LE TABLEUR POUR LE COLLEGE

UN OUTIL POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Bernard CAPPONI
EIAH- Laboratoire Leibniz IMAG, Grenoble
Lycée Aristide Bergés, Seyssinet-Pariset

Résumé. Cet article propose une présentation rapide du fonctionnement d'un tableur. Il s'attache à montrer quelques obstacles rencontrés dans les premiers apprentissages. L'analyse s'appuie sur les savoirs en jeu dans ces outils logiciels. L'article propose aussi des exemples de situations utilisables dans les classes de collège.
Mots clés : Tableur. Tableau. Algèbre. Arithmétique. Calcul. Informatique. TICE.

1. Introduction

Les discours des médias sur la familiarité des enfants avec l'ordinateur font souvent penser que l'approche des outils logiciels se fait naturellement et sans difficultés. Devant ces affirmations générales, il est utile de se pencher sur les logiciels que les élèves sont conduits à maîtriser. Les tableurs, notamment, seront des partenaires incontournables des générations actuelles d'élèves dans leur vie professionnelle quelque soient les métiers que ceux-ci pratiqueront plus tard. Une étude de l'utilisation des tableurs par des élèves ou des adultes fait tout de suite apparaître un certain nombre d'obstacles à leur utilisation, notamment dans l'écriture des formules. Nous voudrions dans cet article insister sur un certain nombres de concepts mathématiques élémentaires présents dans les tableurs et qui en font à la fois la force et les difficultés.

Un outil qui embarque des mathématiques

Les tableurs sont des outils polyvalents et universels, employés par tous ceux qui ont à dresser des tableaux et à effectuer des calculs sur les données ainsi représentées.

"petit x" n° 52, pp. 5 à 42, 1999 - 2000

Ceci en fait, au même titre que les traitements de textes des outils de calculs irremplaçables qui doivent être connus des élèves et leur maîtrise, comme celle des calculatrices, doit faire partie du bagage commun de la formation générale des élèves d'aujourd'hui.

Ces outils font déjà l'objet d'apprentissages dans les cours de technologie au collège et dans l'enseignement tertiaire dans les lycées. Cependant, ces outils "embarquent " des connaissances mathématiques qui ne sont pas prises en compte par les enseignants de ces disciplines notamment le traitement des formules et les systèmes de références.

Les aspects mathématiques du tableur doivent être pris en charge par le professeur de cette discipline car il constituent une condition nécessaire à leur utilisation, même élémentaire.

Par ailleurs, au delà de l'étude du tableur comme "objet", on peut utiliser le tableur comme un outil pour l'étude de problèmes de mathématiques dès qu'il s'agit de traiter rapidement des données nombreuses ou de faire des simulations où les formules implantées vont permettre d'effectuer rapidement de nombreux calculs.

C'est pourquoi les programmes de collège[1] en cours depuis 1998 en quatrième et 1999 en troisième, encouragent une utilisation des tableurs dans le cadre de l'enseignement des mathématiques.

Un outil ouvert et original

Le tableur est un outil "ouvert", une sorte de super-calculatrice.

"Le tableur n'est pas un logiciel fermé, affecté à une tâche précise, ni un langage de programmation. C'est un outil polyvalent, aussi simple à utiliser qu'une calculatrice, mais beaucoup plus puissant" (Ronxin 1995).

Les premiers tableurs sont apparus en même temps que les premiers micro-ordinateurs au début des années 1980. Le premier tableur, Visicalc, est attribué à deux jeunes américains (Bricklin et Franston) par Ronxin. (Ronxin 1995).

On peut considérer que c'est l'un des outils les plus originaux apparus depuis la diffusion des micro-ordinateurs.

Il en existe maintenant de nombreux dont les plus connus sont Multiplan, Excel, Lotus 1, 2, 3 ou Quattro pro. De nombreux logiciels intégrés[2] ont aussi une partie tableur comme Claris Works ou Microsoft Works[3]. Les établissements scolaires sont diversement équipés et suivant les académies, il est possible de disposer de versions à des prix modiques ou même gratuites d'un type de tableur. Le tableur utilisé n'a pas d'importance, dans la mesure où, dans tous les tableurs, les principes de base de leur fonctionnement restent les mêmes.

---

[1] Programmes du cycle central (5°,4°) BO Hors série n°1 du 13 février 97. Programmes de 3° : BO Hors série n°10 du 15 octobre 1998.

[2] Un logiciel intégré comporte souvent 3 parties : un traitement de texte, un tableur et une base de données.

[3] Multiplan, Excel, Lotus 1, 2, 3 , Quattro pro, Claris Works, Microsoft Works sont des marques déposées.

Dans cet article nous utiliserons une version récente du Logiciel Excel (Excel 98 Macintosh ou Excel 97 pour Windows) édité par Microsoft, mais la plupart des analyses et activités peuvent être adaptées aux autres tableurs.

L'article présente quelques spécificités pratiques d'un tableur pour l'édition d'une formule et de sa recopie. Suit une analyse rapide des savoirs mathématiques en jeu avec l'étude détaillée de quelques difficultés particulières observées chez des élèves ou des étudiants (littéraires) ainsi que d'adultes dans leur milieu de travail (administratif). La troisième partie constitue une approche de diverses utilisations des tableurs dans les classes de collège.

2. Quelques spécificités pratiques des tableurs

2.1. Description d'un tableur

Ce paragraphe est une présentation rapide des tableurs que les lecteurs avertis peuvent sauter.

Le tableur organise une disposition en tableau avec des lignes et des colonnes repérées par des nombres ou des lettres permettant de définir un repérage dans la feuille de calcul. Par exemple la figure 1 représente une partie d'un tableau du tableur Excel ou les lignes sont repérées par des nombres et les colonnes par des lettres. On ne voit sur l'écran qu'une toute petite partie du tableau, le reste étant accessible par déplacement des ascenseurs verticaux et horizontaux. Ces tableaux sont ainsi constitués de milliers de cellules dans lesquelles on pourra mettre des textes, des nombres ou des formules de calcul.

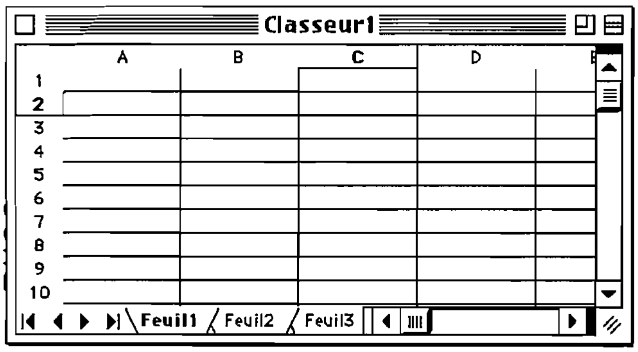

Figure 1

Chaque cellule peut être repérée de plusieurs façons, la plus commune est celle qui utilise une notation du type A3 pour désigner la cellule à l'intersection de la colonne A et de la troisième ligne. Ce repérage va être utilisé pour la désignation des cellules dans l'écriture de formules pour effectuer des calculs[4]. Par défaut c'est toujours le résultat du

[4] On peut écrire des formules pour autre chose que des calculs. En effet la plupart des tableurs disposent d'un véritable langage de programmation qui permet d'écrire des instructions. Nous ne traitons pas ces aspects ici.

calcul qui va être présent dans la cellule et non la formule qui permet de le calculer. Dans les explications qui seront fournies par la suite, nous donnerons souvent deux tableaux : celui où les résultats sont affichés dans les cellules et celui qui fait apparaître les formules qui produisent ces résultats (une option d'affichage permet souvent de faire cela automatiquement).

2.1.1. Edition de textes, nombres et formules

Dans chaque cellule, on peut taper du texte, un nombre ou une formule.

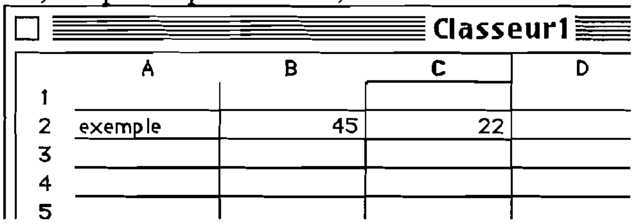

Figure 2

Sur le tableau de la figure 2, la cellule A2 contient du texte, pour l'obtenir, cliquer dans la cellule et taper le texte. On valide avec la touche de retour ou une touche d'entrée. Le texte s'affiche par défaut à gauche de la cellule.

Les cellules B2 et C2 contiennent des nombres, pour placer des nombres dans une cellule, on procède de la même façon que pour les textes mais le logiciel indique qu'il reconnaît un nombre en l'affichant à droite de la cellule. On peut, bien entendu, modifier ces options, mais leur présence indique le statut des données saisies dans la cellule. Cela peut avoir une certaine importance ; par exemple un nombre précédé d'un espace sera considéré comme un texte et les formules de calcul produiront un message d'erreur[5] si on cherche à calculer avec des textes. Nous avons pu observer des élèves qui cherchent à centrer le nombre dans la cellule et utilisent des espaces pour cela : ils obtiendront un message d'erreur s'ils calculent avec ces nombres[6].

Pour éditer une formule, il faut l'indiquer, le plus souvent en commençant par le signe égal . On peut taper les références au clavier, mais il est plus rapide de cliquer sur la cellule contenant le nombre : le tableur prend en compte dans la formule la cellule et non son contenu. On tape au clavier les opérateurs et les éventuelles parenthèses. Par exemple sur la figure 3a on peut voir l'édition de la formule qui calcule la somme des cellules B2 et B3.

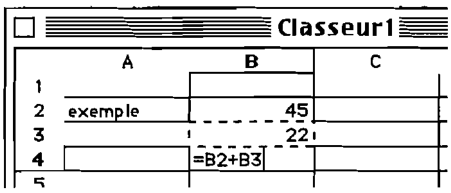

Figure 3a

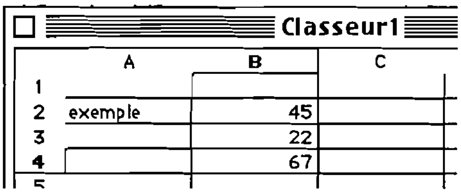

Figure 3b

---

[5] Dans Excel le message est alors #VALEUR! .

[6] Certains tableurs éliminent les caractères blancs de début de la saisie d'un nombre. Une saisie comme 24 + 45 dans une cellule est considérée comme un texte.

Quand la formule est complète, on valide et le résultat est calculé (Figure 3b). On observe souvent des erreurs dans l'édition des formules dues à l'oubli de la validation. En effet si on sélectionne une cellule sans avoir validé la formule, le tableur introduit la référence de cette cellule dans la formule, le plus souvent précédée du signe + qui est l'opérateur édité par défaut.

Quand on sélectionne une cellule où il y a déjà une formule, la formule n'apparaît pas dans la cellule mais dans la barre d'édition située au dessus de la feuille de calcul, on peut la modifier comme dans un traitement de texte (Figure 4).

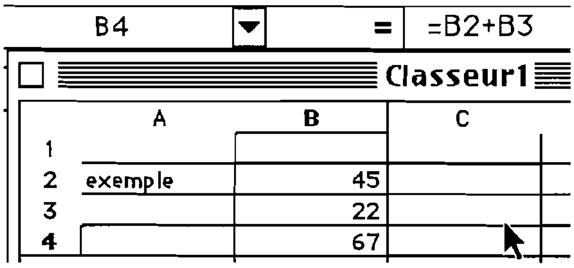

Figure 4

Le tableur exécute les calculs décrits par une formule et affiche les résultats dans les cellules où sont implantées les formules.

2.1.2. Recopier des formules

Dans un tableur, les données sont organisées en tableau et les formules de calcul sont souvent les mêmes sur une ligne ou une colonne. C'est pourquoi les tableurs possèdent tous une fonction de recopie, spécifique à ces outils, qui est la **Recopie vers le bas** et la **Recopie à droite**. La mise en œuvre de ces recopies diffère suivant les logiciels, mais tous les possèdent. Nous donnons ici un exemple de tableau qui utilise la recopie vers le bas.

Ainsi sur la figure 5-a on peut voir dans la colonne A des textes, dans la colonne B des nombres correspondant à des prix, les colonnes C et D contenant des formules qui calculent les nombres affichés. La figure 5-b fournit un affichage des formules utilisées[7]. Seules les formules de la ligne 2 sont éditées, les autres sont recopiées parce qu'identiques.

	A	B	C	D
1	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
2	Marteau	45	9,27	54,27
3	Pince U	57	11,742	68,742
4	Tournevis 10	13	2,678	15,678
5	Clé tube 12	18	3,708	21,708
6	Allen 15	25	5,15	30,15

Figure 5-a

	A	B	C	D
1	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
2	Marteau	45	=B2*0,206	=B2+C2
3	Pince U	57	=B3*0,206	=B3+C3
4	Tournevis 10	13	=B4*0,206	=B4+C4
5	Clé tube 12	18	=B5*0,206	=B5+C5
6	Allen 15	25	=B6*0,206	=B6+C6

Figure 5-b

[7] Le tableur n'affiche que le résultat (sauf option spéciale).

Noter que le tableur ne recopie pas la formule à l'identique, mais tient compte de la position de la cellule qui contient la formule par rapport aux autres cellules du tableau. Nous détaillerons ce point plus loin parce qu'il donne toute sa puissance au tableur, mais constitue dans certains cas une source de difficultés.

2.2. Aspect dynamique de la feuille de calcul : feuille de calcul et tableau.

L'intérêt d'une désignation des cellules à l'aide de références comme B2 réside dans l'aspect "variable" : c'est la cellule qui est prise en compte et non son contenu actuel. Ainsi en modifiant un prix hors taxe, on obtient immédiatement les nouveaux résultats calculés à partir de ce prix.

On construit ainsi des feuilles de calculs dynamiques où les formules implantées calculent automatiquement les résultats et chaque changement du contenu d'une cellule conduit à un recalcul automatique.

Cet aspect dynamique est à la fois performant et spectaculaire, nous verrons plus loin une élève déclarer "*Mais ça a tout changé c'est génial !* " quand elle a découvert cet aspect dynamique (Mylène figure 13, p. 22).

La formule implantée dans une cellule peut être considérée comme l'expression algébrique d'une fonction. Les variables de la formule qui interviennent dans l'écriture de cette fonction sont des références à des cellules dont les contenus calculés leur sont attribués. Par exemple dans la figure 6, nous avons représenté plusieurs cellules en distinguant pour chacune un niveau apparent contenant une valeur numérique et un deuxième niveau contenant éventuellement une formule.

Pour faciliter la lecture nous avons désigné ces cellules par les lettres de a à f. La cellule c contient une formule qui calcule à partir des valeurs affichées dans les cellules a, b et d la somme 15 affichée dans cette cellule c.

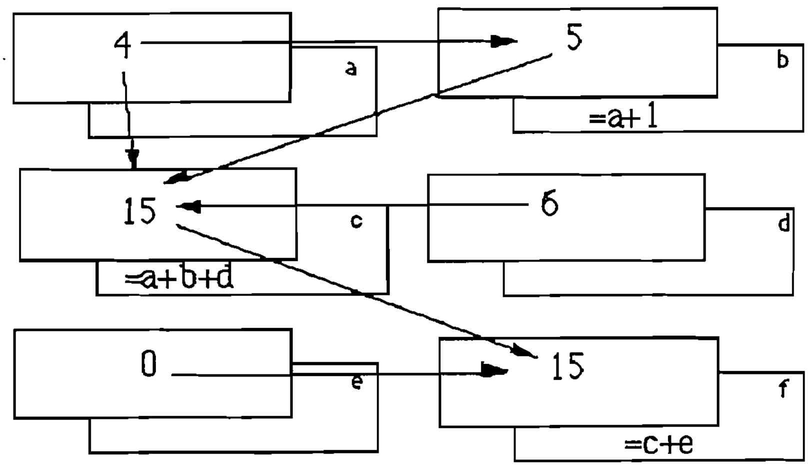

Figure 6

L'exemple donné montre que l'on peut faire référence à des constantes numériques comme dans la cellule d ou à des valeurs déjà calculées par d'autres fonctions comme dans les cellules b ou c. On peut aussi faire référence à une cellule sans contenu apparent comme la cellule e et, dans le cas d'un calcul le contenu par défaut est zéro. Le tableur effectue une mise à jour du tableau dans le cas d'une modification du contenu des cellules arguments. Une feuille de calcul avec l'ensemble de ses formules est alors davantage qu'un simple tableau de valeurs : elle génère un ensemble de tableaux défini par les relations qui ont été créées entre les cellules.

C'est cet aspect fonctionnel qui donne au tableur un statut dynamique. La construction d'une feuille de calcul doit tenir compte de l'aspect générique que les formules donnent au modèle construit, c'est-à-dire prendre en compte toutes les valeurs numériques susceptibles d'être affectées aux cellules du tableur. Par exemple dans le cas de la figure 6, la formule définie dans la cellule f, doit tenir compte des éventuels contenus qui pourraient être affectés à la cellule e.

Ainsi on peut distinguer la **feuille de calcul,** qui définit la fonction, des **tableaux** qui sont les images de cette fonction obtenues à partir d'un ensemble de données numériques données par l'utilisateur. Cette précision terminologique est d'autant plus nécessaire que l'utilisateur n'aperçoit sur l'écran que ces images, ce qui ne manquera pas d'avoir des conséquences sur ses conceptions.

2.3. Le problème de la recopie des formules et les différents systèmes de désignation d'une cellule

L'exemple présenté à la figure 5 dissimule une complexité liée à des phénomènes de recopie de formules où le caractère relatif ou absolu du système de références intervient fortement. Pour l'illustrer on peut reprendre cet exemple de la figure 5 en introduisant la possibilité de changer le taux de TVA. En effet, le taux de TVA (ici 20,6) peut varier et les formules de la colonne C devront alors être toutes changées. Le modèle de la figure 5 peut ainsi être amélioré pour exploiter l'idée de paramètre en inscrivant le taux dans une cellule et en faisant référence à cette cellule dans les formules. C'est ce qui est fait dans la Figure 7 où la cellule D1 contient le taux.

	A	B	C	D
1			Taux TVA	20,6
2				
3	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
4	Marteau	45	=B4*D1/100	=B4+C4
5	Pince U	57		
6	Tournevis 10	13		
7	Clé tube 12	18		
8	Allen 15	25		
9				

Figure 7

Malheureusement une recopie comme la précédente produit le tableau de la figure 8 où le moins qu'on puisse dire est que les résultats calculés sont faux avec en prime une erreur signalée par le logiciel concernant le type de données (#VALEUR!).

	A	B	C	D
1			Taux TVA	20,6
2				
3	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
4	Marteau	45	9,27	54,27
5	Pince U	57	0	57
6	Tournevis 10	13	#VALEUR!	#VALEUR!
7	Clé tube 12	18	9,7686	27,7686
8	Allen 15	25	14,25	39,25

Figure 8

Une analyse des formules qui ont été recopiées permet de comprendre rapidement le problème qui tient au type de référence utilisé et au traitement qui en est fait par la recopie vers le bas des formules de la ligne 4.

	A	B	C	D
1			Taux TVA	20,6
2				
3	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
4	Marteau	45	=B4*D1/100	=B4+C4
5	Pince U	57	=B5*D2/100	=B5+C5
6	Tournevis 10	13	=B6*D3/100	=B6+C6
7	Clé tube 12	18	=B7*D4/100	=B7+C7
8	Allen 15	25	=B8*D5/100	=B8+C8

Figure 8

La formule implantée dans la cellule C4 est bien = **B4 * D1/100** qui calcule correctement. Mais en recopiant vers le bas (ou autrement d'ailleurs) le logiciel considère que la référence à D1 est relative à la position de la cellule où la formule est implantée (c'est-à-dire 3 lignes au dessus). Ainsi dans la cellule C5, ce n'est pas D1 qui est recopié mais D2. Le contenu de D2(vide) est considéré par défaut comme zéro, d'où le résultat zéro affiché. Le calcul est correct, mais la formule n'est pas la bonne. En continuant l'analyse on peut voir que la formule de C6, qui devrait être

= B6 * D1/100 est devenu **= B6 * D3/100,**

et D3 contenant du texte, la formule produit un message d'erreur. On peut de la même façon comprendre facilement pourquoi les résultats des lignes 7 et 8 (Figure 7 et Figure 8 pour les formules) sont aussi inexacts.

La difficulté rencontrée provient du fait que la désignation de la cellule dans la formule est relative à la position de la cellule qui contient cette formule. Le système de références utilisé masque l'aspect relatif.

Une solution consiste à écrire une formule où la référence à la cellule contenant le taux de TVA soit considérée de manière absolue (D1). Dans Excel, on peut utiliser la notation D1 pour indiquer que l'on désire une référence absolue.

La formule correspondante est donnée dans la figure 9. La recopie fournit alors un tableau correct.

	A	B	C	D
1			Taux TVA	20,6
2				
3	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
4	Marteau	45	=B4*D1/100	54,27
5	Pince U	57	11,742	68,742
6	Tournevis 10	13	2,678	15,678
7	Clé tube 12	18	3,708	21,708
8	Allen 15	25	5,15	30,15

Figure 9

Une autre solution consiste à désigner la cellule D1 par un nom, si possible signifiant comme TVA. On utilisera alors le nom dans la formule. Tous les tableurs proposent une option pour donner un nom à une cellule. La figure 10 utilise une formule utilisant un nom dans la formule.

	A	B	C	D
1			Taux TVA	20,6
2				
3	Articles	prix HT	TVA(20,6)	Prix TTC
4	Marteau	45	=B4*TVA/100	54,27
5	Pince U	57	11,742	68,742
6	Tournevis 10	13	2,678	15,678
7	Clé tube 12	18	3,708	21,708
8	Allen 15	25	5,15	30,15

Figure 10

Les noms permettent d'éditer des formules plus compréhensibles puisque les variables peuvent recevoir des noms signifiants. Cependant, l'utilisation des noms conduit à d'autres difficultés dans la mesure où l'on peut donner des noms à des zones entières du tableur, à des colonnes ou à des lignes et que de nombreux implicites sont aussi présents dans l'utilisation de tels noms dans des formules. Une autre difficulté dans l'utilisation d'un nom tient au fait que le nom est affecté à une cellule fixée du tableau et que des modifications, comme des insertions ou suppressions de lignes ou colonnes, vont souvent poser des difficultés pour repérer la cellule associée à un nom donné[8].

Le comportement implicite de la recopie avec les références relatives, qui est illustré par l'exemple précédent, va créer des difficultés importantes chez les utilisateurs débutants[9]. Dans un premier temps il est sans doute raisonnable de construire des tableaux moins performants mais où cette difficulté est évitée, comme dans l'exemple de la figure 5. Dans un deuxième temps, un professeur peut juger qu'une situation du type de celle présentée peut avoir de l'intérêt pour le travail sur les tableurs. De toute façon tout utilisateur d'un tableur devra avoir clairement identifié ce type de fonctionnement pour pouvoir réaliser des formules “recopiables” et qui réalisent les calculs attendus.

---

8 Ces difficultés varient suivant les tableurs utilisés.

9 Ces questions sont abordées en détail dans (Capponi 1990), dans le cadre de Multiplan.

Ces difficultés ont conduit les concepteurs de tableurs à définir d'autres types de références comme dans Multiplan™ où les cellules sont désignées :

- à l'aide de référence relatives comme L(-3)C(+4) qui signifie 3 lignes au dessus et 4 colonnes à droite, le recopie conserve alors la formule
- à l'aide de référence absolues comme L1C5 (ligne 1 colonne 5) qui sont conservées telles quelles par recopie.

Dans le tableur Colorcalc™ qui fonctionnait sur Nanoréseau, c'est au moment de la recopie que l'on choisissait si celle-ci devait être relative ou absolue. Mais que faire si la formule contient les deux types de références ?

En fait l'obstacle ne peut être contourné et c'est à l'utilisateur de maîtriser, en fonction du tableur qu'il utilise, les références relatives ou absolues et l'usage qui en est fait dans les formules qu'il implante.

Chez les élèves de collège on peut penser que les références les plus commodes seront celles du type d'Excel™ : A3, F5... ou encore les noms que l'on donne aux colonnes pour l'écriture de tableaux de valeurs pour des fonctions par exemple. Les difficultés liées aux références ne sont sans doute pas un des aspects les plus importants à aborder au collège. Si on désire le faire, il faut savoir que cette question est difficile pour des élèves de ce niveau et doit donc être traitée avec soin.

3. Les savoirs en jeu et perspectives d'utilisation en classe

3.1. Arithmétique ou algèbre

Dans les exemples précédents nous avons rencontré des nombres, des formules et des désignations sous forme de noms (TVA) ou de références (B2). Ces questions de statut des objets, nombres, variables, formules (comme description de calculs) incitent à s'interroger sur les mathématiques présentes dans les tableurs. S'agit-il de simples calculs sur des nombres ? Une formule est-elle une expression algébrique ? manipule t-on- des variables ?

Le tableur est -il un outil arithmétique ou un outil plutôt algébrique ?

Le tableur n'apparaît pas d'emblée comme un outil algébrique, dans la mesure où l'on peut éditer des formules sans donner de signification aux références et en montrant uniquement des nombres quand on édite la formule.

Pour illustrer ceci, il suffit de reprendre l'exemple de la formule de la figure 3b. Cette figure montre ce que l'élève obtient après l'édition de la formule : un tableau où aucune formule n'est présente. Nous savons qu'il existe une formule de calcul. Cette formule est éditée puis disparaît devant le résultat qu'elle calcule.

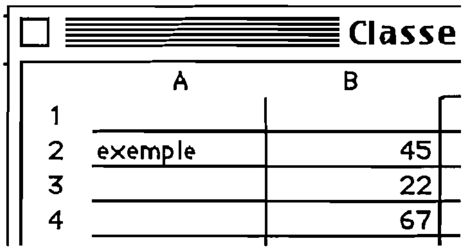

Figure 11

Au moment de l'édition de la formule l'élève conduit plusieurs actions :
Edition du signe "=" (Intention de faire un calcul).
Sélection des nombres avec la souris des nombres 45 et 22 et frappe du signe +.
Validation.

Ces 3 étapes peuvent être contrôlées à l'aide des rétroactions du système (c'est à dire ce que l'action produit de visible pour l'élève sur l'écran). Par exemple en reprenant les 3 étapes précédentes :

Rétroactions :
- Affichage du signe "=" dans la cellule B4
- Affichage de la formule dans la cellule B4 et la barre d'édition, au dessus de la feuille.
- Disparition de la formule et affichage du résultat.

Les observations des élèves de troisième (Capponi 1990) ont montré que l'analyse de la formule n'est pas nécessaire et qu'elle n'est pas spontanément effectuée par l'élève, dans un premier temps du moins.

L'étape 3, dans la mesure où elle ne fournit pas de message d'erreur, mais au contraire le nombre attendu, conduit à ne plus s'intéresser à la formule qui a produit le résultat.

Tout se passe comme si l'utilisateur, après avoir manifesté l'intention de faire un calcul, montrait deux nombres 45 et 22 séparés par un signe d'opération puis obtenait un résultat. Ceci est le fonctionnement traditionnel d'une calculatrice.

Il ne va pas de soi que l'édition de la formule puisse être considérée comme un travail qui relève du cadre de l'algèbre. Ce sont les situations traitées dans le tableur, l'analyse des formules, qui vont permettre de se placer dans un autre cadre.

L'originalité des situations traitées dans le tableur provient du fait qu'il est bien autre chose qu'un simple outil de calcul comme une calculette puisqu'il calcule à partir d'expressions algébriques implantées dans les cellules. De surcroît ces formules sont accessibles et éditables.

Pour situer le tableur dans un domaine particulier de savoirs, on peut utiliser les critères d'analyse du rapport Arithmétique/Algèbre proposés par Grugeon (1995). Nous donnons ci-après ces 4 critères.

La démarche de résolution qui présente dans un tableur un caractère très particulier dans la mesure où c'est l'implantation de formules pour réaliser des calculs numériques qui est la démarche de base. Elle utilise l'édition de formules, il n'y a cependant pas de traitement de type résolution d'équations[10]. En ce qui concerne, par exemple, les choix de nombres pour approcher un résultat par essais successifs, les choix et les nombres présents sont plutôt du côté d'une démarche de type arithmétique, mais les formules utilisées dans les calculs et leur implantation relèvent plutôt d'une démarche d'écriture d'expression littérale qui concerne l'algèbre.

Le statut de l'égalité est double : en début d'expression, il indique que l'on édite une formule, ce qui est une façon d'exprimer que c'est un calcul qui va être décrit. On est plutôt du côté arithmétique. On trouve cependant des signes d'égalité dans les tests des formules logiques du type Si(a=b ; ... ;...). Il s'agit d'une égalité qui ne relève plus de l'arithmétique.

Le statut des lettres est proche de celui utilisé en algèbre. Une lettre désigne une quantité, connue ou inconnue. Cependant, le rôle qui leur est attribué est celui de la description d'un calcul qui va être effectivement réalisé. Par ailleurs le choix de la désignation est imposé par l'environnement et la production d'une référence de cellule dans une formule peut être faite de manière transparente (en cliquant dans une cellule par exemple).

Les objets produits sont essentiellement des formules, des descriptions de calculs. On produit ainsi des expressions algébriques, mais leur finalité n'est pas le traitement algébrique qu'elles subissent pour produire, par exemple, des solutions d'équations. D'une manière générale il n'y a pas de traitement des expressions.

En conclusion on peut dire que ni l'écriture des formules, ni la désignation des cellules ne sont des concepts relevant de l'arithmétique. Mais dès l'édition d'une formule, c'est un nombre qui est produit, ainsi la production des expressions est d'une toute autre nature puisque la rétroaction produite par le système après l'édition d'une formule est l'apparition d'un nombre. Enfin la production même des références, avec l'action de montrer un nombre, dissimule le rôle de la désignation dans l'édition des expressions.

Ainsi la présence constante d'un résultat calculé donne à l'expression un aspect nettement lié à l'aspect "exécutable" d'un calcul plutôt qu'à l'aspect traitement d'une expression.

Signalons aussi que l'aspect variable en algèbre est remplacé par une approche plus discrète, puisque ce sont des contenus de cellules, présentes sur l'écran qui interviennent dans les formules.

Cette situation intermédiaire du tableur permet de le situer à un niveau "post-arithmétique" ou "pré-algébrique" chez les élèves utilisateurs comme il a été proposé dans Capponi (1990).

On peut alors penser que le tableur peut jouer un rôle dans l'apprentissage de l'algèbre, l'approche de la notion de variable et le traitement d'expressions algébriques.

Il peut sans doute permettre de donner du sens aux expressions formelles que les élèves manipulent sans les reconnaître dans leurs aspects numériques (Chevallard 1984).

---

[10] Nous n'aborderons pas ici les outils comme les "solveurs" présents dans les tableurs actuels. Ils ne nous semblent pas pertinents compte tenu des résultats peu contrôlés qu'ils fournissent.

En fait on peut construire dans un tableur de nombreuses situations qui mettent en œuvre plutôt tel ou tel concept.

3-2 Formules

Le tableur présente la particularité d'utiliser des formules, mais l'écologie du tableur conduit à situer ces formules par rapport aux perspectives de recopie qui sont indispensables pour une utilisation performante de cet outil. L'utilisation rationnelle d'un tableur conduit ainsi nécessairement à la prise en compte de la formule et à la maîtrise des obstacles que l'on peut rencontrer dans la recopie d'une formule.

Des situations spécifiques peuvent être créées pour que les élèves soient conduits à analyser des formules et à faire un travail dans le cadre algébrique. Les élèves sont alors confrontés à des difficultés qui sont liées à l'apprentissage de l'algèbre effectué au collège (les habitudes, les règles et conventions qu'ils connaissent parce qu'elles sont enseignées dans le cours de mathématiques). Ces connaissances sont à la fois un atout et un obstacle quand il s'agit de comprendre la signification des formules. D'autres difficultés sont liées au système de référence déjà abordé plus haut (références relatives et absolues).

Ces questions ont été partiellement abordées, dans le cadre du tableur Multiplan, dans un article de la revue petit x (Capponi 1992) et dans le travail déjà cité (Capponi 1990). Nous présentons quelques extraits de ces études dans les paragraphes qui suivent.

Les obstacles rencontrés par les élèves sont de 4 types :

• Obstacles liés à la lecture et dus à la densité de l'écriture. Le nombre de symboles nécessaires à l'écriture des références est notablement augmenté.
Ces difficultés interviennent au niveau :
- de la priorité des opérations en jeu (addition et Multiplication),
- de la signification des références.

• Obstacles liés aux références relatives à une cellule. L'origine du repère varie avec chaque formule et les désignations ne sont plus uniques pour chaque cellule. La lecture peut être notablement perturbée dans la mesure où le rôle de la cellule active n'est pas identifié.

• Obstacles liés à une modification, relativement à l'univers papier-crayon, des symboles opératoires notamment pour la multiplication (*) et la division (/).

• Obstacles liés à la manipulation des fonctions. Dans Multiplan les fonctions comme **Somme()** , **MIN()** ou **Moyenne()** sont à l'origine de difficultés concernant la syntaxe et la sélection des arguments.

L'étude précédente ayant été faite dans le cadre de Multiplan, dont le système de référence est différent de celui d'Excel, par exemple, et doit être corrigée en tenant compte de cette différence.

Pour les obstacles liés à la lecture, on peut penser que passer d'un système du type "entièrement relatif"[11] L[-4]C[+3] (4 lignes au dessus, 3 colonnes à droite) à un système "pseudo-relatif" (B2 : colonne B, ligne 2) va rendre le décodage de la formule plus aisé.

---

[11] "Pseudo-relatif" signifiant, ici, que la recopie est relative, "entièrement relatif" que les désignations

Les formules deviennent notablement plus courtes et plus lisibles.
Ainsi une formule du type px+qy+a+b (Capponi 1992 p 66) s'écrit :
Dans un système entièrement relatif :

LC[-2]*L[-5]C[-1]+LC[-1]*L[-5]C[-3]+ L[-5]C[-2] + L[-5]C[-3]

dans un système pseudo-relatif. :

C2*B7+D2*C7+A2+B2

On voit que la complexité diminue notablement. On peut cependant s'attendre encore ici à des difficultés de décodage parce que chaque cellule a une référence contenant deux caractères dont l'un est une lettre et l'autre un nombre.

De plus dans un système pseudo relatif, on s'affranchit d'un type de lecture qui compte les décalages par rapport à la cellule active (qui contient la formule) pour lire directement la référence de la cellule par rapport au repérage fixe du tableau. Le décodage des formules est alors plus facile puisque chaque cellule est toujours désignée par la même référence, alors que dans un système entièrement relatif, comme celui de Multiplan, la même cellule a des désignations différentes, suivant la cellule où est implantée la formule qui y fait référence.

Par contre les difficultés liées à la présence des signes opératoires : * et / notamment, ainsi qu'à la priorité des opérations restent les mêmes. On peut cependant observer que l'usage de l'informatique et des calculatrices tend à rendre plus familières aux élèves d'aujourd'hui ces notations qui étaient inconnues des élèves il y une dizaine d'années.

Les obstacles liés à la syntaxe des fonctions comme **Somme()**, **MIN()** ou **Moyenne()** restent présents et sont de même nature que ceux concernant l'utilisation de l'écriture f(x). Les programmes de troisième actuels proposent maintenant d'aborder ce type de notation en troisième, le tableur peut être un élément de cet apprentissage. Il s'agit cependant de fonctions opérant sur des listes, ce qui ne va pas de soi pour les élèves.

De manière générale, on peut cependant observer que les tâches d'analyse des figures sont notablement plus simples dans le système de référence pseudo-relatif qui est le plus présent aujourd'hui sur les tableurs. Rappelons cependant que cela ne supprime pas les difficultés liées à la nécessité de formules contenant des références absolues et relatives comme nous l'avons exposé plus haut.

3.3. Approche de la notion de fonction

Ce qui a déjà été dit à propos des formules et de l'aspect dynamique qu'elles donnent au tableur permet d'imaginer des situations où la notion de fonction tient une place centrale. La possibilité de calculer des images, et souvent de repésenter graphiquement font du tableur un outil intéressant dans l'étude des fonctions.

---

elles-mêmes sont relatives. Le système "entièrement relatif" peut être utilisé dans un logiciel comme Excel en choisissant l'option LC dans les préférences.

4. Etude détaillée de deux difficultés particulières

4.1. Prise en compte de la formule

Dans un tableur, les calculs sont effectués en implantant une formule dans une cellule. Pour les élèves, la reconnaissance de l'existence d'une formule et le fait qu'elle fasse intervenir des références à des cellules, qui jouent alors un rôle de variable, est loin d'être évident. Pour étudier cette prise en compte de la formule une série d'études ont aussi été menées dans Capponi (1990). Donnons un exemple qui illustre cette difficulté à considérer la formule comme l'élément central du calcul.

On donne à des utilisateurs (élèves de troisième et étudiants ayant suivis une formation aux tableurs) un tableau comme celui de la figure 12.

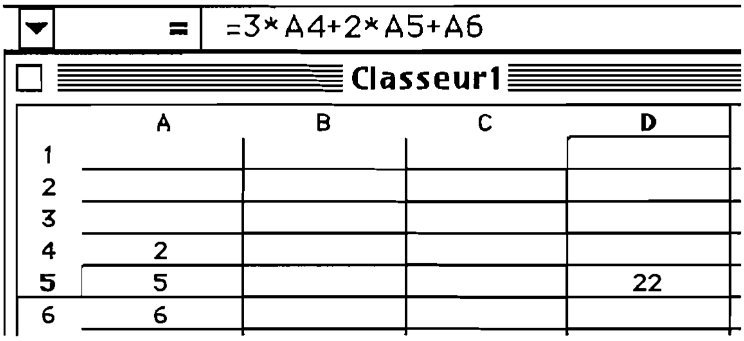

Figure 12

Dans le fichier qui est donné aux élèves c'est la cellule A1 qui est active. (Sur l'exemple présenté nous avons choisi D5 comme cellule active, ce qui fait apparaître la formule dans la barre d'édition).

- La première tâche consiste à modifier les contenus des cellules de la colonne 1 et à observer les modifications de la cellule D5.

- La seconde tâche consiste à trouver 3 nombres dans la colonne 1 pour que le contenu de D5 soit égal à 100. Il est donc important pour réaliser cette tâche de connaître le procédé de calcul, c'est-à-dire la formule implantée dans la cellule D5. Nous nous sommes attachés à observer de quelle manière les élèves et les étudiants reconnaissaient l'existence et la localisation de la formule qui provoquait les modifications observées.

L'expérience que nous avons conduite a été faite avec Multiplan où la formule est relativement plus complexe avec les différences déjà mentionnées plus haut.

4 binômes sur 13 n'ont pas reconnu qu'il devait exister une formule dans la cellule D5[12].

Par exemple Florence et Philomène[13], selon la consigne donnée remplacent 3, 5 et 6 par 3, 6 et 7 et obtiennent 28 en D5

---

[12] Notons que ceci ne dépend pas du système de références utilisé.

[13] Ce sont deux étudiantes en maîtrise de Langues étrangères appliquées. Elles ont suivi une formation à

1. Philo *ouais ça fait 28 ... bon on a observé que 22 était remplacé par 28... pas la peine de se demander comment c'était calculé puisqu'on nous demande de voir...*
2. Florence *mais seulement après il faut trouver trois nombres pour que ça donne 100... il faut bien trouver le processus... comment tu veux faire sinon... moi je veux bien trouver 100... mais... ou tu mets n'importe quoi à la limite alors...*
3. Philo *mais non pas n'importe quoi ...*
4. Florence *mais si tu peux mettre ... euh... 25 et 25... et puis 2 en haut...*
5. Philo *qu'est ce que tu fais ?*
6. Florence *25 et 25 ... 50 ... fois 2... pourquoi pas ...*
7. Philo *ben oui c'est ce qu'on avait fait pour le 22...*
8. Florence *oui...*
9. Philo *ben moi je voudrais bien savoir comment le 28 a été calculé ...*
10. Florence *oui c'est ça ...*
Observateur *vous pensez que le processus est le même ?*
12. Florence *non !*
13. Philo *ben non ça doit...*

Florence veut découvrir le processus (2). Elle a bien reconnu qu'un calcul était effectué "quelque part", mais elle est loin d'avoir identifié la localisation de la formule et se lance dans des recherches empiriques (4) . Philomène pour sa part cherche une façon de calculer le 28 qu'elles ont obtenu en plaçant 3, 6 et 7 dans la colonne 1, mais ni elle, ni Florence ne reconnaissent que c'est toujours la même formule qui produit le résultat de D5 (12 et 13). L'observateur insiste pour obliger Florence à continuer dans cette direction :

14. Observ *est-ce que vous pensez que la méthode de calcul du nombre qui est là que j'appelle la cible est la même méthode de calcul ou qu'elle change suivant les nombres ?*
15. Florence *ben si c'est un nombre ss......s'il y a une méthode de calcul... faut pas qu'elle change ...*
16. Observ *qui c'est qui le met ce 28 ?*
17. Florence *c'est selon les chiffres qu'on va donner ici ... qu'on trouve 28; donc il y a bien une méthode de calcul...* ***c'est inscrit dans le programme de l'ordinateur****...*[14] *puisque tout à l'heure on trouvait 22... donc vous avez du taper ... par exemple qu'en faisant la cellule L4C1*[15] *plus L5C1... tout ça entre crochets multiplié par ... non c'était plus enfin donc... L6C1... plus L5C1... tout ça entre crochets multiplié par 3... normalement ... non...*
18. Philo *oui c'était ça ...*
19. Florence *c'est pour l'autre... vous avez donc inscrit un programme dans lequel il était donc écrit que cette cellule plus cette cellule multiplié par celle ci donnait 22... donc après avec cette méthode on a plus qu'à taper les chiffres ... et c'est à ça que ça sert pour aller plus vite ... et on trouve le résultat directement... mais apparemment c'est pas cette méthode là parce que là en faisant la même chose on trouve pas 28... donc ça doit être autre chose, on peut trouver 22 autrement...*
20. Philo *mais si nous en tapant 3,6,7... on obtient 28... ça veut dire que il y a une opération est déjà enregistrée...*
21. Florence *mais bien sûr sinon il pourrait pas le trouver automatiquement...*
22. Philo *oui*

Multiplan d'une dizaine d'heures (formation incluse dans leur curriculum).

[14] C'est nous qui soulignons.

[15] Il s'agit de références absolues dans Multiplan.

23. Florence *donc il y a une autre façon de trouver 22... peut-être, il faut voir, il faut trouver la même façon là et là pour trouver 22 et 28... sinon ça veut dire qu'il peut pas y avoir deux méthodes différentes ...on va chercher... essaye de trouver 22 là ; on va faire toutes les possibilités ...possibles*

Obligée par l'observateur à se poser la question du calcul, elle reconnaît d'abord l'existence d'un calcul qui est le même pour toutes les valeurs (15). Elle décrit ensuite (17) une formule telle qu'elle peut l'imaginer. Elle parle ensuite de programme (19). Elle montrera ensuite la disquette, supposée contenir la formule, puis se lancera dans une recherche de toutes les relations possibles (23). Ce protocole indique clairement que ces étudiantes reconnaissent l'existence d'un calcul mais qu'elles ne localisent pas la formule dans la cellule D5. C'est l'observateur qui devra leur demander ensuite de sélectionner D5 pour découvrir la formule.

Nous donnons ce long protocole pour bien montrer que la reconnaissance du rôle de la formule n'est pas une évidence pour certains étudiants et que ceci est indépendant du système de référence.

On trouvera d'autres exemples (Capponi 1990), en particulier ceux d'élèves qui conduisent une recherche empirique en ajustant les nombres de la colonne A pour trouver 100 (tâche 2).

Le rôle de la formule comme générateur de tableaux doit aussi faire l'objet d'un apprentissage. Un travail donné aux élèves de troisième (Capponi op. cit.) consistait à faire éditer un tableau contenant les notes d'un élève comme celui de la figure 13. Il s'agit d'une séance au début de l'apprentissage des tableurs (séance 2).

nestor

	1	2	3	4	5	6
1		français	math	hist-geo	anglais	moyenne
2	septembre	15	7	12	8	=MOYENNE(LC(-4):LC(-1))
3	octobre	15	13	13	10	=MOYENNE(LC(-4):LC(-1))
4	novembre	11	12	10	12	=MOYENNE(LC(-4):LC(-1))
5	décembre	12	8	6	6	=MOYENNE(LC(-4):LC(-1))
6	janvier	11	12	4	14	=MOYENNE(LC(-4):LC(-1))
7	février	8	16	12	13	=MOYENNE(LC(-4):LC(-1))
8						
9	MOYENNE					
10	MIN					
11	MAX					
12						

Figure 13

Après avoir édité ce tableau avec les notes d'un élève (Nestor) les élèves doivent calculer la moyenne d'un autre élève (Félix).

1.	Nadia	*mais on réécrit par dessus ?*
2.	Prof	*Qu'est ce que tu veux dire ?*
3.	Nadia	*on repasse, pour les notes on met la petite case noire là et on retape ...*
4.	Prof	*Qu'est ce que ça va faire alors ?*
5.	Nadia	*Ben je sais pas ...*
6.	Mylène	*Ben* ...[Elles éditent les notes de Félix]
7.	Mylène	*Mais ça a tout changé c'est génial !*
8.	Nadia	*ben oui ça fait direct !*
9.	Mylène	*Mais c'est génial ça nous change tout et voilà !*

Ces élèves savent construire une formule qui est alors pour elles la description d'un calcul. Mais il y a ici la découverte du rôle que la formule va jouer dans le tableau après changement des valeurs numériques. En effet elles remplacent bien les notes (1-3-6), mais ne sont pas du tout sûres de ce qui va se passer (4-5). La surprise manifestée par les élèves (7-9) indique bien que cette dimension de la formule n'avait pas encore été prise en compte. Pour d'autres élèves, cet apprentissage est plus laborieux, nous avons vu des élèves qui effacent les formules et les réécrivent pour chaque élève nouveau.

Cette tâche permet un autre apprentissage qui concerne le rôle de la formule relativement aux valeurs à partir desquelles elle calcule le résultat affiché.

Aspect dynamique et formule

Cet aspect dynamique n'est pas d'emblée pris en compte par les élèves dans la mesure où ils ne cherchent pas à éditer une formule qui donnerait son statut dynamique au tableau créé. Nous en donnons un exemple dans le paragraphe qui suit.

Toujours dans le même travail, nous avons rencontré des élèves qui produisant le tableau de la figure 15 pour un calcul de fiche de paye.

La tâche consistait à créer une dizaine de fiches de paye pour un ensemble d'animateurs d'une maison de jeunes, selon un modèle fourni sur la fiche de travail.

L'exemple de la figure 15 montre le travail de deux élèves où la plupart des formules sont éditées en tapant les **nombres** au clavier.

Ces élèves utilisent la machine comme une calculatrice, ils inscrivent les opérations qu'ils veulent faire faire à la machine.

ANNIE 1

	1	2	3	4
1	BULLETIN DE PAYE	MAISON DES		
2	JANVIER 97			
3	nOM	ANNIE	ACTIVITE	HAND BALL
4				
5	NOMBRE D'HEURES	22		
6	SALAIRE HORAIRE	106		
7	PRIME	320		
8	INDEMNITES	256		
9				
10	SALAIRE BRUT		2332	
11	RETENUES	TAUX (%)		
12	SS MALADIE	5,5	=((2332)*(5,5))/(100)	
13	SS VIELLESSE	4,7	=((2332)*(4,7))/(100)	
14	ASSEDIC	1,72	=((2332)*(1,72))/(100)	
15				
16	BASE IMPOSABLE		=(2332)-((128,26)+(109,604)+(40,1104))+(320)	
17	NET A PAYER		=L(-1)C+L(-9)C(-1)	
18				

Figure 15

La formule n'est pas considérée ici comme un outil permettant de créer des tableaux où il suffit de changer les valeurs pour obtenir les résultats attendus.

Ce type de procédures, que nous avons rencontré plusieurs fois, relève d'une conception de tableau et non de feuille de calcul. Le rôle de la formule n'est pas pris en compte avec son action sur les cellules repérées par les références. C'est le contenu numérique qui est privilégié aux dépens de la cellule comme variable dans la formule. L'ensemble des observations sur cette tâche indique aussi que la description du calcul et la construction d'une feuille de calcul se situent à deux niveaux différents de l'apprentissage. L'un relève pour nous de l'arithmétique dans la mesure où il décrit uniquement des opérations à effectuer sur les nombres alors que l'autre considère la formule comme la description d'un calcul faisant intervenir les cellules en tant que variables et relève d'une problématique algébrique.

Tout se passe entre le premier plan et le deuxième plan de la figure 6. Le premier plan représentant ce qui est perçu visuellement du tableau, le deuxième les concepts algébriques qui sont sous-jacents.

Ces deux niveaux existent pour les élèves et le passage de l'un à l'autre ne va pas de soi comme l'illustre l'exemple présenté.

4.2. Décodage d'une formule

La description d'un calcul réalisé par la machine donne aussi des indices sur le niveau d'utilisation du symbolisme algébrique. Toujours dans le travail décrit plus haut (Capponi 1990), une tâche de décodage d'une formule était proposé aux sujets dans l'expérimentation (figure 16). Il s'agit d'une tâche proche de celle évoquée dans la figure 12.

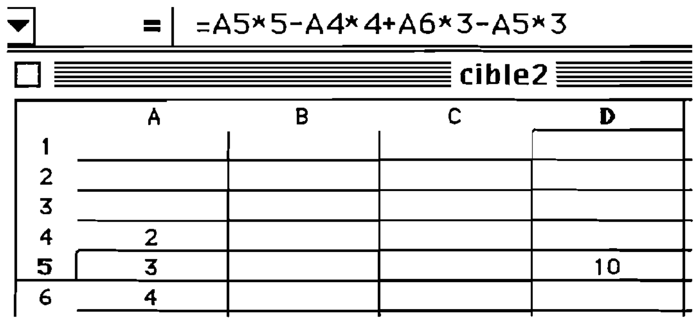

Figure 16

6 binômes d'adultes[16] sur les 7 et 2 binôme d'élèves sur les 6 ont explicité une représentation langagière de la formule. Ces descriptions indiquent que les relations entre les cellules sont reconnues. Dans la mesure où l'on souhaite utiliser un tableur pour un apprentissage de l'algèbre, il est intéressant d'observer comment cette description se traduit par un symbolisme algébrique où l'écriture va permettre de décrire le calcul. Les observations détaillées des différents travaux réalisés montrent aussi que l'utilisation directe d'un symbolisme algébrique n'est pas la règle, encore moins chez des élèves de troisième que chez les adultes. Ci-après quelques exemples des représentations adoptées.

4.2.1. Représentation de type "numérique" et "numérique marqué"

Le décodage de la formule consiste à mettre en évidence le calcul réalisé avec les trois valeurs données pour trouver la valeur calculée dans D5. Dans un premier temps, la moitié des sujets écrit à l'aide des valeurs le calcul à effectuer, c'est ce que nous désignons par représentation de type **numérique**. Voici l'exemple d'Yvette (Adulte) :

3 x 5 -2 x 4 + 3 x 4 - 3 x 3

Ce type de représentation permet aux sujets de se convaincre qu'ils ont bien identifié la relation en comparant le résultat fourni à celui qu'ils calculent à partir de cette expression. Mais ce type d'expression présente l'inconvénient de ne pas distinguer les valeurs contenues dans les cellules des coefficients fournis par la relation. Pour résoudre cette difficulté on peut bien entendu utiliser une expression avec des lettres, de type algébrique, mais 6 binômes préféreront utiliser une représentation particulière où, soit les coefficients soit les valeurs contenues dans les cellules sont distingués par un attribut (un soulignement, une étoile, un cerclage...). Nous donnons ici les exemples relevés et certaines des justifications apportées par les différents binômes.

Jean Michel et Claude (Adultes) marquent les valeurs contenues dans les cellules de la colonne 1 avec une étoile :

$$(\overset{*}{4} \times 5) - [(\overset{*}{1} \times 4)] + (3\overset{*}{2} \times 3) - (\overset{*}{4} \times 3) = 100$$

---

16 Il s'agit d'adultes, employés d'une administration qui ont suivi le mois précédent une formation de 3 jours à Multiplan. Les élèves sont des élèves de troisième ayant terminé une formation à Multiplan de 12 heures.

Annie et Maurice (Adultes) les soulignent :

$$(\underline{\underline{3}} \times 5) - (\underline{2} \times 4) + (3 \times \underline{4}) -(3 \times \underline{\underline{3}})$$

1. Observ *qu'est ce que vous soulignez là...*
2. Maurice *les chiffres ...*
3. Observ *c'est-à-dire ?*
4. Maurice *les valeurs des cases*
5. Annie *les chiffres donnés ...ah non les valeurs des ... les valeurs qu'on nous donne en nous donnant...*
6. Maurice *ce qu'il faut modifier...*
7. Observ *vous avez fait un double soulignement du 5, du 2 du 4 et du 3...*
8. Maurice *c'est pas ça... c'est pas le 5... c'est le 3*
9. Annie *c'est le 3... le 2*
10. Maurice *le 4 et le 3...*
11. Observ *celui que vous avez souligné deux fois c'est celui qui est...*
12. Annie *en double*
13. Maurice *c'est le chiffre qui est déjà dans une des cases ... parce que j'ai 3 multiplié par 5 je me rappelle plus que c'est le 5 ou le 3 que je bouge ...*

Maurice et Annie marque les valeurs et pas les coefficients (4-6). Mais Maurice et Annie tiennent aussi à indiquer d'une manière particulière que le contenu de A5 intervient deux fois dans le calcul (12-13) par un double soulignement. C'est en effet un défaut de ce type de codage de ne pas pouvoir reconnaître les valeurs représentant la même variable.

Jean et Danielle (Adultes) :

$$3 \times 5 \ - 4 \times 2 \ + 3 \times 4 \ - 3 \times 5$$

Christine et Stoyan (Elèves) :

$$4 \times \underline{5} \ - 5 \times \underline{4} \ - \underline{3} \times 4 - \underline{3} \times 4$$

Observ *attends quelle différence il y a entre ce 4 et ce 5 ?* [le 5 souligné du premier terme]
Stoyan *c'est celui là de la formule*
Christine *le 5... le 5 ... y sert dans la formule pour trouver le résultat*
Observ *et le 4 ?*
Christine *le chiffre, ce sont les chiffres euh... euh... qu'on met pas dans la formule ... enfin si on les met mais qu'on peut changer pour . ...*
Observ *ils sont où dans le tableau ces nombres là ?*
Christine *ils sont là* (elles montrent les 3 cellules de la colonne 1)

Ivan et Cécile (Elèves) :

$$\underline{3} \times 5 - \underline{2} \times 4 + 3 \times \underline{4} - 3 \times \underline{3}$$

Ivan *Je souligne les chiffres que nous on inscrit... qui sont variables. et ça ça fait bien beaucoup de... ah non en fait ça en fait quatre mais comme il y a deux fois A5 donc ça fait bien 3.... 3 chiffres à trouver*

Ivan en soulignant contrôle la correspondance entre le nombre de cellules et le nombre de valeurs qu'il a soulignées , ce sont bien les valeurs contenues dans les cellules qu'il souligne.

Cédric et Eyup (Elèves)

$$3 \times 5 - 2 \times 4 + 3 \times 4 - 3 \times 3$$

Ces exemples montrent qu'il existe bien une différenciation entre les nombres contenus dans les cellules, considérés comme des variables et les coefficients intervenant dans la formule. Ces codages constituent une première étape vers une représentation de type algébrique.

4.2.1.1. Représentation "géographique"

La représentation géographique de la formule correspond à une reproduction des éléments significatifs de la feuille de calcul. Il s'agit le plus souvent d'indiquer les nombres en jeu en respectant leur position relative dans le tableau mais surtout les opérations dans lesquelles ils interviennent. Les 3 binômes ayant utilisé des signifiants de ce type ont tous par la suite évolué vers des représentations algébriques. Nous donnons ici les représentations que nous avons pu observer.

Florence et Philomène (Adultes) dessinent sur leur papier :

2 x 4	^{2}A x 4
3 x 5	^{3}B x 5
4 x 3	^{4}C x 3
	-B x 3

Figure 17

Voici le protocole correspondant :

1. Florence *3... donc on a utilisé le premier... alors on multiplie le deuxième nombre par 5... euh... ensuite 2 fois 4... le premier par 4... le quatrième par... non c'était le... non...*
2. Philomène *le deuxième le 3...*
3. Florence *c'est ce 3... il y était dans la formule ? ... oui... 3 fois A6... donc c'était 4... donc on fait 4... fois... on multiplie par 3... moins 3... donc celui là... ... non pas 3... deuxième chiffre par 3... bon on va les appeler A, B et C parce que avec les chiffres on va pas y arriver ...*

Philomène et Florence commencent une représentation à l'aide de nombres uniquement (Figure 17 gauche). Mais la cellule A5 intervenant deux fois dans le calcul pose un problème de disposition. Florence abandonne alors ce schéma (3) et construit celui de la figure 17 (droite) qui permet de donner à la cellule A5 un nom comme B qui sera alors réutilisé dans le bas du schéma. Mais il faut un long travail pour que Philomène prenne en compte que l'ordre dans la formule n'est pas le même que dans le tableau. Florence cherche à perdre le moins d'informations possibles (contenus des cellules, positions respectives, relations) en utilisant cette représentation géographique. Elle va d'ailleurs l'abandonner pour travailler en ligne avec les désignations littérales qu'elle a construites. Ici la représentation géographique est une étape qui la conduit vers des signifiants algébriques.

Jocelyne et Christiane (Adultes) font le schéma de la Figure 18 :

$$\begin{array}{llll} 2 \times 4 & & & \\ 3 \times \cancel{5} & \times \cancel{3} & & \times 2 \\ 4 \times 3 & & & \end{array}$$

Figure 18

Christiane place d'abord les nombres : c'est leur position qui les situe par rapport aux références absolues de la formule (3-9). L'attribution des coefficients est faite par une lecture des références où la numérotation de la ligne permet de placer correctement les coefficients sur le schéma. Nous avons aussi indiqué sur la figure 18 la simplification que Christiane opérera un peu plus tard sur le schéma. Ce binôme passera aussi rapidement de cette représentation géographique à une représentation algébrique.

Dans le binôme de Christine et Stoyan (Elèves), c'est Christine qui dessine la figure 19 :

$$\begin{array}{llll} \bullet & \times 4 + & & \\ \bullet & \times 5 - & & -3 \times \bullet \\ 3 & \times \bullet & & \end{array}$$

Figure 19

Voici le protocole correspondant :

1. Christine *euh... alors ça fait L5C1... 5... quelque chose au milieu qui multiplie le nombre par 5 ...* (elle écrit en colonne sur son brouillon les trois points et à côté les opérateurs)... *dans les trois nombres qu'il y a celui ci est multiplié par 5* [......]
2. Christine *A5 c'est 1 ... fois ça ... celui là moins A4 1 fois 4...*
3. Observ *c'est lequel A5 ?*
4. Christine *celui là celui qui est au milieu ...donc par 5 après multiplié par 4 et on ajoute ... 3 fois ... A6* (elle écrit 3X .)

5. Observ *qu'est ce que c'est que ce point que tu as mis ?*
6. Christine *c'est un chiffre un chiffre ...pour après qui m'aidera pour trouver 100*
7. Observ *et c'est quel chiffre ce point ?*
8. Christine *c'est le chiffre de la case A6...* (elle ajoute la flèche)
9. Observ *c'est quoi cette flèche ?*
10. Christine *cette flèche là... c'est pour euh... on calcule comme ça ... après on calcule là ...pour finir le calcul là ... sur ce chiffre là ...*
11. Observ *c'est-à-dire on calcule multiplié par 4 plus ...*
12. Christine *non on commence par là L5 !*
13. Observ *ça fait multiplié par 4 et par 5 ...*
14. Christine *c'est pareil*
15. Observ *et puis ?*
16. Christine *et puis après on finit là ...*
17. Observ *c'est quoi ce 3 multiplié là ?*
18. Christine *c'est comme fois 4, fois 5... fois 3 ,. c'est la formule j'ai mis la formule ...*
19. Observ *et ce point c'est le dernier celui d'en bas ?*
20. Christine *celui d'en bas l'avant dernier et après on finit sur cette ligne là, c'est le même chiffre ...*

Pour Christine la représentation adoptée permet un positionnement de chaque nombre, mais les contenus de cellules sont seulement représentés par des points, qui ne sont pas des désignations caractérisant une cellule (comme le B de Florence). Elle est donc contrainte de remettre sur la même ligne la deuxième occurrence de A5 dans la formule. Ces points sont des "trous" mais ils n'ont pas encore un statut de variable, ils ne sont pas distingués ni distinguables, c'est le rôle de la représentation géographique de les localiser relativement à la formule. Christine a également le souci de conserver l'ordre de calcul de la formule : elle place ainsi la flèche et décrit à l'observateur un ordre de calcul. Elle précise bien le commencement (12) et la fin (16). Et c'est bien le même chiffre qui est sur la même ligne (20). La représentation géographique de Christine a des caractéristiques algébriques très pauvres, elle ne va pas lui permettre d'évoluer vers des signifiants algébriques, et à la suite d'une étape vers le numérique marqué elle continuera une recherche des nombres de la colonne 1 de manière empirique.

On voit dans ces exemples de travaux que la représentation “géographique” conduit certains sujets à une représentation algébrique. Mais le dernier exemple montre que ce type de représentation doit être associé à un statut de variable donné à la cellule pour permettre l’évolution vers un codage de type algébrique.

4.2.1.2. Représentation algébrique

5 binômes d'adultes sur les 7 parviennent à des représentations de type algébrique du type **5x –4y +3z –3x** - souvent simplifié en **2x –4y +3z** - alors que ce n'est le cas que chez deux binômes d'élèves.

Le passage par un codage "numérique" ou géographique pour atteindre parfois (assez peu chez les élèves) un codage algébrique indique que les représentations algébriques sont peu opérationnelles chez les élèves pour décrire des relations faisant intervenir des nombres.

L'utilisation d'un tel codage est plus fréquent chez les élèves dans la situation de la figure 12 (p. 19) où il faut découvrir les nombres à placer dans les cellules de la colonne A pour atteindre la valeur 100 en D5.

Ainsi la formule de la figure 12 sera écrite[17]

L4C3 X 3 + L5C1 X 2 + L6C1

en **3x + 2y + z = 100**

qui conduira à la résolution du problème par approximations.

D'autres notations seront utilisées qu'on peut aussi rattacher au symbolisme algébrique comme :

- pour Christiane (Adulte) :

3 X 1° + 2 X 2° + 3° puis **3A + 2B + C = 100**

- pour Jean-Michel (Adulte) **3 X x + 2 X x + x**

transformée en

3 X (x + 2 X x) + x puis **3x + 2y + z**

- pour Sylvain (Elève) qui après une expression à l'aide de références absolues écrit l'égalité :

3x + 2y + z = 100

1. Sylvain *alors 3y... x plus 2y ... ça fait penser à une équation de droite ça je sais pas pourquoi ... euh... plus z ... putain ça fait une équation ... égal 100...*
2. Sylvain *je sais pas si je vais pouvoir la résoudre...normalement ...il faudrait un système de trois équations ...*
3. Observ *qu'est ce que tu penses de ce qu'il fait ... il écrit 3x=2y+z =100...vin*
4. Vincent *ouais ... ça permet de ... c'est un point de départ... après tu peux changer les nombres plus facilement quand tu ... si tu as ça en tête... ça permet de voir...*

---

[17] Les élèves utilisaient Multiplan ce qui explique les notations utilisées (Ligne, Colonne).

Sylvain fait référence à une équation de droite, qu'il a étudiée dans le cours de mathématiques (1). Il parle ensuite de système d'équations (2). Il se place résolument dans le domaine algébrique et cherche à repérer dans ses connaissances une technique de résolution du problème.

Deux autres binômes d'élèves adopteront des signifiants utilisant le symbolisme algébrique classique :

Christine et Stoyan	**a X 3 + b X 2 + c**
Danielle et Christelle	**x X 3 + y X 2 + w = 100**
puis	**3x + 2y + w = 100**

Danielle transforme l'expression initiale avec des signes **X** en les supprimant et en plaçant les coefficients numériques devant les lettres.

En conclusion, la formule donnée en références absolues dans Multiplan[18] est souvent reprise, par plusieurs binômes d'adultes et d'élèves, dans le cadre algébrique qu'ils connaissent. Les expressions subissent des transformations qui relèvent de ce cadre et certains recherchent des techniques propres à ce domaine (équations, systèmes d'équations, équations de droites). Cependant les références, notation propre au tableur interfèrent avec le symbolisme propre au calcul algébrique classique caractérisé ici par l'utilisation d'une lettre unique pour désigner un nombre donné.

Cette étude montre que de telles situations participent à l'apprentissage de l'algèbre et que les tableurs constituent un outil pour cet apprentissage dans des situations proches de la mise en équation d'un problème, savoir qui apparaît explicitement dans le programme de quatrième et de troisième.

5. Exemples d'utilisation en classe

L'étude précédente permet de proposer un classement (non exhaustif) des activités que l'on peut proposer aux élèves dans les classes de quatrième et de troisième. En effet, les difficultés décrites et le détail des travaux d'élèves que nous avons exposés ne doivent pas nous faire reculer devant l'utilisation des tableurs en classe. Elles attirent simplement l'attention sur quelques points que l'on peut résumer ici :

- Le système de références doit être connu du professeur et ses particularités liées à la recopie notamment doivent être bien identifiées ;
- Le décodage d'une formule est une activité riche, qui peut participer à la création de situations intégrées à l'apprentissage de l'algèbre ;

[18] Dans le cas de Multiplan les notations utilisées pour ce problème sont du même type que celle que l'on rencontre dans des logiciels comme Excel. Les résultats énoncés ici peuvent donc être transposés directement.

- La distinction entre le tableau (statique) et la feuille de calcul (dynamique) doit faire partie de l'apprentissage et participe à l'approche de la notion de variable comme le décodage des formules. C'est d'ailleurs l'un des aspects les plus intéressants des tableurs (Une fois les formules éditées, on peut faire de multiples essais en modifiant des valeurs[19]).

Ces trois points illustrent bien le rôle important que les mathématiques doivent jouer dans l'initiation à l'utilisation des tableurs. En effet tous les concepts présents doivent être traités par le professeur de mathématiques. Par exemple la distinction entre le tableau et la feuille de calcul permet une approche "concrète" des différences entre paramètre et variable[20].

Le tableur est donc à la fois un objet d'étude en soi et surtout un outil pour étudier d'autres problèmes (statistiques, algorithmes, optimisations etc..)

On peut ainsi proposer quelques types d'utilisation dans les classes de collège, sans que cet inventaire ne soit véritablement complet dans la mesure où les situations que l'on peut traiter dans les tableurs sont multiples compte tenu de la polyvalence de cet outil. Notons aussi que beaucoup de problèmes numériques ou algébriques ou même issus de la géométrie peuvent donner lieu à l'utilisation d'un tableur ; dans de nombreux cas les calculs seront rendus plus faciles et l'attention sera focalisée sur la modélisation sans que les calculs répétés deviennent des obstacles importants (Rousselet 1999).

Nous examinerons dans l'ordre :

- Feuille de calcul protégée[21] où l'élève n'agit pas sur les formules. On peut utiliser de telles feuilles de calcul pour des études statistiques. On peut aussi construire des modèles tous faits pour d'autres utilisations quand on ne veut pas confronter les élèves avec des constructions de formules trop complexes. Ici la formule n'est pas étudiée par l'élève, c'est uniquement l'outil de calcul qui est mis en avant.
- Edition de tableaux élémentaires où la signification et l'écriture des formules ne donne pas lieu à une analyse détaillée.
- Situations d'étude des formules avec décodage et interprétation de la formule.
- Situations où on met en place un algorithme.
- Situations associées à des représentations graphiques.
- Situations de modélisation de problèmes.

5.1. Premières activités

5.1.1. Feuilles de calculs protégées.

Que ce soit en atelier ou en projetant à toute la classe, on peut utiliser des feuilles de calcul pour conduire des études statistiques. Ce point ne sera pas traité en détail ici, citons simplement un exemple qui se trouve sur le serveur de l'académie de Lyon

---

[19] Variable et paramètre : un obstacle qui peut être abordé de cette façon.

[20] Loin de toute théorie bien sûr...

[21] Un tableau peut être protégé dans la mesure où les cellules qui contiennent les formules ne sont pas modifiables par l'utilisateur. Elles peuvent être protégées par un mot de passe.

(http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/math/utiordi1.html) et qui permet de conduire une étude statistique d'une population avec la possibilité de changer les effectifs pour étudier l'effet de ce changement sur les paramètres de la série (Figure 20).

L'association des données numériques et des graphiques permet une approche plus complète des phénomènes statistiques en rendant possible une étude qui s'affranchit du poids de la réalisation des calculs.

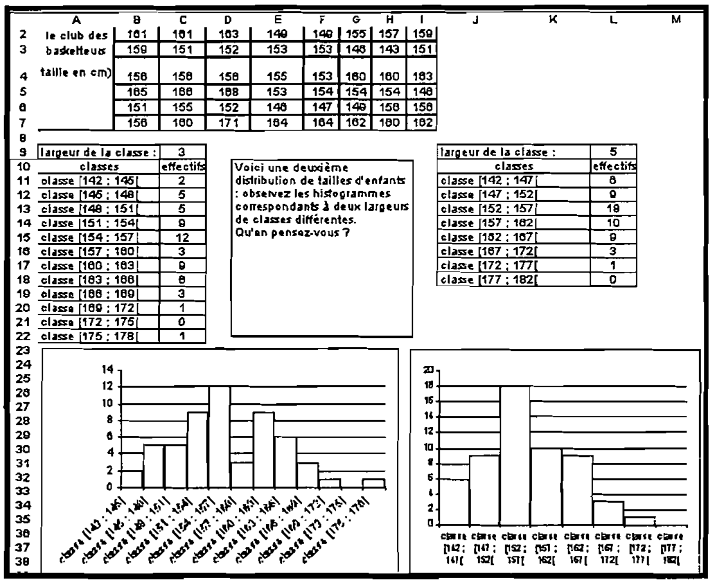

Figure 20

5.1.2. Tableau élémentaire

Les premières activités que l'on peut réaliser avec des élèves dans un tableur sont de ce type.

La figure 13 de la deuxième partie (p. 21) en donne un exemple.

Il s'agit de tableaux à double entrée où des formules permettent de calculer des sommes en ligne et en colonne. Ces activités sont de bonnes activités de démarrage parce qu'elles apprennent aux élèves à sélectionner des cellules, taper des nombres et des textes et que les formules sont faciles à éditer sans qu'une analyse complexe de la formule soit nécessaire. La seule difficulté que l'élève peut rencontrer se situe au niveau de la validation de la formule qui doit se faire obligatoirement au clavier à l'aide d'une touche de validation [retour chariot ou entrée].

La figure 21 en donne un exemple : (nombres et formules)

	A	B	C	D
1				
2	Articles	prix unitaire	quantité	Prix
3	crayons	3,5	15	52,50
4	cartouches	0,5	80	40,00
5	Stylos	12,6	10	126,00
6	effaceurs	3,2	16	51,20
7	cahiers	6,8	25	170,00
8	Total			439,70

	A	B	C	D
1				
2	Articles	prix unitaire	quantité	Prix
3	crayons	3,5	15	=B3*C3
4	cartouches	0,5	80	=B4*C4
5	Stylos	12,6	10	=B5*C5
6	effaceurs	3,2	16	=B6*C6
7	cahiers	6,8	25	=B7*C7
8	Total			=SOMME(D3:D7)

Figure 21

Les formules peuvent être recopiées (vers le bas) et l'on peut utiliser la fonction **Somme** comme ici ou faire la somme une par une des cellules de la colonne D pour éviter les difficultés liées à la saisie de la formule et à la sélection de la plage de cellules concernée.

Dans un deuxième temps, on peut faire saisir des tableaux plus grands avec l'objectif de faire remplir plusieurs tableaux avec des quantités différentes. Cela participe à la prise en compte du rôle de la formule et à l'aspect dynamique des feuilles de calcul.

Il n'y a pas de difficulté particulière pour créer des modèles comme celui-ci.

Dans un premier temps, on évitera les feuilles de calculs où une cellule unique intervient dans une formule recopiée dans plusieurs cellules (comme l'exemple de la figure 7 page 11).

5.2. Situations d'étude des formules avec décodage et interprétation de la formule.

Dans ce type de situations, il s'agit de faire travailler les élèves sur la formule et sa signification.

Les tâches les plus élémentaires consistent à faire découvrir les relations existant entre plusieurs cellules. En voici quelques exemples.

5.2.1. Cible 1

On donne aux élèves le fichier suivant (figure 22) avec deux tâches décrites ci-dessous :

Remplacer 8 et 9 par d'autres nombres entiers et observer ce qui se passe.
Que placer dans les cellules A3 et C3 pour obtenir 50 dans la cellule B6. et 100 et 300 ? Peut on obtenir tous les nombres entiers ? Expliquer.

	A	B	C
1			
2			
3	8		9
4			
5			
6		43	

	A	B	C
1			
2			
3	8		9
4			
5			
6		=2*A3+3*C3	
7			

Figure 22

Les élèves doivent dans un premier temps identifier que la cellule B6 contient une formule et que le résultat dépend des contenus des cellules A3 et C3. La deuxième partie de la tâche se rapproche des tâches classiques de résolution d'équation à deux inconnues qu'un élève peut résoudre en quatrième ou en troisième, éventuellement par essais successifs.

On peut donner plusieurs tâches de ce type en changeant de formule.

5.2.2. Trouver la formule

Deux élèves travaillent sur la même machine. L'un tape un nombre dans une cellule (figure 23). Par exemple 6 dans B3 et écrit une formule (simple dans un premier temps) dans une autre cellule comme C4. Cette formule n'est pas connue de l'autre élève qui ne doit pas la regarder. Celui-ci, en changeant uniquement le contenu de B3 doit retrouver la formule. On alterne ainsi d'un élève à l'autre plusieurs fois.

	A	B	C
1			
2			
3		6	
4			=B3+3
5			

	A	B	C
1			
2			
3		6	
4			9
5			

Figure 23

Il s'agit ici de formules simples. Cette activité permet de manipuler des formules et de donner du sens aux relations quelles modélisent tout en restant proche des nombres sur lesquelles s'applique la formule.

5.2.3. Annuler la formule

En prolongement de l'activité précédente, le premier élève introduit un nombre et une formule comme décrit plus haut (figure 24). Le rôle de son partenaire est cette fois de construire lui même une formule qui à partir du nombre calculé par la première formule doit redonner le nombre initial.

	A	B	C
1			
2			
3		8	
4			25
5			
6			8
7			

	A	B	C
1			
2			
3		8	
4			=3*B3+1
5			
6			=(C4-1)/3
7			

Figure 24

Il s'agit ici d'une activité où les relations mises en œuvre sont à construire en fonction d'une action précise que l'on veut avoir sur des nombres. Cette activité est plus complexe que la précédente. Les difficultés principales de cette activité proviennent souvent d'une utilisation erronée du symbolisme algébrique, en particulier des parenthèses. Dans les exemples précédents on peut aussi fournir des modèles où les formules sont données par l'enseignant et étudiées collectivement dans la classe.

5.2.4. Trouver une formule

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4	8	40	45	135	120

Figure 25

Une cellule E4 contient 120 calculé à partir des nombres contenus dans les 4 autres cellules (nous les appellerons x, y, z et t pour faciliter les explications). Il s'agit, sans regarder la formule de E4 de trouver quelle formule y est implantée. Ce travail est intéressant avec des expressions du type $2x + 3y + z + t$ dans la mesure où en incrémentant par exemple y avec un pas de 1 le résultat varie de 3. On peut ainsi étudier les variations de E4 en fonction des variables x, y, z et t. Dans ce type d'étude on a des stratégies intéressantes qui apparaissent naturellement comme fixer certaines variables et en faire varier une autre pour étudier ainsi les variations du résultat

5.2.5. Recherche d'algorithmes

En classe de troisième ou de quatrième on peut étudier des situations numériques où le tableur apporte une aide dans la résolution de problème. La mise en place du problème et des formules associées dans le tableur constitue un travail souvent délicat qui devra être correctement analysé par le professeur pour éviter les écueils qui ont été signalés dans la première partie de l'article.

L'exemple le plus classique est celui de l'algorithme d'Euclide qui peut donner lieu à la construction d'une feuille de calcul (Figure 26). Les cellules A5 et B5 contiennent deux nombres dont on cherche le PGCD. Dans la cellule A6 on calcule le minimum de ces deux nombres avec la fonction MIN qui donne le minimum d'une liste de nombres : ici MIN(A5 :B5) . La cellule B6 contient une formule qui calcule la différence entre le plus grand et le plus petit des deux nombres contenus dans A5 et B5. Les formules de la ligne 6 sont recopiées vers le bas aussi loin que l'on veut.

La figure 26 illustre la mise en place de ces formules, l'élève n'aperçoit sur son écran que les nombres calculés (partie gauche de la figure 26). Le PGCD est atteint juste avant que l'on obtienne un zéro.

L'utilisation d'un algorithme comme celui-ci, nécessite un travail préliminaire avec les élèves sur les diviseurs communs à deux nombres et à leur différence. L'intérêt d'un tableur est de pouvoir "dérouler" complètement l'algorithme sans souci du nombre de calculs nécessaires . On peut alors faire des observations sur les suites de nombres obtenus et sur les raisons pour les quelles on peut être sûrs que le calcul se termine. On peut aussi montrer que des PGCD comme celui de 4891 et 4892 vont nécessiter beaucoup de calculs, bien qu'on soit sûr que cela se termine.

	A	B
1		
2		
3	a	b
4		
5	**3562**	**4128**
6	3562	566
7	566	2996
8	566	2430
9	566	1864
10	566	1298
11	566	732
12	566	166
13	166	400
14	166	234
15	166	68
16	68	98
17	68	30
18	30	38
19	30	8
20	8	22
21	8	14
22	8	6
23	6	2
24	2	4
25	2	2
26	2	0
27	0	2

	A	B
1		
2		
3	a	b
4		
5	3562	4128
6	=MIN(A5:B5)	=MAX(A5:B5)-MIN(A5:B5)
7	=MIN(A6:B6)	=MAX(A6:B6)-MIN(A6:B6)
8	=MIN(A7:B7)	=MAX(A7:B7)-MIN(A7:B7)
9	=MIN(A8:B8)	=MAX(A8:B8)-MIN(A8:B8)
10	=MIN(A9:B9)	=MAX(A9:B9)-MIN(A9:B9)
11	=MIN(A10:B10)	=MAX(A10:B10)-MIN(A10:B10)
12	=MIN(A11:B11)	=MAX(A11:B11)-MIN(A11:B11)
13	=MIN(A12:B12)	=MAX(A12:B12)-MIN(A12:B12)
14	=MIN(A13:B13)	=MAX(A13:B13)-MIN(A13:B13)
15	=MIN(A14:B14)	=MAX(A14:B14)-MIN(A14:B14)
16	=MIN(A15:B15)	=MAX(A15:B15)-MIN(A15:B15)
17	=MIN(A16:B16)	=MAX(A16:B16)-MIN(A16:B16)
18	=MIN(A17:B17)	=MAX(A17:B17)-MIN(A17:B17)
19	=MIN(A18:B18)	=MAX(A18:B18)-MIN(A18:B18)
20	=MIN(A19:B19)	=MAX(A19:B19)-MIN(A19:B19)
21	=MIN(A20:B20)	=MAX(A20:B20)-MIN(A20:B20)
22	=MIN(A21:B21)	=MAX(A21:B21)-MIN(A21:B21)
23	=MIN(A22:B22)	=MAX(A22:B22)-MIN(A22:B22)
24	=MIN(A23:B23)	=MAX(A23:B23)-MIN(A23:B23)
25	=MIN(A24:B24)	=MAX(A24:B24)-MIN(A24:B24)
26	=MIN(A25:B25)	=MAX(A25:B25)-MIN(A25:B25)
27	=MIN(A26:B26)	=MAX(A26:B26)-MIN(A26:B26)

Figure 26

5.2.6. Recherches de solutions d'équations

On peut considérer aussi qu'une approche de la notion d'équation peut être réalisée avec un tableur en comparant les résultats calculés par les expressions algébriques des deux membres comme dans l'exemple donné ci-dessous.

On donne deux expressions algébriques : B = 3x + 5 et C = 5x - 20. On cherche pour quelle(s) valeurs de x on obtient l'égalité B=C.

Pour cela on peut appeler x la première colonne et calculer dans les colonnes B et C les valeurs obtenues pour chaque valeur de x (figure 27).

	A	B	C
1	x	B	C
2	0	5	-20
3	1	8	-15
4	2	11	-10
5	3	14	-5
6	4	17	0
7	10	35	10
8	11	38	13

Figure 27

L'évolution des résultats conduit petit à petit les élèves à émettre des conjectures sur la valeur de x cherchée. L'enseignant choisira soigneusement les expressions pour que les solutions soient d'abord entières pour finir par des valeurs approchées de rationnels par exemple. Ceci permettra ensuite de conduire à l'étude formelle qui donne les solutions exactes rationnelles.

Ce type d'activité sur les équations peut être conduit aussi en classe de troisième sur des équations de degré quelconque, ou même sur des expressions complexes contenant des racines carrées. On obtient en général des valeurs approchées. l'exemple de la figure 28 montre la recherche d'une solution pour l'équation $3x^2+4x+1 = 5x^3-5x^2+5x-2$.

	A	B	C
1	x	B	C
2	0	1	-2
3	1	8	3
4	2	21	28
5	1,5	13,75	11,125
6	1,6	15,08	13,68
7	1,7	16,47	16,615
8	1,65	15,7675	15,098125
9	1,67	16,0467	15,692815
10	1,68	16,1872	15,99616
11	1,69	16,3283	16,303545
12	1,7	16,47	16,615

	A	B	C
1	x	B	C
2	0	=3*A2^2+4*A2+1	=5*A2^3-5*A2^2+5*A2-2
3	1	=3*A3^2+4*A3+1	=5*A3^3-5*A3^2+5*A3-2
4	2	=3*A4^2+4*A4+1	=5*A4^3-5*A4^2+5*A4-2
5	1,5	=3*A5^2+4*A5+1	=5*A5^3-5*A5^2+5*A5-2
6	1,6	=3*A6^2+4*A6+1	=5*A6^3-5*A6^2+5*A6-2
7	1,7	=3*A7^2+4*A7+1	=5*A7^3-5*A7^2+5*A7-2
8	1,65	=3*A8^2+4*A8+1	=5*A8^3-5*A8^2+5*A8-2
9	1,67	=3*A9^2+4*A9+1	=5*A9^3-5*A9^2+5*A9-2
10	1,68	=3*A10^2+4*A10+1	=5*A10^3-5*A10^2+5*A10-2
11	1,69	=3*A11^2+4*A11+1	=5*A11^3-5*A11^2+5*A11-2
12	1,7	=3*A12^2+4*A12+1	=5*A12^3-5*A12^2+5*A12-2

Figure28

On peut demander aux élèves une précision assez grande (une douzaine de chiffres est le plus souvent possible sur les tableurs courants). Dans l'exemple précédent on peut demander aux élèves de trouver les autres solutions. L'intérêt étant ici de mettre en évidence l'existence de plusieurs solutions. Toutes ces activités conduisent à se poser des questions sur le calcul approché. On prendra cependant bien soin de ne pas trop théoriser sur la représentation des nombres dans la machine qui ne font pas partie d'un ensemble étudié au collège. On peut, bien sûr, construire des modèles sophistiqués qui permettent de gérer automatiquement l'incrément à appliquer à la variable pour une recherche plus rapide. On peut même construire des modèles de résolution automatiques mais ce n'est plus l'objet d'un travail en collège et la sophistication des modèles éloigne souvent l'élève de la signification des calculs entrepris.

5.2.7. Fonctions au collège

On peut utiliser un tableur comme une calculatrice programmable. La différence est quand même une plus grande facilité d'édition des formules et l'obtention d'un ensemble de valeurs aussi important que l'on veut, ce valeurs restant présentes à l'écran toutes ensemble, en aussi grand nombre qu'on le souhaite. La plupart des tableurs permettent d'obtenir ensuite une représentation graphique.

Cette utilisation ne présente pas de difficultés particulières. Elle peut permettre en collège d'aborder les premières fonctions (linéaire et affine) en regard d'autres fonctions plus complexes (second degré ou troisième degré) pour faire ressortir par exemple la proportionnalité des accroissements par des calculs de différences.

L'exemple de la figure 29 montre l'étude de la fonction f définie par $f(x) = 4x + 5$ où les valeurs successives et leurs images sont calculées. Les différences successives sont calculées dans la colonne C.

Bien entendu ce sont les fonctionnalités de recopie des formules qui rendent ces calculs performants avec un tableur.

	A	B	C
1	1	9	
2	2	13	4
3	3	17	4
4	4	21	4
5	5	25	4
6	6	29	4
7	7	33	4
8	8	37	4
9	9	41	4

	A	B	C
1	1	=A1*4+5	
2	2	=A2*4+5	=B2-B1
3	=A2+1	=A3*4+5	=B3-B2
4	=A3+1	=A4*4+5	=B4-B3
5	=A4+1	=A5*4+5	=B5-B4
6	=A5+1	=A6*4+5	=B6-B5
7	=A6+1	=A7*4+5	=B7-B6
8	=A7+1	=A8*4+5	=B8-B7
9	=A8+1	=A9*4+5	=B9-B8
10	=A9+1	=A10*4+5	=B10-B9
11	=A10+1	=A11*4+5	=B11-B10

Figure 29

5.2.8. Travail sur les références

Pour terminer on peut envisager la construction de quelques modèles avec des formules plus complexes, mais qui restent accessibles aux élèves de collège moyennant la prise en compte de la difficulté par l'enseignant. Dans ces modèles on pourra par exemple imaginer une formule qui contient à la fois des références relatives et des références absolues, correspondant aux modèles déjà décrits (Figure 9 p. 13).

Voici un autre exemple intéressant à traiter en collège qui consiste à interpoler à l'aide d'un tableur :

Une automobile d'occasion coûte 35000 F le premier janvier 1997 et 27000 F le premier janvier 98. En supposant que son prix baisse régulièrement chaque mois , donner le prix de la voiture au début de chaque mois de l'année 1997.

La figure 30 illustre un exemple de solution à ce problème traité dans un tableur à l'aide d'une seule formule recopiée dans la colonne B. On voit ici la nécessité d'utiliser simultanément les références absolues B2 et B14 et la référence relative B2 pour que la formule soit recopiable.
(Noter que dans l'affichage du tableau avec les formules les dates sont codées avec la représentation interne utilisée par le tableur[22]).

	A	B
1		
2	jan-97	**35000**
3	fév-97	34333,33
4	mars-97	33666,67
5	avr-97	33000,00
6	mai-97	32333,33
7	juin-97	31666,67
8	juil-97	31000,00
9	aoû-97	30333,33
10	sep-97	29666,67
11	oct-97	29000,00
12	nov-97	28333,33
13	déc-97	27666,67
14	jan-98	**27000**

	A	B
1		
2	33969	**35000**
3	34000	=B2-(B2-B14)/12
4	34028	=B3-(B2-B14)/12
5	34059	=B4-(B2-B14)/12
6	34089	=B5-(B2-B14)/12
7	34120	=B6-(B2-B14)/12
8	34150	=B7-(B2-B14)/12
9	34181	=B8-(B2-B14)/12
10	34212	=B9-(B2-B14)/12
11	34242	=B10-(B2-B14)/12
12	34273	=B11-(B2-B14)/12
13	34303	=B12-(B2-B14)/12
14	34334	**27000**

Figure 30

Dans de multiples problèmes comme celui-ci le tableur s'avère un outil à la fois performant et intéressant.

La mise en place des formules correspondant à un problème donné est toujours une activité mathématique fructueuse mais elle ne va pas toujours de soi. Nous n'abordons pas ici les exemples de mise en place de tels problèmes, bien que la résolution de problèmes soit un objectif affiché dans les programmes. Les activités d'optimisation sont souvent des activités riches qui utilisent la puissance de calcul du tableur. On peut voir avec intérêt l'exemple donné par Rousselet (Rousselet 1999) à propos de comparaisons de coût de l'usage de différentes imprimantes à jet d'encre.

5.3. Gestion de la classe

L'utilisation d'un tableur dans une classe peut se faire soit sous forme d'atelier où les élèves groupés par deux résolvent des problèmes fournis par l'enseignant, soit dans une gestion collective de la classe à l'aide d'un dispositif[23] permettant à tous de voir ce qui se passe à l'écran pendant que le professeur ou un élève manipule l'ordinateur. Cette

[22] On peut faire des activités avec l'utilisation de dates dans un tableur. Nous n'abordons pas cette question ici.

[23] Il peut s'agir d'un grand écran ou d'une tablette à cristaux liquides utilisée avec un rétroprojecteur.

gestion collective évite souvent les problèmes de manipulation que rencontrent les élèves en atelier.

C'est au professeur de choisir l'utilisation la plus adaptée, à la fois aux moyens matériels dont il dispose et aux objectifs pédagogiques visés.

En collège il est souvent utile de faire le travail sur les tableurs en liaison avec le professeur de technologie tout en sachant que l'objectif des enseignants de technologie ne porte pas sur les mathématiques embarquées dans le tableur, il s'agit pour eux plutôt d'une manipulation de tableaux "élémentaires" au sens défini plus haut.

5.4. Ressources documentaires

Les tableurs ont donné lieu à quelques publications dans les revues françaises pour l'enseignement des mathématiques. Nous citons dans la bibliographie un certain nombre de ces documents. Nous donnons une bibliographie sûrement incomplète dans la mesure où beaucoup de groupes dans les IREM ont publié récemment des documents de formations pour les enseignants.

Il existe beaucoup de documents sur les tableurs dans l'enseignement dans d'autres pays, où cet apprentissage a souvent été pris en compte officiellement plus tôt que chez nous. En particulier le document de Healy et Sutherland (1991) constitue un tour d'horizon intéressant des exploitations possibles d'un tableur dans une classe de collège.

Les publications de l'IREM de Clermont-Ferrand (Laur, Voldoire, Courbon 1998) et de Ronxin (1995) fournissent des situations directement exploitables en classe. Certains manuels scolaires ont aussi des situations à traiter dans des tableurs comme *Décimale Math* 4^{e} (Belin) et *cinq sur cinq* 4° (Hachette).

On trouve aussi en France des sites internet académiques[24] qui proposent des activités autour des tableurs et une liste internationale régulièrement mise à jour de ressources pour l'utilisation des tableurs en classe se trouve à l'adresse suivante : http://sunsite.univie.ac.at/Spreadsite/.

6. Conclusion

Nous avons pu voir que le travail des élèves, observé de manière assez fine, fait apparaître des difficultés importantes en des domaines où leurs connaissances mathématiques sont encore en construction.

On peut d'ailleurs faire l'hypothèse que le travail sur les tableurs accroît les compétences des élèves en algèbre à travers l'étude et la fréquentation des formules ainsi que dans la mise en place de formules correspondant à un problème donné.

Il est important que les professeurs soient conscients de ces difficultés, non pas pour éviter d'utiliser un tableur avec des élèves, mais au contraire pour participer à

---

[24] Ces sites sont accessibles par des adresses standard du type http://www.ac-clermont.fr. En remplaçant le nom de l'académie par celui d'une autre académie on obtient en général tous les sites.

l'apprentissage des élèves sur ce type d'outils. Nous proposons ensuite quelques utilisations possibles en classe.

Mais il s'agit surtout pour le professeur de connaître les possibilités d'un tableur et de ne pas hésiter à l'utiliser comme une "super-calculatrice" de façon à ce que les élèves d'aujourd'hui apprennent à utiliser un type d'outils que la plupart utiliseront dans leur vie professionnelle.

7. Références bibliographiques.

7.1. Articles et publications

ABRAMOVICH S. , STOHL DRIER H, DUGDALE S., MOCHON S., NEUWIRTH E., WOODWARD J. (1999) *Spreadsheets: A New Form of Educational Software for School Mathematics?* Proceedinds of the International Conference on Mathematical/science Education and Technology (M/SET 99) San Antonio Texas USA. (www.aace.org).

ABRAMOVICH, S., & STEPHENS, G. (1998) Using spreadsheets as a milieu of mediated mathematical action in elementary teacher education. *Manuscript submitted for publication.*

BELLAY M., COUDERC G, JANVIER M, MOIGNARD J-G, VIGUIE H. (1996) *Utilisation d'un tableur pour des études statistiques.* IREM Montpellier France.

CAPPONI B. (1990) *Calcul Algébrique et programmation dans un tableur. Le cas de Multiplan.* Thèse de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1.

CAPPONI B. (1992) Désignations dans un tableur et interactions avec les connaissances algébriques. *petit x*, n° 29, 57-88, IREM de Grenoble.

CAPPONI B., BALACHEFF N. (1989) Tableur et calcul algébrique. *Educational Studies in mathematics* 20 : 179-210.

CHEVALLARD Y. (1984) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. *petit x*, n°5, 51-94, IREM de Grenoble.

DELORD R., VINRICH G., et al. (1998) *cinq sur cinq Math 4^e^*.(Manuel) Hachette Education, Paris.

DUGDALE, S. (1998) Newton's method for square root: A spreadsheet investigation and extension into chaos. *Mathematics Teacher*, 91(7), 576-585.

GRENIER D, MEYSSIREL B. (1994) *Utilisation d'un tableur au lycée.* IREM de Picardie, Saint-Quentin.

HEALY L. & SUTHERLAND R. (1991). *Exploring mathematics with spreadsheets.* Basil Blackwell. Oxford.

GRUGEON B. (1995). *Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et première G.* Thèse de doctorat. Université Paris VII.

LAUR P, VOLDOIRE C, COURBON D.(1998) *Mathématiques et tableur au collège. Classe de 4ème.* IREM de Clermont-Ferrand, Clermont-Ferrand, 1998. (disponible à l'adresse : http://www.ac-clermont.fr/pedago/maths/classes/tableur4/tableur4.htm)

LAUR P, VOLDOIRE C, COURBON D.(1999) *Mathématiques et tableur au collège. Classe de 3ème.* IREM de Clermont-Ferrand, Clermont-Ferrand, 1999. (disponible à l'adresse : http://www.ac-clermont.fr/pedago/maths/classes/tableur4/tableur4.htm)

MARANINCHI J.B., FAVRE-NICOLIN R., (1986) *Tableur et pédagogie de l'informatique.* CRDP Grenoble.

PENE N., DEPRESLE P., et al (1998) *Décimale Math 4e* (Manuel) Belin, Paris.

RONXIN D (1995) *Le tableur au collège.* CNDP Paris. Collection Micro-savoirs.

ROUSSELET M. (1998) Avec un tableur : quel est le prix de revient d'une page imprimée. *Bulletin APMEP*, n° 419.

7.2. Sites internet.

http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/math/utiordi1.html Académie de Lyon

http://www.irem.univ-mrs.fr/cgi-bin/publimath.pl.

http://sunsite.univie.ac.at/Spreadsite/

http://www.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/a2.html.