7 à 11] : l'image présente de face un assemblage de deux ou trois cylindres. La caméra se déplace lentement vers la droite puis vers la gauche.

Tâches :

Elles se recoupent un peu, elles dépendent du matériel et du temps disponibles.

* De la MS au CE₁ : les élèves cherchent, découpent des photographies de cylindres, de cônes tronqués et de couronnes planes, dans des catalogues, des publicités (vaisselle, ameublement, outillage, alimentation, matériel éducatif,...)

* De la MS au CM₂ : classement des photographies photocopiées (noir et blanc) déjà sélectionnées par le maître (cf. figures 4).

* Du CP au CM₂ : le maître visionne la séquence [Vidéo1]. Les élèves s'exercent à reconnaître les objets et cochent les bonnes cases d'un tableau à trois colonnes: couronnes / cylindres / cônes tronqués. Les échanges permettent d'explicitier quelques règles empiriques de représentation. La séquence [Vidéo2] est conduite à la suite de la même façon.

* Du CE₂ au CM₂ : la maître montre la séquence [Vidéo5] qui présente une boîte cylindrique et demande de comparer l'objet et l'image. Il s'agit d'arriver à deux conclusions :

- le contour sur l'image comporte deux segments verticaux

- les bases sur l'image n'ont pas la forme de disques mais sont des ovales. **Un papier calque plaqué contre l'écran permet de décalquer les courbes et de les comparer à des cercles ou à des demi-cercles.**

* Aux CM₁ et CM₂ : l'enseignant utilise la séquence [Vidéo7]. On y voit de face un assemblage de cylindres puis la caméra se déplace vers la droite et ensuite vers la gauche. Les élèves choisissent parmi six images dessinées (cf. figures 6 série 1), trois images de cet assemblage correspondant à des vues de face, de droite et de gauche. On vérifie en reVISIONnant la séquence.

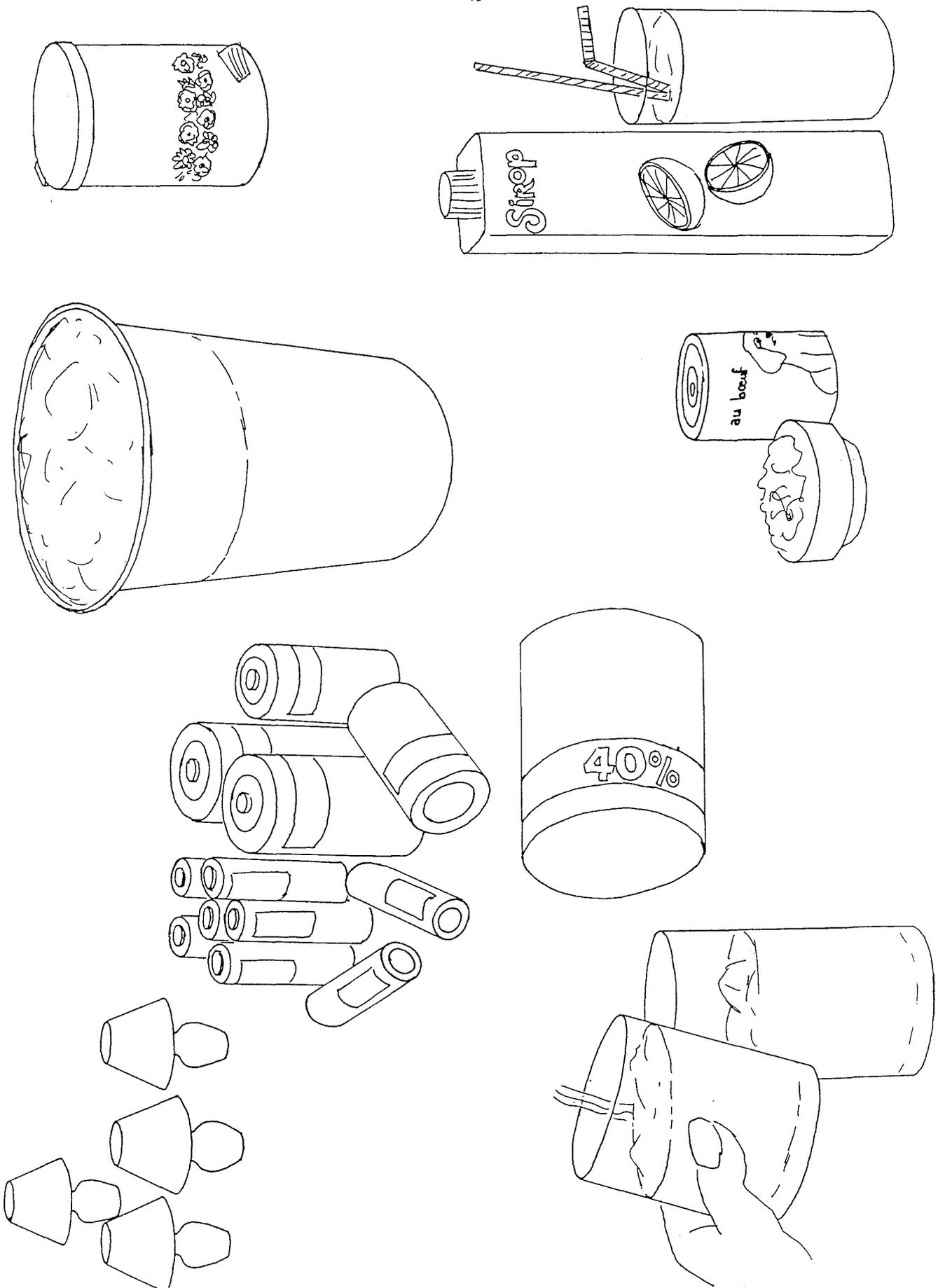
Pour les autres séquences [Vidéo 8 à 11], construites sur le même principe (cf. figures 6, séries 2 à 5), on agit presque de même : les élèves doivent anticiper, trouver les bons dessins juste après la présentation de la vue de face.

Remarque : les dessins ne représentent pas toujours des assemblages possibles.

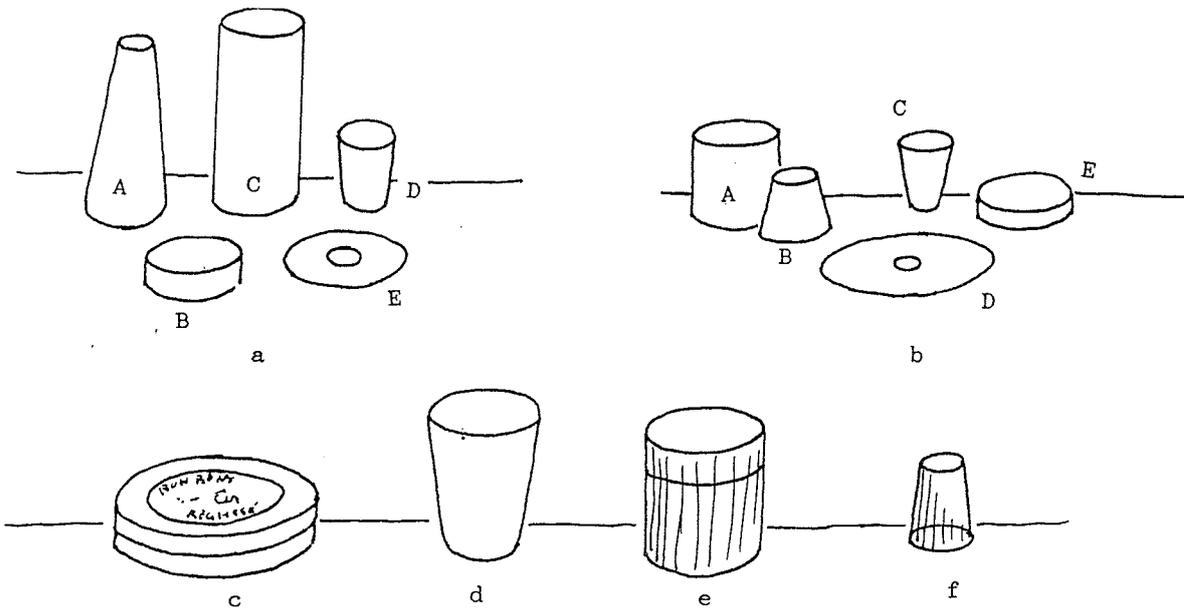
Observations :

* Dans le travail de recherche de photographies, avec les premiers niveaux de scolarité (c'est-à-dire de MS à CE₁), surtout si le stock disponible est limité, les élèves glissent parfois de la bonne forme demandée à une forme voisine remplissant la même fonction. Ainsi les photographies découpées de bouteilles ou celles d'abat-jour ne représentent pas toujours des cylindres (respectivement des cônes tronqués). A partir du CE₂, la rigueur est souvent très grande.

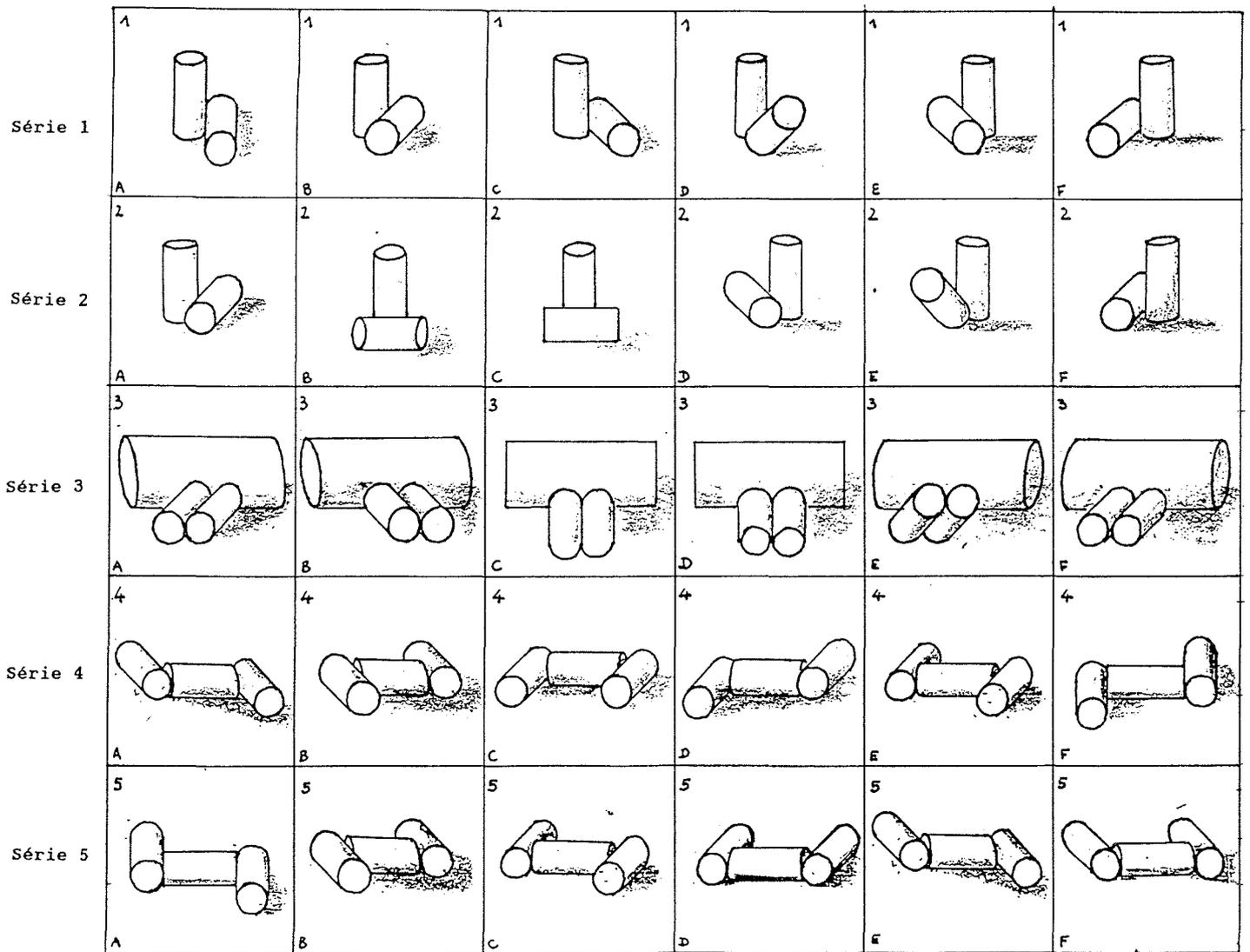
* L'utilisation de la **vidéo** ne pose pas de grands problèmes aux niveaux où elle a été proposée. L'erreur la plus fréquente concerne un verre transparent trop faiblement conique. Cet outil **joue de fait très bien son rôle pour faire prendre conscience**



Figures 4. Reproductions des photographies extraites de publicités. Echelle 0,6



Figures 5. Dessins d'objets enregistrés à la vidéo.



Figures 6. Il y a trois images du même assemblage dans chaque série. Echelle 0,7

- de la différence entre ce que l'on sait être vrai sur l'objet et ce que l'on voit sur l'écran

- de l'effet d'un abaissement d'un point de vue sur l'aplatissement des ovales.

* L'exercice sur les points de vue, facile pour les CM, mériterait d'être proposé à des CE. Que les dessins soient en perspective cavalière, cela crée de légères différences avec les images vidéo de référence, mais cela n'a pas engendré de difficultés particulières.

IV - Dessins de surfaces cylindriques au Cours Moyen

Objectif : dessiner des cylindres.

Cela peut paraître ambitieux. **Les contenus seront nécessairement limités.**

Ils se réduiront à **quelques savoirs pratiques :**

* un dessin de cylindre est une représentation du cylindre et non le cylindre lui-même, ni une de ses parties, ni son développement ;

* entre l'objet et le dessin, il y a des ressemblances et des différences ; il peut y avoir des déformations [les bases ne sont pas toujours dessinées circulaires], des pertes d'information [il y a des parties cachées] ;

* pour dessiner un cylindre debout, face à soi, on trace deux lignes courbes fermées, ovales (représentant les bases) parallèles, de mêmes dimensions et deux segments verticaux de même longueur, tangents aux deux courbes,

articulés à l'analyse : (cf. III)

* de vues photographiques ou vidéo ;

* d'expériences : que se passe-t-il quand on change de position face à un cylindre, comment évolue ce que l'on voit ?

et autour de connaissances géométriques : (cf. I et II)

* un cylindre droit (solide ou surface) est engendré par des disques ou des cercles parallèles, isométriques, de même axe ;

* un cylindre peut avoir une hauteur bien inférieure à son diamètre ;

* une surface cylindrique est développable ;

* les surfaces cylindriques s'opposent aux couronnes planes et aux troncs de cônes ; certes toutes ces surfaces sont «rondes» mais sur les premières, les deux bords sont isométriques, sur les autres, ils ne le sont pas.

Pour éviter que l'enseignement des bribes de perspective ne soit trop normatif, le maître s'efforce de rendre signifiants pour l'enfant, les changements de procédés qu'il souhaite consolider : il utilise la vidéo comme médiateur et met les élèves en situation de communication. Il ne s'interdit pas de faire «lire» des représentations de cylindres placés dans d'autres positions que celles plus restreintes retenues pour les apprentissages graphiques.

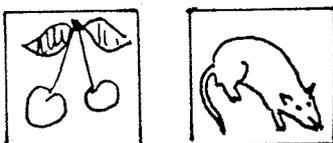
Matériel :

* La séquence [Vidéo5] de la bande déjà évoquée.

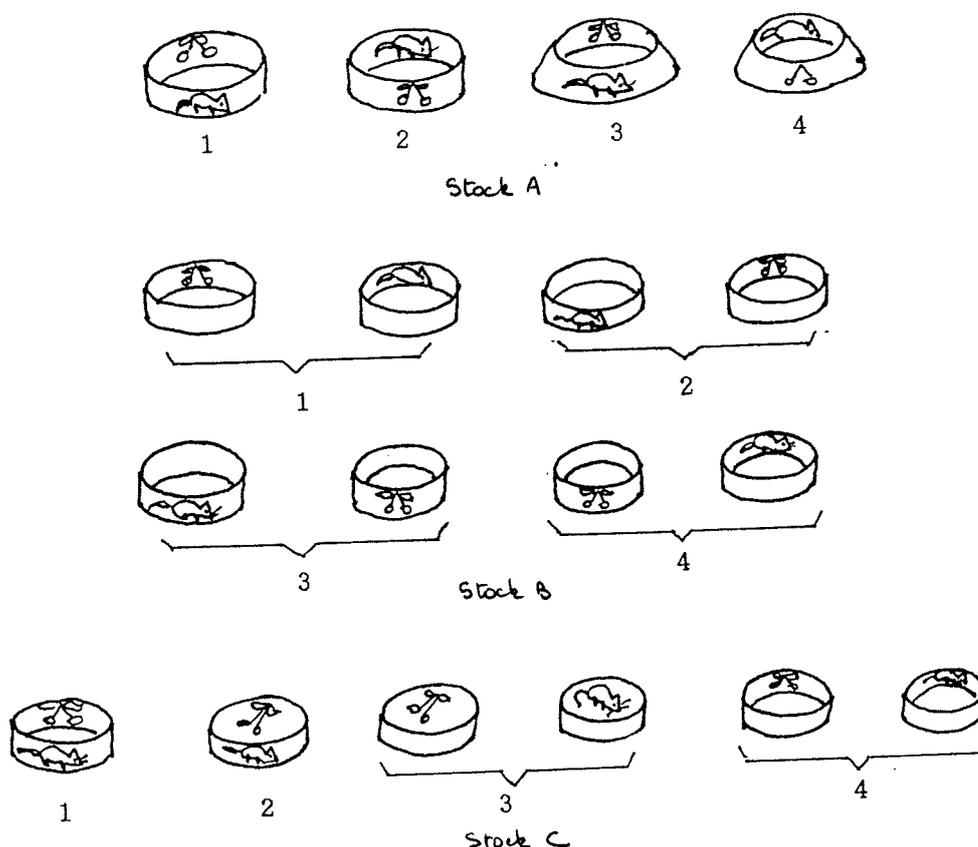
* Deux séries d'étiquettes carrées sur lesquelles une souris ou deux cerises sont dessinées (cf. figures 7).

* Des surfaces cylindriques ou coniques de faible hauteur par rapport au diamètre, en papier blanc ; certaines comportent une base matérialisée (fond ou couvercle).

* Trois stocks A, B, C de surfaces cylindriques ou coniques aux mêmes dimensions que les précédentes, elles portent chacune deux étiquettes placées de diverses façons (cf. figures 8).



Figures 7. Etiquettes "souris" et "cerises". Echelle 1/2



Figures 8. Exemples de trois jeux de quatre surfaces utilisées pour des situations de communication. Ces trois jeux sont constitués pour rendre possibles des confusions si les dessins ne sont pas assez précis.

Tâche 1 :

Il s'agit d'un travail dirigé par le maître. Il visionne la séquence [Vidéo5] représentant une vue fixe de boîte cylindrique ; cela permet de dégager les éléments constituant le dessin d'un cylindre, à savoir :

- une courbe ovale pour le bord supérieur,
- deux segments verticaux tangents pour les génératrices verticales du contour,
- un arc de courbe pour la partie visible du bord inférieur.

Il donne ensuite un cylindre à dessiner. Il aide individuellement les élèves à tracer des ovales à main levée qui ne soient pas des losanges, à conserver la parallélisme des deux bords, à remettre en question un bord inférieur représenté trop rectiligne.

Tâche 2 :

Elle commence par une activité préliminaire. Le maître présente les surfaces blanches, les étiquettes et quelques surfaces où une étiquette de "souris" et une de "cerises" ont été collées. Il invite les élèves à faire l'inventaire de toutes les dispositions relatives possibles de ces étiquettes sur les surfaces.

Vient ensuite la première situation de communication. Les élèves sont par équipes de deux. Plusieurs stocks de surfaces A sont disponibles dans la classe. Chaque équipe choisit une surface parmi elles, la représente et donne son message à une autre équipe qui doit la reconnaître.

Les deuxième et troisième situations de communication sont analogues à la première mais les stocks utilisés sont respectivement B et C.

Observations :

* Les situations de communication fournissent un bon complément au travail dirigé. Les élèves dessinent au moins trois autres cylindres ou cônes tronqués sur un rythme assez rapide.

* Elles ont donc un effet d'entraînement graphique mais pas uniquement. Elles amènent les élèves à s'interroger sur les manières de rendre compte des positions relatives des diverses parties des surfaces. Les problèmes apparaissent bien sûr quand il faut distinguer la face intérieure, du fond ou du couvercle. Les solutions des élèves sont intéressantes (cf. figures 9) :

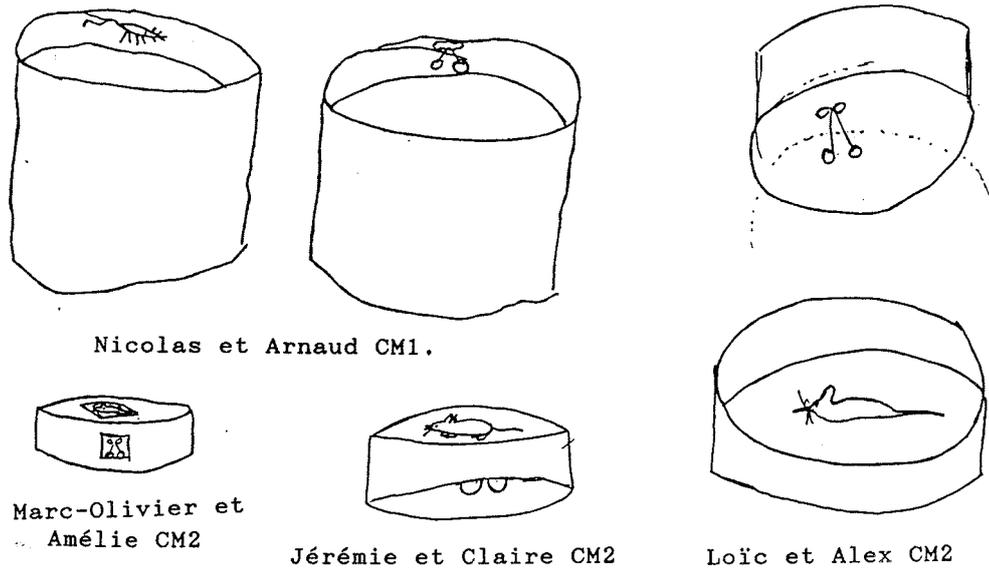
- mise en perspective de l'étiquette sur le couvercle : Marc-Olivier et Amélie ;
- deux vues : Loïc et Alex ; Nicolas et Arnaud ;
- changement de la largeur de la bande pour faire apparaître les cerises cachées par le couvercle : Jérémie et Claire. Bien des élèves aimeraient se contenter d'un seul dessin, cela en conduit certains à ces «aménagements topologiques».

* Ces derniers dessins montrent bien aussi que la largeur n'a pas besoin d'être conservée (loin s'en faut) pour que le message soit efficace.

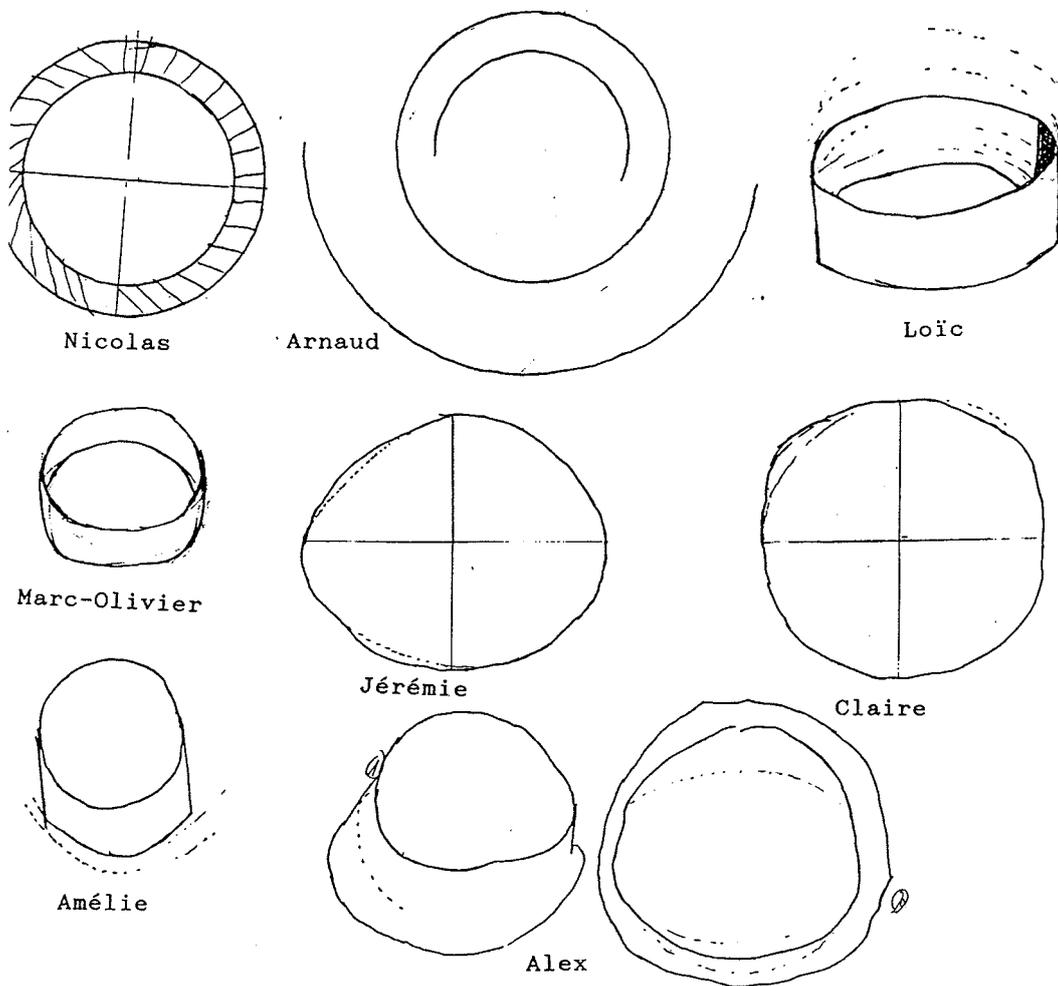
* La comparaison avec les dessins, des mêmes élèves, obtenus pour la première surface du test, laisse entrevoir leurs progrès (cf. figures 10) :

- passage du cercle à l'ovale ;
- passage de la ligne simple aux quasi-perspectives ;
- présence plus affirmée des génératrices verticales.

Ce sont ces évolutions que la cinquième partie se propose de généraliser à tous les niveaux où les activités ont été conduites.



Figures 9. Exemples de dessins produits par des élèves de CM à l'occasion des jeux de communication (hauteur 5 cm , faible par rapport au diamètre 9 cm)



Figures 10. Dessins obtenus à la première surface du test, à comparer avec les figures 9.

V - Evaluation de ces activités au travers d'un test de dessin

1 - Remarques méthodologiques.

Le point de départ de ce travail a consisté à demander aux élèves de dessiner des cylindres aux proportions variées ; il est assez naturel d'examiner si ces représentations graphiques ont évolué après que des séquences d'enseignement ont eu lieu. Aussi les élèves ont-ils été amenés à redessiner successivement les cinq surfaces cylindriques décrites dans la première partie de l'article «Comment les élèves dessinent-ils les cylindres⁶ ?»

Dessiner un cylindre posé sur une base pourrait peut-être s'apprendre à partir d'un certain âge par le biais d'exercices répétés de dessin, faisant passer l'élève d'abord assisté par le maître, de la copie raisonnée de modèles à la restitution autonome de tracés adéquats, grâce à l'automatisation d'algorithmes types. Ce n'est pas le choix qui a été fait ici.

D'une part, des séances spécifiques de dessins de cylindres n'ont été conduites qu'aux deux cours moyens, sur des durées limitées et de manière assez peu normative (cf. les analyses des situations de communication).

D'autre part, un obstacle et une limite nous ont retenu de pratiquer un conditionnement exclusif :

- Il n'est pas certain que tous les cylindres soient acceptés, interprétés comme tels, ceux en particulier dont la hauteur est faible par rapport au diamètre ; or cette reconnaissance est bien minimale pour que la procédure s'enclenche et cela requiert un temps d'apprentissage, donc d'enseignement.

- Quel est l'intérêt d'une technique si elle ne peut s'adapter ? Or cela apparaît bien vite nécessaire. Comment dessiner un cylindre allongé sur une génératrice, ou même vertical mais par exemple tangent intérieurement à un pavé droit ? Les modifications de l'algorithme exigées par ces problèmes reposent sur la coordination de connaissances sur les cylindres et des propriétés des projections, ces transformations qui appliquent parallèlement à une direction, les figures spatiales sur un plan .

Ces remarques invitent à ne tirer que des conclusions prudentes et nuancées de la seconde passation.

Celle-ci ne peut renseigner directement sur toutes les connaissances acquises à propos des cylindres, troncs de cônes et couronnes planes.

Le travail n'est pas achevé même si un grand nombre de perspectives vont être observées aux deux cours moyens. Il reste à rendre cette maîtrise durable, flexible, c'est-à-dire adaptable à d'autres modalités de présentation des cylindres, et fonctionnelle, c'est à dire utilisable dans des problèmes.

Il ne faudra pas non plus en regretter l'absence dans les autres niveaux mais s'attacher plutôt à repérer les évolutions. La portée en est d'autant moins limitée qu'elles ont été obtenues sans entraînement au dessin.

⁶ Le lecteur est invité à se reporter à cet article, dans ce numéro de la revue Grand N, pour prendre connaissance aussi des divers types de dessins réalisés par les élèves. Ceux-ci sont réunis dans les tableaux 1, 2, 6 et 7 de la deuxième partie.

2 - Comment ont évolué les représentations graphiques des deux catégories de cylindres ?

2.1 Cas des surfaces cylindriques de faible hauteur par rapport au diamètre (S1)

Le tableau 1 présente la répartition, par classe et par type, des dessins obtenus pour S1 (bande de papier uni de 3,5 cm de hauteur et de 9,5 cm de diamètre).

Type	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
I	60	5	7		11		
II	40	80	53	42	39		
III		10	7	8	14		7
IV		5	27	25	25		13
V			7	4	4		
VI				2	7	100	80

Tableau 1. Répartition en pourcentage des types de dessins pour la première surface cylindrique, à la seconde série d'épreuves.

Plusieurs conclusions peuvent en être tirées.

* Les figures de type I (lignes simples fermées) diminuent, voire disparaissent dans toutes les classes. Cette tendance est nettement confirmée dans les dessins de S3 (bande de mêmes dimensions que S1 mais avec deux faces de couleurs différentes) : leur taux tombe alors à 10 % en MS et à 0 % dans les autres classes.

* Les quasi-perspectives deviennent presque le seul type observé aux deux CM et apparaissent chez le quart des élèves de CE₁ et CE₂ pour S3.

* Les dessins sont plus diversifiés au CP que pour le premier test.

* Les figures à bord inférieur rectiligne (type IV) apparaissent assez fortement aux CP, CE₁ et CE₂ tandis que celles à bord inférieur curviligne (type V) décroissent. Les élèves tracent de plus en plus des génératrices verticales.

* Plus précisément, le tableau 2 donne les taux de passage d'un type à l'autre entre les deux tests pour S1 pour l'ensemble des élèves. Il permet de voir

- que les types les plus stables sont
 - + les courbes concentriques (type II) (la moitié des élèves les abandonnent toutefois)
 - + les figures à bord inférieur rectiligne (type IV) (mais assez rares lors de la première passation)
 - + les quasi-perspectives (type VI).
- que les évolutions se font généralement d'un type vers un autre de numéro plus grand.

type de dessin au premier test	type de dessin au second test					
	I	II	III	IV	V	VI
I	32	50	2	5		11
II	6	49	7	18	2	18
III		17	25	25		33
IV				75		25
V		7	14	14	14	50
VI						100

Tableau 2. Taux de passage (en pourcentage) d'un type de dessin à un autre, entre les deux séries d'épreuves, pour la surface S1.

2.2 Cas des surfaces de faible diamètre par rapport à la hauteur (S2)

Le tableau 3 indique les répartitions, par classe et par type des dessins obtenus pour S2 (le «rouleau») au second test. Il apparaît que :

Type	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
I	20						
II	65	5	7	13	7	12	
III	5		7	13			
IV	10	15	27		14		7
V		15	40	21	7		7
VI	5	65	27	50	43		
VII				29	29	88	87

Tableau 3. Répartition en pourcentage des types de dessins pour la deuxième surface, à la seconde série d'épreuves.

* Les ronds sont quasiment abandonnés, ils ne survivent à peine qu'en moyenne section de maternelle.

* Les perspectives deviennent largement majoritaires aux deux CM. Elles apparaissent nettement dès le CE₁ (environ 30 %).

* Les demi-rectangles (type V), les courbes à bords reliés (type VI), déjà majoritaires dans leur ensemble du CP au CE₂, le deviennent aussi en GS.

* Le tableau 4 confirme ces remarques. Les élèves semblent avoir changé plus souvent de type de dessin pour le rouleau que pour la bande.

type de dessin au premier test	type de dessin au second test						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
I	17	28		5	5	45	
II	5	38	5	19	9	19	5
III			14	14	14	58	
IV				33	33	34	
V		6	6	11	17	22	38
VI		5		7	17	37	34
VII		4			4	8	84

Tableau 4. Taux de passage (en pourcentage) d'un type de dessin à un autre, entre les deux tests, pour la surface S2.

2.3 Conclusions générales

* Entre la première et la deuxième série d'épreuves, les élèves ont évolué. Hormis ceux qui avaient déjà atteint le niveau des quasi perspectives pour la bande et des perspectives pour le rouleau, et ceux qui pour la bande proposaient des courbes concentriques ou des figures à bord inférieur rectiligne, ils ont dans une très grande majorité changé de type de dessin (cf. les tableaux 2 et 4).

* Ils l'ont fait très majoritairement aussi, dans un sens compatible avec l'ordre croissant des numéros des diverses catégories dégagées à priori parmi les dessins.

* Les dessins les plus rudimentaires ont pratiquement disparu dès la grande section de maternelle.

* Les quasi perspectives pour la bande, les perspectives pour le rouleau dominant aux deux CM, là où un enseignement de dessin a eu lieu.

* Une question peut donc se poser : n'aurait-il pas fallu démarrer l'enseignement du dessin dès le cours élémentaire de manière à conforter les 30 % de perspectives «spontanées» pour le rouleau et les 25 % de quasi perspectives pour la bande dans sa version colorée ou rayée (S3 ou S5) ?

* Ce pourrait être pour les CE2, l'une des modifications parmi d'autres à apporter aux activités proposées.

CONCLUSIONS

L'intention était de conserver les trois mêmes thèmes -observation, fabrication, représentation plane- pour chaque niveau de scolarité et d'adapter les tâches en conséquence. Cette intention est réaliste. Quelques aménagements ou compléments sont toutefois envisageables.

1 - A propos des activités de tri : pour les premiers niveaux de scolarité (MS, GS et CP), accentuer les différences entre les diamètres des deux bords des cônes tronqués et introduire plusieurs cylindres de même diamètre mais de hauteur

variant progressivement. Cela est parfaitement réalisable en sciant des manches à balai ou en découpant des bouteilles de certaines eaux minérales.

2 - Pour la consolidation du vocabulaire chez les CE₂, CM₁ et CM₂, un jeu du portrait, par écrit, peut être organisé. L'enseignant prépare un ensemble de quinze à vingt solides ou surfaces cylindriques, tronconiques, mêlés à des couronnes planes. Deux élèves choisissent et décrivent un de ces objets. Deux autres élèves doivent retrouver l'objet choisi à partir des indications données.

4 - A propos des fabrications dans les deux CM :

- Autoriser le découpage du cône tronqué fourni en modèle.
- Proposer au CM₂ de fabriquer un cylindre de mêmes dimensions qu'un cylindre modèle impossible à aplanir, en bois ou en métal par exemple. Cela permettrait de travailler plus qu'il n'a été fait ici, sur les relations entre les dimensions du cylindre et celles de son développement.

5 - A propos des représentations planes :

- Faire travailler les MS, GS, CP et CE₁ avec des jeux de construction comportant des pavés, des cubes et des cylindres et à partir de photographies (ou dessins) d'assemblages à reconstituer. Cela peut prendre la forme d'ateliers.

- Faire suivre les activités de tri, à tous les niveaux, d'une recherche par petits groupes, d'un ou plusieurs dessins pouvant convenir pour chacune des trois catégories : cylindres, cônes tronqués, couronnes planes.

- Amorcer un enseignement du dessin dès le CE₂.

- Pour introduire le travail dirigé (cf. tâche 1, dans IV), il serait intéressant de faire dessiner une bande cylindrique (ou d'utiliser les dessins du test s'il a été réalisé) et de faire comparer les figures par les élèves eux-mêmes. La divergence de leurs solutions permettrait de mieux poser les problèmes de représentation et de mieux faire sentir les articulations souhaitables entre les expériences visuelles personnelles, les connaissances géométriques sur les objets et les conventions de dessin.

- En application du travail dirigé, donner au moins deux cylindres à dessiner, de dimensions contrastées : par exemple un rouleau de papier WC et une boîte de camembert.

Certes il est vrai que représenter graphiquement un cylindre n'est pas une tâche simple. Les écueils sont nombreux, des plus généraux au plus techniques. Ils touchent

* à la signification de la tâche

Que veut dire «dessiner un objet» ? Est-ce dessiner une trace, un contour, une vue ? Le dessin doit-il être aux mêmes dimensions que l'objet ? A quoi va servir ce dessin ?

* aux conceptions relatives aux cylindres

Certains cylindres - les rouleaux - semblent plus typiques de la catégorie que d'autres - ceux dont la hauteur est faible par rapport au diamètre. Quelles ressemblances géométriques, quelles propriétés communes existent entre des objets cylindriques aux proportions variées ? Quelles images évoque le mot cylindre ? Sous quel mot désigne-t-on les divers types de cylindres ?

* aux savoirs sur les liens entre un cylindre et une de ces représentations conventionnelles

Dans quel langage formuler ces savoirs ? Comment les ancrer dans une expérience ? Faut-il s'engager sur la voie des projections ? De quel type ? Sur quel plan ? Que peut apporter l'utilisation pratique des images (dessins, photographies, vidéo) dans l'explicitation de ces savoirs ?

* à la maîtrise des tracés

Comment s'assurer du parallélisme des génératrices ? Comment obtenir des courbes satisfaisantes pour les bords ? Où placer les seuils d'acceptabilité ?

Toutefois nous ne pensons pas nécessaire d'attendre que les élèves sachent tout des projections dans l'espace et des ellipses pour commencer à travailler avec eux sur les cylindres et leurs représentations.

Puissent les analyses de représentations graphiques, les exemples d'activités, les travaux d'élèves, réunis dans cet article :

- aider à mieux cerner les difficultés et l'intérêt d'un enseignement raisonnable et progressif sur les cylindres,
- montrer que certains obstacles ne sont pas insurmontables,
- inciter à chercher d'autres activités coordonnant tous les savoirs en jeu le plus efficacement possible,
- faire en sorte modestement que la géométrie des solides et surfaces à l'école élémentaire ne soit pas exclusivement ni définitivement cubiste !

COMMENT LES ELEVES DESSINENT-ILS LES CYLINDRES ?

LES SOLIDES ET LES SURFACES CYLINDRIQUES A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE
TROISIEME PARTIE

Jean-François FAVRAT

Une démarche fréquemment encouragée dans l'enseignement des sciences expérimentales consiste, avant d'aborder un thème de travail (par exemple la nutrition, la reproduction, le cycle de l'eau,...), à recueillir les représentations qu'en ont déjà les élèves par le biais d'entretiens, de questionnaires, de dessins, etc.

L'une des préoccupations à l'origine de cette recherche sur les représentations graphiques des cylindres est assez semblable. Afin de préparer des activités à propos des cylindres pour des élèves de plusieurs niveaux de la scolarité primaire, un test collectif de dessins de cylindres a été proposé à sept classes de Lozère, de la moyenne section de maternelle au cours moyen deuxième année.

Des travaux dans le même domaine existaient déjà. En particulier, Josiane CARON-PARGUE et Jean CARON avaient déjà dressé en 1979 une typologie des dessins de cylindres réalisés par des enfants de 3 à 11 ans. Ils les avaient analysés en fonction de la nature de la tâche : dans un cas les enfants pouvaient manipuler le cylindre à dessiner, dans d'autres cas, le cylindre proposé était posé tantôt sur une génératrice tantôt sur une base sans que l'enfant puisse le manipuler.

Ils avaient utilisé un cylindre de bois de 5 cm de diamètre et 10 cm de hauteur. Mais ils ne décrivaient pas ce qui se serait passé si le rapport entre la hauteur du cylindre et son diamètre avait été différent.

En effet, le dessin par un enfant d'un cylindre plus haut que large (par exemple une boîte de conserve 4/4) ressemble-t-il au dessin d'un cylindre nettement plus large que haut (par exemple une boîte de camembert) ? Comment dans les deux cas, les élèves représentent-ils les génératrices ? leur verticalité ? leur mesure constante ? le contour des bases ? etc.

Le constat empirique de l'homogénéité ou de l'hétérogénéité des dessins ne serait pas suffisant pour guider la préparation d'activités s'il n'était pas éclairé par des modèles expliquant la genèse des représentations graphiques. Ainsi donc, après les trois premières parties présentant le matériel et les épreuves de dessin proposées aux élèves, l'analyse des productions classe par classe puis leur synthèse, une quatrième partie permettra de confronter ces résultats aux travaux antérieurs de LUQUET, PIAGET, CARON-PARGUE, COLMEZ et PARZYSZ. La conclusion esquissera quelques retombées didactiques.

I - Matériel et description des épreuves de dessin.

Les enfants doivent dessiner, à la suite, sur des feuilles séparées, cinq surfaces cylindriques différentes (appelées S1, S2, S3, S4 et S5 dans la suite de l'article). Ils peuvent faire plusieurs dessins d'une même surface ; ils peuvent les manipuler mais la position pour le dessin est imposée. Les surfaces et les feuilles sont ramassées entre chaque dessin.

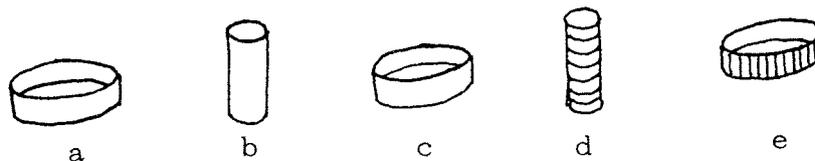
- *Cylindre n°1 (S1)* : cette surface cylindrique blanche est réalisée à partir d'une bande rectangulaire de papier de 3,5 cm sur 29,7 cm. Elle est posée comme l'indique la figure 1-a.

- *Cylindre n°2 (S2)* : il s'agit de l'intérieur, blanc ou beige, d'un rouleau de papier w. c., posé sur un de ces bords (cf. figure 1-b).

- *Cylindre n°3 (S3)* : cette surface a exactement les mêmes dimensions que la surface n°1 ; mais sa face extérieure est rouge, sa face intérieure est blanche (cf. figure 1-c). Quand les enfants ont dessiné ce cylindre, il leur est demandé de bien colorier en rouge sur leur dessin ce qui est rouge sur le cylindre.

- *Cylindre n°4 (S4)* : il a les mêmes dimensions que le cylindre n°2 ; mais le rouleau a été recouvert d'un papier blanc rayé (cf. figure 1-d).

- *Cylindre n°5 (S5)* : c'est à nouveau une bande analogue aux bandes n°1 et n°3 ; mais elle est rayée verticalement (cf. figure 1-e).



Figures 1

Organisation retenue :

Les passations ont été collectives.

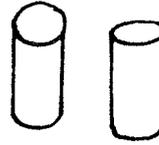
Chaque enfant a réalisé deux fois les cinq tâches à un mois d'intervalle. Les deux passations ont encadré des activités à propos des cylindres, cônes et couronnes ; elles sont décrites dans l'article «Exemple d'activités sur les cylindres dans les classes primaires» dans ce numéro de la revue **Grand N**.

Hypothèses de départ :

Toutes les surfaces proposées sont cylindriques ; leurs représentations en perspective cavalière devraient ressembler aux figures 2 pour les surfaces 1, 3 et 5, et aux figures 3 pour les surfaces 2 et 4.



Figures 2



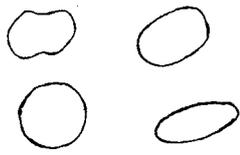
Figures 3

Ces dessins ont en commun d'être constitués d'une courbe ovale plus ou moins arrondie, de deux segments parallèles verticaux de même longueur et d'une ligne courbe pour le bord inférieur.

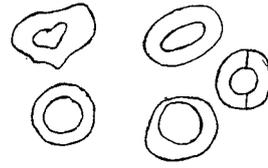
Ces surfaces ont été choisies pour tester deux hypothèses :

H1- les dessins des enfants dépendent des dimensions des cylindres proposés ; c'est-à-dire que chez le même enfant les figures pour les surfaces 1 et 2 par exemple n'ont pas les points communs évoqués ci-dessus ;

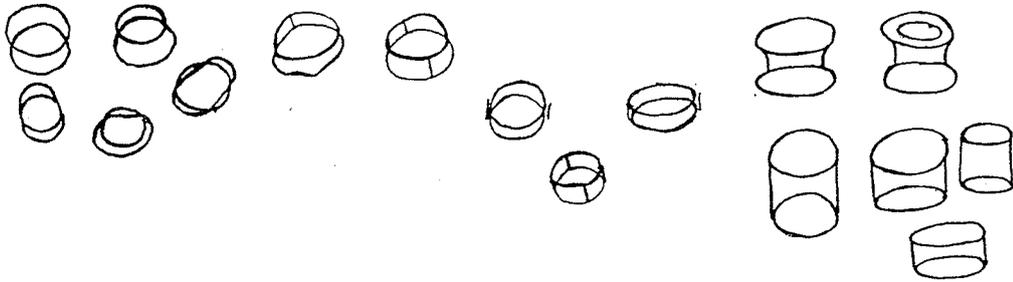
H2- les différences d'aspect de deux cylindres de mêmes dimensions peuvent conduire à des dessins différents.



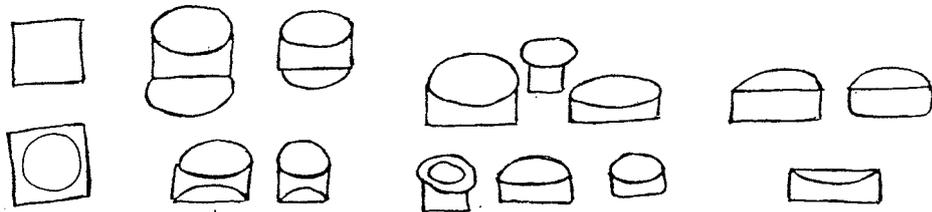
Type I : courbes simples fermées.



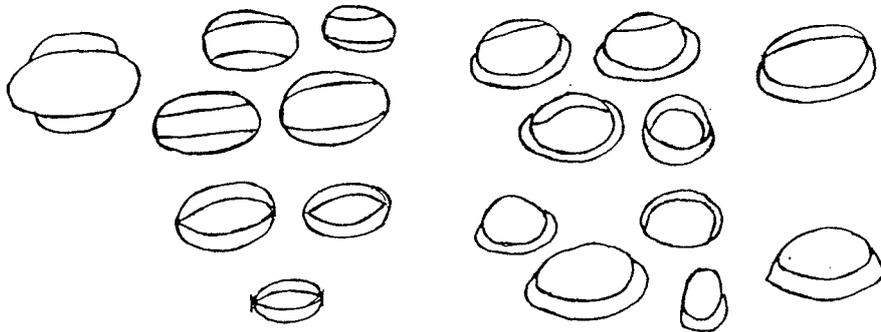
Type II : courbes concentriques.



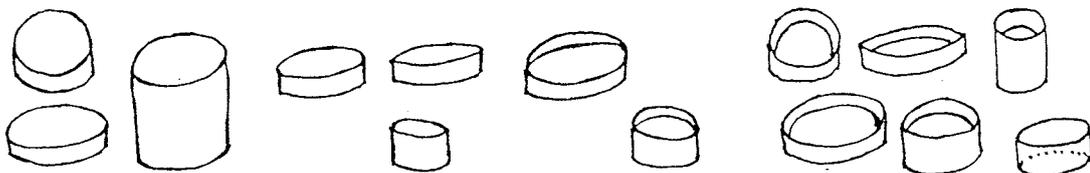
Type III : courbes décalées.



Type IV : figures à bord inférieur rectiligne.



Type V : figures à bord inférieur curviligne.



Type VI : quasi-perspectives.

Tableau 1 : Typologie des dessins de surfaces cylindriques
(bandes de papier de faible hauteur 3,5 cm par rapport au diamètre 9,5 cm).

II - Résultats de la première passation

1• Types de dessins obtenus pour la surface S1, blanche, de faible hauteur par rapport au diamètre.

Les productions ont été réparties en six catégories (cf. tableau 1).

Type I : les **courbes simples fermées**. Elles sont plus ou moins régulières, parfois circulaires, le plus souvent ovales. Elles sont largement majoritaires en moyenne section de maternelle ; leur proportion diminue en montant dans les niveaux de la scolarité, mais elles subsistent encore au CM₁ et CM₂. On voit au CM₁ des élèves utiliser leur compas pour tracer un cercle. L'aspect circulaire de la surface semble le seul restitué par ce type de dessin.

Type II : les **courbes concentriques** sont majoritaires en grande section de maternelle, au CP et au CE₁, elles existent déjà en moyenne section et perdurent jusqu'au CM₂. Ici, le dessin évoque une couronne plane, surtout quand les deux courbes sont bien parallèles, ou un tronc de cône en vue de dessus.

Type III : les **courbes décalées** n'apparaissent qu'à partir du CE₁ jusqu'au CM, et cela de façon toujours minoritaire (moins de 20 %). L'enfant traduit sans doute l'isométrie des deux bords et la différence de leur plan.

Type IV : les **figures à bord inférieur rectiligne** sont très rares (uniquement en CE₂) lors du premier test.

Type V : les **figures à bord inférieur curviligne** augmentent régulièrement, en proportion, du CE₁ au CM₂. Elles sont tracées en deux temps :

* 1er temps : l'élève dessine une courbe ovale dont la signification est le bord supérieur mais peut-être aussi le contour apparent général ou une forme globalement circulaire ;

* 2ème temps : l'élève complète avec un ou deux traits courbes.

Type VI : les **quasi-perspectives** possèdent un bord supérieur ovale ou circulaire, un bord inférieur courbe représenté en une ou deux parties ; deux segments verticaux achèvent le contour. Ces quasi-perspectives ne sont guère «spontanées» avant les CM₁ et CM₂.

Pour se rendre compte de la diversité des productions au sein d'une même classe, il suffit de se reporter au tableau 2.

Type	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
I	75	45	33	463	32	18	13
II	25	55	67	21	29	29	13
III					10	12	20
IV				13	11		
V					14	18	27
VI					4	24	55

Tableau 2. Répartition en pourcentage des types de dessins pour la première surface cylindrique (bande de papier blanc).

Deux conclusions peuvent en être tirées :

* une assez grande diversité apparaît dès le CE₁, avec des répartitions équilibrées au CM₁ et CM₂ ;

* les représentations de type «ligne fermée» ou «couronne plane» prises ensemble sont majoritaires jusqu'au CE₂.

2• Comparaison des dessins obtenus pour les trois surfaces (S1, S2, S3) de mêmes dimensions mais différentes par leur face extérieure (blanche / rouge / rayée verticalement).

Les tableaux 3 et 4 présentent les évolutions des types de dessins.

	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
Stabilité dans le type de dessin en pourcentage.	95	70	73	83	50	71	67

Tableau 3. Taux de stabilité des types de dessins obtenus pour le cylindre S1 blanc et le cylindre S3 de face extérieure rouge.

	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
Stabilité dans le type de dessin en pourcentage.	90	65	86	92	71	71	80

Tableau 4. Taux de stabilité des types de dessins obtenus pour le cylindre S3 de face extérieure rouge et le cylindre S5, de face extérieure rayée verticalement.

Dans toutes les classes, les enfants conservent majoritairement le même type de dessin pour les trois surfaces dont le diamètre est bien inférieur à la hauteur. Cela est particulièrement manifeste en moyenne section ; en revanche, dans les autres niveaux de scolarité, les évolutions se traduisent par une **nette régression des lignes simples en GS (de 45% à 15%), au CP (de 33% à 7%), ou même à leur abandon du CE au CM** : si quelques élèves dessinent encore des lignes simples pour la surface à face extérieure rouge, ils cessent de le faire pour la surface rayée verticalement.

Cet effet n'est donc pas négligeable, surtout pour les enfants de la grande section au CM dont les représentations initiales sont les plus rudimentaires.

Comment les élèves traitent-ils la couleur ou les rayures ?

Le tableau 5 présente les principales solutions trouvées par les enfants pour colorier en rouge ou représenter les rayures visibles sur la face extérieure de la surface.

Les enfants qui dessinent une ligne simple, la retracent ou parfois colorient ou hachurent son intérieur.

Sur les représentations en couronne, sur la plupart des figures à courbes décalées de type IIIa, sur certaines figures à bord inférieur courbe (type Vc), la face blanche n'est pas visible.

Les rayures ne sont pratiquement jamais verticales : elles paraissent radiales pour les couronnes ou rabattues pour les dessins de types III et V.

Les rayures sont verticales

- * parfois en maternelle à l'intérieur des lignes simples,
- * pour les quelques dessins à bord inférieur rectiligne,
- * toujours dans les quasi-perspectives.

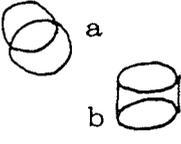
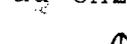
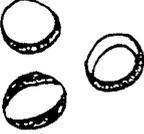
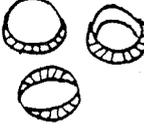
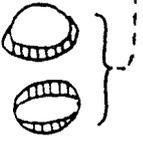
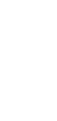
Type de représentation	Couleur rouge		Rayures verticales	
	en général	parfois	en général	parfois
I 				
II 				
III 				
IV 				
V 				
VI 				

Tableau 5. Manières de rendre la couleur ou les rayures de la face extérieure sur les dessins de surfaces cylindriques.

3• Types de dessins obtenus pour la surface cylindrique de faible diamètre par rapport à sa hauteur et évolution de ces dessins selon le niveau de scolarité.

Là, les dessins ont été répartis en sept catégories (cf. tableau 6).

Type I : les «**ronds**». Les enfants dessinent une ligne fermée, très souvent arrondie. Plus rarement, ils dessinent deux cercles concentriques ou tangents. Ce type de dessin ne se rencontre pratiquement qu'en maternelle.

Type II : les «**contours simples allongés**». Les enfants ne dessinent qu'une ligne fermée : quadrilatère allongé, rectangle, ovale d'axe vertical, rectangle aux coins arrondis, etc. Ces dessins relèvent d'enfants jeunes (MS, GS, CP).

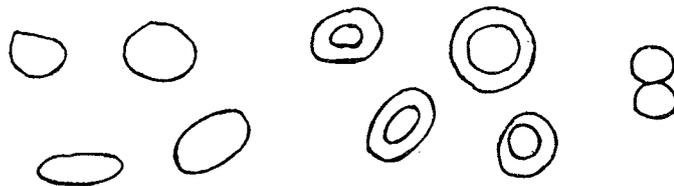
Type III : les «**contours curvilignes**» forment une catégorie assez peu nombreuse. Les enfants dessinent une ligne fermée, sans angle droit, à laquelle ils ajoutent un ou deux arcs intérieurs ou extérieurs, voire un cercle.

Type IV : les «**rectangles à bords**». Les enfants dessinent un rectangle qu'ils complètent de deux cercles ou d'un ou deux arcs, intérieurs ou extérieurs, représentant probablement les bords circulaires de la surface. En proportion non négligeable en grande section, ils finissent par disparaître à partir du CM₁.

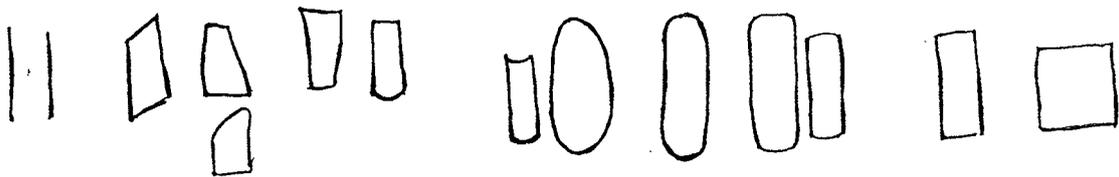
Type V : les «**demi-rectangles à bords**». Trois côtés seulement du rectangle subsistent. Cette catégorie s'étale sur tous les niveaux de la scolarité sauf en moyenne section de maternelle.

Type VI : les «**bords reliés**». Les enfants de la grande section de maternelle au CM₂, mais surtout aux CE₁-CE₂, dessinent d'abord les deux bords puis les relie. Chez les plus jeunes ou les plus maladroits, ces «**génératrices**» utilisées pour figurer le contour apparent sont plus ou moins parallèles, plus ou moins tangentes aux deux bords.

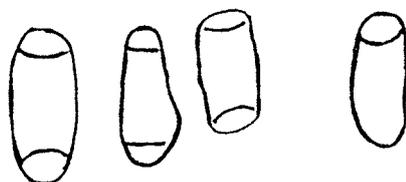
Type VII : les «**perspectives**» apparaissent dès le CE₂ pour devenir majoritaires au CM₂.



Type I : les «ronds»



Type II : les «contours simples allongés»



Type III : les «contours curvilignes»

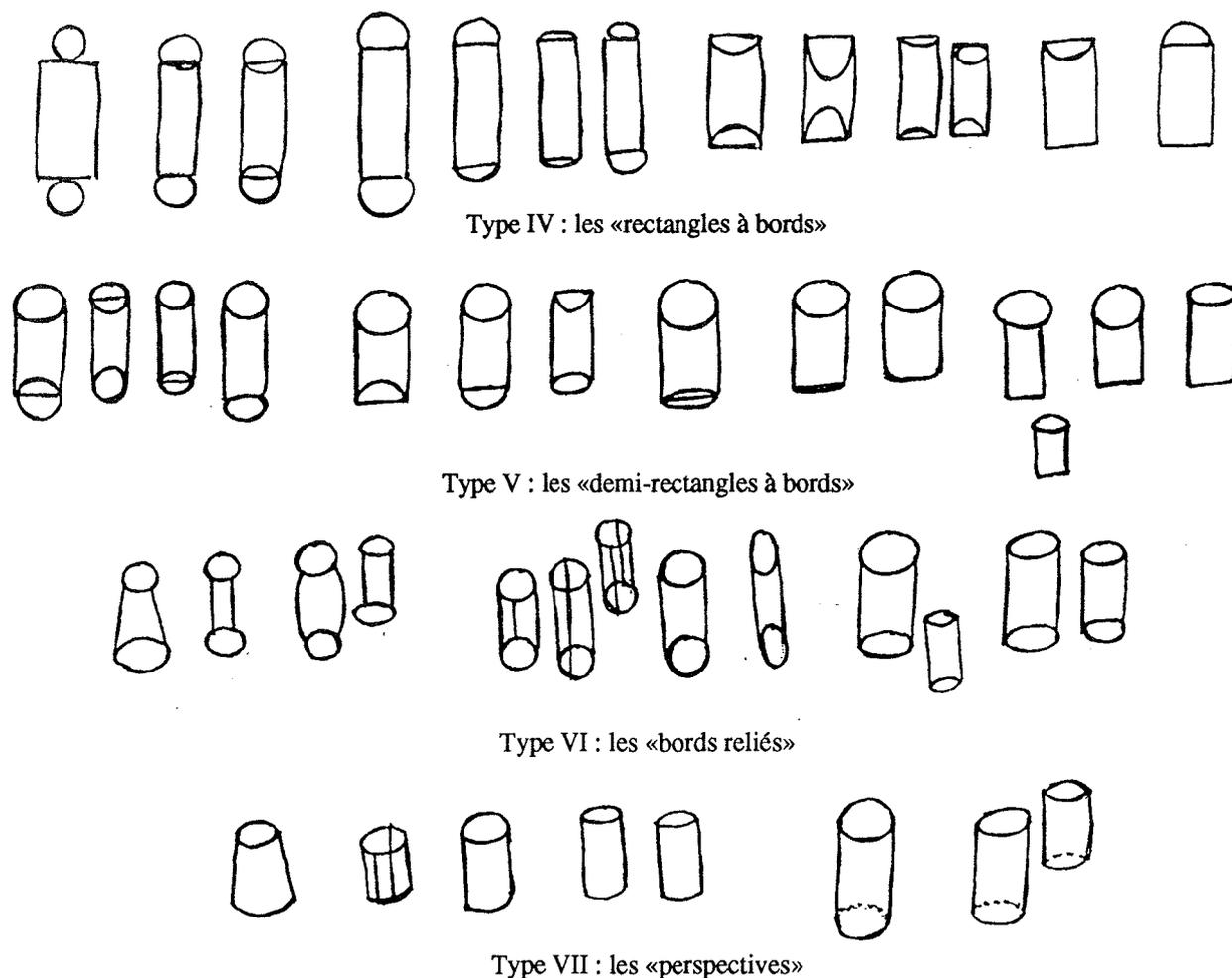


Tableau 6. Typologie des dessins de surfaces cylindriques (hauteur 10 cm, diamètre : 4,5 cm).

Le tableau 7 montre que les enfants de maternelle se contentent de figures de type I ou II alors qu'à partir du CE₁ les figures constituées de deux courbes reliées ou les perspectives deviennent majoritaires.

Type	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
I	50	40			3		
II	50	30	20			6	
III			20	13	4		
IV		15	7	4	3		
V		5	27	17	14	24	7
VI		10	27	67	54	24	20
VII					21	47	73

Tableau 7. Répartition des types de représentation obtenues pour le dessin d'une surface cylindrique (hauteur supérieure au diamètre).

Quels changements entraîne la présence de rayures circulaires sur la surface ?

La présence de rayures sur la face extérieure du cylindre affecte assez peu les types de dessin (cf. tableau 8).

	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
Stabilité dans le type de dessin en pourcentage.	95	65	60	88	68	82	73

Tableau 8. Taux de stabilité des types de dessins obtenus pour le cylindre S2 de face extérieure unie et le cylindre S4 présentant des rayures parallèles aux bords.

Il est difficile de dégager des évolutions générales chez les enfants qui changent de type de dessin.

En moyenne section, quelques enfants abandonnent les ronds (type I-a) pour les figures allongées (type II), d'autres emboîtent des cercles (type I-b).

Du CP au CM, certains élèves, pour rendre leurs rayures horizontales, passent d'un dessin du type VI à un autre du type V, IV ou II et font ainsi apparaître des rectangles ou des demi-rectangles.

Du CE au CM₂, quelques enfants proposent des perspectives (type VII) bien qu'ils n'en aient pas proposé pour les cylindres unis.

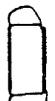
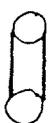
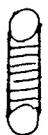
Types de représentation	En général	Parfois
I a  b 	 	 
II  	 	 
III 		
IV  	 	 
V 		
VI 		    
VII 		

Tableau 9. Manières de traiter les rayures horizontales sur les dessins de cylindre.

Paradoxalement, les rayures avaient été dessinées sur la surface S4, pour induire le parallélisme des deux bords, elles semblent n'avoir pas eu d'autre effet que d'accentuer l'horizontalité de ces bords.

En effet, d'une manière générale (cf. tableau 9) les enfants dessinent des traits horizontaux sauf pour les perspectives (au CM₁ et CM₂, essentiellement).

4• Comparaison des représentations obtenues pour les deux premières surfaces cylindriques : bande S1 / rouleau S2.

La «bande» S1, blanche, a la particularité d'avoir une faible hauteur par rapport à son diamètre tandis que pour le «rouleau» S2, c'est le contraire.

La différence principale concerne bien sûr la présence ou non de génératrices verticales dans les dessins. Le survol des deux tableaux 1 et 6 met en évidence cette opposition qualitative.

Quantitativement les taux de dessins ressemblants évoluent selon les niveaux de la scolarité ; les tableaux 2 et 7 permettent de préciser.

En maternelle et au CP, le dessin pour la surface S1 est toujours soit une courbe arrondie soit une couronne, tandis que pour S2, 50 % des dessins en MS, 60 % en GS, 100 % au CP ont des formes nettement allongées (des types II, III, IV, V et VI).

Aux CE₁ et CE₂, les dessins pour S1 sont majoritairement des courbes simples arrondies ou des couronnes (67 % au CE₁ et 61 % au CE₂), alors que pour S2, les dessins sont presque tous des «rectangles à bords», des «demi-rectangles», des "bords reliés" ou des «perspectives» (87 % au CE₁ et 92 % au CE₂).

Très précisément, les répartitions entre les divers types de dessins au CE₁ et au CE₂ sont présentées dans les tableaux 10 et 11. Les productions ressemblantes y sont accompagnées d'un astérisque. Leur taux ne dépasse pas 30 %.

Bande S1		Rouleau S2	
Courbes simples fermées	} 67 %	Contours curvilignes	67 %
Courbes concentriques		Rectangles à bords	
		Demi-rectangles à bords	
		Bords reliés	
Figures à bord inférieur curviligne	13 %	Demi-rectangles à bords	5 %
		Contours curvilignes	8 %
Lignes courbes décalées (ou reliées)	21 %	Bords reliés	21 %

Tableau 10 : Répartition des divers types de dessins pour les surfaces S1 et S2, au CE₁.

Bande S1		Rouleau S2	
Courbes simples fermées	32 % →	Courbes simples fermées	3 %
Couronnes	29 % →	Dessins avec génératrices verticales apparentes	58 %
Courbes décalées	11 % →	Bords reliés	7 %
		Demi-rectangles	4 %
Figures à bord inférieur rectiligne	} 25 % →	Bords reliés	11 %
Figures à bord inférieur curviligne		Perspectives	14 %
Quasi-perspectives	4 %	Demi-rectangles	4 %

Tableau 11 : Répartition des divers types de dessins pour les surfaces S1 et S2, au CE2.

Au CM₁ (et au CM₂), les génératrices verticales sont absentes de 65 % (54 % respectivement) des dessins de la surface S1 ; elles sont en revanche présentes dans l'intégralité des dessins de la surface S2. Seules les courbes décalées et les quasi-perspectives pour S1 ressemblent aux perspectives ou aux figures à bords reliés pour S2 (30 % au CM₁ et 47 % au CM₂).

Conclusions :

* Les taux de productions ressemblantes sont réunis dans le tableau 12.

Classe	MS	GS	CP	CE ₁	CE ₂	CM ₁	CM ₂
taux	50 %	40 %	0 %	29 %	11 %	03 %	47 %

Tableau 12 : Taux de dessins ressemblants pour les surfaces S1 et S2.

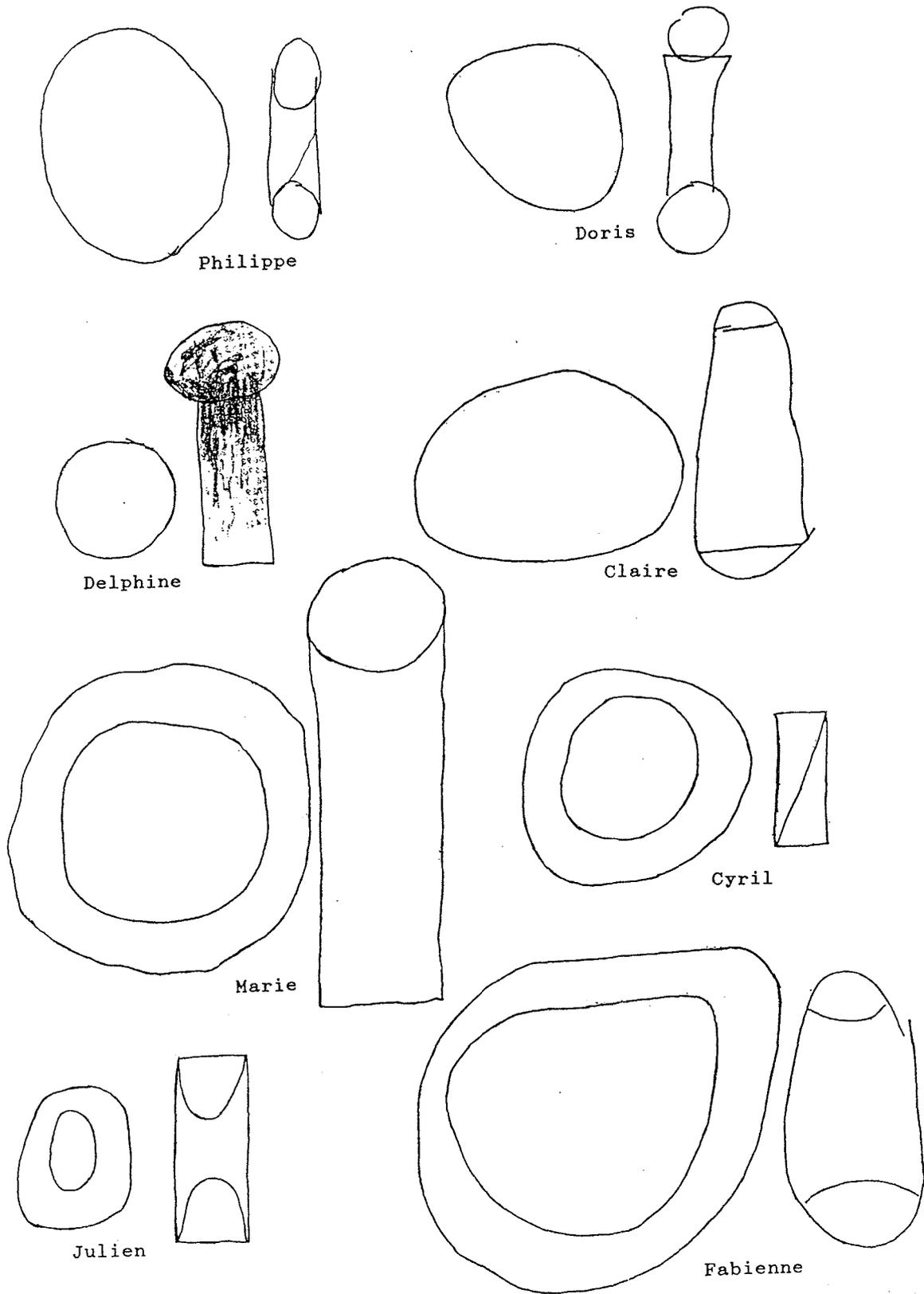
* Ces taux sont plus élevés dans les niveaux extrêmes parce qu'en maternelle, beaucoup de dessins sont de simples lignes fermées arrondies, parce qu'aussi en CM₂, les quasi-perspectives (pour S1) et les perspectives (pour S2) sont majoritaires.

* Jusqu'au CE₂, les dessins des bandes S1 sont essentiellement des lignes simples arrondies ou des couronnes, alors que les dessins du rouleau S2 se diversifient très tôt : formes allongées en MS, GS, CP, rectangles avec bords, demi-rectangles en CE₂.

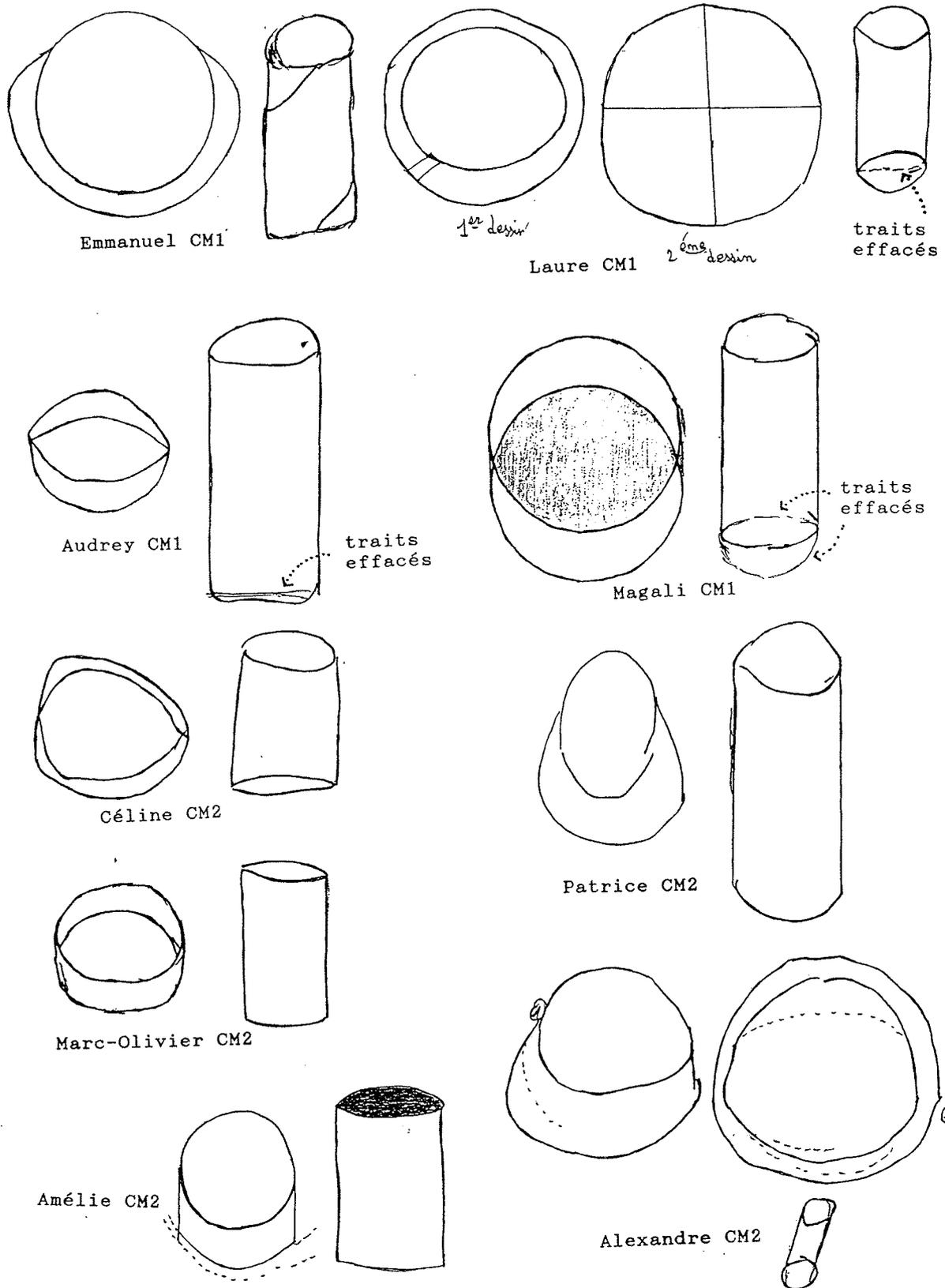
Les dessins de CP reproduits ici illustrent bien cette diversification (cf. figures 4).

* Au CM₁ et CM₂, d'où viennent les différences ?

Comme pour les niveaux antérieurs, les lignes simples ou les couronnes dessinées pour la bande disparaissent pour le rouleau. Les figures à bord courbe obtenues pour la bande, où les génératrices ne sont pas encore redressées, laissent la place, pour le rouleau, à des figures où le contour est nettement délimité grâce à deux traits verticaux (cf. parmi les figures 5, celles de Céline, Patrice, Alexandre et Emmanuel).



Figures 4. Exemples de dessins de bandes et de rouleaux, enfants de CP.



Figures 5. Exemples de dessins de bandes et de rouleaux, enfants de CM₁ et CM₂.

III - Synthèse

Recueillir les dessins de surfaces cylindriques de la moyenne section de maternelle au CM₂ a permis de dresser un panorama des représentations possibles (cf. tableaux 1 et 6) et d'analyser l'influence de quelques paramètres de présentation.

Le choix du matériel résultait en effet du souhait de tester deux hypothèses : elles se trouvent inégalement confirmées.

* Les représentations graphiques des surfaces cylindriques dépendent du diamètre, de la hauteur et de leur rapport, puisque les dessins obtenus pour la bande de faible hauteur et ceux pour le rouleau sont différents pour la majorité des élèves. Ces différences se manifestent beaucoup plus aux CP, CE₁ et CE₂ qu'aux autres niveaux de la scolarité.

* En revanche, l'aspect extérieur de la surface a peu d'effet sur les représentations. La face extérieure de la bande, colorée ou rayée verticalement, a conduit certains enfants seulement à changer de type de dessins : ceux qui n'avaient dessiné qu'une ligne simple ont proposé une couronne. Les autres élèves ne changent guère.

Les analyses et les conclusions précédentes rappellent que **chez un enfant les dessins sont divers, dépendent des dimensions de la surface et peuvent dans certains cas évoluer pour une même surface.** Il peut résulter à juste titre de ce travail une impression de **très grande hétérogénéité des productions** malgré les classifications opérées (cf. les tableaux 2 et 7).

Toutefois, pour fixer des grands points de repère, en prenant appui sur les types de dessins qui arrivent à être majoritaires dans au moins une classe, il est possible de dégager trois grandes catégories, dominant l'ensemble.

a) Les courbes simples :

- pour la bande : arrondies ou ovales, majoritaires en MS (type I, tableau 1),
- pour le rouleau : formes arrondies ou allongées, majoritaires en MS et GS (Types I simples et types II fermées, tableau 6).

b) Les figures à bords parallèles :

- pour la bande : couronnes majoritaires en GS, CP et CE₁ (type II, tableau 1)
- pour le rouleau : deux courbes fermées, parfois circulaires, reliées par deux traits, majoritaires aux CE₁, et CE₂ (type VI, tableau 6).

c) Les quasi-perspectives : le bord supérieur est plus ou moins ovale, le bord inférieur est représenté partiellement, deux génératrices verticales complètent le contour;

- pour la bande : majoritaires au CM₂ (type VI, tableau 1)
- pour le rouleau : presque majoritaires au CM₁, majoritaires au CM₂ (type VII, tableau 6)

Chaque catégorie peut être mise en relation avec les **algorithmes de tracés** qu'elle suppose :

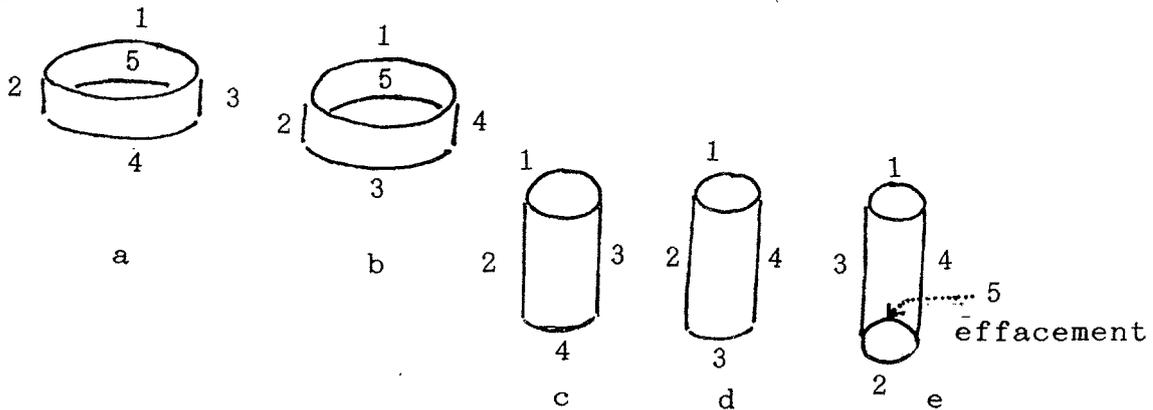
a) Les courbes simples ne nécessitent pas de lever le crayon pour être tracées.

b) Les figures à deux bords parallèles peuvent être exécutées de manière modulaire, séquentielle :

- pour la bande : tracer une courbe arrondie puis une autre,
- pour le rouleau : tracer un cercle ou un ovale, en tracer un second, puis relier ces deux courbes par deux traits plus ou moins parallèles.

c) Les quasi-perspectives demandent plutôt que les tracés des bords et du contour soient interrompus, imbriqués voire effacés, en quelque sorte conduits en parallèle.

Les figures 6 illustrent des ordres possibles et observés de tracés : un numéro permet de situer chronologiquement chaque fragment du dessin.



Figures 6.

Enfin chaque grande catégorie se révèle typique **d'un mode de représentation particulier.**

a) Les courbes simples sont proposées comme représentant unique, global, peu décomposé ; au choix et selon la surface considérée : un cercle, un ovale, un rectangle, un rectangle aux sommets arrondis...

b) Les figures à deux bords parallèles témoignent plutôt de la multiplicité des informations à restituer :

- pour la bande : les deux courbes correspondent aux deux bords que des segments viennent parfois relier,
- pour le rouleau : les deux courbes extérieures l'une à l'autre sont reliées par deux lignes assurant ainsi à la fois la réunification de l'objet en un tout et la traduction de la verticalité.

c) Les quasi-perspectives manifestent la coordination des divers éléments du dessin entre eux ; la surface est verticale, circulaire, non transparente.

A côté de ces trois grandes catégories de dessins, gravitent des figures parfois assez nombreuses mais qui n'arrivent à être majoritaires ni dans une classe ni dans l'ensemble des productions bien qu'elles apparaissent dans plusieurs classes :

a) **Pour le rouleau. Les «rectangles à bords» ou les «demi-rectangles à bords»** (cf. tableau 6, types IV et V) témoignent des compromis pour restituer trois informations perçues sur la surface :

- * verticalité des génératrices rendue par un rectangle qui est justement une vue de face du cylindre,
- * bord circulaire supérieur, entièrement visible qui entre en conflit, sur les dessins, avec la largeur supérieure du rectangle,
- * bord circulaire inférieur, partiellement visible : faut-il le tracer horizontal, l'incurver aux extrémités, en faire un arc de cercle ?

Dans la recherche de solution que constituent les dessins de ces deux types, le rectangle est souvent sacrifié, ainsi que la similitude de traitement des deux bords.

b) **Pour la bande. Avec les «courbes décalées» et les «figures à bord inférieur curviligne»** (cf. tableau 1, types III et V), les élèves s'attaquent à un problème apparemment différent de celui du rouleau :

- * restituer l'entrecroisement des deux bords circulaires : le bord inférieur cesse à deux endroits d'être visible !
- * maintenir constante la largeur entre les deux bords ;
- * discriminer des éléments verticaux dans le contour global.

De ces contraintes, la première et la troisième sont rarement conciliées.

Une solution à ces deux problèmes pourrait être la même : en voici une qui repose sur des propriétés simples des surfaces cylindriques :

- dessiner les deux bords circulaires l'un au dessus de l'autre,
- relier ces deux lignes par deux tangentes verticales,
- effacer ce qui du bord inférieur doit être masqué par la face extérieure.

Que nous montrent les travaux d'élèves ?

- Cette solution est plus vite approchée pour le rouleau que pour la bande.
- Cette solution n'est guère facilitée pour la bande par la distinction des couleurs, tout simplement parce que la couleur est mise en place après les tracés sur lesquels les enfants reviennent peu.
- Cette solution présuppose l'effacement d'un tracé : beaucoup d'élèves en réalité obtiennent l'allure de la perspective sans tracer les deux bords en entier, rappelant en cela le peu de goût, déjà observé ailleurs, que les élèves de l'élémentaire ont pour les tracés auxiliaires¹. 8 % seulement des élèves accrédités d'une perspective pour le rouleau ont dessiné intégralement le bord inférieur pour l'effacer en partie ensuite.
- Pour le rouleau, soit les élèves parviennent aux deux premières étapes et n'effectuent pas l'effacement terminal, soit ils réalisent les seuls tracés visibles (cf. les figures 6-c et 6-d).

¹ Quand les élèves de CM doivent reproduire des figures planes où la prise en compte d'alignements faciliterait les tracés, il est rare de les voir exécuter des tracés auxiliaires (droite de support pour les points ou segments alignés). Les élèves réalisent les tracés les uns après les autres, sans se préoccuper trop, dans un souci de planification préalable, de ce qui pourrait garantir une plus grande précision. (cf. J.-F. FAVRAT *Tracés aux instruments et raisonnements géométriques : des exemples de consignes*, Grand N n°49, IREM de Grenoble)

- Pour la bande, ils escamotent la partie arrière du bord inférieur ou échouent à trouver une solution de continuité pour les deux arcs (cf. la quasi-totalité des figures du tableau 1).

Force est donc de reconnaître que beaucoup d'enfants au CM₂ arrivent à une représentation graphique, au moins pour le rouleau, proche de la perspective, sans passer par la construction commode mais sans doute trop savante ou trop rationnelle, évoquée ci-dessus. Il reste à comprendre pour quelles raisons et par quels procédés ils y parviennent. Pour cela divers auteurs ont été très utiles.

A suivre G.H.LUQUET [*Le dessin enfantin*, 1927] et J.PIAGET [avec Bärbel INHELDER, *La représentation de l'espace chez l'enfant*, 1948], à partir d'un certain âge, les enfants seraient mûrs, dans des sens à expliciter, pour ne dessiner que ce qu'ils voient et comme ils le voient.

Est-ce toutefois la seule hypothèse possible ?

En fait, les travaux d'autres auteurs nous ont intéressé dans cette recherche d'explication : ceux de François COLMEZ et Bernard PARZYSZ [*Le vu et le su dans l'évolution des dessins de pyramides, du CE₂ à la seconde*, 1993] se situent dans la lignée des précédents tandis que ceux de Josiane CARON-PARGUE [*Le dessin du cube chez l'enfant*, 1985 et avec J.CARON, *Étude des codages de propriétés spatiales chez des enfants de 3 à 11 ans*, 1979] sont une tentative de décrire avec minutie les filiations possibles entre les diverses représentations graphiques d'un même solide sans les expliquer toutes par des progrès recherchés par l'enfant vers la perspective visuelle dont on sait qu'elle n'est pas le seul moyen de représenter des objets, la perspective cavalière en constituant un autre.

Une présentation minimale des analyses respectives de ces auteurs est nécessaire pour en situer quelques enjeux.

IV - Éclairages en provenance des travaux de G.H.LUQUET, J.PIAGER, F.COLMEZ, B.PARZYSZ et J.CARON-PARGUE.

«Nul terme, affirme LUQUET (p.99), ne convient mieux que celui de réalisme pour caractériser dans son ensemble le dessin enfantin». Il dégage quatre phases quelque peu imbriquées les unes dans les autres, de durées variables depuis les premiers tracés intentionnels jusqu'à l'accès empirique à la perspective :

- Le «**réalisme fortuit**» (aux alentours de la 3^{ème} année)² se caractérise par des tracés plus ou moins maîtrisés, répondant autant à un besoin de dépense motrice qu'à un désir d'imitation de l'adulte qui dessine. Les dessins obtenus ne sont qu'accidentellement et grossièrement ressemblants, mais cela suffit pour que l'enfant finisse par leur appliquer de bon gré une interprétation (p.113) parfois changeante.

- Le «**réalisme manqué**» (entre 4 ans et 5 ans et demi) succède progressivement à cette première phase. L'intention clairement affichée de représenter des situations, des personnages, des objets, rencontre toutefois de nombreux obstacles essentiellement physiques (motricité), attentionnels (fatigue, changement fréquent de

² Les indications d'âge sont déduites des exemples que LUQUET cite.

projet, oubliés) et aboutit à une imperfection générale du dessin (p.121) que LUQUET qualifie d'«incapacité synthétique» : incapacité à rendre compte des proportions, des relations de juxtaposition, d'intériorité, etc.

- Le «**réalisme intellectuel**» s'étend ensuite de 6 à 8 ans. Pendant cette phase, l'enfant dessine tout ce qu'il sait de l'objet en utilisant des procédés systématiques (p.132) :

- * différenciation et accumulation de détails jugés essentiels,
- * transparence des parois, des faces,
- * vues de dessus et vues de face réunies,
- * rabattement de certaines parties latérales.

La multiplicité, la simultanéité de ces procédés sont interprétées (p.144) comme autant de «points de vue» mis à plat, juxtaposés.

- Pendant la période dite du «**réalisme visuel**» (dès 8-9 ans avec de grandes disparités entre les enfants, p.154), l'enfant essaye de limiter ses tracés à ce qu'il voit, abandonne certains des procédés précédents, coordonne mieux ses divers points de vue car il semble plus à même de partager son attention entre l'observation de l'objet, l'exécution du dessin, l'examen des contradictions qu'il recèle (p.153).

Jusqu'à cette phase, plusieurs raisons ralentissent l'évolution des dessins et rendent difficile l'émergence pratique de la perspective visuelle : outre celles déjà évoquées, LUQUET insiste sur :

* la force des habitudes, dont celle de «conserver le même type de dessin pour un même objet», véritable «routine», «automatisme» (p.45),

* celle aussi qui consiste à dessiner de mémoire plutôt que de le faire en regardant l'objet même quand il est en sa présence. La référence d'un dessin est donc moins l'objet lui-même que ce que LUQUET appelle le «modèle interne» (p.64), constitué d'une ou plusieurs images mentales que l'enfant a construites.

PIAGET reprend à son compte (p.65) les trois derniers stades décrits par LUQUET ainsi que certaines de ses explications sur la longévité du «réalisme intellectuel» mais propose d'autres interprétations à l'évolution des représentations graphiques, confortées par des observations réalisées lors d'expériences qui nous concernent particulièrement : les dessins de disques présentés aux enfants sous des inclinaisons diverses, les dessins de patrons de cylindres, les dessins d'une route bordée d'arbres ou d'une voie ferrée rectiligne.

Première série de résultats :

- Jusqu'à 6-7 ans, les dessins d'un disque ne semblent pas dépendre de l'angle sous lequel il est vu (p.206) : les enfants dessinent un cercle à chaque fois. Paradoxalement, ils peuvent parfaitement exprimer qu'un disque penché est vu aplati et néanmoins en réaliser un dessin circulaire.

- A partir de 7 ans, les débuts de la perspective se manifestent par des modifications qualitatives : les disques sont représentés sous la forme de demi-disques, des ellipses, voire des arcs (p.207). La représentation en «perspective» se manifeste par des déformations diverses: dislocations, dessins partiels...

- A partir de 9 ans, les enfants dessinent des ovales qui s'aplatissent en même temps que le disque s'incline ; les modifications dues au dessin sont gérées comme des transformations continues.

Deuxième série de résultats :

- Jusqu'à 7 ans, les dessins de développements de cylindres ne sont guère différents des dessins de cylindres eux-mêmes (p.329).

- A partir de 9 ans, seulement les dessins de développements comportent systématiquement deux disques et un rectangle de largeur nettement supérieure au diamètre des disques.

- Entre-temps, l'enfant semble tout autant vouloir représenter le déploiement du cylindre que son développement, résultat de cette action (p.335).

Troisième série de résultats :

- Jusqu'à 6-7 ans, les rails sont dessinés parallèles, les arbres sont rabattus.

- A partir de 7 ans, l'espacement des rails, la largeur de la route ne sont pas constants. Les bords d'abord quasi parallèles, se rapprochent brusquement. Les arbres sont redressés.

- A partir de 9 ans, l'écartement des rails, l'écart entre les travées, leur longueur, la largeur de la route, diminuent régulièrement ainsi que la taille des arbres.

Pour PIAGET, ces observations sont cohérentes avec les hypothèses générales suivantes :

- Avant 7 ans, les enfants n'ont pas conscience de leur point de vue personnel sur les objets ; «ils s'attachent à l'objet en lui-même, auquel ils prêtent ainsi une sorte de pseudo-constance de la forme en vertu de ce mécanisme courant selon lequel l'inconscience du point de vue subjectif engendre de faux-absolus» (p.212).

- A partir de 7 ans, l'enfant commence à tenir compte des points de vue différents, mais il faut attendre 9 ans pour qu'il maîtrise quantitativement certaines des transformations que les changements d'angles de vue d'un même objet imposent.

Les travaux de LUQUET et PIAGET nous fournissent ainsi deux types d'aides et nous posent quelques questions :

a) Ils nous incitent d'une part à rechercher l'expression de trois étapes principales dans la genèse des représentations graphiques des surfaces cylindriques. Le tableau 13 met en vis à vis les paliers décrits par LUQUET et PIAGET avec les types de dessins majoritaires dans les classes pour les deux modèles de surfaces, la bande et le rouleau. Il apparaît que :

* Il est possible dans chaque cas de discerner trois niveaux A,B, C avec des décalages notables toutefois.

* Les perspectives sont nettement plus tardives que ne le laissent prévoir les indications de LUQUET ou PIAGET.

* Les lignes simples et les lignes concentriques pour la surface cylindrique de faible hauteur par rapport au diamètre, posent un problème d'interprétation, car elles sont largement majoritaires jusqu'au CE2. En particulier, faut-il considérer les secondes, avant un certain âge (6-7 ans) comme des représentations topologiques de la bande assimilée à une couronne plane et ensuite seulement comme des vues de dessus à regrouper avec la frange de dessins intermédiaires qui suit ? Les colonnes du tableau 13 seraient alors plus homogènes entre elles.

âge ou classe	étapes décrites par		Types de dessins majoritaires	
	LUQUET	PIAGET	cylindre S1 (bande)	cylindre S2 (rouleau)
MS	incapacité synthétique	indifférenciation des points de vue	lignes simples ou couronnes	lignes simples A
5	A	les objets sont toujours dessinés sous la même forme	types I ou II regroupés	types I ou II regroupés
GS				
6	réalisme intellectuel	A	A	dessins intermédiaires
CP				
7				
CE1	B	prise de conscience du point de vue propre.		types III, IV, V, VI regroupés
8				
CE2	réalisme visuel	déformations traduisant des essais de perspective B		
9				
CM1				
		Coordination des divers points de vue Dessins en perspective visuelle	dessins intermédiaires types III, IV, V regroupés B	B
10				
CM2			quasi-perspectives	perspectives
11	C	C	types VI C	types VII C

Tableau 13. Étapes comparées des évolutions des dessins de surfaces cylindriques.

b) Ils nous font comprendre d'autre part pourquoi les dessins évoluent vers des solutions proches des perspectives habituelles.

Pour LUQUET : l'exécution des tracés, leur analyse et l'observation des objets finissent par être conduites de pair ; cela permet la prise de conscience des contradictions entre le dessin et l'objet perçu, et favorise leur correction.

Il est en effet frappant de constater, chez les jeunes enfants, comme l'observation est brève, réduite à un aperçu initial, suivie par des exécutions de durée variable : pour certains celle-ci est expéditive, d'autres en revanche s'appliquent à rectifier ou arrondir leurs tracés, les effacent, les reprennent mais en ne regardant plus la surface modèle.

Pour PIAGET, c'est la notion de point de vue qui devient opérationnelle. Il devient clair à l'enfant que son dessin dépend de sa position par rapport à l'objet ; il maîtrise certains des effets liés aux projections : déformation continue des cercles en ovales, convergence apparente des fuyantes, masquage de certaines parties par d'autres, etc.

Ainsi, par exemple, il n'est pas rare de voir les élèves de cours moyen prendre du recul par rapport à la surface, s'abaisser pour avoir une vue moins plongeante, adopter après quelques essais une posture qui leur convienne pour l'observation.

Toutefois les explications de PIAGET et celles plus pragmatiques de LUQUET, pour structurantes qu'elles soient, mériteraient d'être complétées sur plusieurs points.

a) Il faudrait se demander si la tâche qui consiste à représenter un cylindre, chez les jeunes enfants, a bien la même signification que pour l'adulte. Certains enfants jusqu'au CP ont en effet le réflexe de placer la surface sur leur feuille pour en tracer le contour. Ce comportement peut être rapproché de la pratique fréquente dans les premiers niveaux de scolarité consistant à poser des disques ou boîtes sur des feuilles pour dessiner des «ronds», terme souvent utilisé à ces âges-là pour désigner les cylindres.

b) Pourquoi y a-t-il des décalages entre les représentations des deux types de cylindres ? Quel est le rôle de la perception ?

c) En quoi consiste le «modèle interne» évoqué par LUQUET ? Comment se construit-il ? Pour pouvoir jouer ce rôle de référent mémorisé, régulateur, correcteur des représentations graphiques, intervient-il aussi lors de la perception ?

d) La notion de point de vue a un statut assez flou.

Sur le plan cognitif, PIAGET nous conseille déjà la prudence. Mais même quand cette notion semble selon lui maîtrisée, tous les problèmes ne sont pas résolus ; ainsi au CM₂, les deux bords du rouleau sont encore souvent dessinés intégralement comme si ce cylindre était transparent, alors que le bord inférieur de la bande est lui «à moitié» escamoté sur les dessins bien qu'en grande partie visible sur l'objet.

Il faudrait aussi pouvoir déterminer si le dessin produit par un enfant correspond bien à son point de vue réel, actuel. N'est-ce pas plutôt un ensemble de points de vue assez proches, résultant de l'observation du cylindre à divers moments du tracé (l'enfant changeant un peu de position pour mieux analyser chaque détail) ? N'est-ce pas un point de vue potentiel, quelque peu stéréotypé (les mimiques d'ajustement postural observées chez certains enfants avant de commencer leur dessin servant à

retrouver ce point de vue) ? N'est-ce pas un point de vue partiel traduisant l'attention toute particulière portée à un trait dominant de l'objet ?

F.COLMEZ et B.PARZYSZ se sont posé la question de l'importance du point de vue chez des enfants pour lesquels la notion semblait pertinente d'après PIAGET. Ils ont proposé à des élèves de 8 à 17 ans, (c'est-à-dire du CE₂ à la Seconde) de dessiner des pyramides à base carrée en croisant quatre variables qui étaient (p.40) :

- * la mise à disposition d'une pyramide par élève, uniquement pendant le temps de présentation et de description de l'objet,
- * la conservation de l'objet pendant le dessin,
- * dans les deux cas, la nature de l'objet : soit opaque en carton, soit squelette (les arêtes seules étant matérialisées, par des pailles),
- * la matérialisation de la hauteur de la pyramide du maître, sur sa maquette squelette.

En effet, à la suite de LUQUET qui faisait déjà remarquer la tendance des élèves à dessiner de mémoire, sans se préoccuper trop du modèle, ils se sont demandés si les dessins étaient influencés par la présence ou non des objets. Ils concluent par la négative. Ils constatent que «l'effet est assez minime ; les élèves ont davantage puisé dans leurs connaissances et représentations mentales que tiré parti des quelques indications qui leur avaient été fournies» (p.41).

Ils reformulent la distinction proposée par LUQUET, reprise par PIAGET, entre «réalisme intellectuel» et «réalisme visuel». Plutôt que de les considérer comme des étapes successives, ils essaient de les conjuguer, de les faire coexister. Ils estiment que le passage du premier stade au second n'est pas linéaire, ne se réalise ni très vite ni très harmonieusement et qu'au contraire, du CM à la 3^{ème} au moins, «pour donner l'impression d'un objet spatial tout en essayant de préserver de façon optimale les propriétés de l'objet» (p.46) l'élève aboutit à des compromis entre (p.37) :

- * «la transcription, sans adaptation, des propriétés de l'objet» qu'il connaît, qu'il juge importantes, [dans ce cas, le pôle du SU oriente tout ou partie du dessin],
- * «la représentation de l'objet tel qu'il imagine qu'il pourrait se présenter à la vue», [alors le pôle du VU, réel ou virtuel, oriente tout ou partie du dessin].

«La production évolue avec les progrès du SU mais à tout moment, c'est le VU qui sert de contrôle» (p.54).

A partir de quels niveaux de scolarité est-il éclairant de transposer l'analyse de F.COLMEZ et B.PARZYSZ aux représentations de surfaces cylindriques ? Sans doute dès le CE₂ pour le bord supérieur puisque, pour les deux exemples de surfaces cylindriques, celui-ci est représenté par un cercle (pôle du SU) ou par une courbe ovale (pôle du VU) dans pratiquement 100 % des dessins. Mais le traitement du bord inférieur se prête moins bien à cet examen. Le rouleau au CM, il est certes rendu par un cercle, un ovale ou un arc mais comment interpréter au CE₂ la présence fréquente d'un segment ? Est-ce vraiment la trace d'un point de vue de face ? De même, pour la bande, que dire des dessins de types I et II (cf. tableau 1) abondantes encore au CM ? Ces courbes fermées, ces courbes concentriques sont-elles vraiment des vues de dessus ?

Plus les enfants sont jeunes, c'est-à-dire jusqu'au CE₁ et parfois au delà pour certains, plus il semble difficile d'analyser l'effet d'un hypothétique pôle VU (ou même de plusieurs) sur un pôle SU réduit à des connaissances rudimentaires du type :

«c'est rond et c'est haut», pour le rouleau, ou «c'est une couronne», pour la bande de faible hauteur.

Les demi-cercles, les arcs rajoutés sur les largeurs des rectangles, qui ainsi juxtaposés ne semblent relever ni du pôle VU ni du pôle SU, ne sont-ils que des maladresses passagères ?

Leur caractère systématique et durable laisse penser qu'ils sont le résultat de procédés de codage dont les règles de fonctionnement restent à expliciter.

C'est la position de Josiane CARON-PARGUE dans ses travaux sur les codages des propriétés spatiales qu'elle a réalisés à propos de solides très divers : cube, tétraèdre régulier, pavé droit à section carrée, cylindre.

Quelle méthode d'investigation a-t-elle utilisée pour le cylindre ? (ECPS, p.42)³

* Recueillir auprès d'enfants de 3 à 11 ans des représentations graphiques du même cylindre (de 5 cm de diamètre sur 10 cm de hauteur) dans des conditions variées : il pouvait être posé sur une base, ou le long d'une génératrice ; la manipulation était ou non autorisée.

* Expliciter une typologie des dessins de cylindres et décrire les transformations permettant le passage d'une représentation à une autre proche.

Quels procédés propose-t-elle pour le cylindre ? (ECPS, p.53)

Les définitions données par J.CARON-PARGUE pour son cylindre plein sont ici, en guise d'illustration, appliquées aux dessins des deux surfaces cylindriques.

Elle distingue essentiellement quatre procédés :

* Le codage «représentant» : une figure simple, le plus souvent chez les jeunes enfants (cercle, rectangle, figure ovale ou allongée), est mise pour coder une propriété ou plusieurs mais non dissociées : contour globalement circulaire ou allongé, uniformité des sections circulaires, etc.

* Le codage «collection» : à l'inverse, la figure obtenue apparaît comme la réunion (avec ou sans contiguïté, avec ou sans superposition) de sous-figures, dessinées de manière assez automatique, mises pour des propriétés dissociées ; par exemple : deux cercles, ou bien un rectangle avec un ou deux cercles, etc.

* Le codage «désintégration» : les deux représentants (rectangle ou cercle) perdent leur caractère global, leur signification se décompose, un fragment de l'un peut être remplacé par un fragment de l'autre. Ainsi les sommets du rectangle sont arrondis ; un ou deux de ses côtés sont supprimés ; les bords ne sont plus rendus par des cercles complets mais par des demi-cercles, voire des arcs sous-tendus par les côtés du rectangle ; le bord inférieur de la bande se distingue des génératrices, etc.

* Le codage «dimension» : les cercles sont transformés en ovales.

Comment J.CARON-PARGUE interprète-t-elle les évolutions des dessins ?

* Elles témoignent de la coexistence, de la coalescence, voire d'une concurrence, entre les deux représentants types : le rectangle et le cercle.

³ Les numéros de pages sont précédés de ECPS ou DC selon qu'il s'agit de "L'étude de codages de propriétés spatiales chez les enfants de trois à onze ans" ou de "Le dessin du cube chez l'enfant".

* Elles se font dans le sens d'un traitement de plus en plus différencié, de plus en plus coordonné des blocs d'information prélevés sur la surface. Les enfants oscillent entre la juxtaposition de fragments de dessins réalisés souvent de manière quasi automatique et des réorganisations locales, partielles de ces fragments.

* Ces ajustements successifs sont rendus possibles grâce à la mobilité de la signification des tracés. J.CARON-PARGUE remarque en effet que le sens d'un même tracé peut être différent selon les dessins, voire fluctuer à l'intérieur d'un même dessin ; par exemple, un cercle peut être un contour, une trace, un bord, une vue de dessus. D'autre part, pour un même problème de représentation, les enfants semblent disposer de plusieurs solutions. Pour le bord supérieur par exemple, ils ont le choix entre un segment, un arc, un cercle, une courbe ovale fermée.

* Ces transformations, quand elles ne sont pas trop ralenties par des automatismes graphiques ni par des habiletés motrices limitées, tirent leur source du travail réflexif sur les tracés déjà effectués. Le résultat définitif n'est pas guidé par le seul souci du réalisme mais semble aussi dépendre des conditions de réalisation de la tâche et des buts que s'assigne l'enfant.

C'est assez dire que ces évolutions n'aboutissent pas nécessairement à la perspective visuelle (ECPS, p.62).

Notre travail peut-il s'articuler avec celui de J.CARON-PARGUE ?

* Le conflit cercle / rectangle apparaît évidemment mais se joue différemment pour la bande et pour le rouleau. La prégnance du rectangle est beaucoup moins forte pour la bande de faible hauteur, comme si la plus grande dimension du diamètre ou de la hauteur imposait aux jeunes enfants la forme du représentant, respectivement un cercle ou un rectangle. Une hiérarchie semble s'établir dans le traitement des informations perçues : est-ce la prédominance des informations globales sur les informations locales ?

Ou bien est-ce un problème de catégorisation d'objets, de formes, devant se réduire avec l'âge ou après un travail sur les propriétés communes de ces divers types de cylindres ? Ne se peut-il pas en effet que les surfaces cylindriques de faible hauteur par rapport au diamètre soient considérées plus proches des couronnes planes que des rouleaux ?

* Globalement, dans les productions d'une classe, il est aisé d'observer divers jeux de formes : superpositions, juxtapositions, déplacements, dislocations, déformations progressives, ajouts, raccordements... Les significations que ces procédés revêtent ne sont pas toujours faciles à interpréter, surtout chez les jeunes enfants mais citons, à titre d'hypothèses et sans être exhaustif :

- le passage de la trace de la base à une enveloppe globale,
- le passage d'une figure plane à une figure «3D», c'est-à-dire interprétable spatialement,
- des changements de points de vue ou leur unification,
- la recherche de cohérence dans la figure produite, l'élimination de distorsions,
- l'affinement dans la définition des objets (du rond à la surface cylindrique), une réorganisation conceptuelle (la bande et le rouleau sont tous les deux des cylindres),
- l'accumulation d'indices ou leur sélection ou leur mise en relation,

- la décomposition du contour apparent,
- la prise en compte des deux bords circulaires, de leur équidistance,
- la traduction de la verticalité de la surface, de l'horizontalité des bases,
- la limitation des bords à leurs parties visibles, leur entrecroisement dans le cas de la bande de faible hauteur.

A dessein cette liste comprend des aspects liés à l'objet, d'autres à la position de l'élève, d'autres encore à l'exécution de la figure et à son analyse par l'élève en cours de réalisation, tant il est nécessaire de ne pas perdre de vue la complexité de la tâche demandée.

* Il est aussi très intéressant de comparer les dessins d'un même enfant. En effet ils ont eu la même tâche à réaliser pour trois bandes et deux rouleaux cylindriques : les dessiner. La finalité, peu fonctionnelle, il faut bien le reconnaître, est chaque fois la même. En conséquence, pour une même surface, une assez forte stabilité des types de dessins a été constatée mais pourtant parfois de légères modifications sont apparues. Ces changements actualisent-ils les procédés que J.CARON-PARGUE décrit ? Les figures 7 permettent de le penser. Elles concernent, exprès pour généraliser ses observations, la bande de faible hauteur dont les proportions sont très éloignées du cylindre utilisé par J.CARON-PARGUE pour son argumentation. Ces figures témoignent en particulier:

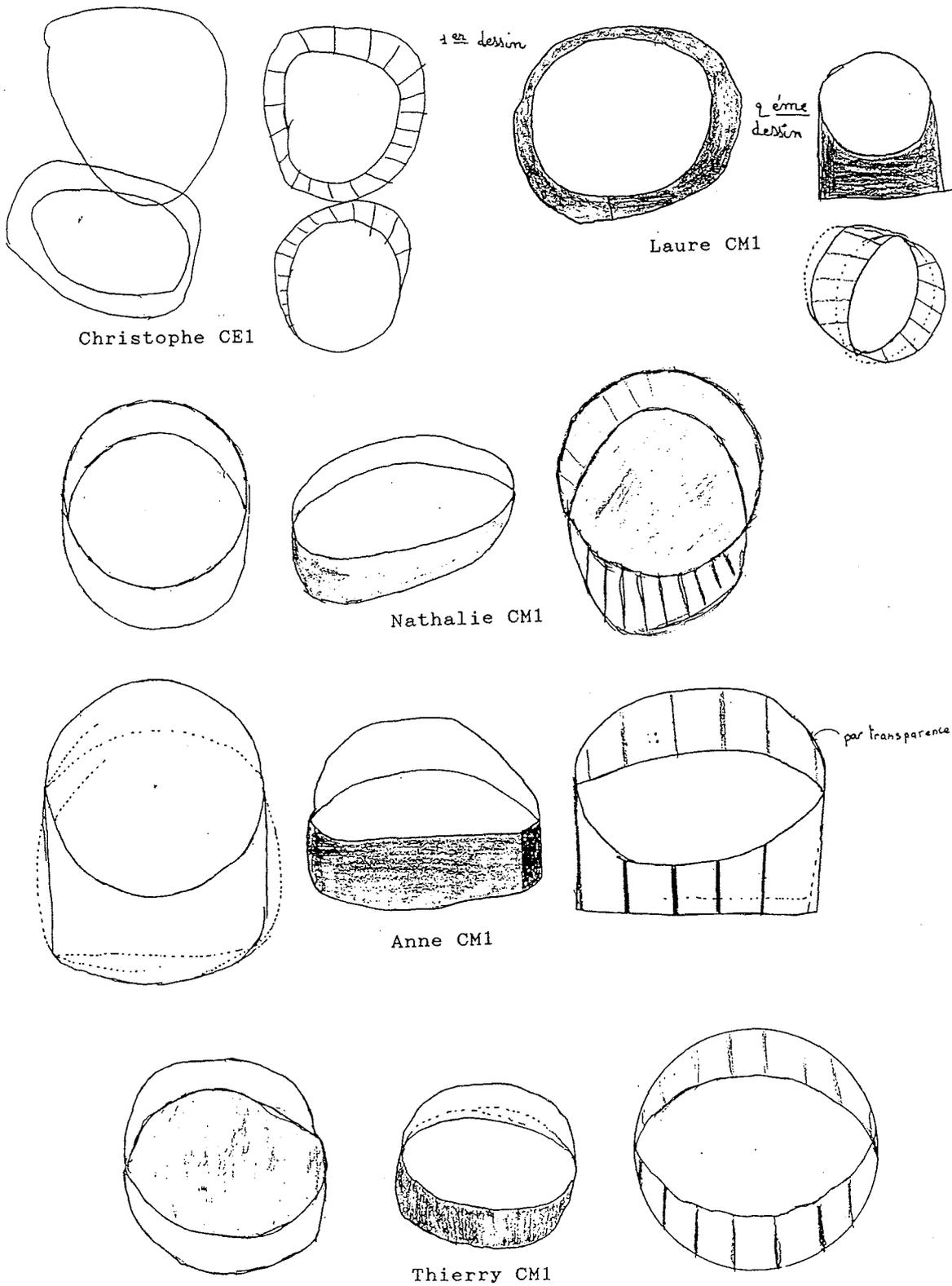
- du passage du représentant unique à une collection : Christophe. C'est le changement le plus fréquent (cf. l'analyse de la stabilité des types de dessins, deuxième partie)

- du codage «dimension» pour le cercle : Anne, Nathalie
- de la désintégration du rectangle : Anne
- de la désintégration du cercle : Thierry, Christophe, Anne
- du conflit cercle/rectangle : Laure, Anne
- de la signification changeante du cercle (bord ou contour ?) : Thierry, Laure, Anne.

Les figures de Thierry et Nathalie laissent entrevoir les problèmes particuliers que pose l'emploi du compas.

* L'insistance répétée de J.CARON-PARGUE de ne pas réduire l'analyse des productions à leur comparaison avec les représentations standard peut certes gêner un enseignant qui souhaite une intervention didactique visant à amorcer un travail sur la perspective, convaincu qu'il est de ne pouvoir trop attendre.

Il est donc nécessaire d'explicitier les principes qui, à partir de là, nous ont guidé dans la préparation d'activités pour les classes. Nous les croyons cohérents non seulement avec notre propre recherche mais aussi avec les divers travaux présentés.



Figures 7. Exemples de changements de représentations graphiques pour la bande cylindrique, chez un même élève. Les pointillés signalent des tracés effacés.

CONCLUSION : RETOMBÉES DIDACTIQUES

L'hétérogénéité des dessins de cylindres laisse à penser qu'un des paramètres importants pour l'élaboration des représentations graphiques, et aussi sans doute pour l'étude générale des propriétés des cylindres, réside non seulement dans la taille globale des cylindres par rapport à l'enfant mais aussi dans le rapport entre leur hauteur et leur diamètre. Ainsi donc, même s'il ne souhaite faire travailler ses élèves qu'avec des objets aisément manipulables en écartant ceux qui seraient trop volumineux, le maître tirera sans doute profit de la juxtaposition, de la comparaison de cylindres dont les rapports «hauteur / diamètre» seront contrastés.

Certains dessins obtenus pour la surface cylindrique de faible hauteur par rapport au diamètre, la plupart de ceux qui se réduisent à une courbe simple ou à deux courbes concentriques, pourraient probablement convenir aussi pour des couronnes planes ou des cônes tronqués puisque ces dessins ne renseignent en rien sur la direction des génératrices. En conséquence, une clarification est nécessaire, ou au moins une confirmation de cette hypothèse. Cela conduit à ne pas séparer trop l'étude des cylindres de celles de couronnes planes et des cônes tronqués.

Enfin, l'abondance des (quasi-)perspectives dans les dessins spontanés des enfants au CM₁ et au CM₂, fait espérer qu'un travail spécifique sur les représentations graphiques des cylindres peut débiter à ces niveaux. Cela semble cohérent avec le rôle que commence à tenir la notion de point de vue pour PIAGET et LUQUET à ces âges-là.

L'un des buts d'un tel travail serait d'articuler VOIR et SAVOIR en donnant à la fois une assise expérimentale à l'activité de représentation et quelques éléments de rationalité basés sur les propriétés des cylindres. Ainsi pourrait être envisagé le transfert des compétences graphiques souvent déjà affirmées dans le cas des cylindres où la hauteur est grande par rapport au diamètre, vers le dessin de ceux où le rapport de ces deux dimensions est inversé.