UN PEU DE DENOMBREMENT AU CM

Robert PROSPERINI
Directeur du Centre Départemental du Cher
IUFM d'Orléans

Jan RUCKA
Professeur de mathématiques
Centre de Bourges, IUFM d'Orléans-Tours

A PROPOS DU PROBLEME

P$_1$

Déterminer et noter toutes les possibilités de changer une pièce de un franc à l'aide de 10, 20 et 50 centimes.

extrait des activités préparatoires du concours présenté dans l'article : **FAIRE DES MATHEMATIQUES DIFFEREMMENT - UNE EXPERIENCE** - paru dans le n° 50 de Grand N pp. 59 à 63.

L'objectif d'une telle activité était de familiariser les élèves avec une situation mathématique sortant du cadre scolaire habituel.

Il s'agit d'un problème dont l'énoncé est facilement compréhensible et dont la résolution peut être réalisée de plusieurs façons, y compris en faisant des manipulations et en privilégiant les aspects combinatoires.

Les analyses sur la façon de procéder des enfants ont été faites à partir de l'observation de deux classes pendant une séance. Elles ont été complétées par les témoignages des maîtres des classes concernées.

Nous avons constaté que pour résoudre **P$_1$**, les enfants observés essaient en général :

1. d'écrire d'abord toutes les solutions,
2. de procéder ensuite au dénombrement.

Dans certaines classes, pour faciliter la bonne compréhension du problème et pour inciter les enfants à chercher les solutions de façon systématique, les maîtres ont proposé comme aide un problème du type suivant :

«Grand N» n° 51 pp. 51 à 53, 1992-1993

P_2

Trouver toutes les façons d'écrire 3 comme somme de trois nombres pris parmi les suivants : 0, 1, 2 *ou* 3.

Exemple : $3 = 1 + 0 + 2$.

L'intérêt de ce problème est qu'il est proche des activités mathématiques déjà pratiquées par les enfants dès la classe de CP (table de 3). Ce problème peut être énoncé de façon plus formelle :

P_3

Résoudre dans $\mathbb{N}^3$, $x + y + z = 3$.

La seule difficulté de ces problèmes est d'être systématique. Pour trouver les solutions on peut utiliser un tableau. Ce qui donne pour **P_3** :

x	y	z
3	0	0
0	3	0
0	0	3
2	1	0
0	2	1
2	0	1
1	2	0
0	1	2
2	1	0
1	1	1

Cette méthode permet de déterminer toutes les solutions, on peut donc conclure que l'équation dans $\mathbb{N}^3$ a exactement 10 solutions.

Le lecteur trouvera facilement toutes les solutions du problème **P_2** à partir du tableau précédent.

Il est clair que le problème **P_2** peut aider certains enfants à aborder le problème **P_1** et les sensibiliser au fait qu'une solution doit être complète et qu'il est impératif d'être systématique.

Dès lors le problème **P_1** peut être exprimé à l'aide de la formulation mathématique suivante :

P_4

Résoudre dans $\mathbb{N}^3$, $10x + 20y + 50z = 100$.

Nombre de pièces de

10cts	20cts	50cts
x	y	z
0	0	2
1	2	1
3	1	1
5	0	1
0	5	0
2	4	0
4	3	0
6	2	0
8	1	0
10	0	0

Ceci caractérise les solutions de $\mathbf{P_1}$ et montre que $\mathbf{P_4}$ admet comme solutions les triplets de $\mathbb{N}^3$: (0,0,2), (1,2,1), (3,1,1), (5,0,1), (0,5,0), (2,4,0), (4,3,0), (6,2,0), (8,1,0), (10,0,0).

Les élèves constatent alors facilement que chacun des problèmes $\mathbf{P_1}$ et $\mathbf{P_4}$ admet exactement 10 solutions.

Les quatre problèmes précédents peuvent être résolus en utilisant la même méthode.

Notons que la procédure de résolution du problème $\mathbf{P_1}$ par les enfants observés est en général voisine de la méthode indiquée.