

**A SIGNALER**

**MATH-ECOLE** (Case postale 54, 2007 NEUCHÂTEL 7)

Dans le cadre de l'Institut romand de Recherches et de Documentation Pédagogiques, nos voisins suisses proposent une revue de très grande qualité destinée "à tous ceux qui se soucient de l'apprentissage des mathématiques", avec 5 numéros par an (Fr.S 25, CCP 12-4983-8).

De nombreux articles y sont consacrés à l'enseignement primaire, mais l'originalité de cette revue est qu'elle s'adresse aussi aux enseignants du secondaire. Ces articles témoignent de la vigueur de la réflexion pédagogique des chercheurs et des enseignants : comptes rendus et propositions d'activités pour la classe, articles de réflexion didactique, problèmes et jeux y occupent une large place.

Faisons un petit tour dans les derniers numéros.

Celui d'octobre 1993 (n° 159) fait une large place aux rallyes et concours mathématiques. On y trouve une description précise des buts et de l'organisation du 2<sup>e</sup> rallye mathématique romand qui s'adresse aux élèves des degrés 3, 4 et 5 de l'école primaire (notre cycle 3). Les organisateurs soulignent que "le rallye n'est pas qu'une compétition, c'est aussi l'occasion d'examiner des résultats par le détail, de faire apparaître à grande échelle des types de procédures, de représentations, de difficultés rencontrées par les élèves".

Dans le numéro 161 (février 1994) on trouve en particulier des réponses d'élèves de différents niveaux (primaire et secondaire) à un même problème (le taquin de pions), permettant de mettre en évidence l'évolution des arguments et des outils utilisés.

Voici trois problèmes empruntés à ces deux numéros, les deux premiers sont extraits des épreuves d'entraînement au 2<sup>e</sup> rallye mathématique romand, le troisième est le problème du taquin de pions évoqué ci-dessus.

### Famille nombreuse

Les garçons Dupont ont chacun 2 frères et les filles Dupont ont chacune 3 soeurs.

Combien Mme et M. Dupont ont-ils d'enfants ? Indiquez aussi le nombre de filles et de garçons.

### La basse cour

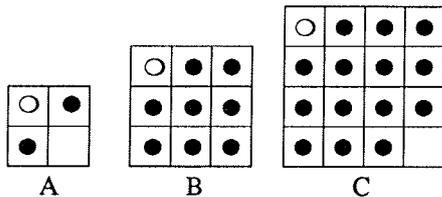
Le père Mathurin élève des poules et des lapins.

Quand il compte les têtes, il en trouve 20.

Quand il compte les pattes, il en trouve 50.

Combien a-t-il de poules et de lapins ?

### Taquins de pions



Sur ces grilles, la règle de déplacement des pions est la même qu'au jeu du taquin : on glisse un pion à la fois, horizontalement ou verticalement, sur une case libre voisine.

Pour la grille A, il suffit de 5 coups :

1. pion noir du bas, vers la droite
2. pion blanc, vers le bas
3. pion noir du haut, vers la gauche
4. pion noir en bas à droite, vers le haut
5. pion blanc, vers la droite

Le but du jeu est d'amener le pion blanc, de la case supérieure gauche à la case inférieure droite en un minimum de coups (déplacements de pions).

**En combien de coups, au minimum, amènera-t-on le pion blanc en bas à droite pour la grille B ? pour la grille C ? pour une grille de 1993 carrés de côtés ?**

Roland CHARNAY

## APPRENTISSAGES NUMERIQUES ET RESOLUTION DE PROBLEMES AU CE1. ERMEL, Hatier, 1993.

Jamais deux sans trois ! La rubrique "à signaler" ne pouvait pas passer sous silence la sortie du dernier né de l'équipe ERMEL.

Après la Grande Section de Maternelle et le CP (voir Grand N n° 48 et n° 50) voici un ouvrage pour le CE1 qui vient compléter la série consacrée au "cycle des apprentissages fondamentaux". Comme les précédents, il est le fruit d'une recherche conduite par l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP et les activités pour la classe qui y sont présentées ont été expérimentées dans une trentaine de classes, analysées et modifiées à plusieurs reprises avant d'être réunies dans ce livre destiné aussi bien aux enseignants qu'aux formateurs.

Si nous tenons une fois de plus à vous recommander ce livre, c'est qu'au premier abord plusieurs éléments risquent de rebuter les enseignants :

- l'épaisseur : plus de 400 pages très denses (pas beaucoup de belles images en couleurs),
- la progression : elle est faite sous forme de thèmes qui s'entrecroisent dans le temps et n'est pas facile à deviner,
- la formule : pas de fiches élèves toutes prêtes à consommer.

Et pourtant, si vous parvenez à surmonter une première réticence assez compréhensible devant la masse de travail personnel que demande l'utilisation en classe d'un tel livre, que de richesses cachées sous cette présentation austère !

L'essentiel se trouve dans une certaine conception de l'apprentissage qu'on peut résumer par cette citation mise en exergue d'un précédent ouvrage de la même équipe : "L'enfant n'est pas un vase qu'on emplit mais un feu qu'on allume".

Le contenu des apprentissages numériques est partagé en quatre grands thèmes :

- des problèmes pour apprendre à chercher
- calculs additifs et soustractifs
- calculs multiplicatifs et division
- connaître les nombres.

Pour chacun des thèmes, une première partie présente les aspects théoriques de la notion abordée, les choix didactiques des auteurs et l'évolution de son enseignement au cours des cinquante dernières années. Par un rapide survol des programmes et instructions, on peut voir à quel point les orientations ont pu changer et cela nous rappelle fort à propos que, dans ce domaine comme ailleurs, les certitudes n'ont qu'un temps. Le chapitre concernant la multiplication est particulièrement exemplaire sur ce point puisqu'on est très loin de la version ERMEL 1978.

Dans ce même chapitre, le module 2 "Apprendre à calculer" est significatif : si une grande place est faite à l'élaboration et la mémorisation du répertoire multiplicatif (non, la calculette ne remplace pas les tables, rassurez-vous), la mise en place de la technique opératoire (multiplication par un nombre de un chiffre) est d'une minceur déconcertante.

On devine ici le parti pris des auteurs qui est de donner toute sa place au sens de l'opération, au calcul réfléchi par opposition au calcul mécanique, à propos duquel ils ont fait le choix de ne plus utiliser une démarche de construction lourde, coûteuse en temps. Par contre, l'utilisation précoce des calculettes permet d'étendre dès

l'introduction du signe  $\times$  le champ numérique des calculs, et partant de montrer tout de suite l'intérêt de la multiplication dans la résolution de problèmes.

La mise en oeuvre dans la classe des activités est décrite avec une grande clarté et beaucoup de précisions sur le matériel, les différentes étapes, les procédures attendues des élèves, etc. Pour vous en convaincre, voici un extrait d'une activité appartenant au module "Désignations écrites et orales des nombres", dans le chapitre "Connaître les nombres". Vous en trouverez beaucoup d'autres à utiliser dans vos classes.

Elise MARTINELLI

## 2. Les fourmillions

### Description rapide

La classe va s'organiser pour dénombrer environ 2000 petits objets en effectuant des groupements par 10 puis par 100 (10 X 10) puis par 1 000 (10 X 100), (les groupements seront matérialisés par des sacs transparents fermés au soude-sacs ou des assemblages de cubes emboîtables, des enveloppes...).

### Objectifs spécifiques

Rencontrer une fois dans l'année une grande collection et son organisation en groupements de 1 000, 100, 10 et unités.

Utiliser les groupements par 10 pour organiser le dénombrement d'une grande collection.

Découvrir la récursivité des groupements.

Découvrir les relations entre 10 et 100, entre 100 et 1 000.

Vivre une situation de référence qui donne du sens à la lecture des nombres à trois et quatre chiffres.

### Matériel

Pour dénombrer : bouchons, capsules, pois chiche, haricots secs, cubes, rondelles, allumettes... ou tout autre matériel que l'on peut se procurer en grande quantité : un peu plus de 3 000 ; on en utilisera entre 2 000 et 3 000 dans la première phase et on complétera pour dépasser 3 000 dans la deuxième phase.

Pour emballer 3 000 objets : 300 petites enveloppes, 30 enveloppes moyennes et 3 grandes enveloppes, ou bien des boîtes de différentes tailles, des sacs de différentes couleurs.

### Déroulement

#### EXERCICES PRÉPARATOIRES

- Le furet de 10 en 10 à partir de 10, le furet de 100 en 100 à partir de 100.

- Fabrication d'affiches :

$$10 + 10 = 20$$

$$10 + 10 + 10 = 30$$

$$10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

- etc.

#### PREMIÈRE PHASE

##### Étape 1 : Le problème

On réunit les enfants autour du tas d'objets collectés ; il n'est pas nécessaire que le maître sache exactement le nombre d'objets mais il serait bon que celui-ci soit compris entre 2 000 et 3 000. Puis on demande : « Combien y a-t-il d'objets ? Comment va-t-on faire pour savoir combien il y en a ? ». On examine tous ensemble les réponses et les procédures évoquées :

- « Il faut les compter » ;

- « Il faut en donner à chaque enfant, et on ajoutera tous les nombres » ;

- « Il faut prendre la calculatrice » ;
- « Il faut faire des paquets de 10, de 100 » ;
- « On pourra faire 10, 20, 30... ».

Prendre du temps pour amorcer un dénombrement un à un et s'apercevoir que c'est coûteux en temps. L'idée de grouper par 10 peut venir d'enfants ; certains peuvent avoir déjà vécu cette situation au CP (voir Ermel CP page 319).

Si personne ne fait cette proposition, c'est le maître qui la fera : « On va faire des tas de 10 que l'on va mettre dans les petites enveloppes et on écrira 10 sur chaque enveloppe. »

#### **Étape 2 : Les groupements par dix**

Le maître dépose sur chaque table une partie des objets. Chaque enfant dénombre 10 objets, les met sous enveloppe et écrit 10 sur l'enveloppe, puis il recommence jusqu'à épuisement du tas d'objets.

À la fin de ce travail, chaque groupe se retrouve avec des objets isolés, on décide de les regrouper, on charge un petit groupe d'enfants de faire les groupements par 10 et la mise sous enveloppe.

#### **Étape 3 : Les groupements par cent**

Quand tous les sacs de 10 sont prêts, on repose le même problème aux enfants : « Comment savoir combien il y a d'objets ? ».

Certains enfants vont proposer de compter les enveloppes et les objets isolés ou de compter de 10 en 10 pour chaque enveloppe ; le nombre important d'enveloppes (plus de 200) devrait les en dissuader.

D'autres, par référence au travail précédent ou au travail de CP, vont proposer de grouper les enveloppes par 10, pour obtenir des paquets de 100. Si cette idée n'émerge pas, le maître la proposera aux enfants, puis il demandera ce que l'on va écrire sur les nouvelles enveloppes. Il laissera du temps aux enfants pour chercher, calculer, faire des propositions :

- $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100$  ;
- 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 ;
- 10 fois 10, cent.

Ces différentes procédures qui aboutissent au même résultat, doivent convaincre les enfants qu'une enveloppe moyenne regroupant 10 petites enveloppes, contient donc 100 objets. On écrit 100 sur les enveloppes moyennes. Le maître met en place une organisation de la classe pour réaliser les groupements de 100 ; et comme à l'étape précédente on regroupe les enveloppes de 10 qui restent dans chaque groupe.

#### **Étape 4 : Les groupements par mille**

On regroupe à nouveau tous les enfants autour de la collection organisée en une vingtaine d'enveloppes de 100, quelques enveloppes de 10 et quelques objets isolés. On s'entend rapidement sur ce qu'il convient de faire : faire des groupements de 10 paquets de 100. Puis on cherche comme à l'étape précédente ce que l'on va écrire sur les grandes enveloppes. En comptant de 100 en 100 : 100, 200, 300..., en additionnant  $100 + 100 + \dots$ , en multipliant.

*La calculatrice est disponible à tout moment ; elle peut permettre, notamment ici, de passer d'une écriture additive  $100 + 100 + 100\dots$ , ou multiplicative  $10 \times 100$  au nombre total 1 000 encore mystérieux.*

**LE CALCUL MENTAL AU CYCLE DES APPRENTISSAGES FONDAMENTAUX, LE CALCUL MENTAL AU CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS.** CLAIRE LETHIELLEUX, 1992-1993, collection Pratiques Pédagogiques, Armand Colin.

Il s'agit d'un ouvrage destiné aux maîtres de l'école primaire, comportant deux tomes (respectivement de 104 et 128 pages) et ayant pour thème : le calcul mental.

Chaque tome s'adresse à un cycle donné : cycle 2 (en fait CP et CE1) et cycle 3, et comporte trois parties :

- un exposé des conceptions théoriques de l'auteur sur le calcul mental,
- des conseils méthodologiques pour construire et animer des séances de calcul mental,
- une progression d'activités de calcul mental regroupées par thèmes et par année de chaque cycle.

De plus, chaque livre possède une annexe proposant une analyse un peu sommaire des différents types de problèmes additifs ou multiplicatifs et une bibliographie plutôt pauvre.

**Une première partie : "Aspects théoriques"**

Dans cette partie Claire Lethielleux présente quelques caractéristiques des activités de calcul mental, une analyse de l'évolution des programmes et instructions officiels et des finalités du calcul mental.

Après avoir rappelé le sens d'expressions couramment employées par les programmes officiels comme : *calcul mental, calcul oral, calcul réfléchi, calcul rapide...*, l'auteur analyse l'évolution des programmes officiels depuis 1923. Elle distingue deux périodes. La première, allant de 1923 à 1970 (réforme des mathématiques modernes), est caractérisée par la volonté d'apprendre à calculer vite et bien afin de donner aux élèves des outils pour la vie quotidienne ; la seconde se caractérise par la volonté d'utiliser le calcul mental (ou calcul réfléchi) pour familiariser les enfants avec les nombres et les propriétés des opérations.

Enfin, l'auteur expose soigneusement un certain nombre de finalités attribuées au calcul mental, qualifié "*d'outil indispensable, irremplaçable pour l'apprentissage de la numération, des nombres et des opérations*" : une pratique quotidienne permet : "*d'améliorer l'attention, d'exercer et de développer la mémoire, de familiariser l'élève avec les nombres et les propriétés des opérations, d'apprendre à calculer en mettant en œuvre des procédures diversifiées et d'acquérir le sens des opérations...*". Ce paragraphe devrait inciter les maîtres à mettre en œuvre ce type d'activité.

Bien que d'accord avec la majorité des affirmations énoncées, je regrette la faiblesse du paragraphe consacré à la résolution de problèmes oraux et à la construction du sens des opérations. Cette faiblesse se retrouve dans les deux tomes et dans les activités proposées sur ce thème (troisième partie).

Plus qu'une liste d'énoncés de problèmes arithmétiques "classiques" et la présentation, dont on ne perçoit pas toujours l'intérêt pour le reste de l'ouvrage, d'une typologie de problèmes inspirée par la lecture des travaux de G. Vergnaud, il m'aurait semblé préférable de proposer des conseils, des outils pour construire et gérer des séances de résolution mentale de problèmes. Des indications portant sur l'utilisation des variables numériques, sur les procédures de résolution attendues, sur certains dispositifs permettant de faire évoluer et d'enrichir ces dernières, sont indispensables pour les maîtres.

Cette présentation trop succincte risque de favoriser certaines pratiques contestables. Ainsi, l'affirmation de l'utilité d'une résolution mentale de problèmes faisant intervenir des "petits nombres" pour la compréhension de problèmes plus complexes doit être relativisée par les résultats des recherches<sup>1</sup> effectuées sur ce sujet. Ce passage du simple au compliqué est non seulement dans certains cas inefficace mais peut même créer de nouveaux obstacles à l'apprentissage.

### **Une seconde partie : "La pratique du calcul mental dans les classes"**

Cette partie présente des conseils méthodologiques pour animer des séances de calcul mental dans les classes.

A nouveau, bien que partageant globalement les idées exprimées par l'auteur, il me semble que Claire Lethielleux n'attire pas assez l'attention des maîtres sur la nécessité de faire expliciter et comparer les différentes procédures mises en œuvre par les élèves.

Cette pratique me semble un outil précieux pour :

- analyser la pertinence mais aussi les limites de ces procédures en fonction de la nature des nombres, des connaissances de l'élève, de leur économie en terme de calcul, en terme de mémoire...

- en assurer une diffusion dans la classe, et donc enrichir ainsi les procédures utilisées "collectivement" mais aussi "individuellement" par les élèves.

Enfin l'auteur propose de pratiquer systématiquement des séances de calcul mental courtes et régulières. Il me semble indispensable que la pratique du calcul mental soit régulière, voire quotidienne. Par contre, la durée des séances dépend de la nature des activités proposées et surtout des objectifs visés par l'enseignant. Les expériences que j'ai pu mener montrent qu'il peut être utile de consacrer 30 à 40 minutes à des activités de calcul ou de résolution mentale de problèmes, en particulier quand l'un des buts poursuivis est l'explicitation, la comparaison, voire l'institutionnalisation de différentes procédures.

---

<sup>1</sup> Voir en particulier : D. Butlen, M. Pezard - "Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation de CP au CM2" - Recherches en Didactiques des Mathématiques, Vol 12, pp. 319-368, 1992.

### **Une troisième partie : "un exposé de progressions"**

L'auteur expose, pour chaque année de chaque cycle, une progression comportant une série d'activités regroupées par thèmes et graduées en difficulté. Les exercices sont souvent accompagnés de courts conseils ou indications pédagogiques.

L'ensemble, exception faite de la partie consacrée aux problèmes oraux, est très riche et constitue un très bon exemple de récapitulation d'exercices de calcul mental.

L'intérêt de cet ouvrage réside justement dans la présentation d'une progression cohérente d'activités sur le sujet. Ces activités existent dans la plupart des manuels scolaires mais elles ne sont pas regroupées dans une même rubrique ; les progressions de calcul mental sont donc d'une lecture difficile, elles n'apparaissent pas de façon claire et explicite.

Cet ouvrage me semble donc être, pour toutes ces raisons, un outil précieux pour les maîtres. Je ne peux que conseiller aux professeurs d'école de le lire, de se l'approprier pour mettre en œuvre dans leur classe les activités proposées.

Denis BUTLEN