L'ÉCRITURE AU QUOTIDIEN DANS UNE CLASSE DE MATHÉMATIQUES

Teresa ASSUDE
IUFM de Versailles et
Équipe Didirem, Paris 7

Marie LATTUATI
Collège & Lycée
Buffon, Paris

Nicole LEORAT
Collège & Lycée François
Villon, Paris

Résumé. Dans cet article, nous présenterons un dispositif utilisé dans une classe de troisième qui concerne les pratiques d'écriture au quotidien. Pour le faire, nous nous questionnerons d'abord sur ce que nous entendons par pratiques d'écriture au quotidien, ensuite nous décrirons le dispositif ainsi que les gestes de gestion d'un tel dispositif, et finalement nous analyserons les productions de deux élèves en mettant en relief les fonctions didactiques d'une telle pratique d'écriture.

1. Pratiques d'écriture au quotidien

Les pratiques mathématiques sont inséparables, à un moment ou à un autre, des pratiques d'écriture : on ne peut pas faire des mathématiques sans passer par une phase d'écriture. Par contre, cela ne veut pas dire que les écrits produits par les élèves doivent nécessairement être des textes mathématiques bien organisés et cohérents. Le texte mathématique et l'écrit mathématique ne sont pas équivalents : le texte est un cas particulier de l'écrit. Tout texte mathématique est un écrit mathématique mais il y a des écrits qui ne sont pas des textes. Par exemple, les cahiers-brouillons des élèves font partie des écrits mathématiques mais ils n'ont pas forcément une cohérence interne. Ainsi, le texte mathématique doit avoir forcément une cohérence interne en fonction d'un but, d'un destinataire et d'une situation, éléments qui n'existent pas dans les mêmes « proportions » dans les écrits qui ne sont pas des textes. Cette cohérence est souvent associée à une linéarité de l'organisation des différents objets ou des différentes actions selon des contraintes propres aux différents types de texte.

Pourquoi faire cette distinction ? Les observations de classes de mathématiques nous montrent l'existence d'un certain nombre d'éléments – des brouillons, des récits, des schémas, des figures, des « papiers volants » ou des « écrits intermédiaires » - qui sont partie prenante de l'activité mathématique mais qui sont insuffisamment (ou pas du tout) valorisés par l'institution. Celle-ci valorise essentiellement les écrits qui correspondent à des pratiques d'évaluation ou de tenue de cahiers contrôlés par l'enseignant : ce qui permet de rendre visible le travail de l'institution d'enseignement et peut être contrôlé socialement, notamment par les parents.

Quand nous parlons de pratiques d'écriture, nous nous situons du côté de celui qui étudie les mathématiques, et dans une classe de mathématiques, de l'élève. Or celui qui étudie les mathématiques va mettre en œuvre certaines techniques d'étude et de comptes-rendus de cette étude, mais seule une partie de ces techniques est validée par l'institution (Coppé 95, Chevallard 97). Par exemple, lors de la résolution d'un exercice ou d'un problème, les élèves doivent écrire la solution de l'exercice ou du problème comme un produit « fini » qui doit être conforme à une norme mais les essais et les tâtonnements ne sont pas forcément un objet d'attention de la part de l'institution qui renvoie ce travail à la sphère privée de l'élève. Or, la maîtrise des techniques d'étude et notamment celles qui concernent les pratiques d'écriture n'est ni spontanée ni évidente. Le fait que l'institution laisse à la charge du travail privé de l'élève cette maîtrise peut poser des problèmes aux élèves, et créer un écart grandissant entre ceux qui se débrouillent et ceux pour qui tout devient opaque et insaisissable : les règles du jeu ne sont pas partagées puisque les élèves n'arrivent pas à l'école avec les mêmes acquis et les mêmes références culturelles. Pour être plus précis, le travail fait dans une classe de troisième d'une ZEP parisienne nous a amenés à formuler l'hypothèse suivante : l'échec scolaire des élèves en difficulté est le résultat non seulement d'un certain nombre de déterminations sociales mais surtout *d'un certain nombre d'actions au quotidien qui à défaut d'être prises en charge par l'institution* laissent se creuser l'écart entre ceux qui ont un rapport adéquat à l'école et au savoir et ceux pour qui l'opacité est synonyme de paralysie.

La question des pratiques d'écriture pour celui qui étudie les mathématiques (et peut-être aussi pour celui qui les produit, voir par exemple l'intérêt très récent pour l'écriture mathématique dans des séminaires d'épistémologie ou d'histoire des mathématiques) est souvent déniée : comme le dit Duval à propos d'une certaine conception des démonstrations, lorsqu'un élève a compris une démonstration, c'est le plus important et ensuite « il ne reste plus qu'à rédiger ». Il nous semble que le déni de cette question est associé à deux aspects : d'une part, le sujet-écrivant doit disparaître en tant que sujet, même en ce qui concerne le mathématicien, pour que le texte mathématique devienne a-temporel, d'autre part les technologies (au sens de Chevallard), les justifications, les savoirs sur le travail d'écriture dans l'étude mathématique ne sont pas suffisamment présents ou explicités, au moins dans les classes de mathématiques.

Le déni du travail d'écriture nous permet aussi de poser le problème de la mise en œuvre de dispositifs qui permettent et facilitent l'entrée des élèves dans une culture de l'écrit, et des conditions de possibilité de ces dispositifs ainsi que de leur stabilité dans un certain système didactique. La gestion de tels dispositifs nécessite l'implication de l'enseignant, s'appuie sur sa volonté personnelle et sa conviction que ce travail d'écriture, même si cela n'est pas fait globalement, doit être pris en charge par l'institution. L'évolution du système peut se faire aussi par ces micro-changements dans les pratiques professionnelles des enseignants qui, au quotidien, pensent et agissent autrement que ce qui est « normalisé ».

Pratiques d'écriture au quotidien ! Nous entendons par pratiques d'écriture toutes les tâches et les techniques concernant l'inscription de traces ayant un rapport aux mathématiques sur un support matériel. Ces traces peuvent aller de fragments complètement décousus au texte mathématique, cohérent et finalisé. Ceci ne veut pas dire que les pratiques mathématiques se réduisent à l'écrit : les registres oral et gestuel sont présents mais nous ne nous y intéresserons pas. Par contre, nous nous intéressons à la quotidienneté du travail de l'écriture.

Une pratique régulière d'écriture au quotidien nous paraît nécessaire pour que l'élève ne se confronte pas à l'écrit uniquement pendant les moments d'évaluation, et d'autant plus avec les élèves en difficulté qui, comme le montrent les travaux de Bernard Lahire (1993), ont un rapport oral à l'écrit au sens où ils n'arrivent pas à se détacher du contexte de production du texte ou de l'écrit. Ce chercheur montre que le problème de l'échec scolaire est lié au rapport des élèves au langage car il leur manque « une disposition générale à l'égard du langage [qui] sous-tend la réussite à l'ensemble des tâches scolaires : un rapport réflexif au langage qui permet de centrer son attention sur le langage verbal en tant que tel, dans ses aspects spécifiques. » En outre l'analyse didactique du travail au quotidien de l'élève permet de situer celui-ci, non pas comme le héros mais comme l'artisan qui doit faire et refaire son ouvrage tant qu'il n'est pas acceptable. Il nous semble important de rendre visible ce que l'institution ne montre pas forcément et essayer de dégager des contraintes qui empêchent la valorisation des pratiques « minuscules » qui font l'ordinaire d'une classe. Car les activités au quotidien sont à la fois un reflet de la culture d'une institution et l'expression personnelle des personnes, sujets de cette même institution.

Nous pensons que la question des pratiques de l'écriture doit être pensée et analysée à la fois du point de vue du sujet en tant qu'acteur (en tant que « sujet-écrivant » et pas seulement en tant que « sujet-copiste ») et du point de vue de l'institution en tant que système. Avant de rappeler les fonctions sociales de l'écrit et d'analyser certaines productions d'élèves, nous présenterons le dispositif mis en œuvre pour faire rentrer les élèves dans une culture de l'écrit mathématique ainsi que les gestes associés.

2. Présentation du dispositif et des gestes associés

L'expérimentation que nous allons décrire s'est déroulée sur l'année scolaire 1997-1998, dans une classe de Troisième d'un Collège parisien classé en ZEP. Les élèves de cette classe sont difficiles, aussi bien sur le plan des résultats scolaires que sur celui du respect des règles de la vie collective.

Après une description du dispositif très spécifique que l'enseignante a établi avec ces élèves (1), nous détaillerons les données que nous avons recueillies (2) .

2.1. Le dispositif

Voici le déroulement type d'une heure de cours :
L'enseignante présente oralement un objet mathématique et écrit au tableau une phrase ou un schéma, puis tout de suite donne à faire des exercices du manuel. Le travail des élèves est plutôt individuel, mais les échanges ne sont pas interdits. L'enseignante répond aux demandes individuelles des élèves et, en fin de la séance, corrige les exercices au tableau. Les élèves n'ont pas de cahier de cours. Le manuel sert de référence formalisée et c'est à lui que les élèves sont renvoyés. Il arrive que l'enseignante fasse lire le manuel d'abord à haute voix, puis en lecture silencieuse. Les élèves doivent ensuite fermer leur livre et transcrire le cours, à leur manière, sur une feuille.

Pour le cours suivant, les élèves ont des exercices écrits à *rédiger*. Ces exercices seront *corrigés, notés et rendus* dans la semaine. Ce sont ces exercices qui serviront de point d'appui à l'enseignante pour le cours suivant. *Les élèves ont donc un travail écrit à rendre à chacune des heures de cours.*

Au début de l'année, l'enseignante sanctionne l'absence de rédaction et non les erreurs de mathématiques (qu'elle signale cependant sur les feuilles). Il s'agit donc, dans un premier temps, de forcer à un usage de l'écrit, mais un usage réel, personnalisé, même maladroit, avec les expressions et les mots de l'élève.

Dans un deuxième temps, petit à petit, l'enseignante essaie d'introduire une meilleure rédaction, et modifie au fur et à mesure ses critères d'évaluation. Elle conduit ses élèves vers les exigences usuelles de rédaction et parle beaucoup autour de l'écrit. Elle essaie donc de mener ses élèves d'un écrit provisoire à un écrit standardisé.

L'espace entre les exercices cherchés en classe et le cours écrit dans le manuel est donc occupé par ces écrits, rédigés soit en classe soit à la maison, de manière quasi quotidienne, qui sont repris dans la classe soit individuellement soit collectivement lorsque l'enseignante veut mettre en évidence un fait général.

Ce dispositif introduit l'idée d'un rythme progressif d'acquisition, permet de tenir un discours sur l'écrit, sur le travail, voire même un discours qui accroît la lisibilité du fonctionnement du système, qui peut rester opaque à certains. Sans atteindre le niveau où les élèves savent reconnaître la validité ou la non-validité de leurs argumentations, l'enseignante les mène à comprendre et accepter leurs notes et à prendre conscience de ce qu'ils savent ou ne savent pas faire (calculs techniques ou démonstrations) ce qui aide les élèves à choisir leur orientation et évite qu'ils ne se sentent victimes d'injustices.

2.2. Le recueil des données

Afin d'étudier les effets de ce dispositif sur les activités des élèves, l'enseignante a, cette année, en accord avec ses élèves, photocopié *la totalité des travaux quotidiens* d'une majorité d'élèves de la classe. Ce travail de recueil a été extrêmement contraignant, mais nous disposons actuellement d'une masse importante et irremplaçable de données qui devrait nous permettre des ingénieries filées, fines et locales ou des photographies ponctuelles globales de l'entrée dans l'écrit de ces élèves.

Nous avons choisi, pour cette année, de commencer par analyser les productions de certains élèves durant une période courte, sur deux types d'écrits mathématiques différents : écriture algébrique d'une part et rédaction de géométrie d'autre part. Nous présenterons ici seulement le deuxième type.

D'autre part, un travail d'anamnèse a été fait avec l'enseignante pour essayer de dégager à la fois son projet de départ, son vécu et la reconstruction de ses souvenirs en fonction de son projet. Le paragraphe suivant reprend, en essayant de le théoriser, ce travail d'anamnèse en relation avec les fonctions de l'écriture dans cette institution dont l'un des acteurs est l'enseignante. Il est certain que nous sommes là à la fois dans les intentions explicites de l'acteur et dans les pratiques réelles dans la classe, et pour le moment nous ne faisons pas de distinction entre les pratiques réelles et intentionnelles.

3. Fonctions de l'écriture

3.1 Fonctions génériques

Dans cette partie, nous allons suivre les résultats des travaux de Jack Goody, anthropologue, qui a étudié l'émergence des systèmes d'écriture dans des sociétés orales. Cet auteur parle des fonctions de conservation, de réorganisation, de recherche documentaire et de résolution de problèmes en situant la signification de l'écriture à trois niveaux :
- le stockage ou la communication inter-générations
- la communication proprement dite à l'intérieur d'une même génération
- les effets cognitifs, internes

Il considère trois types de fonctions de l'écrit que nous pouvons identifier comme relatifs aux trois espaces, psychologique, social et réel :
- fonctions cognitives relatives aux connaissances des sujets
- fonctions sociales relatives aux processus de stockage et transmission
- fonctions « matérielles ou réelles » relatives à la documentation, et communication.

Par exemple, la fonction de mémoire peut être à la fois une fonction sociale liée au stockage et à la transmission d'un patrimoine, d'une mémoire collective, être liée à une mémoire individuelle liée au sujet, ou à une mémoire « matérielle » ayant des supports bien précis.

Les fonctions cognitives peuvent être diverses, par exemple on peut parler du rôle de l'écrit dans la réorganisation des connaissances d'un sujet car l'écrit permet une systématisation du savoir : par son support extérieur, il permet une analyse donc un retour et un travail sur un état précédent. Jack Goody (1997) écrit :

> L'écriture ne permet pas seulement l'enregistrement mais aussi la réorganisation de l'information. On peut agir sur les représentations et s'écarter de la base sensible pour établir une classification. (p.196)

L'écriture permet la décontextualisation. Nous citons encore Goody (1994) :

> L'écriture amène, entre autres, une spatialisation du langage et lui confère une dimension atemporelle, ce qui permet de soumettre une discours, une phrase, une chronologie, une liste à une manipulation plus importante et plus dégagée du contexte initial. (p. 197)

> La production de documents écrits transforme la situation quant à la conservation, diffusion et utilisation du savoir en question. (Lloyd, vu in Goody 1994 p.79)

Le rôle de l'écrit est incontournable, non seulement dans ses dimensions sociales et matérielles mais aussi dans ses fonctions cognitives, car il peut être un moyen pour changer le rapport du sujet à la situation.

3.2. Fonctions spécifiques

Les fonctions génériques se spécifient ou non dans le système particulier étudié en fonction d'un certain nombre de contraintes. D'un autre côté, en ce qui concerne cette classe particulière (classe difficile en ZEP), l'écrit peut avoir non seulement ses fonctions génériques mais aussi des fonctions spécifiques particulières qui nous envisageons ci-dessous :

- l'écrit créateur de rythme

Pour nos élèves très difficiles, aussi bien sur le plan des strictes performances scolaires que du respect des règles de civilité en usage, nous pensons que la pratique d'un écrit *quotidien* peut *installer un rythme* et *apprendre le respect d'une règle.*

- l'écrit créateur de durée

À l'oral, nos élèves sont à l'intérieur de notre « théâtre » : voix, intonation, présence physique..... L'oral est « ici et maintenant ». Le travail écrit, par contre, est un geste de distance : il joue le rôle de communication différée et aide les élèves à *entrer dans la durée* et *dans la permanence*. Ce qui était vrai hier est encore vrai aujourd'hui. Les traces écrites sont des *retours à la mémoire* et des *références* sur lesquelles l'élève peut s'appuyer pour comprendre.

- l'écrit porte d'accès au sens

Plus les élèves sont en difficulté et plus leurs écrits ressemblent à des listes de mots, plus ils vont être à la recherche de phrases automatisées. Ces élèves s'interdisent ou ne savent pas jouer avec la langue, surtout en mathématiques. Or, nous pensons que le fait de savoir *jouer avec les mots* peut, au contraire, de façon dialectique, les aider à accéder et à donner du sens aux mathématiques.

Au travers de ces différentes fonctions, nous faisons l'hypothèse que l'écrit peut permettre aux élèves difficiles de dépasser le stade du « cheminement » et les amener à prendre conscience des notions de temps, de permanence, de référence et de mémoire.

3.3. Conditions de possibilité

3.3.1. Etablissement d'un contrat

La mise en œuvre du dispositif présenté représente un investissement très fort en temps de la part de l'élève et de la part de l'enseignant. Pour créer une dynamique dans laquelle les élèves s'impliquent , l'enseignante parle beaucoup du rôle de l'écrit dans les pratiques mathématiques en disant que le travail sur la langue est à la portée de tous mais qu'il ne peut pas se faire sans effort, sans un travail personnel suivi. La demande de l'enseignante d'un travail écrit quotidien fait faire aux élèves l'expérience de la difficulté de ce travail de la langue écrite. Pour que ce travail soit pris au sérieux, l'enseignante note les écrits. Cette notation ne concerne pas les connaissances mathématiques elles-mêmes mais la manière dont le travail a été rédigé. Si les élèves n'écrivent pas, et ceci plusieurs fois, ils accumulent des zéros, et ils savent qu'ils s'excluent eux-mêmes du travail de la classe.

L'attribution d'une note est une contrainte pour que le dispositif soit vu comme un travail ayant le même statut institutionnel que tous les autres travaux. La grille de lecture dans l'institution est la note, et celle-ci permet de négocier un nouveau contrat qui est manifeste non seulement dans le discours de l'enseignante mais dans les faits : les marques écrites des notes et des corrections sur les écrits des élèves. Cette contrainte peut permettre aux élèves de rentrer dans une culture de l'écrit, en faisant l'expérience de la difficulté, mais sans se poser la question de la légitimité de ce qu'on leur demande. Un contrat s'établit ainsi – les élèves savent qu'ils doivent écrire au quotidien et que l'enseignante corrige, note et fait des commentaires, ou utilise leurs travaux dans les cours suivants. Ce contrat met en valeur la répétition, le besoin du travail personnel en classe et à la maison : l'institution prend en charge, par les retours de l'enseignante, la part du travail qui reste normalement dans la sphère privée de l'élève, et elle donne alors la possibilité aux élèves en difficulté qui le veulent, de s'investir dans ce travail sur la langue nécessaire aux pratiques mathématiques. Certains élèves ne rentrent pas dans ce contrat, dans cette culture, mais ils savent qu'ils s'excluent consciemment des activités de la classe.

L'enseignante remarque qu'après un certain temps, les élèves ont compris le besoin de régularité dans le travail mathématique, et la notation n'est pas considérée comme un outil illégitime. Cette immersion en première personne, en tant que sujet-écrivant, dans la culture de l'écrit n'est pas sans conséquence dans le rapport des élèves au travail mathématique et au travail scolaire. Il ne nous est pas possible de quantifier ces changements ni de les repérer plus finement qu'à travers l'anamnèse de l'enseignante ce qui est très peu. Il nous aurait fallu faire des entretiens personnalisés ce que nous n'avons pas fait. Précisons seulement deux aspects : le rapport à la loi et le travail personnel.

Ce qu'on demande à l'école et dans une classe de mathématiques est conforme à une norme et apparaît assez souvent à des élèves en perte de repères, comme « quelque chose à avaler », arbitraire et sans utilité. L'écriture d'une démonstration n'est pas personnalisée et les élèves ont du mal à passer très vite des activités contextualisées aux écrits standards a-temporels, écrits qu'ils ne voient pas comment produire. Le passage par les écrits intermédiaires qui sont retravaillés peut permettre aux élèves de penser la norme et la loi, non pas comme arbitraires et opaques, mais comme une nécessité ayant un certain nombre de fonctionnalités.

En ce qui concerne le travail personnel dans sa dimension « répétition », l'enseignante a essayé de faire vivre aux élèves, par les contraintes imposées, l'expérience de la régularité. Il faut dire que la répétition est très dévalorisée dans la société où on met en valeur la nouveauté et le changement. L'idée de répétition est toutefois acceptée lors d'activités sportives ou créatives : faire des exercices d'entraînement dans un sport ou faire des gammes en musique est répétitif mais on l'accepte en vue du résultat à venir. Le travail d'écriture au quotidien, dans sa dimension répétitive, étant valorisé par l'institution, peut aussi être valorisé par les élèves qui commencent à voir les résultats de leurs écrits intermédiaires par rapport aux écrits standards.

3.3.2. Prise en charge de différentes temporalités

Le temps didactique est une contrainte forte du fonctionnement du savoir dans les systèmes didactiques, et l'institution donne très peu de place aux temps personnels d'apprentissage qui restent dans les sphères privées des élèves. Or il existe un fossé entre le travail des élèves dans des situations très contextualisées et le texte mathématique, décontextualisé et a-temporel. Comment faire pour diminuer ce fossé ?

Le dispositif mis en place a été pensé pour prendre en charge une part du temps personnel d'apprentissage et pour montrer aux élèves que le temps d'apprentissage n'est pas forcément le temps du « zapping » ou le temps de l'instant, mais un temps long de maturation. La volonté de mettre en œuvre un dispositif à vivre dans le quotidien et sur le long terme est une réponse à l'analyse suivante : les élèves ont tendance à vivre dans l'instant présent et, s'ils sont en échec scolaire comme c'est le cas dans cette classe, ils ont du mal à comprendre cet échec. Il y a une opacité du temps vécu car le modèle temporel courant est discontinu (comme le temps didactique) et instantané (comme le temps du zapping). Or comprendre l'échec est aussi comprendre le temps de l'échec, c'est-à-dire que l'une des causes de l'échec est de se situer dans un temps qui n'est pas un temps de maturation et de l'après-coup.

La plasticité du temps est l'une des conditions de possibilité du dispositif : prendre le temps dans l'institution pour que les élèves se rendent compte de son importance dans la lisibilité et la remédiation de l'échec car le temps permet de voir l'adaptation à l'outil mathématique, de se représenter l'apprentissage mathématique dans un cheminement et pas seulement dans une activité finalisée en elle-même.

3.3.3. L'effaceur d'encre

Le modèle actuel est le suivant : l'élève agit, formule, valide, fait des activités, le maître institutionnalise, l'élève résout des exercices, fait des devoirs écrits, le maître corrige et évalue. L'opacité du temps vécu par les élèves peut être décrite comme « l'effaceur d'encre » : l'élève vit dans l'instantané de l'activité. Il n'y a pas un avant ni un après, on passe de l'une à l'autre des activités, sans qu'il ait une capitalisation du savoir et sans que celui-ci devienne mobilisable ou disponible (Robert 1998). Les erreurs, les tâtonnements sont alors effacés à l'encre et les traces du cheminement ne sont plus inscrites dans les productions des élèves.

L'une des fonctions des écrits intermédiaires est de permettre de rendre visible les ratures, les erreurs pour que les élèves puissent y retravailler après le renvoi de l'enseignante. Il est alors important que toutes les traces écrites aient un statut institutionnel ce que la notation permet d'obtenir.

3.4. Dialectique entre écriture et lecture

Le problème de l'écriture en mathématiques est indissociable du problème de la lecture : comment les élèves comprennent-ils un texte mathématique ? Quelles sont les informations recueillies en fonction des buts poursuivis ? Quelles relations entre la lecture de textes et l'écriture ? Beaucoup de travaux ont été faits sur les rapports intimes entre ces deux savoirs instrumentaux dans des disciplines comme le français ou les langues et beaucoup moins en mathématiques. Nous ne développerons pas ce point dans cet article. Par contre, il nous semble important de remarquer qu'une des fonctions de l'écrit est de donner la possibilité de se relire et de réécrire, et la présence d'un lecteur, réel ou virtuel, est un aspect qui peut avoir un rôle dans l'investissement du sujet-écrivant.

Les élèves écrivent au quotidien et ils savent qu'ils ont un destinataire qui est d'abord l'enseignante. Ensuite, ils deviennent à leur tour des lecteurs de leurs propres écrits, des écrits des autres diffusés dans la classe, et lecteurs aussi des commentaires de l'enseignante à leurs propres productions, commentaires qui peuvent être écrits ou oraux. Cette dimension de lecture est essentielle pour le travail de réécriture qui leur est demandé par la suite : ce travail de réécriture ne se fait pas forcément sur les mêmes exercices mais sur des exercices du même type dans lesquels on a introduit de petites variations. Par le biais des lectures de ces productions, les élèves sont invités à lire des pages du manuel et à faire des transcriptions des cours.

Ce travail de lecture du manuel va confronter l'élève à un écrit standard après ces écrits personnalisés et intermédiaires, et dans ce travail de confrontation, ils peuvent s'approprier un certain nombre d'usages de la langue « normalisée ». Il existe une dialectique entre la lecture et l'écriture qui nous paraît essentielle dans le passage des situations contextualisées aux textes mathématiques : les écrits intermédiaires sont alors un passage qui est enrichi par l'immersion des élèves dans la lecture du manuel ou d'un autre texte mathématique. Nous sommes conscients toutefois que ce travail n'est pas évident et qu'il y a des élèves qui ne rentrent pas dans le dispositif.

4. Analyse des productions de deux élèves

4.1. Problèmes méthodologiques

Avant d'analyser les productions de certains élèves, nous tenons à présenter les problèmes méthodologiques que nous avons rencontrés. Comment analyser les écrits des élèves sans avoir observé directement les séances dans la classe et sans avoir des éléments précis sur le déroulement de ces séances ? L'anamnèse de l'enseignante n'a pas concerné le détail des séances ni du travail d'un élève en particulier. Il y a des traces écrites, qu'est-ce qu'elles nous permettent de dire sur le travail des élèves, sur l'apprentissage ? Peut-on en tirer des conclusions sur les effets de l'écrit dans l'apprentissage des mathématiques ? Dans le paragraphe précédent, nous avons insisté sur le projet de l'enseignante et sur nos hypothèses en ce qui concerne les fonctions de l'écrit mais entre celles-ci et les effets sur les élèves il y a un pas que nous ne pouvons pas franchir pour le moment. Ainsi, nous affirmons que l'analyse des seuls écrits ne nous permet pas de tirer des conclusions sur les effets de l'écrit dans l'apprentissage des élèves. Par contre, l'existence de ces traces écrites montre qu'il y a des évolutions, des retours en arrière, des éléments stables, d'autres instables, des erreurs qui persistent, d'autres qui disparaissent.

Dans l'analyse des productions des élèves, nous avons choisi de rester au plus près de la matérialité des écrits des élèves et des commentaires de l'enseignante. Nos outils d'analyse sont alors le traitement des erreurs, les notes et les commentaires de l'enseignante, et le rapport institutionnel aux objets visés (Chevallard 92), notamment le rapport aux objets mathématiques et le rapport à l'écrit. Nous prenons ainsi le manque d'informations sur le déroulement effectif des séances comme consubstantiel à notre travail : il est vrai qu'il manque des informations mais que peut-on dire avec les données existantes ? Le problème n'est pas spécifique à notre travail mais plus général, par exemple, lorsqu'on analyse des manuels anciens ou des textes officiels anciens on peut dire des choses sur les pratiques d'enseignement de l'époque mais on n'a pas directement observé ces pratiques.

Tout travail d'analyse d'une réalité est un travail de choix de point de vue, choix qui écarte d'autres points de vue sur cette réalité. Nous nous situons ici dans une approche herméneutique au sens où nos analyses sont des interprétations des données recueillies en fonction d'un certain cadre théorique et de la plausibilité de ces interprétations avec la réalité.

Nous présenterons deux études de cas sur les pratiques d'écriture en géométrie. Nous analyserons les productions de deux élèves à l'aide de nos outils en faisant d'abord une brève analyse a priori, globale d'abord et locale ensuite.

4.2. Analyse a priori globale

Nous entendons par analyse a priori globale ce que nous attendons en général du travail d'écriture des élèves en fonction de nos outils, et l'analyse a priori locale concernera les thèmes spécifiques à savoir les productions des élèves sur le théorème de Thalès.

Nous pensons que les écrits des élèves seront d'abord assez fragmentés et dispersés, sans aucune structure syntaxique. La quantité d'écrit ne sera pas énorme, et le temps montrera une évolution dans le sens de la quantité (plus de traces écrites sur le papier) et dans l'articulation entre les différents éléments. Le rapport des élèves au théorème de Thalès peut se stabiliser au fur et à mesure du travail au quotidien. Nous supposons que le travail de réécriture et de lecture va permettre une plus grande assurance des pratiques d'écriture qui peuvent faire appel à des registres sémiotiques différents (Duval, Chevallard). La norme s'imposera au fur et à mesure du travail quotidien d'écriture, et les notes seront le signe visible pour l'élève de son évolution et de son investissement dans le travail d'écriture. Le « topos » de l'élève s'agrandira car une partie du travail personnel de l'élève est pris en compte par l'institution, c'est-à-dire que celle-ci agrandira l'espace de travail et le temps de l'élève à l'intérieur même de la classe. Ce dispositif ne sera pas la panacée en ce qui concerne l'apprentissage de tous les élèves mais, pour certains, il sera bénéfique car, à travers ce dispositif, ils pourront construire des techniques d'étude, notamment des techniques d'écriture.

4.3. Productions autour du théorème de Thalès

Nous allons nous intéresser au travail de deux élèves – Sabrina et Nahid – de rédaction d'exercices concernant l'utilisation du théorème de Thalès dans des calculs de longueurs. Chacun des exercices peut être analysé sous différents aspects : la reconnaissance d'une configuration de Thalès et l'application de la propriété, la rédaction et le traitement algébrique des égalités de rapports.

Nous avons centré notre étude sur les deux premiers aspects :

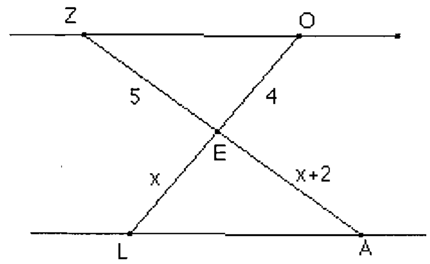
- l'élève reconnaît-il une configuration de Thalès et sait-il écrire les « bonnes » égalités de rapports ?
- comment l'élève rédige-t-il son argumentation ?

Les écrits des élèves couvrent une période d'un mois au cours de laquelle l'enseignante a intercalé des activités de résolution d'équations. Les écrits qui nous concernent ont été réalisés les 6, 12, 19, 20, 25, 27 novembre et les 3, 4 décembre 1997.

4.3.1. Brève analyse a priori locale

Enoncé du 06 novembre

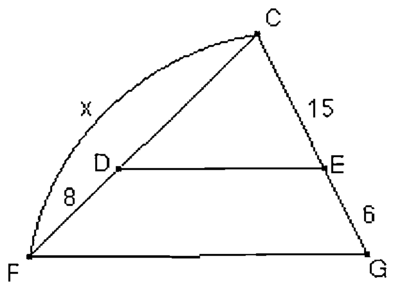
Les droites (ZO) et (LA) sont parallèles. Trouver x



Il s'agit d'une configuration de type « papillon ». L'élève trouve facilement les deux triangles, puisqu'il n'y a pas de recouvrement, mais l'écriture des égalités de rapports est souvent fausse. On peut s'attendre à une erreur du type $\frac{EO}{EA} = \frac{EZ}{EL}$ qui privilégie la « droite » et la « gauche » du dessin, plutôt que l'alignement des points. Le traitement algébrique de l'équation n'est pas simple, puisque x intervient dans deux des quatre longueurs concernées.

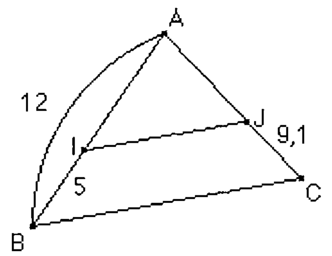
Enoncés du 12 novembre

Trouver x sachant que (FG) // (DE)



La reconnaissance de la configuration et l'égalité des rapports n'offrent pas de difficultés particulières. L'inconnue, nommée comme telle, est un des quatre nombres de l'égalité des deux rapports. Par contre, le fait que CD et CG ne soient pas explicitement donnés peut induire des erreurs dans le traitement algébrique de l'équation.

Problème de Brevet. Poitiers, juin 1990

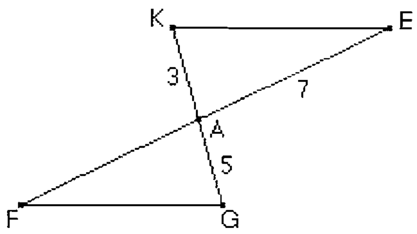


Avec le centimètre pour unité, les données de la figure ci-contre sont :
AI = 5 ; AB = 12 ; JC = 9,1
Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
Calculer AJ

Compte-tenu de l'enseignement actuel de la propriété de Thalès, qui insiste davantage sur l'aspect agrandissement que sur l'aspect rapport de projection, l'élève ne peut écrire $\frac{AI}{IB} = \frac{AJ}{JC}$

Lorsqu'il écrit $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$, s'il pose AJ = x, il doit savoir écrire AC = x + 9,1 et résoudre une équation de difficulté analogue à celle de l'exercice du 06 novembre.

Enoncé du 19 novembre

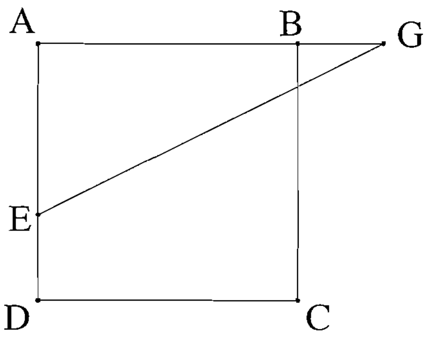


Les droites (KE) et (FG) sont parallèles.
KA = 3 ; EA = 7
AG = 5 EF = x
Calculer x

Cet exercice est plus difficile que ceux du 12 novembre : configuration « papillon », choix d'une inconnue qui n'est aucun des quatre nombres de l'égalité de rapports attendue. Par contre, sur ces quatre longueurs, une seule dépend de x, ce qui rend la résolution de l'équation plus simple.

Enoncés du 20 novembre

Premier exercice



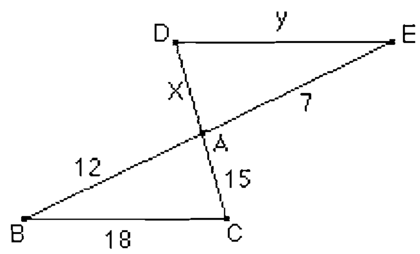
Etant donné le carré ABCD de côté 10, et sachant que BG=ED=3,
calculer BF

Dans cet exercice, l'élève doit savoir que les côtés d'un carré sont parallèles deux à deux, F étant un point de (BC) et E un point de (AD), alors (BF) et (ED) sont parallèles. D'autre part, il doit calculer AE et AG, et établir les relations : $\frac{AE}{BF} = \frac{AG}{BG}$

Les difficultés peuvent surgir pour identifier le parallélisme ainsi que la configuration de Thalès dans une figure plus complexe, et ensuite d'établir l'égalité de rapports qui convient au problème.

Deuxième exercice

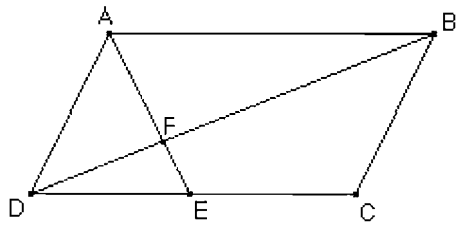
Les droites (DE) et (BC) sont parallèles, calculer DA et DE



Ce type d'exercice est du même type que celui du 6 novembre avec l'ajout de calculer DE : même type d'analyse que pour cet exercice.

Enoncés du 25 novembre

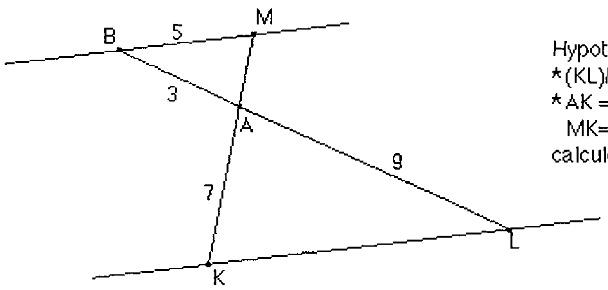
Premier travail : ABCD est un parallélogramme, E est le milieu de [DC], les droites (DB) et (AE) se coupent en F. Calculer une relation entre DF et FB



L'élève doit identifier une configuration « papillon » à l'intérieur d'une figure plus complexe, savoir que les côtés d'un parallélogramme sont parallèles deux à deux, et identifier la configuration de Thalès. En outre, cet exercice ne met pas en œuvre des valeurs numériques, les élèves doivent travailler avec les mesures des longueurs avec des lettres pour arriver à conclure que FD/FB =1/2 .

Le deuxième travail change de forme : les élèves ne doivent pas résoudre un exercice mais ils doivent analyser les erreurs d'autres élèves. Voilà la feuille donnée par l'enseignante :

Voici des textes d'élèves à propos de cette figure ; à chaque fois il y a une erreur et une seule : trouvez là puis expliquez la nature de cette erreur (qu'est ce que l'élève n'a pas compris)



Hypothèses :
*(KL)//(BM)
*AK=7 AB=3 BM=5
MK=e AL=9
calculer e et KL

Élève A

………….. (rédaction) donc les triangles ABM et ACK sont en situation de Thalès donc :

$$\frac{AB}{AK}=\frac{AM}{AL}=\frac{BM}{BL}$$

d'où en utilisant les mesures $\frac{3}{7}=\frac{e-7}{9}=\frac{5}{KL}$

7(e-7) = 27
3 . KL = 35
KL = 35/3 (≈ 11,7)
$e=7+\frac{27}{7}=\frac{76}{7}$

Élève B [1]

………… ABM et ALK sont en situation de Thalès donc :

$$\frac{BA}{BL}=\frac{MA}{MK}=\frac{BM}{KL}$$

$$\frac{3}{12}=\frac{e-7}{e}=\frac{5}{KL}$$

……

Élève C

………. ABM et ALK sont en situation de Thalès donc : $\frac{AM}{AK}=\frac{AB}{AL}=\frac{BM}{KL}$

d'où avec les mesures : $\frac{e}{7}=\frac{3}{9}=\frac{5}{KL}$……

Élève D

………. ABM et ALK sont en situation de Thalès donc :

$$\frac{AM}{AK}=\frac{AB}{AL}=\frac{BM}{KL}$$

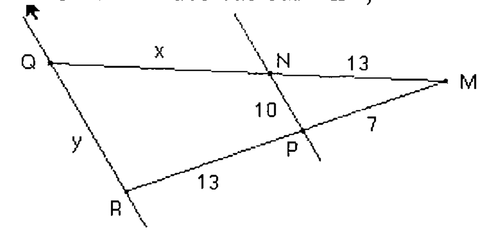
d'où avec les mesures : $\frac{e-7}{7}=\frac{3}{9}=\frac{5}{KL}$….

[1] Nous reproduisons seulement la première partie en laissant de côté les calculs.

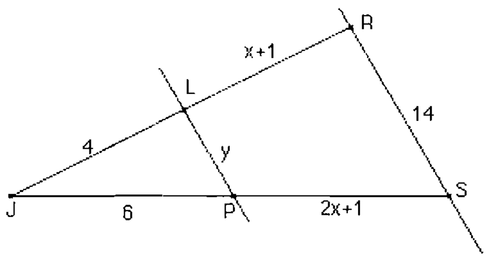
Dans cet exercice, les élèves doivent analyser les erreurs d'autres élèves, c'est-à-dire les identifier et les expliquer. Il y a les productions de quatre élèves et chaque élève a fait une et une seule erreur. L'élève A et l'élève B ont mal écrit les égalités de rapports car ils n'ont pas identifié les points alignés et les points correspondants. L'élève C a supposé que MA= e au lieu de MA= e-7, et l'élève D s'est trompé dans les calculs. Cet exercice demande alors à l'élève de se situer par rapport aux productions des autres et non d'écrire lui-même ses propres résolutions. Les difficultés peuvent être à la fois dans l'identification et dans l'explication.

Interrogation écrite du 27 novembre

1 – Dans chacun des cas suivants, calculer x et y



les droites (NP) et (QR) sont parallèles



hypothèses
(RS) // (LP)

2 – a) Tracer un cercle C de centre O et de rayon 5cm, puis un diamètre [AC]. Marquer un point B sur le cercle tel que AB=8cm. Calculer BC.
b) Soit M le point du segment [AC] tel que AM=3cm, et soit N son projeté orthogonal sur la droite (AB). Calculer BN et MN.

Le premier exercice concerne alors des problèmes classiques vus en classe, en principe le point peut être fait par rapport aux élèves qui ont leurs connaissances stabilisées par rapport à Thalès dans des configurations simples et habituelles. Le deuxième est plus complexe car la configuration n'est pas donnée au départ mais ils doivent la construire et ensuite l'identifier pour pouvoir écrire l'égalité des rapports qui convient. La troisième question (que nous n'avons pas reproduit) concerne la réciproque du théorème de Thalès pour démontrer le parallélisme de deux droites.

Les exercices sur Thalès sont imbriqués avec les exercices sur la réciproque et des exercices où le théorème est un outil pour démontrer, par exemple, qu'un point donné est le milieu d'un segment, comme c'est le cas des exercices du 3 décembre et du 4 décembre que nous ne reproduisons pas ici.

4.3.2. Les productions de Nahid

Nous avons choisi d'arrêter notre analyse au début du traitement algébrique de l'équation, pour nous centrer sur la reconnaissance de la configuration, l'écriture de l'égalité de rapports et la rédaction de la mise en acte du théorème de Thalès.

Ecrit du 6 novembre

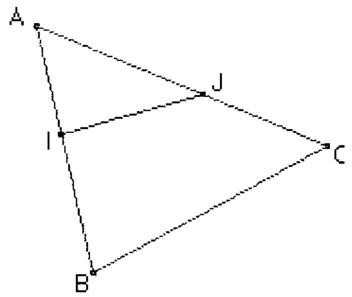
Hyp : (1) ZE=5
(2) OE=4
(3) (ZO) // (LA)
(4) EA= (x+2)
Les triangles EAL et EZO sont en situation de Thalès car d'après la troisième hypothèse (ZO)//(LA). Sachant que les deux droites sont parallèles je peux en déduire que les triangles EAL // EZO sont en situation de Thalès.
Donc j'utilise le th. deThalès : $\frac{EA}{EZ} = \frac{LA}{ZO} = \frac{EL}{EO}$

Les commentaires des l'enseignante : « où est la figure ? », et « oui » à côté du premier paragraphe. La note est 3 sur 5 (l'élève a des problèmes dans la résolution de l'équation par la suite).

L'élève a identifié la configuration de Thalès, a bien écrit les égalités de rapports, et du point de vue de la rédaction, nous pouvons penser que la forme est acceptable par l'enseignante car il est écrit l'hypothèse du parallélisme, les triangles sont identifiés et marqués, l'usage du théorème est écrite et l'égalité est aussi écrite. Remarquons l'usage du « je » : « je peux en déduire », « j'utilise ». Le rapport de l'élève au théorème de Thalès semble adéquat au rapport institutionnel, à part l'absence de figure.

Écrit du 12 novembre

hyp: AI = 5cm
AB = 12cm
JI = 9,1cm
(IJ) // (BC)



Pour calculer AJ je peux utiliser le th de Thalès. Car je sais par hypothèse que IJ et (sic) parallèle à BC. Donc les triangles AJI et ACB sont en situation de Thalès.
Soit :

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{AI}{AB} = \frac{JI}{CB} = \frac{AJ}{x+9,1} = \frac{5}{12} = \frac{JI}{CB}$$

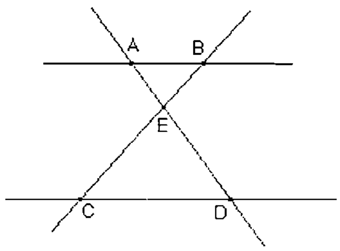
Commentaires de l'enseignante : par rapport à la figure, elle l'entoure et écrit « mais les droites ne sont pas parallèles ! », elle corrige la faute d'orthographe, et à la fin de l'exercice « conclusion ? (attention au dessin) ». La note est 4 sur 5.

Notre analyse est semblable à celle de l'exercice du 6 novembre : le rapport de l'élève semble adéquat au rapport institutionnel, d'autant plus que l'élève ajoute la figure (même si son tracé n'est pas précis), c'est-à-dire l'élément manquant dans l'exercice précédent. Remarquons encore l'usage du « je » : « je peux utiliser », « je sais ». Par rapport à l'autre exercice, l'élève ne fait pas la figure ce que l'enseignante remarque, et l'élève écrit :

Les triangles CED et CGF sont en situation de Thalès. Donc je peux utiliser le th de celui-ci $\frac{CD}{CF} = \frac{CE}{CG} = \frac{15}{21} = \frac{8-x}{x}$

L'élève fait l'erreur 8-x au lieu de x-8, et l'enseignante commente « je ne comprends pas ».

A la fin des feuilles du 12 novembre, et écrit en vert, l'élève marque le suivant :



hyp : _ _ _ _ _
_ _ _ _ _ _

D'après les hypothèses :
* Les droites (AD) et (CB) sont sécantes en E
* Les droites (AB) et (CD) sont parallèles donc les 2 triangles AEB et DEC sont en situation de Thalès.

L'élève écrit à côté : à mettre dans tous les ex.

Nahdi laisse ici la trace de l'enseignante et de ce qu'elle va demander par la suite en tant que trace écrite à propos des exercices sur le théorème de Thalès ce que Nahdi va faire par la suite.

Écrit du 19 novembre

L'élève fait correctement la figure, écrit les hypothèses :
(KE)//(FG), KA=3, EA=7, AG=5, EF=x, et ensuite
D'après les hypothèses
* Les droites (KG) et (EF) sont sécantes en A.
* Les droites (KE) et (GF) sont parallèles

Donc les 2 triangles AEK et AGF sont en situation de Thalès

Soit : $\frac{AE}{AG} = \frac{GF}{EK} = \frac{AF}{AK}$

L'enseignante marque « faux » à côté des égalités et écrit « appliquez correctement le théorème de Thalès ». La note est 4 sur 10.

Cette erreur de l'élève est assez paradoxale car, au moment, où l'écrit se rapproche le plus de la norme dans la classe, Nahdi commence à faire des erreurs (ce sera la première d'une suite d'erreurs de ce type dans ses écrits) sur la reconnaissance de l'égalité de rapports. Il est vraisemblable que la note tienne compte ici, non de l'écrit, mais de l'erreur sur l'application du théorème. L'élève n'avait pas fait ce type d'erreur lors de l'exercice du 6 novembre et pourtant la configuration « papillon » était presque la même. Elle fait l'erreur que nous avions prévue mais lorsque son rapport à Thalès semblait stable et en conformité à une écriture « standard ». Cet écrit évacue l'usage de pronoms tels que « je », ce que l'élève semble bien suivre.

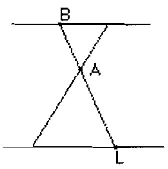
Les écrits du 20 novembre reprennent toujours cet type d'écrit : faire la figure, marquer les hypothèses, écrire que : d'après les hypothèses on peut utiliser le théorème de Thalès, et déduire les égalités de rapports. L'élève fait correctement le premier exercice et, pour le deuxième, configuration « papillon », elle va encore reproduire la même erreur. L'enseignante note le premier exercice 9 sur 10 (elle a oublié de marquer x=BF), et le deuxième 2 sur 10. Les erreurs mathématiques sont désormais sanctionnées ce qui était prévu dans le dispositif.

Ecrits du 25 novembre

Comme nous avons vu, le premier exercice correspond à une configuration « papillon » intégrée dans une figure plus complexe notamment à l'intérieur d'un parallélogramme. Nahdi reproduit correctement la figure, en marquant bien E comme milieu du segment [DC], et ensuite l'élève produit un écrit standard avec les égalités de rapports correctes. Peut-on dire que le rapport de l'élève à ce type de configuration s'est stabilisé ? Voyons le deuxième exercice : l'analyse des productions d'élèves.

En ce qui concerne les productions de l'élève A et de l'élève B, Nahdi a identifié les erreurs dans les égalités de rapports et marque à côté de celles de l'élève A « Faux » et de celles de l'élève B « horreur », et il ne donne aucune explication sur la nature de ces erreurs. Les erreurs des élèves C et D, concernant la partie calcul, nous n'en parlerons pas ici. Dans une feuille séparée, cette élève écrit alors une correction des exercices et fait des commentaires pour les élèves A et B :

Élève A
D'après les hypothèses :
Les droites (KL) et (BM) sont parallèles.
Les droites (MK) et (BL) sont sécantes en A
Donc les triangles ABM et ALK sont en situation de Thalès
Soit : AB/AL = AM/AK = BM/LK
Pense à aligner tes points AB et AL sont alignés
Si tu n'aligne pas tes points tous les calcules seront faux.



Nahdi se situe ici en tant qu'élève, elle écrit la correction de l'exercice : l'analyse des erreurs consiste dans un premier temps à refaire le travail et à montrer ce qu'il fallait faire. Mais ce type d'exercice, inhabituel pour les élèves, va faire que l'élève dise quelque chose de plus que la seule correction. Le choix ici est le commentaire et la figure faits par la suite : momentanément elle remplace l'enseignante et le commentaire correspond à ce que l'élève pense que l'enseignante dirait dans un cas semblable. Peut-être Nahdi a reproduit ce que l'enseignante lui a dit oralement car elle a fait elle-même ce type d'erreur. Ce commentaire est significatif que le rapport de l'élève à ce type de configuration est devenu stable car elle arrive maintenant, non seulement à résoudre les exercices mais aussi à donner des conseils à d'autres élèves qui se trompent, comme c'est aussi le cas pour l'élève B.

Élève B BA/AL = AM/AK = BM/KL Quand les points sont alignés il faut partir du point d'intersection (ici, A). D'autre part BL ne fait ni parti du petit ni du grand triangle Donc votre calcule sera faux

Ici, nous voyons à l'œuvre la technique que Nahdi met en œuvre désormais pour résoudre les exercices sur le théorème de Thalès sur des configurations « papillons » : « il faut partir du point d'intersection ». L'écriture de cet élément nous semble un point important dans la stabilité de son rapport, et l'élève l'a explicitement écrit comme aide pour un autre élève. Ce type d'exercice d'analyse d'erreur peut avoir cette fonction d'explicitation de certains éléments techniques qui restent souvent implicites dans la résolution des exercices, et peut-être d'autant plus si l'élève a lui-même fait ce type d'erreur et a surmonté cet obstacle.

Le contrôle du 27 novembre montre la stabilité du rapport de l'élève au théorème de Thalès car elle fait correctement le premier exercice. Par contre, le deuxième exercice, elle se trompe dans la projection du point M, et elle ne finit pas l'exercice. Son contrôle a été noté 14 sur 20.

4.3.3. Les productions de Sabrina

Nous allons montrer très rapidement la prégnance de l'écrit standard proposé par l'enseignante après la séance du 12 novembre. Cet écrit devient la référence par rapport à laquelle les écrits des élèves vont se situer et on voit bien la différence entre l'avant et l'après de cette séance même si Sabrina ne l'a pas écrit explicitement dans ses écrits comme Nahdi l'avait fait.

Ecrit du 6 novembre

Sabrina a reproduit une figure « exacte ».
Voici sa rédaction :

> Les triangles ZOE et LAE sont en situation de Thalès.
> hypothèse ZO // LA

$$\frac{ZE}{ZA}=\frac{OE}{EL}=\frac{ZO}{LA}$$
$$\frac{5}{x+2}=\frac{4}{x}=\frac{ZO}{LA}$$

L'utilisation du livre comme référence peut expliquer que l'élève écrive « .....$=\frac{ZO}{LA}$ »
Après une erreur dans l'égalité des rapports, l'élève rétablit un résultat exact.
A cette date, la rédaction de l'élève est encore incomplète *par rapport aux exigences finales* de l'enseignant : pas de justification d'alignements ni de rappel du parallélisme des deux droites.

Ecrit du 12 novembre

1er exercice :
La figure est "exacte".
La rédaction est la suivante :
hypothèse = (FG) // (DE)
FG // DE par l'hypothèse dans les triangles CDE et CFG sont en situation de Thalés

donc : $\frac{CD}{CF}=\frac{CE}{CG}=\frac{DE}{FG}$ $\quad \frac{CD}{8x}=\frac{15}{6}=\frac{CD}{CF}$ $\quad \frac{15}{6}=\frac{CD}{8x}$

Sabrina a reconnu la configuration et les premières égalités de rapport sont exactes.

Le fait que CF = 8x n'était pas prévisible. La suite des égalités est fausse, mais on peut noter que Sabrina a utilisé toutes les données numériques, comme dans « l'âge du capitaine ».

Elle a produit une phrase de justification, qu'elle va reprendre mot pour mot dans l'exercice suivant du même jour. Il ne s'agit donc pas d'étourderie, d'oubli de mots.

2ème exercice
Dans la reproduction de la figure, Sabrina a ajouté x sur le segment [AJ].
Voici son texte :
hypothèse (IJ) // (BC)
IJ // BC par l'hypothèse dans les triangles
AJI et ABC sont en situation de Thalès
donc $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{JC}=\frac{IJ}{BC}$
$\frac{5}{12}=\frac{x}{9,1}=\frac{IJ}{BC}$

Sabrina reproduit la même rédaction que dans le premier exercice. Elle commet une erreur dans l'égalité des deux rapports, mais cette erreur était fortement induite par les longueurs données dans l'exercice.

On peut noter que, à cette date, Sabrina a compris ou au moins retenu qu'il fallait écrire le lien causal entre parallélisme et situation de Thalès.

Ecrit du 19 novembre

La figure est « exacte », le parallélisme visuel des droites est respecté.
Voici sa rédaction :

hyp : (KE) // (FG)
KA = 3 EA = 7
AG = 5 EF = x
Calculer x
D'après les hipothèse :
- les droites (KG) et (FE) sont sécantes en A
- les droites (KE) et (CD) sont parallèles
donc les deux triangles K.A.E et F.A.G sont en situation de Thalès.

$$\frac{KA}{AG} = \frac{EA}{AF} = \frac{KE}{FG}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{7}{x-7} = \frac{KE}{FG}$$

Non seulement cette élève est arrivée à une forme de rédaction acceptée par l'enseignante, mais elle a su écrire les égalités de rapports et remplacer par les bonnes valeurs numériques. Pendant cette semaine, il y a eu simultanément progrès dans la rédaction et dans l'écriture contextualisée des rapports égaux.

L'intervention de l'enseignante est fondamentale dans l'évolution des écrits des élèves vers une norme institutionnelle. Dans le cas de cette classe, cette intervention peut être identifiée de deux manières : d'une part, Nahdi l'a écrite explicitement, d'autre part le nombre d'élèves qui ont changé leurs écrits à partir de cette date vers une norme est aussi un indice que quelque chose a du être dit et fait dans la classe. Nous sommes là en présence de faits non observés dans la réalité mais qui deviennent presque évidents par les indices accumulés dans les écrits des élèves.

4. Conclusion

Nous avons formulé notre hypothèse de départ de la manière suivante : la prise en charge par l'institution du travail personnel de l'élève est nécessaire à l'intérieur même de la classe. En effet la rémediation à l'échec scolaire des élèves peut être le résultat d'un certain nombre d'actions au quotidien et si celles-ci ne sont pas prises en charge par l'institution l'écart peut se creuser entre ceux pour qui le travail scolaire reste opaque et les autres. Comme le dit Nadine Milhaud (1997-98), l'institution scolaire affiche le souci de créer des dispositifs (études dirigées, et autres) qui prennent en charge l'étude et le travail personnel de l'élève et la classe n'est pas le seul lieu de l'étude (Chevallard 1997). Mais que peut-on faire à l'intérieur même de la classe pour favoriser l'autonomie de l'élève et l'émergence de certaines techniques d'étude ? Le dispositif que nous venons d'étudier apporte à cette question un certain nombre de réponses que nous souhaiterions pointer en conclusion :

- le besoin de prendre en charge l'émergence de techniques d'écriture en vue d'une certaine norme, norme qui n'est pas donnée au départ par l'enseignante mais après un certain nombre d'écrits intermédiaires produits par les élèves ;
- la production d'écrits intermédiaires, notés et commentés par l'enseignante, permet à chaque élève (même s'il y a des élèves qui ne rentrent pas dans le dispositif) d'arriver, à son rythme, à une forme acceptable de rédaction, qui devrait se mettre en place au fur et à mesure qu'il approfondit sa compréhension des exercices proposés ;
- le travail d'écriture au quotidien nous paraît essentiel pour que l'élève puisse valoriser le travail répétitif de reprise du même type d'exercices et puisse se créer des techniques d'écriture soit apportées par l'enseignante soit développées par l'élève lui-même, comme nous avons vu avec Nahdi, qui, après avoir fait un certain nombre d'erreurs à propos des configurations « papillons », écrivait « il faut partir du point d'intersection ».
- le travail de réécriture apparaît comme un élément constitutif des pratiques mathématiques et les élèves (au moins pour ceux qui veulent et se sentent désemparés chez eux par manque d'une technique d'étude) peuvent retravailler sur leurs erreurs ;
- la production d'écrits intermédiaires au quotidien peut permettre à l'élève de devenir un « sujet-écrivant » et pas seulement un « sujet-copiste », de passer d'un rapport oral à l'écrit à un rapport écrit à l'écrit sans faire de l'écriture un objet d 'enseignement séparé de l'activité mathématique elle-même.

Bibliographie

BAUTIER E. (1995), *Pratiques langagières, pratiques sociales*, L'Harmattan, Paris.

CHEVALLARD Y. (1991), Sur la déconcertation cognitive, *Interactions didactiques*, n°12, pp.27-51.

CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.12, n°1, pp.73-111.

CHEVALLARD Y. (1997), Familière et problématique, la figure du professeur, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.17, n°3, pp.17-54.

COPPÉ S. (1995), Types de connaissances mises en œuvre par l'élève dans la détermination de la composante publique de son travail, in Arsac et alii, *Différents types de savoirs et leur articulation*, La Pensée Sauvage, Grenoble, pp.129-144.

DUVAL R. (1998), Ecriture et compréhension : pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves, in Houdebine J. (ed.) *Produire et lire des textes de démonstration*, Actes du colloque du Laboratoire de didactique des mathématiques de Rennes 1, 23-24/01/98, pp.79-98.

GOODY J (1996), *La raison graphique*, Editions Minuit, Paris, 1ère édition 1979.

GOODY J (1994), *Entre l'oralité et l'écriture*, PUF, Paris.

LAHIRE B (1993), *Culture écrite et inégalité scolaire. Sociologie de l'échec scolaire à l'école primaire*, Presses Universitaires de Lyon.

LABORDE C (1995), Occorre apprendere a leggere i scrivere in matematica, Actes du II Seminarion Internazionale di Didattica della Matematica, Sulmona, Italie.

MILHAUD N (1997-98), Le travail personnel des élèves, *Petit x n°47,* pp.59-70.

OLSON D (1998), *L'univers de l'écrit, Comment la culture écrite donne forme à la pensée*, Retz, Paris.

ROBERT A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.18, n°2, pp.139-190.

VYGOSTKI (1985), *Pensée et Langage*, Editions Sociales, Paris, 1ère édition 1938.