ELEMENTS D'ANALYSE DE DESCRIPTIONS EN MATHEMATIQUES

Dominique LAHANIER-REUTER
Equipe THEODILE
Université Charles-de-Gaulle Lille III.

Résumé. Des éléments d'*analyse linguistique* et de théorie didactique de la lecture-écriture sont convoqués ici à deux fins : analyser des *descriptions géométriques* pour rendre compte des choix effectués par les scripteurs, retenir des *contraintes d'écriture* qui peuvent assurer, dans l'enseignement, un rôle de production de connaissances aux tâches de description.

Depuis quelques années, sont apparues dans l'enseignement des mathématiques au collège, des demandes de productions de textes descriptifs, principalement en géométrie. Nous avons parfois été, en tant qu'enseignants, confrontés à deux types de problèmes. Le premier est celui de l'*évaluation* de descriptions produites par les élèves, le second est celui du *fonctionnement de connaissances mathématiques* lors de la production de descriptions. Le but de cet article est par conséquent double. En effet, il peut manquer des éléments d'analyse pour mieux comprendre, expliquer et prévoir les manques ou les maladresses relevées dans l'écriture de descriptions. Il peut en manquer également qui puissent faire appréhender des variations pertinentes pour l'apprentissage des tâches descriptives. Nous allons donc dans un premier temps tenter de fournir des éléments d'analyse de textes descriptifs, en nous appuyant sur des éléments d'analyse linguistique. Mais, comme nous le disions plus haut, la détermination des tâches descriptives efficaces pour faire construire par l'élève des connaissances mathématiques n'est pas toujours plus évidente. Nous avons basé la réponse que nous apportons sur l'idée que les contraintes sont des *aides* à l'écriture. Nous avons par conséquent tenté d'isoler des contraintes - ajoutées aux consignes de description - dont la gestion adéquate exige la mise en œuvre de certaines connaissances mathématiques.

Les propositions que nous exposons ici sont issues d'une recherche plus large qui s'inscrit dans le cadre de théories linguistiques ainsi que celui de théories didactiques. A l'origine, notre but était de mettre à jour l'éventuelle spécificité des textes descriptifs « en mathématiques » et d'étudier les tâches descriptives dans ce domaine. Il nous est apparu nécessaire de commencer par délimiter et définir notre objet d'étude, c'est-à-dire ce que nous entendons « texte descriptif en mathématiques », puis d'exposer le cadre théorique dans lequel nous avons mené cette étude.

1. Introduction : objet de l'étude et intérêt didactique de cet objet

1.1 Délimitation de l'objet d'étude

Pour déterminer notre objet d'étude, nous commencerons par adopter une définition générale de la description, puis nous délimiterons ce que nous entendons ici par description en mathématique.

Une définition large et pragmatique de la description est celle que propose J.P. Jaffré. Toute description repose sur « la mise au point d'une équivalence. Sur la base de similitudes, de correspondances, un objet O' (le décrivant) est substitué à un objet O (le décrit) »[1]. Une telle définition présente l'avantage de pouvoir penser la description en termes d'actions et en terme de produit de ces actions.

Les choix restrictifs que nous avons alors été amené à faire sont de deux ordres : restreindre le champ des similitudes des correspondances évoquées pour ne conserver que les descriptions discursives, restreindre l'étude aux textes descriptifs apparaissant dans des pratiques mathématiques.

Nous considérerons dans tout ce qui suit qu'une description est *une construction discursive et plus précisément linguistique*. Nous ne prendrons pas en compte de façon autonome les descriptions que peuvent constituer des schémas ou des tableaux ou des graphiques. Par conséquent, une description sera caractérisée par le fait qu'elle est constituée d'un ensemble linéaire de signes, que la lecture de ce texte s'inscrit dans le temps et que sa saisie en est progressive. Ces caractéristiques sont à opposer à celles qui sont tendanciellement attachées à la lecture de figures, en particulier la globalité et l'instantanéité.

Une description « en mathématiques » sera tout d'abord identifiée par un texte descriptif. Nous exigeons de ce texte qu'il apparaisse comme trace d'une pratique mathématique reconnue comme telle. Ces descriptions seront des fragments de textes identifiés et légitimés par la communauté « savante » ou de textes inscrits dans une pratique d'enseignement et d'apprentissage de mathématiques (principalement des textes apparaissant dans des manuels scolaires ou des travaux d'élèves).

La question centrale de la recherche est celle de l'existence de descriptions et d'activités descriptives dans la pratique mathématique, puis celle des éventuelles caractéristiques de ces textes et de ces activités. Les questions plus précises concernent les conséquences de cette étude sur le plan didactique.

Nous commencerons par répondre rapidement à la première partie de la question, qui interroge l'existence de pratiques descriptives et de descriptions textuelles en

---

[1] J.P.Jaffré, 1998, « Description et linguistique », in Y.Reuter (dir.), 1998, *La description, théories, recherches, formations, enseignement*, P.U.S., Villeneuve d'Ascq, p.146.

mathématiques. Certes, à la différence d'autres termes tels que définition, démonstration, le terme de description est un terme peu théorisé. Cependant, « décrire » est une activité mathématique. D'une part on peut trouver des descriptions présentées *explicitement comme telles* dans des discours mathématiques : « Je commencerai par décrire un exemple simple d'espace non commutatif, l'espace X est l'ensemble des univers de Penrose ou pavages quasi périodiques du plan etc. »[2] « le seul point inhabituel dans notre description de la catégorie E est... »[3]. D'autre part certains domaines mathématiques se constituent explicitement autour de cette activité, tel celui de la statistique descriptive. Enfin, certains textes répondent à la définition données plus haut, et peuvent se trouver aussi bien dans des textes mathématiques scientifiques que dans des manuels scolaires que dans des travaux d'élèves : « $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ »[4] ou « $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ » sont des descriptions, en ce que ces textes se substituent à un même objet, un cercle.

1.2 Intérêt de l'activité descriptive

Sans nous restreindre pour l'instant aux mathématiques (rappelons que nous entendons pour l'instant « mathématiques » au sens d'activité mathématique, qu'elle soit le fait de scientifiques ou d'élèves), soulignons tout d'abord que décrire est aussi une activité scientifique, au même titre qu'observer, démontrer, expérimenter. On décrit lorsque l'on fait de la physique, de la biologie mais aussi de l'histoire, de la géographie, de l'économie etc. Certes, les objets décrits ainsi que les méthodologies utilisées induisent des normes d'écriture différentes. Il n'est pas indifférent au niveau de l'enseignement de constater qu'un élève de collège devra identifier la diversité des règles qui gèrent la production de textes descriptifs et sa réception selon le domaine scientifique concerné[5].

Mais, quel que soit ce domaine, la tâche que représente l'écriture ou la lecture d'une description est à nos yeux, comme toute tâche de lecture écriture *une tâche constitutive de l'élaboration des savoirs*. En effet, puisqu'il n'y a pas de « traduction directe »[6] de la pensée à l'écrit, décrire - que ce soit pour soi ou pour autrui - exige du scripteur

- de se soumettre à la temporalité du discours, donc d'organiser les éléments de son texte ;
- de se soumettre aux contraintes matérielles de l'écriture, en particulier de sélectionner et de rejeter des informations ;
- de composer un discours, donc de choisir un langage ;
- de construire au moins en partie sa pensée dans et par l'écriture.

---

[2] A. Conne, 1980, *Introduction à la géométrie non commutative*, Hermann, Paris, p.38.

[3] P.J. Hilton, 1973, *Le langage des catégories*, Cedic, Paris.

[4] Il s'agit bien d'une description, mais dans un langage qui n'est pas le langage commun.

[5] Les textes de F. Audigier , d'A.Vérin et d' A. Cain rendent compte de la diversité des descriptions en histoire, en sciences expérimentales et en langues dans : Y.Reuter (dir.) , 1998, *La description, théories, recherches, formations, enseignement*, P.U.S., Villeneuve d'Ascq.

[6] On pourra consulter sur ce sujet l'ouvrage de référence que constitue : J. Goody, 1980, *La raison graphique*, Minuit, Paris.

Ces remarques soulignent la fonction cognitive essentielle de l'écriture. Elles permettent peut-être déjà de penser l'activité de description comme « non -évidente », tissée de respect de contraintes, de choix successifs et de fait productrice de savoirs.
Mais nous devons interroger de façon plus spécifique les modalités que prend cette fonction cognitive de l'écriture dans le cas d'une description : quels types de savoirs sont directement liés à la production de descriptions ?
Les fonctions que remplit l'activité descriptive et les savoirs qu'elle produit dans un travail scientifique sont multiples. Nous nous attacherons ici à présenter la fonction de « découverte » et de productions d'objets nouveaux ainsi que les fonctions heuristique et mathésique[7] associées respectivement à la production de compréhensions et d'explications.

1.2.1 Produire du neuf

L'une des principales fonctions que remplit *le produit de l'activité descriptive* est en effet de donner à voir, de « *produire du neuf* ». Par exemple dans son ouvrage *Preuve et réfutations*, I. Lakatos ne cesse de produire des descriptions d'objets comme celle-ci : « un polyèdre étoilé, que j'appellerai *hérisson*, constitué de 12 pentagones étoilés. Il a 12 sommets, 30 arêtes et 12 faces pentagonales »[8]. De tels textes ont pour but de faire apparaître de nouveaux objets, de permettre au lecteur de se les représenter, de les identifier, de les reconnaître. En cela, ils sont proches des définitions.

Cette nouveauté peut ensuite être exploitée dans une situation de preuve, en jouant le rôle de contre-exemple, en donnant la possibilité de démentir, tester etc.

Cette nouveauté peut aussi venir bouleverser des catégorisations déjà établies, en exiger d'autres ou au contraire les renforcer. Décrire un animal aussi surprenant que l'ornithorynque fait voler en éclat l'ancienne norme descriptive, tandis que trouver et décrire le dernier élément de la table de Mendéléïeff confirme la théorie de ce dernier.

En conséquence la présentation d'objets inconnus par le texte descriptif permet d'ouvrir des problèmes et d'en résoudre d'autres. En classe de mathématiques, on conçoit que des descriptions sont utiles dans des démarches plus générales de preuves ou de catégorisations (« décrivez un polyèdre qui ne soit pas un prisme »).

1.2.2 Produire des explications, provoquer la compréhension

Si la mise en évidence d'un objet nouveau est une caractéristique du discours descriptif, il est possible de distinguer dans cet ensemble de discours ceux qui supposent l'objet neuf pour le lecteur et ceux qui permettent au scripteur de découvrir du neuf. Dans le premier cas, le scripteur connaît déjà l'objet et veut exposer, informer, transmettre des connaissances à son lecteur potentiel. C'est Zola décrivant dans *Germinal* la mine et les logements des mineurs, pour dévoiler à ses lecteurs supposés ignorants certaines conditions de vie des ouvriers. Dans le second cas, le scripteur aborde un objet nouveau

[7] Cf. Y.Reuter, 1998, Repenser la description ?, *Pratiques* n° 99, *La description*, pp.5-26.

[8] I. Lakatos, 1984, *Preuves et réfutations*, Hermann, Paris, p.22.

pour lui, et en le décrivant, construit des connaissances sur cet objet. Ce sont ces élèves de grande section de maternelle, qui en décrivant oralement les freins d'une bicyclette, en comprennent le fonctionnement.

Du point de vue didactique, cette distinction permet non pas de catégoriser les activités de description proposées aux élèves, mais de s'interroger sur la dimension qui est favorisée dans la tâche proposée et d'en tirer les conséquences didactiques, en particulier sur le plan des actions de l'enseignant. Si la dimension mathésique est privilégiée, c'est-à-dire si l'on demande à l'élève de produire une description destinée à expliquer, faire comprendre, on peut interroger l'élève sur les effets qu'il souhaite produire chez son lecteur en décrivant (par exemple en décrivant une distribution statistique) et sur les moyens qu'il possède pour produire ces effets (par exemple hiérarchiser les catégories de la plus fréquente à la moins fréquente). Si au contraire l'enseignant suppose que la fonction heuristique est prépondérante dans l'activité descriptive destinée à l'élève, les contraintes qui guideront l'élève dans son écriture seront d'un autre registre. Par exemple, parvenir à la description suivante : « $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ » peut faire comprendre que l'objet décrit est un cercle. Ce à quoi le texte descriptif « $x^2 + y^2 - 2x - 4y +1 = 0$ », qui décrit le même objet parvient moins bien.

Ainsi, l'écriture et la lecture de descriptions constituent des tâches qui sont productrices de savoirs, qui s'inscrivent dans une pratique scientifique d'interrogation et donc sont intéressantes à faire acquérir par les élèves. En revanche, elles sont sans doute, comme toute production d'écrits, source de difficultés pour des apprenants.

Si nous avons pu montrer des fonctions que remplissaient la production de textes descriptifs, les exemples que nous avons donnés de tels textes laissent entrevoir deux choses essentielles :

- La première, c'est qu'il existe une multiplicité de descriptions possibles du même objet. Cette particularité nous mènera un peu plus loin à parler de l'évaluation et de la comparaison de textes descriptifs.
- La seconde est que les tâches descriptives sont productrices de savoirs. Reste à comprendre comment participer à cette production de savoirs et accompagner l'élève dans cette élaboration.

2. Analyse de textes descriptifs

2.1 Eléments théoriques d'analyse des textes descriptifs

La position que nous adoptons est la suivante : l'écriture de textes descriptifs est avant tout une situation de construction discursive au cours de laquelle la fonction cognitive de l'écriture va être mobilisée. Cette position nécessite d'analyser le discours descriptif, non pas dans sa dimension esthétique, qui confine alors le discours descriptif à la pratique littéraire, mais dans sa dimension *d'acte de communication* (pour soi ou pour autrui).

Nous avons par conséquent utilisé les travaux déjà classiques de Philippe Hamon[9] et de Denis Apothéloz[10], ainsi que ceux de Jean Michel Adam[11], qui s'inscrivent dans une perspective plus typologisante. Enfin, nous nous sommes appuyés sur les travaux plus récents menés au sein de l'équipe Theodile[12].

Nous avons ainsi retenu deux temps dans l'analyse du texte descriptif : le premier est consacré à l'identification de l'organisation interne du texte. Les éléments d'analyse spécifiques sont empruntés aux travaux de Denis Apothèloz. Ils nous permettront de reconstruire - autant que faire se peut - les choix que le scripteur a effectués, les contraintes auxquelles il s'est soumis, implicitement ou explicitement. Le deuxième temps de cette analyse concerne le fonctionnement du texte descriptif. Nous suivrons dans ce cas les propositions de Yves Reuter[13] qui détermine plusieurs niveaux de lecture de ce texte. Enfin, nous présenterons des exemples d'analyse de descriptions géométriques.

2.1.1 L'organisation interne du texte descriptif, la notion de « parcours descriptif »

C'est en effet Denis Apothéloz[14], qui le premier, élabore une analyse précise des textes descriptifs en posant comme hypothèse que décrire est une production discursive organisée, puisqu'elle est une transcription dans un discours linéaire de la globalité d'un objet ou d'une image. Pour rendre compte de *l'organisation interne* du discours descriptif, Denis Apothéloz propose de l'analyser en terme de « parcours descriptif » et d'isoler les opérations nécessaires à la gestion de ce parcours. Ces opérations décrivent les rapports qu'entretiennent l'image ou l'objet à décrire et le texte qui « prend en charge cette image ou cet objet et se construit à partir d'eux ». Elles sont de trois types différents :

- des opérations de *découpage de l'objet*. Ces opérations de découpage reposent particulièrement sur l'identification d'un tout et de ses sous-parties et sur leur désignation.
- des opérations de *sélection des informations* relatives à cet objet global et à ses sous parties. Les informations relevées sont des propriétés qualificatives ou de localisation.
- enfin, une opération d'*ordonnancement* de ces informations

Ces différentes opérations sont effectuées de façon simultanée par le scripteur. Elles s'inscrivent dans une multitude de choix et de contraintes auxquelles le scripteur décide d'obéir.

Parmi ces contraintes, nous pouvons distinguer les contraintes qui sont plus ou moins liées à l'objet à décrire, celles qui sont davantage liée au scripteur - en particulier à

---

[9] P. Hamon, 1981, *Introduction à l'analyse du descriptif*, Hachette, Paris.

[10] D. Apothéloz, 1983, Eléments pour une logique de la description et du raisonnement spatial, *Degrés*, n° 35-36, Bruxelles.

[11] J.M. Adam, 1992, *Les textes : types et prototypes*, Nathan, Paris.
J.M. Adam, 1993, *La description*, PUF, Collection Que sais-je ? n° 2783, Paris
J.M. Adam et A. Petitjean, 1989, *Le texte descriptif*, Nathan, Paris.

[12] Ces travaux ont conduit à l'ouvrage sur la description dirigé par Yves Reuter cité plus haut, ainsi qu'à la publication de deux numéros spéciaux des revues *Pratiques*, n° 99, et des *Cahiers Pédagogiques* (avril 1999).

[13] Y. Reuter, 1998, La description en question, dans *La description*, PUS , Villeneuve d'Ascq.

[14] D. Apothéloz, opus cité.

ses connaissances et à ses représentations de la tâche - et enfin les contraintes directement liées à la discipline.

En effet, certaines des contraintes qui guident les choix des scripteurs sont liées directement mais toujours culturellement à l'objet à décrire : par exemple, on ne décrit pas un être humain de droite à gauche, mais de haut en bas. Plus précisément, en géométrie, le fait de pouvoir ou non nommer la configuration globale décrite, celui d'identifier des particularités spatiales telles que des symétries, guideront l'ordonnancement des informations.

D'autres contraintes en revanche sont indépendantes de cet objet : c'est le cas des principes « géométriques », au sens usuel de ce terme, qui peuvent être systématiquement adoptés pour soutenir le parcours descriptif : balayer l'objet de gauche à droite, ou du centre de l'objet vers sa périphérie.

Les contraintes que nous identifions comme plutôt liées au scripteur dépendent des représentations que le descripteur possède de l'objet et des espaces de représentation dans lesquels il plonge l'objet pour l'appréhender et le décrire.

2.1.2 Les différents niveaux d'étude du texte descriptif et les fonctions de ce texte

Ces premiers éléments d'analyse de textes descriptif permettent d'appréhender la description produite. Cependant, le fait de considérer le texte descriptif comme un acte de communication (pour soi ou pour autrui) autorise, d'après Yves Reuter[15], plusieurs niveaux d'étude de ce texte :

Le premier de ces niveaux interroge le texte descriptif en tant que production scripturale. Le second le considère en tant que partie d'un texte plus global : dans ce cas, nous nous demanderons ce qu'annonce la description et quelle utilité elle présente. Le troisième enfin la construit en tant que discours engagé dans une réception : que dit la description de son auteur, que laisse-t-elle supposer de ses positions, de ses attentes, des effets visés etc.

2.2 Fonctionnement de ces éléments d'analyse sur des exemples de descriptions en mathématiques

Pour rendre compte du choix que nous avons fait d'explorer des textes mathématiques dans des lieux divers, nous allons faire fonctionner ces éléments d'analyse sur trois textes différents : le premier est un texte extrait d'un ouvrage scientifique reconnu, le second l'est d'un manuel scolaire, les troisièmes sont des travaux d'élèves de collège.

2.2.1 Une description scientifique

Nous avons choisi d'étudier tout d'abord une description géometrique composée dans un langage naturel. Elle a été citée plus haut comme exemple de description

[15] Y. Reuter, opus cité, p.52.

survenant dans un discours mathématique, au sens de discours publié dans un ouvrage reconnu dans la communauté des mathématiciens. Pour éclairer l'analyse menée, nous reprendrons ici le fragment de texte dans son intégralité :

«Gamma[16] : Je le peux. Regardez ce *Contre exemple 3 : un polyèdre étoilé, que j'appellerai hérisson (fig.7), constitué de 12 pentagones étoilés (fig.8). Il a 12 sommets, 30 arêtes et 12 faces pentagonales* : vous pouvez compter pour vérifier, si vous le voulez. Ainsi la thèse de Descartes-Euler n'est pas du tout vraie, puisque pour ce polyèdre :

$$S\text{-}A+F = -6$$»

Nous commencerons par identifier les choix relatifs aux différentes opérations de découpage, de sélection des informations et d'ordonnancement de ces dernières.

L'objet global, neuf, inédit, est immédiatement posé et désigné par l'auteur d'un nom original, « hérisson ». Il est présenté comme résultat d'une déconstruction (12 pentagones étoilés). Viennent ensuite les sous-parties de l'objet, qui sont, dans cet ordre : les sommets, les arêtes et les faces. Les informations données sont leur nombre (12, 30 et 12) et la forme des faces (pentagonales).

Si nous considérons cette description uniquement en tant que production scripturale nous relèverons que l'organisation interne de ce texte est conforme aux règles mathématiques du genre : la présentation successive des sommets, arêtes, faces suit l'ordre de leurs dimensions respectives, 0,1 et 2. Le choix des informations et du découpage de l'objet en sous-parties inscrit l'objet dans une géométrie topologique si les pentagones ne sont pas réguliers, euclidienne s'ils le sont. A ce niveau, nous pourrons dire que cette description pose un nouvel objet polyédrique en respectant le cadre mathématique dans lequel elle s'inscrit.

Si nous interrogeons à présent ce texte en tant que fragment d'un discours plus vaste - l'ouvrage dont il est extrait - cette description apparaît comme nécessaire pour la progression de l'argumentation développée. En effet, le polyèdre singulier ainsi décrit va jouer le rôle de contre-exemple pour l'extension de la formule d'Euler à tous les polyèdres. La fonction essentielle de cette description est donc de programmer le discours.

Enfin, analysons ce texte en tant que texte inscrit dans une communication. L'auteur de la description suppose des savoirs mathématiques partagés par son lecteur. Cependant les renvois effectués à des figures présentes dans le texte laissent supposer que la description produite est quelque part insuffisante à la représentation de l'objet décrit et aux opérations mentales de vérification (« vous pouvez compter pour vérifier »). Le scripteur écrit une description exacte du point de vue du mathématicien, mais en reconnaît, avec son lecteur, les limites. Le choix d'une description mathématique ne délivre pas au lecteur une description explicative ou monstrative. Une description explicative pourrait commencer par « Voici un polyèdre dont les faces ne sont ni convexes ni accessibles comme elles l'étaient dans les polyèdres considérés jusqu'alors etc.». Elle éclairerait le lecteur sur la démarche de l'élève Gamma dans la construction de son contre-exemple. Une description monstrative donnerait à voir l'objet décrit. Elle pourrait s'ouvrir par : « Imaginez une douzaines d'étoiles à cinq branches, dont les faces s'entrecroisent de telle façon que

[16] L'ouvrage (I. Lakatos, opus cité) se présente sous la forme de dialogues entre plusieurs personnages, qui se nomment Alpha, Bêta etc.

seules dépassent les branches des étoiles. Toutes ces branches se réunissent pour former 30 pics isolés, d'où le nom de hérisson donné au solide etc. » Nous proposons donc de dire que le scripteur pose avant tout son lecteur comme mathématicien.

En définitive, cette description qui inscrit le scripteur et le lecteur dans un cadre mathématique strict, a pour fonction première de « produire de l'inédit », en délaissant quelque peu celles de donner à voir et d'expliquer. Elle assume également une fonction essentielle dans la démarche argumentative, puisque l'objet qu'elle pose et désigne joue le rôle de contre-exemple.

2.2.2 Une description de manuel

Voici deux descriptions (annoncées comme telles) de deux prismes :

« Ce prisme est délimité par	Ce prisme est délimité par
- 2 triangles superposables	- 2 quadrilatères superposables
- 3 faces rectangulaires	- 4 faces rectangulaires. [17] »

Ces deux descriptions accompagnent (se substituent à) deux figures de prismes, elles apparaissent dans le chapitre consacré à l'étude de ces polyèdres. Ces descriptions sont organisée par la désignation immédiate du tout (Ce prisme), par un ordonnancement des sous parties (base/faces) dont on précise le nombre et les identités de forme. Cette organisation est renforcée par la présence d'un lien entre parties et tout (délimité). Ces deux descriptions peuvent être perçues comme des listes, et cette perception est renforcée par la typographie adoptée (les tirets et les renvois à la ligne). Mais l'effet quelque peu néfaste dans ce cas du désordre associé à la description sous forme de liste est à notre avis, annihilé par la mise en correspondance des deux descriptions. Le parallélisme des deux textes induit au contraire une norme de description. Le fait que le scripteur est anonyme, volontairement absent peut renforcer l'idée de texte normatif. Enfin, les informations transmises sont surabondantes puisque le nombre des faces du prisme peut être déduit de la forme des bases.

Par conséquent, les fonctions que remplissent ces deux descriptions sont sans doute de donner à l'élève un modèle et un guide descriptif d'un prisme, modèle et guide qui peuvent l'aider à reconnaître et à se représenter un prisme.

La décision de produire des descriptions surabondantes à cet instant du cours semble être dictée par le souci de faire construire par l'élève le lien entre nombre de faces et nombre de cotés de la base. L'intérêt didactique de ce choix est donc celui de l'accompagnement de la construction d'une connaissance nouvelle. L'élaboration de cette connaissance est d'ailleurs interrogée un peu plus loin par le même manuel. Nous trouvons en effet dans les exercices une description non surabondante d'un prisme, puisqu'elle s'énonce ainsi : « Imaginons un prisme droit dont la base est un polygone à 1789 cotés ». L'exercice se poursuit par la question « Combien a-t-il de sommets, de faces et d'arêtes ? [18]». Cette présentation d'une description surabondante facilitante suivie d'une confrontation à une description économique paraît permettre le fonctionnement du savoir à construire, pourvu que l'enseignant l'institutionnalise.

---

[17] *Mathématiques 5ème*, 1987, Hatier, Paris, p.126.

[18] Idem, p.131.

2.2.3 Des descriptions produites par des élèves

Nous ne présenterons ici que quelques descriptions produites par des élèves de 4$^{\text{ème}}$ et de 3$^{\text{ème}}$.

2.2.3.1 Situation

La tâche de description proposée est la première partie d'une situation plus longue. Il est demandé aux élèves de décrire une configuration plane, qui représente deux trapèzes rectangles symétriques par rapport à une droite. Les mesures de longueur des trapèzes sont aisément accessibles, grâce à un quadrillage dans lequel la figure est tracée. La consigne est de décrire la figure, sachant que cette description s'adresse à un élève plus jeune, qui ignore la signification du mot symétrique. La situation doit se poursuivre par la présentation de plusieurs descriptions différentes à la classe, la confrontation des textes discursifs, l'élaboration d'une description commune. Le but pour l'enseignant est d'observer, décrire les productions spontanées des élèves puis de les faire ensuite travailler sur l'équivalence du mot symétrique dans le discours produit et enfin de les faire travailler sur l'identité des figures attachées aux discours descriptifs qu'ils avaient écrits.

Nous pouvons tout de suite remarquer que ces élèves se sont tous placés dans un cadre descriptif géométrique. Ils se sont en particulier interdits toute métaphore ou analogie, à la différence des élèves de CM1 CM2, 6$^{\text{ème}}$, 5$^{\text{ème}}$ (un cône est décrit comme étant un chapeau de clown, une figue constituée de triangles comme une maison inclinée). Ils s'interdisent également toute référence à des situations concrètes dont la figure pourrait constituer une modélisation, à la différence d'étudiants plus âgés. (deux figures symétriques sont décrites comme l'image dans un miroir d'un objet concret).

Ces élèves, pour la plupart d'entre eux, vont tenter de mettre en scène, d'exposer leurs compétences et leurs connaissances relatives à la symétrie orthogonale, peut-être parce qu'ils supposent que c'est là que portera l'évaluation du lecteur, en l'occurrence l'enseignant.

2.2.3.2 Productions d'élèves

Aucun des élèves interrogés n'est resté sans réponse. Tous ont pu s'engager dans la description demandée. Mais le dépouillement des productions des élèves montre immédiatement une très grande diversité. Cette diversité est essentiellement perçue au niveau global, entre les élèves, mais elle existe également au niveau individuel : on peut ainsi constater des modifications significatives entre le brouillon et le texte « définitif ». Les différences inter - individuelles se manifestent, à première vue, par la longueur des textes (de quelques mots à une dizaine de phrases) et par des ajouts à la figure initiale (lettres codant les sommets, tracé de segments).

Voici quelques productions remarquables d'élèves.

Farida, 4$^{\text{ème}}$

« *Voici* un rectangle *il y a* une diagonale qui traverse ce rectangle. Dans la 1ère partie du rectangle il y a un autre petit rectangle qui est coupé sur le côté, Dans l'autre aussi et qui n'est *pas mis de la même façon.* Entre *les deux rectangles, il y a* une frontière et si tu pli la feuille *tu verras* que les deux petits rectangles sont l'un sur l'autre. »

Le texte de Farida est organisé par le renvoi explicite à la figure et seulement par lui (voici, il y a), il donne à voir. L'organisation est gérée comme suit : le cadre, la diagonale, les deux trapèzes, puis une thématisation d'objet : les deux trapèzes, séparés par une frontière, qui ne sont pas mis de la même façon, qui vont l'un sur l'autre. L'opération de thématisation définie par Apothéloz fait oublier à l'élève l'aspect de diagonale que possède la droite. Peut-être ne peut elle pas gérer les deux thèmes simultanément parce qu'elle ne dispose pas de techniques de dénomination de l'objet (ici de codage).

Il n'y a aucune indication de mesure, ni de positions. La cohérence de sa gestion repose sur la thématisation et le déplacement visuel de gauche à droite. L'incohérence est due à l'absence de reprise d'objet.

Karine, 4ème

« *Construis* un rectangle sur une feuille spirale, *trace* une de ces diagonales, de chaque côté de celle-ci *construis* une figure *tel qu'un côté = 2 carreaux, 2 autres perpendiculaires à celui-ci = 4 carreaux et 3 carreaux* puis rejoins ces deux côtés. Enfin plies cette feuille il faut que de l'autre côté de la diagonales cette figure se reproduise »

Le texte de Karine est surtout organisé selon un principe de construction de l'objet (Y. Reuter) ou de description procédurale (Adam). Elle présente successivement le rectangle, une diagonale, un trapèze spécifié par des mesures et des orthogonalités, l'autre trapèze reproduit grâce au premier. Or, l'identification d'un ou de deux trapèzes est une identification purement visuelle, c'est-à-dire qu'il nous est possible d'interpréter comme un choix délibéré - et non pas comme un oubli - la description d'un seul de ces trapèzes. Cette décision est essentielle pour l'élève, car elle le place de fait dans un projet qui est celui d'aider à construire l'autre trapèze, projet qui doit faire fonctionner la symétrie axiale comme une application et non pas comme un terme descriptif.

La description de Karine est donc une description d'actions. C'est le seul texte où apparaissent des données de mesure non surabondantes.

Comme dans la majorité des cas, ces données de mesure ne concernent qu'un des deux trapèzes.

Myriam 4ème

« *Fait* un rectangle *coupe* le rectangle à c'est intersection tu n'obtiens plus un rectangle mais 2 triangles rectangles *fait 2 trapèzes qui se superpose* si on plie la feuille sur la droite qui coupe le rectangle à ces intersection »

Le texte de Myriam est intéressant car il montre, comme celui de Farida, comment un changement de point de vue peut détruire les objets construits initialement. Identifier deux triangles fait disparaître le rectangle initial.

Nous interprétons le « tu n'obtiens plus » comme des traces des difficultés - mises en évidence par R. Duval[19] et A. Mesquita[20] - des élèves à analyser une figure de géométrie en isolant des éléments intérieurs au sein d'éléments « englobants ». La description, au contraire de la production d'un plan de construction, est peut-être l'occasion de permettre à l'élève de résoudre ce conflit, par une demande de réécriture par exemple.

Yannick 4ème

« faire la figure de la description donc fais les deux parallélogramme encadré par un rectangle avec des angles droits séparés par une ligne »

Le texte de Yannick prend pour objets essentiels les deux trapèzes, dont les spécifications sont l'encadrement par le rectangle, le fait de posséder des angles droits et enfin d'être séparés par une ligne. Or cette description prend l'aspect d'une liste de spécifications qui est incohérente dans son exposé. En effet, l'élève mêle des propriétés de localisation et des propriétés internes à l'objet. Il reste à remarquer que Yannick retranscrit ce qu'il voit tout en utilisant des verbes d'action.

Maxence 3ème

« *Il s'agit* d'un rectangle coupé en deux par une diagonale. Des deux côtés de la diagonale *deux trapèzes rectangles* sont tels que tous les points correspondants (ayant le même angle) sont à la même distance de la diagonale. Ces deux figures sont à la même distance de la diagonale. Ces deux figures sont « en face » si on trace une droite perpendiculaire à la diagonale, elle coupe les figures au même point. »

Encore une fois, le texte de Maxence est un texte « visuel », qui procède par thématisation du rectangle, puis des deux trapèzes. On ressent les difficultés de cet élève à jouer avec la correspondance des sommets des trapèzes, difficulté due en partie à l'absence de codage de ces sommets. Mais c'est aussi le seul à user d'un terme du langage commun (« en face », dont il signale l'importation, le décalage par des guillemets) pour faire comprendre l'orientation différente des deux trapèzes.

Mickaël 3ème

« Prends une feuille de papier quadrillé *13 sur 16* et *trace* sa diagonale. Tu l'appellera Δ. En partant du haut à gauche, descends de 4 carreaux puis va vers la droite de 2 carreaux. C'est le point B. Descends de 2 carreaux à partir de B c'est A. Vers la droite et 3 carreaux c'est D. A partir de B vers la droite à 4 carreaux, c'est C. *Relies* les 4 points. Tu *obtiens* un trapèze ABCD. A partir des 4 points, trace leur perpendiculaire à la droite Δ. Tu obtiens les points A' B' C' et D'. A partir des points, trace leur perpendiculaire AA'=2,3 cm. BB' = 2,9 cm. DD' = 1,2 cm et CC' = 1,4 cm. Tu obtiens les points EFGH. C'est le *deuxième trapèze* symétrique au premier »

---

[19] R. Duval, 1994, Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, dans *Repères IREM*, n° 17, Topiques éditions, Pont-à-Mousson.

[20] A. Mesquita, 1989, *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie*, Thèse U.L.P., Strasbourg.

Le texte de Michael est plus long que les autres, car l'enfant s'est attaché à une exhaustivité des informations. Non seulement il souhaite délivrer les informations de longueur relatives au premier trapèze, mais également sa localisation. Les informations suivent le principe d'économie et de la cohérence géométrique.

C'est également un des rares élèves à produire une description « clarification ». Dans la dernière phrase, Michael désigne l'intérêt de son texte, expose la nouvelle désignation de l'objet construit.

Ce type de textes est caractéristique d'élèves qui ont décidé de s'inscrire davantage dans un projet de reconstruction à l'identique de la figure proposée. Ils se trouvent alors confrontés à un problème *d'exhaustivité et de nécessité* des informations à apporter. Quelles sont les indications nécessaires et celles qui sont superflues ? C'est à cet instant qu'à notre avis fonctionnent et prennent sens les connaissances possédées sur la symétrie axiale, puisque les indications (recueillies par la simple vision, par comptage ou prise de mesure) données sur l'un des deux trapèzes peuvent être immédiatement transcrites à l'identique à l'autre trapèze. De même, la position d'un des sommets d'un des trapèzes est suffisante pour accéder à la position du sommet correspondant de l'autre trapèze, en indiquant la distance qui les sépare.

Julien, 3ème

> « il faut faire un rectangle de 6,4cm sur 7,9cm. Tracer une diagonale. A partir de cette diagonale, fais 4 segments perpendiculaires à la diagonale, qui passe de chaque côté de la diagonale. Sur le 1er segment, il doit y avoir 1,2cm de chaque côté. Sur le 2ème segment 1,9cm de chaque côté, sur le 3ème, 2,9cm de chaque côté, sur le 4ème, 2,4cm de chaque côté. Tu relies les points pour faire 2 figures de chaque côté»

Le texte de Julien est atypique, car c'est le seul à ne pas thématiser les deux trapèzes. Le texte de description d'actions est ordonné selon le déroulement de ces actions. C'est donc un texte presque uniquement géré par les procédures que l'élève a reconstruites, et détourné profondément du visuel.

2.2.3.3 Conclusion

Brièvement, les choix qui ont départagés l'ensemble des élèves concernent la thématisation des deux trapèzes rectangles ou d'un seul et la délivrance d'indications de mesure et de positions ou l'absence de telles indications. L'analyse des productions des élèves révèlent que ces choix sont équilibrés.

Le choix de décrire un trapèze rectangle ou deux trapèzes simultanément est une décision comme nous l'avons dit plus haut, très claire, sans ambiguïté dictée par le but que l'élève se donne.

Cette remarque nous amène à supposer que pour les élèves, l'écriture et la composition d'une description géométrique sont organisées en partie par le but qui la valide.

Si nous regardons à présent les choix effectués pour la délivrance des spécifications de positions et mesures ils apparaissent comme des lieux d'hésitations et de problèmes à la différence des choix effectués en ce qui concerne les formes présentées. En particulier dans le cas étudié, il est possible à l'élève de s'inscrire dans un cadre « affine » ou métrique. Ces cadres géométriques ne sont pas connus des élèves de 4ème et de 3ème [21]. Par conséquent, il est tout à fait légitime de voir apparaître des tensions dans les choix de prises d'informations, tensions qui se lisent dans les hésitations, les informations écourtées ou négligées.

L'identification de ces tensions [22] *est révélateur d'un rôle intéressant à faire jouer à ce type d'exercices. En effet, il est possible à l'enseignant de faire éprouver ces cadres divers de géométries « emboîtées », en jouant sur les invariants propres à chacun de ces cadres. géométriques. Il peut s'en suivre une classification des descriptions produites, selon la nature des transformations géométriques à utiliser.*

Dans le cadre de l'étude menée, nous pouvons distinguer trois types de textes selon les choix effectués concernant les informations de positions et de mesures

- Le premier type de texte est celui où il y a absence d'indications de mesures et de positions précises. « *fais deux trapèzes qui se superposent si on plie la feuille sur la droite* (Myriam, 4ème).

- Le deuxième type de texte regroupe les textes dans lesquels l'élève ne fournit aucune indication de position et de mesure mais indique que « *les sommets des trapèzes sont à égale distance de la droite* » (Virginie, 3ème).

- Enfin, le troisième type de texte est celui où l'élève tente de décrire la position (relativement au rectangle ou à la droite) d'un des trapèze rectangle et fournit également quelques indications de mesure.

Nous interprétons ces trois types de textes comme autant de solutions pour gérer simultanément la contingence de la figure tracée et l'universalité des propriétés de la symétrie axiale que l'élève connaît.

Le premier et le deuxième type de textes apparaissent alors comme des productions dans lesquelles l'élève néglige les particularités de la figure pour ne décrire que les contraintes auxquelles elle doit obéir pour que les deux trapèzes soient dits symétriques. Ces élèves privilégient le projet de *montrer* ce qu'est une symétrie (universalité) plutôt que celui de *reproduire* à l'identique (contingence) ce qui est une particularité du troisième et dernier type de texte.

En résumé, nous définissons dans cet ensemble de textes deux pôles opposés, qui attirent plus ou moins les descriptions considérées.

Le premier pôle regroupe les descriptions dont le but est de rendre compte et de communiquer ce qui est vu, et le second regroupe les descriptions dont le but est de donner les moyens de « faire », ici de construire. La proximité des textes du premier pôle se traduit par la description de deux trapèzes rectangles, leur identité de mesures, leurs disposition par rapport à la droite. La proximité du second quant à elle, se lit au travers de la description d'un seul des deux trapèzes et d'un ensemble de prescriptions à respecter pour la construction de l'autre.

Dans le premier des pôles décrits, les informations sur la figure et les savoirs mathématiques possédés jouent un rôle de validation (de preuve) : c'est *parce que* les

---

[21] Ils ne sont pas enseignés explicitement dans ces classes.

[22] Sur le rôle et la place des tensions dans une modélisation didactique de l'écriture, on pourra se référer à : Y. Reuter, 1996, *Enseigner et apprendre à écrire*, E.S.F., Paris, pp.74-76.

trapèzes sont de même forme, de mêmes mesures et d'orientation différente que la figure peut être décrite en terme de symétrie. Dans le deuxième cas, les informations prises sur la figure et les savoirs possédés sont des instruments dans un programme de construction.

Faire apparaître ces deux pôles, leur reconnaître des fonctions différentes est à nos yeux une stratégie intéressante pour la gestion ultérieure par l'enseignant de la situation. On peut ainsi confronter les productions des élèves pour évaluer celles qui permettent le mieux de se représenter l'objet et pourquoi.

3. Ecriture de descriptions et élaboration de connaissances dans l'enseignement de la géométrie au collège

Les outils théoriques exposés permettent, selon nous, une compréhension des difficultés d'écriture auxquelles des élèves de collège se trouvent confrontés lors de tâches descriptives. Cependant notre projet est aussi celui d'élaborer des situations d'enseignement - apprentissage basées sur des tâches descriptives, puisqu'une des hypothèses qui sous tend cette étude est celle de la fonction cognitive de l'écriture. Reste néanmoins à tenter de mettre en évidence les choix de contraintes que l'enseignant peut effectuer pour que la tâche de description en mathématiques soit productrice de savoirs mathématiques.

3.1 Recherche de principes contraignants dans l'écriture de descriptions en géométrie

Le constat qui est fait est le suivant : le nombre de descriptions attachées à un même objet est pratiquement illimité, et les élèves de collège éprouvent de grandes difficultés à produire des descriptions. Par conséquent, notre souci est d'élaborer des contraintes qui ont pour effet de restreindre les choix possibles de textes pour l'élève.

Nous avons pour but tout d'abord d'aider les élèves à écrire des descriptions, c'est-à-dire de les aider à composer, organiser et planifier leurs productions. Pour cela des contraintes d'ordonnancement du texte descriptif en géométrie seront recherchées. Ensuite, nous souhaitons faire en sorte que décrire soit une activité de productions de savoirs mathématiques : des connaissances mathématiques devront être mobilisées par l'élève pour organiser son texte et pour vérifier ce dernier. Elles devront assurer à l'élève un contrôle possible et une évaluation de sa description. Nous reprenons les termes de F. Conne pour penser qu'alors ces connaissances mathématiques, identifiées comme utiles par l'élève dans un premier temps, puis par l'enseignant lors d'une séquence d'institutionnalisation, pourront devenir des savoirs mathématiques[23].

Nous avons élaboré deux principes contraignants qui paraissent répondre à ces attentes dans le domaine de la géométrie : le premier, que nous nommons « principe de cohérence géométrique », semble répondre à la question d'ordonnancement des

[23] F. Conne, 1992, Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* Vol 12 2/3, Editions La Pensée Sauvage, Grenoble.

descriptions en géométrie, le deuxième, « principe d'économie » répond davantage à la deuxième exigence.

3.1.1 Principe de cohérence géométrique

Nous appelons principe de cohérence géométrique l'ensemble des contraintes qui pèsent sur l'organisation interne du texte descriptif géométrique liées à l'obligation pour le scripteur de plonger l'objet décrit dans un champ géométrique déterminé.

En effet les informations délivrées au lecteur dépendent des géométries (topologique, affine, euclidienne) dans lesquelles l'auteur de la description décide de plonger l'objet ou la configuration. Les propriétés retenues dépendent des transformations qui laissent l'objet décrit - ou la configuration décrite - globalement invariant. Les informations qui constituent le texte descriptif peuvent ainsi être hiérarchisées, comme le sont les différentes géométries[24]. Elles sont ordonnées selon les groupes fondamentaux de transformations géométriques qui laissent invariantes ces informations : les indications de parallélisme, de mesures d'angles, de mesures de longueurs, d'orientation par exemple, peuvent alors être délivrées dans cet ordre. Par exemple, si l'on décrit une figure géométrique comme « un quadrilatère » sans autre précision, cette figure peut être soumise à de multiples transformations : on peut le tourner, le décaler, l'agrandir, modifier ses angles... sans que cette description s'en trouve modifiée. Si l'on décrit à présent cette figure comme « un quadrilatère dont deux côtés sont parallèles », les mouvements que peut subir cette figure sans que la description initiale s'en trouve affectée sont plus restreints que précédemment : on ne peut modifier en toute impunité ses angles. Si de plus on informe le lecteur des mesures d'angles de ce quadrilatère, il ne peut plus être que tourné, agrandi, réduit, déplacé. Si enfin on ajoute les indications de longueur des côtés, il ne peut plus être que tourné, déplacé.

L'ordonnancement dont nous venons de décrire les règles est relatif à la description des formes des différents objets. Il peut également rendre compte des *positions* relatives de ces objets lorsqu'ils sont intégrés dans une configuration. En effet, les positions relatives peuvent être exprimées en termes empruntés à la géométrie topologique, tels que ceux de « disjoints » ou « séparés », mais aussi en termes empruntés à la géométrie affine (« alignés ») ou encore métrique (« à égale distance de » ou encore « à une distance de 4 cm de »).

En conséquence, l'ordonnancement des différentes géométries autorise une organisation de la description géométrique. Nous désignons cet ensemble de règles par le terme de principe de cohérence géométrique. Ce principe ne peut sans doute pas être délivré aux élèves sous la forme présente. En revanche, il est possible de délivrer des contraintes en passant par l'exigence des invariances que doit présenter la description au cours de différentes transformations qui affectent l'objet initial.

---

24 On trouvera un tableau récapitulatif de ce différents invariants dans A. Dahan-Dalmedico, J. Peiffer, 1986, *Une histoire des mathématiques, routes et dédales*, Seuil, Collection Points, Paris, p.165.

3.1.2 Principe d'économie

Si le principe de cohérence géométrique est plus proche de la maîtrise de l'ordonnancement des informations délivrées lors de l'écriture du texte descriptif, le principe d'économie paraît plus destiné à faire fonctionner les connaissances mathématiques possédées par l'élève pur contrôler et évaluer son texte.

C'est la sélection des informations à intégrer dans le discours descriptif qui est envisagée ici. La contrainte forte est alors celle de l'*économie* au sens où aucune propriété ne doit pouvoir être déduite des autres. L'ensemble des informations sélectionnées doit constituer un texte nécessaire et suffisant[25]. Ce principe d'économie est un principe relativement proche de celui qui régit l'écriture de démonstrations en géométrie. Il nécessite un travail ardu de réécriture, travail qui s'appuie surtout sur des opérations de retraits, de coupes dans le discours initial.

3.2 Perspectives didactiques

Ces deux principes permettent à l'enseignant de dicter des règles contraignantes qui guident l'organisation du parcours descriptif en géométrie[26].

Nous ne présenterons ici que quelques exemples de situations didactiques élaborées à partir de la mise en œuvre de ces contraintes.

1) Faire écrire une description d'un objet relativement simple, par exemple un trapèze rectangle, obéissant au principe d'économie. Il est possible de présenter une description peu économique et de demander aux élèves de retrancher les informations superflues, puis de produire ainsi plusieurs descriptions équivalentes de l'objet. En voici un exemple : « ABCD sont les quatre sommets d'un quadrilatère. Les segments [AB] et [CD] sont parallèles. Les segments [AB] et [AC] sont perpendiculaires. Les

---

25 Certes, ce principe d'économie est en contradiction avec la tendance à l'œuvre dans d'autres descriptions, dans d'autres domaines - notamment littéraire scolaire - qui est d'approcher autant que faire se peut, l'exhaustivité de la description. Même si une description, limitée dans le temps et dans l'espace, ne peut être exhaustive, il n'en demeure pas moins que la plupart des théoriciens, et la plupart de manuels scolaires en français mettent davantage l'accent sur le principe d'expansion de la description que sur le principe d'économie réduction. Ces débats, relativement anciens sur les principes opposés d'expansion et de réduction du texte descriptif, proviennent sans doute d'une recherche de distinction entre description et définition. Il reste à vérifier que le principe d'expansion est le principal à l'œuvre dans les descriptions littéraires et que le principe de réduction n'occupe pas également une place sous estimée. Il n'en demeure pas moins que le principe d'économie que nous proposons pour régir la description mathématique peut être ressenti comme conflictuel avec le principe d'expansion s'il est valorisé dans d'autres disciplines.

26 Ces principes énoncés permettent de gérer et spécifient les opérations décrites plus haut. Il est vrai aussi que le co-texte, en particulier le *problème* qui nécessite l'écriture d'une description, qu'elle pose ou permet de résoudre, est un élément organisateur de l'ordonnancement des informations et de la sélection de ces dernières. Il peut venir modifier l'ordonnancement décrit. Dans le cas d'une configuration plane, les différents objets successivement montrés, le sont le plus généralement selon l'ordre suivant : on présente les objets « neutres » puis les objets qui vont faire fonctionner l'objet, le rendre problématique, ou permettre de faire apparaître, surgir de nouvelles informations. Il y a d'abord le décor, puis les outils comme on peut le lire dans la description suivante : « Soit F une figure formée d'un certain nombre de points et de droites. Considérons une conique fondamentale F non dégénérée, que nous appelons conique directrice. » (R. Garnier, 1935, *Leçons d'algèbre et de géométrie*, Gauthier-Villars, Paris, p.20.)

segments [AC] et [CD] sont perpendiculaires. La mesure de l'angle A est de 90°, la mesure de l'angle B est 135°, la mesure de l'angle C est de 90°, la mesure de l'angle D est de 45°. La mesure de la longueur de [AB] est 3cm, celle de [AC] 2cm, celle de [CD] 5cm, celle de [BD] $2\sqrt{2}$ cm. C'est un trapèze rectangle. »

2) Classer des descriptions composées par un ensemble d'élèves selon le principe de cohérence géométrique. Pour que la situation fonctionne, il nous semble impératif de modifier la consigne usuelle, qui est de produire une représentation de l'objet décrit. Nous leur demandons au contraire, de produire *le plus grand nombre possible* de figures satisfaisant aux descriptions proposées.

3) Proposer des textes descriptifs et demander de les modifier en désignant des termes interdits, pour les remplacer par des équivalents. Par exemple, dans la situation décrite plus haut, les élèves avaient pour tâche de ne pas employer le mot « symétrique ». On peut constater la difficulté, dans un premier temps, pour ces élèves de $4^{ème}$ et de $3^{ème}$ à faire fonctionner les connaissances mathématiques qu'ils possèdent pour la plupart.

4) Catégoriser des objets géométriques selon leurs descriptions. Il est possible de s'inspirer de certaines situations développées à l'école primaire (en particulier les activités de descriptions de prismes).

Enfin, il nous semble intéressant de proposer des représentations figuratives de configurations complexes, où les éléments se « recouvrent », afin de travailler le découpage de l'objet et l'identification de sous-parties.

4. Conclusion

A nos yeux, faire décrire ou faire lire des descriptions géométriques constituent des situations didactiques riches de sens parce que comme toute situation d'écriture, elles possèdent des dimensions cognitives essentielles. Mais ces tâches d'écriture sont difficiles à gérer pour des élèves de collège. Deux pistes différentes d'action s'ouvrent aux enseignants : la mise en œuvre des outils d'analyse linguistique permet de mieux appréhender les difficultés rencontrées, l'instauration de contraintes à l'écriture permet sans doute une gestion meilleure du texte descriptif. Cependant, nous n'avons abordé ici que le domaine de la géométrie, tel qu'il apparaît au niveau du collège. Il reste par conséquent à réfléchir sur les modalités d'intervention au niveau de l'école élémentaire et au lycée. Il reste également à pratiquer l'analyse linguistique sur les descriptions composées en statistique et à rechercher des règles contraignantes pour la production de descriptions dans ce domaine particulier.

Bibliographie

ADAM J.M., 1992, *Les textes : types et prototypes*, Nathan, Paris.

ADAM J.M., PETITJEAN A., 1989, *Le texte descriptif*, Nathan, Paris.

ADAM J.M., 1993, *La description*, PUF, Collection Que sais-je ? n° 2783, Paris

APOTHELOZ D., 1983, « Eléments pour une logique de la description et du raisonnement spatial », *Degrés*, n° 35-36, Bruxelles.

BAUTIER T., 1995, « La symétrie orthogonale obligatoire à l'école », *Actes du XXIIème Colloque inter IREM de formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*, COPIRELEM, IREM de Lille

CONNE A., 1980, *Introduction à la géométrie non commutative*, Hermann, Paris, P.38.

CONNE F., 1992, « Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique », *Recherche en Didactique des Mathématiques,* Vol 12 2/3, Editions La Pensée Sauvage, Grenoble.

DAHAN-DALMEDICO A., PEIFFER J 1986, *Une histoire des mathématiques, routes et dédales*, Seuil, Collection Points, Paris.

DUVAL R ., 1991, « Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes », *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, n°4.

DUVAL R., 1988, « Graphiques et équations », *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg.

DUVAL R., 1994, « Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique », *Repères* IREM, n° 17, Topiques éditions, Pont-à-Mousson.

GOODY J., 1980, *La raison graphique,* Minuit, Paris.

GRENIER D., LABORDE C., 1988, « Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale », *Actes du Colloque du GRECO, Didactique et Acquisition des connaissances Scientifiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

HAMON P., 1981, *Introduction à l'analyse du descriptif*, Hachette, Paris.

HILTON P.J., 1973, *Le langage des catégories*, Cedic, Paris.

LAHANIER REUTER D., 1998, « La description en mathématiques. Quelques problèmes posés par les descriptions géométriques », *Pratiques* n° 99, Metz.

LAHANIER REUTER D., 1999, « La description statistique, la part du pauvre ? », *Cahiers Pédagogiques.*

LAKATOS I., 1984, *Preuves et réfutations*, Hermann, Paris.

MESQUITA A., 1989, *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie*, Thèse U.L.P., Strasbourg

MONGE G., 1ère édition An VII, *Géométrie descriptive*, Rééd. J. Gabay,1989, Paris.

OMNES R., 1994, *Philosophie de la science contemporaine*, Gallimard, Collection Folio, Paris.

REUTER Y, 1998, « La description en question », dans *La description*, PUS , Villeneuve d'Ascq.

REUTER Y.(dir.) , 1998, *La description, théories, recherches, formations, enseignement*, P.U.S., Villeneuve d'Ascq.

REUTER Y., 1996, *Enseigner et apprendre à écrire*, E.S.F., Paris.

REUTER Y., 1998, « Repenser la description ? » *Pratiques* n° 99.

REUTER Y., 1999 (à paraître), *La description : théories et pratiques*, E.S.F., Paris.