
LE JEU DE LA BANQUE DES BILLES

Guy BROUSSEAU
Professeur de mathématiques
IUFM de Bordeaux
Directeur du laboratoire de Didactique des Sciences et Techniques
Université Bordeaux I
Rose FOUCAUD
Inspecteur Départemental de l'Education Nationale en retraite

Ce jeu n'est pas à considérer comme une séquence d'activité mathématique. Il n'en tient pas lieu. C'est un jeu, pratiqué en dehors de la leçon quotidienne d'activité mathématique.

La distribution des billes précédant leur échange et considérée, elle, comme séquence d'activité mathématique, est seulement évoquée ici sous le titre : «Introduction». Les activités de distribution ont fait l'objet d'un article dans cette même revue*.

Le jeu est constitué de cinq étapes appelées chacune «jeu» pour les enfants : premier jeu, deuxième jeu...

I - CONDITION DU JEU

Age des enfants : 6 ans.

Nombre des enfants : toute la classe - 27 enfants.

Matériel

- quelques centaines de cinq sortes de billes : terres, agates, porces, loupes, berlons (ce sont les termes utilisés par les enfants) ;

- des cartons numérotés de 1 à 40 pour appeler les enfants. L'ordre d'appel est sujet à des changements :

- ⊕ ordre naturel,
- ⊕ ordre naturel inverse,
- ⊕ ordre décimal inverse : 10, 20, 30, 1, 11, 21, 31, 2, 12, 22...

* Distribuons des perles, Grand N n° 52, pp. 23 à 38.

II - INTRODUCTION : DISTRIBUTION DES BILLES

Situation des participants : Enfants et institutrice sont assis en cercle pour la communication des informations.

Déroulement

✦ Communication des informations.

L'institutrice montre aux enfants les cinq sortes de billes qui ne manquent pas d'éveiller leur intérêt et leur désir, les berlons surtout !

Elle les informe qu'ils vont se les distribuer pour un jeu, le «jeu de la banque» qui suivra.

Chacun recevra : **10 terres, 8 agates, 6 porces, 4 loupes.**

Ainsi est composé leur «portefeuille» de départ. (Pour chacun, une boîte personnelle contient son lot de billes).

Ils s'inquiètent aussitôt : *«Et les berlons ?»*

L'institutrice précise alors : *«Je garde pour le moment les berlons mais vous pourrez les obtenir. Il vous suffira pour cela de les échanger contre les billes en votre possession. Ce sera le «jeu de la banque»».*

- Elle répartit les enfants en groupes de distribution.
- Elle répartit les tâches.
- Elle veille à ce que toutes les informations soient bien comprises et retenues.

✦ Distribution des billes.

III - JEU PROPREMENT DIT

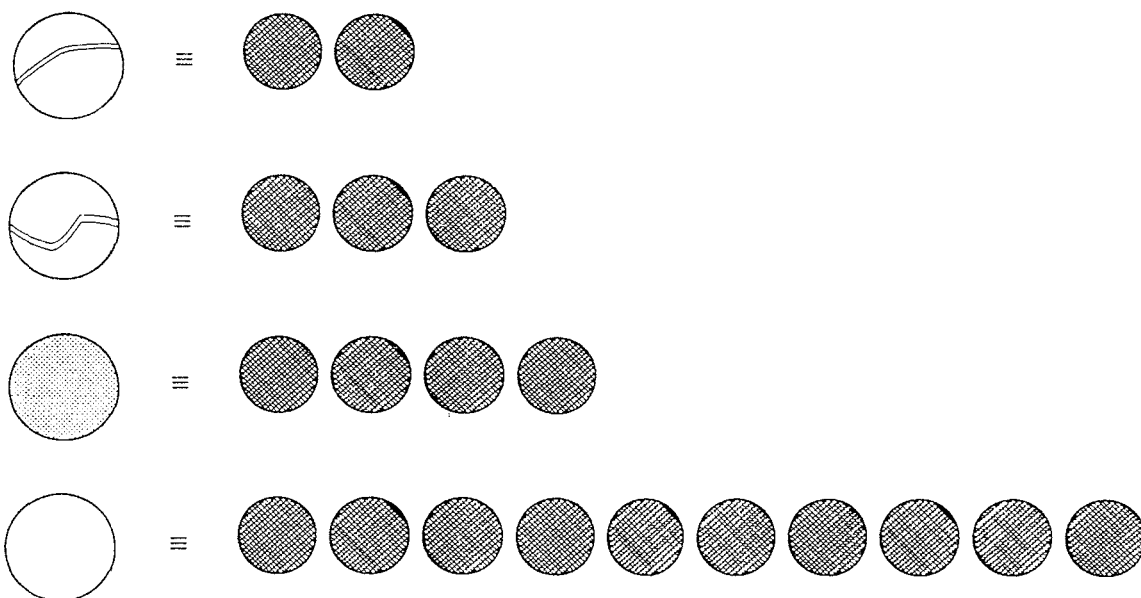
❑ PREMIER JEU

Conditions des échanges des billes

L'institutrice prévient les enfants : *«Je vais vous donner les conditions dans lesquelles vous pourrez échanger vos billes contre des berlons. Les voici sous la forme de ce «tableau des changes»».*

✦ Tableau des changes

L'institutrice le donne en le dessinant :



On peut échanger

1 agate contre 2 terres

1 porce contre 3 terres

1 loupe contre 4 terres

1 berlon contre 10 terres.

Le signe «≡» (équivalent) peut être omis ou remplacé par «:», «→» ... Il ne fait en tout cas l'objet d'aucun «enseignement». Il est lu naturellement et non formellement : «échanger... contre», «vaut».

L'institutrice répète les valeurs des billes plusieurs fois en montrant au fur et à mesure le dessin des éléments nommés.

Elle les répète plusieurs fois en les suivant seulement des yeux, puis sans les regarder. Elle interroge chaque enfant sur ces valeurs dans l'ordre du tableau et au hasard. Le tableau reste affiché jusqu'à la fin des cinq jeux.

Consigne

Il faut échanger vos billes **le plus vite possible** contre **le plus possible** de berlons. L'institutrice s'assure que tous ont bien compris.

Règle

N'importe quelle sorte de billes est échangée contre les berlons. Tous les échanges sont acceptés.

Déroulement

Chaque enfant reçoit un carton numéroté.

L'institutrice «ouvre la banque» : une table face à la classe devant laquelle elle s'assoit et sur laquelle sont disposées les boîtes de billes par catégorie et une boîte de cartons numérotés.

Les enfants, chacun à sa place, préparent leurs échanges.

L'institutrice appelle un numéro, dans l'ordre naturel pour le moment. Par quelques numéros omis dans la distribution, il arrive que personne ne réponde à un appel. L'institutrice trouve là l'occasion de répéter un numéro, pour s'assurer que ce n'est pas le fait d'un joueur distrait. Elle réveille ainsi l'attention des enfants possesseurs des numéros suivants immédiatement et qu'une énumération uniforme aurait peut-être rendue fugitive.

L'enfant désigné par le numéro appelé vient, donne son carton, formule l'échange qu'il propose en montrant ses billes.

a. S'il n'a pas eu le temps d'en préparer un, il repart continuer après avoir pris dans la boîte un nouveau numéro. Il reviendra à son appel.

b. L'échange qu'il propose n'est pas valable, l'institutrice le refuse en justifiant amplement son refus : l'enfant repart recommencer après avoir pris un nouveau numéro. Il reviendra à son appel.

c. L'échange proposé est valable, l'institutrice le réalise. L'enfant muni d'un berlon (au début les échanges ne portent jamais que pour un seul) reprend un nouveau numéro et repart composer de nouveaux échanges jusqu'à ce que son numéro soit appelé et lui permette un nouvel échange.

L'institutrice prévient de la fermeture imminente de la banque en donnant le numéro qui sera le dernier appelé quelques numéros plus loin de celui qu'elle est en train d'appeler.

Tous les jours la banque s'ouvre pour les échanges, elle est fermée après un temps variable : autour de trente minutes durant les tout premiers jours de jeu, vingt minutes environ les jours suivants, une dizaine de minutes seulement ensuite. De toute façon, il faut que les plus lents ou les plus faibles puissent proposer au moins trois échanges.

Comportement des enfants et difficultés rencontrées au cours de ce premier jeu d'échanges

⊗ Les dix terres sont immédiatement échangées contre un berlon et le jeu s'arrête. Les enfants déclarent ne plus pouvoir jouer. L'institutrice leur demande alors : *«N'avez-vous plus de billes à échanger ?»*.

Les enfants prennent conscience du tableau des changes à ce moment-là seulement. Le jeu reprend. Mais la majorité d'entre eux ne peuvent proposer des

échanges d'agates ou de loupes ou de porces contre des berlons. Ils les convertissent d'abord en terres, puis les terres en berlons : un enfant propose deux loupes et une agate et demande dix terres, et au tour suivant demande un berlon contre les dix terres.

❶ La consigne : échanger le **plus vite possible** les billes en berlons a été comprise et retenue. Ils n'en tiennent cependant aucun compte : après le premier échange des dix terres contre un berlon, la plupart échangent une agate contre deux terres (le groupement par deux leur est facile) jusqu'à épuisement des huit agates ; une agate seulement à chaque fois. Quelques enfants arrivent à apporter en une seule fois cinq agates pour dix terres. Si la consigne d'obtenir des berlons **le plus vite possible** leur échappe totalement, ils paraissent très sensibles à celle d'obtenir **le plus possible de berlons**.

Bientôt on les voit compter et recompter non seulement les berlons de leur boîte, mais ceux des boîtes des camarades, pour faire des comparaisons d'autant que l'institutrice souligne publiquement les premiers succès : *«Tu as réussi à obtenir un deuxième berlon !»*.

❷ Après l'échange des huit agates, ils se retrouvent avec deux berlons et six terres. Certains enfants prennent conscience que la loupe vaut quatre terres, ils échangent alors une loupe et disposent de dix terres qui leur rapportent encore un berlon. Beaucoup passent des agates aux porces, ils échangent contre des terres et échangent les terres obtenues contre des berlons.

Quelques enfants ne dépassent pas la première agate qu'ils échangent contre deux terres, qu'ils reviennent aussitôt échanger contre une agate. Jour après jour, ils s'enferment dans ce double échange.

Ils ressentent pourtant plus ou moins comme une difficulté et cherchent à écouter les échanges proposés par les autres. Ils arrivent parfois à en saisir un et le proposent à leur tour ; mais si l'échange imité n'entre pas rapidement dans un projet personnel cohérent il est bientôt oublié. Par exemple pour les loupes, ils proposent par imitation l'échange d'une loupe ou de deux successivement et ne vont pas jusqu'à l'échange des quatre. Les échanges par imitation ne se font jamais que pour des échanges simples. Les enfants ne peuvent accéder par seule imitation aux échanges complexes proposés par certains de leurs camarades.

Il arrive que ne sachant plus quel échange demander, ils déclarent ne pas être prêts et céder leur tour. Il ne faut surtout pas laisser un enfant s'installer dans cette position de repli et de renoncement. L'important n'est pas qu'il trouve immédiatement les échanges à faire mais qu'il en fasse le plus possible.

L'institutrice lui précise donc qu'elle accepte tous les échanges et qu'il lui est certainement possible d'en trouver un. Elle lui demande de rappeler celui ou ceux qu'il a déjà effectués et l'incite à en trouver un nouveau à partir de billes qu'il n'a pas encore utilisées : *«Tu es venu échanger une agate, tu pourrais bien échanger maintenant une porce ou une loupe, essaye...»*.

Remarque : très vite des enfants commencent à s'intéresser aux échanges et aux problèmes liés à ces échanges. L'intérêt pour la possession des berlons, utilisé

d'abord pour les motiver, s'efface devant l'intérêt pour le jeu lui-même : les enfants s'inquiètent souvent dans la journée de savoir quand la banque va ouvrir. Quand l'institutrice annonce la fermeture et précise à quel numéro d'appel elle sera fermée, les enfants possesseurs des numéros suivants les plus proches accourent en demandant instamment que ce numéro soit avancé jusqu'au leur, sans doute pour tenter d'obtenir un berlon de plus, mais aussi et souvent surtout pour essayer un échange de plus et cette attitude se répand très vite chez les enfants. Le premier jeu se termine pour un enfant lorsqu'il a obtenu six berlons, dès la fin de la semaine pour quelques-uns, deux mois plus tard pour d'autres.

□ DEUXIEME JEU

A chaque enfant qui vient d'obtenir six berlons, l'institutrice indique qu'il va jouer au deuxième jeu.

Consigne

Elle précise la consigne en informations individuelles et non collectives.

L'enfant rend ses berlons et elle lui redonne son avoir initial : **10 terres, 8 agates, 6 porces, 4 loupes.**

La reprise par l'institutrice des six berlons et le retour à l'avoir initial entérinent l'intérêt déjà apparu chez les enfants pour le jeu lui-même et non plus principalement pour posséder des berlons.

Elle lui explique qu'il va lui falloir regagner ses berlons mais que la banque impose pour ce deuxième jeu une nouvelle règle.

Règle

- a. Il faut toujours obtenir le plus possible de berlons.
- b. Mais on ne peut jamais obtenir de berlon si ce que l'on propose en échange comporte des terres, même une seule.
- c. On peut toujours échanger entre elles toutes les autres sortes de billes selon le tableau des changes : une agate contre deux terres ou une loupe contre deux agates...

Stratégies de l'élève et du maître

Pour obtenir un berlon un enfant doit donc donner par exemple : cinq agates ou deux loupes et une agate ou deux porces et une loupe ou deux porces et deux agates.

Il ne peut pas donner : deux loupes et deux terres ou trois porce et une terre.

Pour utiliser ses terres, il doit d'abord les convertir en agates, porces ou loupes, puis combiner ces billes pour avoir des berlons.

C'est à l'enfant qu'il appartient d'imaginer ces projets et ces stratégies au cours d'essais successifs. Le maître ne les dévoile pas.

Un exemple : un enfant qui a déjà échangé cinq agates, veut utiliser les trois qui restent pour avoir un berlon. Il doit évaluer leur valeur en terres : six, trouver le complément : quatre terres, et chercher l'équivalent de ces quatre terres dans une autre sorte de bille : une loupe, c'est le seul parti possible.

Ce cheminement lui permet de proposer : trois agates et une loupe. Il peut arriver qu'à la suite de négociations erratiques, il lui reste par exemple trois porces et une terre. Il lui faut alors échanger matériellement par exemple une porce et une terre contre deux agates.

La stratégie optimale, c'est-à-dire la plus économique en théorème, consiste à convertir le maximum de billes en agates en commençant par les porces - une porce et une terre. Ensuite échanger cinq agates contre un berlon.

L'intérêt de ce jeu provient justement de ce que l'enfant ne sait pas bien anticiper des stratégies systématiques ce qui l'oblige d'abord à pratiquer des échanges variés, puis progressivement à utiliser cette expérience pour envisager de nombreux échanges possibles et choisir les plus avantageux.

Espérer suggérer, dérouler et a fortiori enseigner la stratégie optimale n'a par conséquent aucun intérêt.

Déroulement effectif et difficultés des enfants

Certains enfants ayant compris l'intérêt d'évaluer toutes les valeurs en terres, commencent par échanger contre des terres toutes leurs agates, porces et loupes. Puis ils veulent échanger dix terres contre un berlon. Ce qui est refusé.

On pourrait s'attendre à les voir alors échanger les terres contre les agates puis les agates contre les berlons : cette stratégie n'est jamais apparue. Laissés à eux-mêmes, ils reconstituent le lot initial d'agates, de porces et de loupes. Ce qui montre bien qu'une stratégie d'ensemble, même très simple, pour l'adulte, n'est pas naturellement envisagée par l'enfant. Il pourrait facilement l'exécuter si la suggestion lui en était faite mais on l'aurait alors privé de la partie la plus intéressante, la plus formatrice et la plus motivante du jeu, ne lui laissant qu'une tâche subalterne d'exécution.

L'institutrice se contente donc de refuser les échanges non permis et de rappeler la règle (fondée sur les ordres stricts qu'a reçu la banque et auxquels elle doit se soumettre absolument !). L'institutrice joue ces scènes avec réalisme et humour. Elle ne manifeste pas, au sujet de l'intérêt des échanges demandés par l'enfant, d'opinions qui pourraient l'amener à utiliser ce qu'elle dit pour en dégager une stratégie au lieu de la chercher, avec ses seuls moyens. Par contre, elle encourage sans relâche l'effort à échanger, sans jamais mépriser les échanges répétitifs.

Par exemple ceux de certains enfants qui échangent une agate contre deux terres, puis deux terres contre une agate, etc. Cette attitude peut traduire leurs hésitations, leur

désir de participer au jeu au moindre frais, de se rassurer par la répétition d'une situation connue. L'institutrice exerce une pression aussi forte que possible limitée par la crainte que l'enfant ne fasse plus aucun échange mais sans proposer de solutions : «Tu n'as pas encore de berlon ?» ou «Tu n'as toujours pas de berlon !».

Les porces restent inutilisées très longtemps ; le groupement par trois gêne les enfants, il est beaucoup plus difficile techniquement.

Les quelques imitations, limitées par de nombreux oublis, sont encore pour beaucoup d'enfants le premier moyen de comprendre le jeu et la solution.

Ce deuxième jeu donne lieu à de très nombreux échanges dans tous les sens possibles. Il dure très longtemps, de trois à dix semaines selon les enfants, mais il prépare remarquablement aux jeux suivants. Il est plus difficile que le premier, en raison des calculs intermédiaires qu'il exige.

□ TROISIEME JEU

A chaque enfant qui vient d'obtenir de nouveau six berlons, l'institutrice indique qu'il va maintenant jouer au troisième jeu.

Consigne

L'institutrice donne la consigne du troisième jeu comme elle l'a fait pour celle du deuxième jeu, individuellement à chaque enfant dès qu'il termine le deuxième jeu en retrouvant la possession des six berlons.

Elle explique au joueur qui lui montre ses six berlons que cette fois il lui faut n'avoir plus que des loupes.

Stratégie optimale et stratégie des enfants

Pour n'avoir plus que des loupes, il faut échanger les six berlons contre quinze loupes. Aucun enfant n'a proposé un tel échange.

La plupart ont progressé mais leurs échanges restent encore entachés de leurs premières difficultés très tenaces :

- à échanger plusieurs billes à la fois ;
- à passer directement des billes à échanger contre des billes à obtenir
 - sans passer par d'autres intermédiaires,
 - sans passer par les terres, billes de référence pour les changes ;
- à conserver des échanges arrivant à un nombre de billes supérieur à dix.

Les premiers enfants à accéder au troisième jeu ont pour la plupart commencé par échanger :

un berlon contre deux loupes et une agate puis deux agates contre une loupe.

L'un d'eux :

deux berlons contre vingt terres.

Aucun n'a proposé d'échange irrecevable.

Parmi ceux qui y sont arrivés quelques jours plus tard, ils ont été nombreux à proposer des échanges plus variés et plus osés :

deux berlons contre vingt terres
 puis
 vingt terres contre six loupes, échange refusé.
 quatre berlons contre quatre vingt terres, échange refusé
 un berlon contre deux loupes et une agate
 puis
 un berlon et une agate contre douze terres.

A partir du moment où les enfants sont entrés dans le troisième jeu, ils deviennent parfois tout à coup soucieux de le terminer rapidement pour passer au jeu suivant. Ils déclarent même souvent vouloir se «dépêcher pour finir le premier». Ils investissent à ce moment là cette partie de la règle donnée dès le premier jeu mais qu'ils étaient incapables alors de prendre en compte et que l'institutrice a abandonnée comme hors de leur portée, au moins provisoirement.

Il est vrai qu'au premier jeu les enfants ne peuvent pas tenir compte de cette consigne : gagner les berlons le plus vite possible quand ils ne savent déjà pas comment gagner ces berlons.

Le plus possible de berlons est tout à fait compréhensible pour eux : ils ont les billes sous les yeux et dans leurs mains, sauf les berlons auxquels ils aspirent ; cette partie de la règle traduit exactement leur souhait le plus vif.

Ils savent qu'ils peuvent les obtenir en changeant les autres billes mais n'imaginent pas vraiment ce qu'ils ont à faire. Quelques-uns d'entre eux entrevoient peut-être à peine le berlon que les dix terres vont tout de suite leur procurer.

O, pour chercher à obtenir les berlons **le plus vite possible**, il leur faudrait imaginer plusieurs échanges, les comparer, repérer le plus économique qui est aussi le plus rapide. Ils n'en sont, au premier jeu, une fois les dix terres échangées, qu'à essayer un échange après l'autre sans être toujours sûrs qu'il sera valable. Les oublient-ils au fur et à mesure ou se les rappellent-ils ? Quand ils reproposent un échange refusé une première fois est-ce avec l'espoir qu'à la deuxième ou troisième fois il deviendra valable ? Il faut même l'exigence de la règle du deuxième jeu avec l'impossibilité d'obtenir des berlons avec des terres pour que les enfants commencent à comprendre la signification réelle des échanges et le maniement de leur calcul.

Il n'est donc pas étonnant que cette partie de la règle «le plus vite possible» soit d'abord tombée. Le fait que les enfants la reprennent d'eux-mêmes témoigne chez eux d'un très grand progrès ; en particulier :

- une certaine maîtrise, déjà, des échanges ;
- une compréhension du système de ces jeux successifs et dont maintenant ils ont la curiosité des nouvelles règles. Curiosité qui les pousse à vouloir passer rapidement d'un jeu à l'autre ;

- la compréhension aussi qu'il leur faudrait éviter les erreurs qui prolongent le jeu : proposer des échanges refusés ;
- le pressentiment qu'il existe des échanges plus rapides que d'autres. Ils s'essayent à proposer des échanges multiples, mais se trompent parfois parce que cette idée nouvelle pour eux leur arrive souvent avant une parfaite maîtrise des échanges que, justement, développe déjà le troisième et que parachève le quatrième.

□ QUATRIEME JEU

Dès qu'un enfant apporte ses quinze loupes, l'institutrice lui précise qu'il passe au quatrième jeu.

Consigne

Il ne faut plus avoir que des agates.

Déroulement

Aucun enfant ne propose d'échanger 15 loupes contre 30 agates.

Une difficulté subsiste : les échanges aboutissant à un nombre de billes égal à dix sont de plus en plus fréquents mais ne sont pas encore constamment utilisés, et les échanges aboutissant à un nombre non exact de dizaines le sont encore moins.

Mais il n'y a plus d'échanges isolés. Ni d'échanges intermédiaires.

Echanges proposés :

dix loupes contre vingt agates
 puis
 cinq loupes contre dix agates
 douze loupes contre vingt quatre agates
 puis
 trois loupes contre six agates.

Cet autre aussi :

quatorze loupes contre vingt huit agates
 puis
 une loupe contre six agates.

Deux enfants possesseurs des trente agates à la fermeture de la banque savent qu'ils passeront au cinquième jeu à la prochaine ouverture. Ils savent qu'il leur faudra échanger leurs agates contre des porces et que ce sera le dernier jeu.

□ CINQUIEME JEU

Les deux enfants n'attendaient plus que le signal d'ouverture de la banque. L'un des deux se précipite le premier et propose l'échange :

six agates contre quatre porces.

Le second, «pour être le premier» dit-il, offre en une seule fois :

trente agates contre vingt porces.

Il termine le cinquième jeu le premier.

Son camarade a ensuite proposé :

six agates contre douze terres
douze terres contre quatre porces
douze agates contre vingt quatre terres
vingt quatre terres contre huit porces
six agates contre quatre porces.

IV - LES CHEQUES

Au fur et à mesure que les enfants terminent le cinquième jeu, ils reçoivent un «carnet de chèques» pour, maintenant, non plus dire mais écrire en chiffres et en lettres les échanges qu'ils proposent.

Ils reprennent par écrit le premier jeu.

Ils reçoivent leur «portefeuille» initial : **10 terres, 8 agates, 6 porces, 4 loupes**, dont il leur faut échanger de nouveau les terres, agates, porces, loupes, contre des berlons.

Déroulement

Les trois ou quatre premiers chèques reprennent les tout premiers échanges isolés : une agate contre deux terres...

Les enfants sont en effet entièrement pris par l'écriture et se préoccupent peu des échanges proposés. Ensuite leur intérêt se porte de nouveau sur les échanges et sur le gain des berlons.

Progrès dans les nouveaux échanges

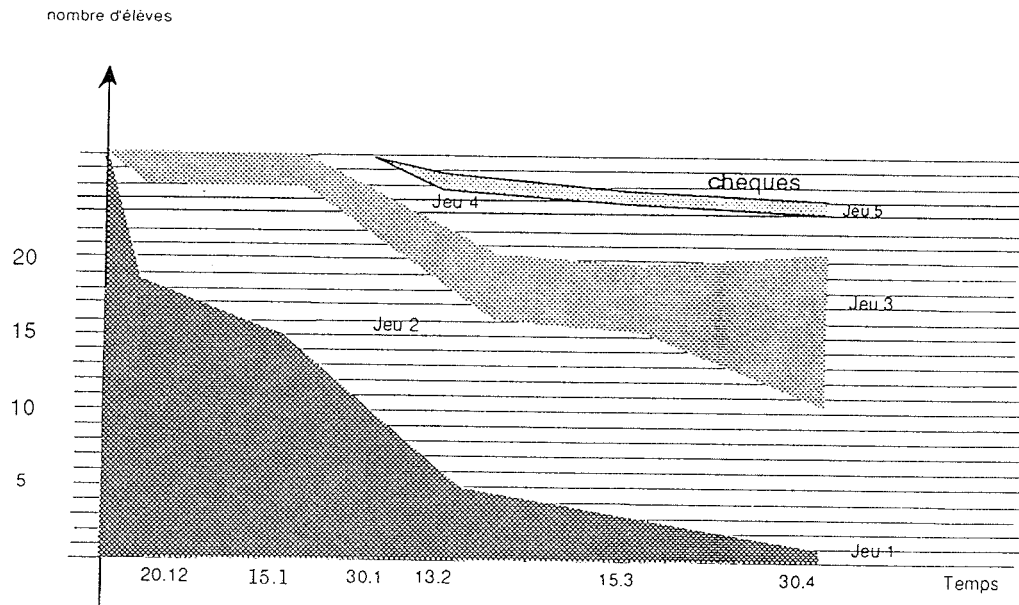
- capacité à anticiper sur les échanges,
- capacité à échanger plus fréquemment plusieurs billes à la fois : agates changées par cinq : loupes groupées par deux et avec une agate ; loupe groupées par cinq contre deux berlons.

Les progrès se remarquent surtout chez les premiers enfants arrivés à cette étape, ceux qui arrivent seuls grâce à leurs propres forces. Chez ceux qui passent d'un jeu à l'autre avec le groupe et un peu portés par le groupe, les progrès sont moins sûrs.

Difficultés persistantes

- échanges où les nombres sont impairs. Les porces gênent toujours beaucoup les enfants ;
- échanges de plusieurs billes à la fois. C'est comme si une sorte de mécanisation s'était emparée des échanges, comme si les enfants en étaient réduits à échanger en terres une à une les agates, porces, loupes, par une difficulté à penser deux devant une agate, trois devant un porce, quatre devant une loupe,
- une difficulté aussi à faire fonctionner les nombres en chaîne d'additions.

V - DISTRIBUTION DES ELEVES SELON LES DIFFERENTS JEUX A DIFFERENTES DATES



Le graphe montre combien d'élèves s'adonnent à un moment donné dans la classe aux différents jeux.

Par exemple, le 30 janvier, verticalement et de bas en haut, on trouve onze élèves qui jouent au 1er jeu, onze au 2ème jeu, quatre au 3ème jeu. Un au 4ème jeu. Aucun ne joue au 5ème jeu ni ne fait de chèques.

Le graphe permet de voir qu'un élève qui fait des chèques depuis le 15 mars (trajectoire pointillée) a joué vraisemblablement moins de six jours au 1er jeu entre le 14 et le 20 décembre, environ un mois au 2ème jeu, du 20 décembre au 20 janvier, deux semaines au 3ème jeu, du 20 janvier au 8 février, moins d'un mois au 4ème jeu, du 8 février au 1er mars, et deux semaines au 5ème jeu, du 1er mars au 15 mars. Au 30 avril, il fait des chèques depuis six semaines.

Les trajectoires horizontales sont les plus probables. La trajectoire, en traits interrompus, d'un enfant qui resterait au 4ème jeu jusqu'au 13 février puis franchirait tous les jeux en deux semaines est possible mais reste, elle, assez improbable.

Le graphe montre aussi que :

- tous les enfants sauf un ont fini par maîtriser le 1er jeu. Le dernier est sur le point de passer lui aussi au 2ème jeu puisqu'il a cinq berlons et qu'il lui reste plus que deux agates et deux porces. Mais l'obtention du 6ème berlon lui coûtera encore cinq échanges :

- une agate contre deux terres
- une agate contre deux terres
- une agate contre trois terres
- dix terres contre un berlon.

Et ces cinq échanges prendront deux séances puisque le temps d'ouverture de la banque ne permet que trois échanges par séance.

- sauf pour les tout meilleurs, les quatre ou cinq qui font déjà des chèques, et pour les dix plus faibles, les enfants mettent à peu près le même temps pour maîtriser le 2ème jeu et ce temps est de l'ordre de deux mois ;
- plus les enfants sont en retard par rapport aux meilleurs, plus ils mettent de temps pour franchir les étapes et notamment pour passer du 2ème au 3ème jeu ;
- le 3ème jeu semble s'étendre sur un temps très long par une forte proportion des élèves (22 sur 27), sans doute parce qu'il est l'occasion de progrès importants dont les enfants ne franchissent que très lentement les étapes ;
- le 5ème jeu, après le 4ème, ne présente pas de difficultés.

VI - CONTENU COGNITIF DE CE JEU DE LA BANQUE

□ PREMIER JEU

Durant le premier jeu, la plupart des enfants ont pu obtenir six berlons en mettant seulement en fonctionnement leur mode habituel de comptage sans le faire progresser, sans le modifier en quoi que ce soit. Ils ne comptent pas au delà de dix.

Après le premier échange des dix terres contre un berlon, ils ne proposent pas l'échange des autres billes en berlons mais les convertissent d'abord en terres, catégorie par catégorie et bille après bille, une agate contre deux terres qu'ils posent sur leur table, puis une autre agate contre deux autres terres qu'ils placent à côté des deux premières en comptant le total, et ainsi de suite jusqu'à compter dix terres. Ils viennent alors changer ces dix terres contre un berlon.

Certains enfants exceptionnellement proposent deux billes à la fois, deux loupes ou deux porces. Quelques-uns seulement cinq agates en une seule fois contre dix terres.

□ DEUXIEME JEU

La règle du deuxième jeu interdit l'utilisation des terres pour obtenir des berlons. Mais les terres restent valeur de référence.

L'échange des dix terres du «portefeuille» retrouvé est encore matériellement effectué en un premier temps : les dix terres sont échangées contre cinq agates. Au deuxième temps déjà pour l'échange des cinq agates en un berlon, l'enfant doit garder à l'esprit que les cinq agates valent dix terres qui valent justement un berlon, ou au moins avoir confiance dans la conservation des valeurs à travers cet échange.

De fait, pour l'échange des autres billes, l'agate devient pour eux presque valeur-relai entre les terres auxquelles ils ont toujours recours, et les berlons.

Ils échangent ainsi :

une loupe contre quatre terres
et quatre terres contre deux agates
puis encore une fois
une loupe contre quatre terres
et quatre terres contre deux agates
puis
cinq agates contre un berlon.

Certains enfants arrivent à proposer directement

deux loupes (huit terres) et une agate (deux terres) contre un berlon

La porce qui vaut trois terres ne pose pas de problème aux enfants qui échangent d'abord :

deux porces contre six terres
puis
six terres contre trois agates
et encore
deux porces contre six terres
puis
six terres contre trois agates
et enfin
cinq agates contre un berlon.

La porce pose de gros problèmes aux enfants qui essayent d'échanger :

trois porces contre un berlon.

L'institutrice refuse l'échange en disant que trois porces sont insuffisantes pour un berlon. Alors certains reviennent avec quatre porces, échange qu'elle refuse encore, cette fois parce qu'il y en a trop.

Ils sont ainsi conduits à ne pas négliger le calcul intermédiaire, et en fait, s'y trompent parfois mais ne négligent plus.

Ce deuxième jeu est très long mais fait progresser le calcul mental.

□ TROISIEME ET QUATRIEME JEUX

Au cours des troisième et quatrième jeux, les enfants développent les capacités acquises au cours du deuxième jeu.

Ils comprennent le système des règles et des échanges et, tout en commettant encore beaucoup d'erreurs, progressent considérablement dans leurs échanges quant :

- au nombre de billes échangées à la fois,
- à la réduction des intermédiaires entre les billes à échanger et celles à obtenir,
- aux nombres utilisés pour les calculs et qui arrivent enfin à dépasser dix.

VII - LE JEU DE LA BANQUE

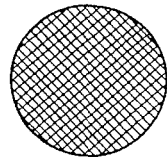
Les premiers enfants à avoir surmonté les difficultés des cinq jeux et des chèques ont le désir de faire d'autres échanges.

Ils reçoivent alors le portefeuille initial auquel s'ajoute six araignées : **10 terres, 8 agates, 6 porces, 4 loupes, 6 araignées.**

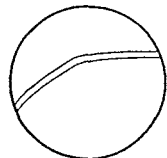
Ils échangent maintenant ces billes contre des pièces de monnaie ou des billes (90 F au total).

Première phase

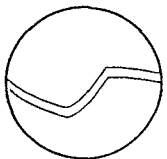
Comme au début du jeu, ils proposent leurs échanges **verbalement**.



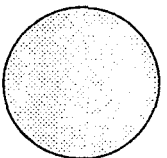
= 1 F. 1 terre vaut 1 F



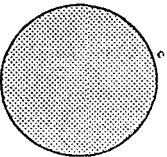
= 2 F. 1 agate vaut 2 F.



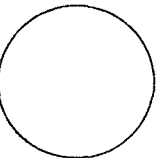
= 3 F. 1 porce vaut 3 F.



= 4 F. 1 loupe vaut 4 F.



= 5 F. 1 araignée vaut 5 F.



= 10 F 1 berlon vaut 10 F.

✪ Consigne

Les propositions d'échanges doivent énoncer en quelles pièces les billes sont à échanger : *«J'échange quatre terres contre deux pièces de 2 F ou contre quatre pièces de 1 F»*.

✪ Déroulement

Les enfants qui sont arrivés à ce jeu n'y éprouvent aucune difficulté.

Deuxième phase

Ils proposent les échanges en remplissant un «chèque».

Compte en banque

L'avoir du «portefeuille» est dématérialisé. Il n'existe que sur une fiche. Les enfants peuvent acheter ce qui est à «vendre» dans la classe mais il leur appartient de savoir à tout moment où en est leur avoir pour ne pas établir de chèques à découvert.

Ainsi apparaît la soustraction.