INTERACTION DES CADRES ALGEBRIQUES ET GRAPHIQUES DANS LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Bernard CAPPONI
EIAH -Leibniz-Imag
Université Joseph Fourier Grenoble
Lycée A.Bergès Seyssinet-Pariset

&

Rosamund SUTHERLAND
Graduate School of Education
Bristol

Résumé
A travers l'observation de deux élèves, cet article aborde une situation où les cadres algébriques et géométriques interagissent au travers de codes. L'utilisation de Cabri-géomètre permet une exploration de la figure et donne du sens à cette interaction.

1. Introduction

Cet article représente le début d'un travail conjoint entre l'équipe de l'Institut d'Education à Londres et l'équipe DidaTech[1] à Grenoble. Il décrit une expérimentation menée dans un collège Français[2].

Le travail se centre sur l'idée que les cadres algébriques et graphiques jouent un rôle de médiation pour les élèves dans la résolution des problèmes mathématiques et aussi sur l'assertion que les mathématiques scolaires ne prennent pas en compte ce rôle de médiation des cadres symboliques, vraisemblablement en réaction à la manipulation de

1 Cette équipe fait maintenant partie du Laboratoire Leibniz -IMAG (Université Joseph Fourier Grenoble)
2 Collège Le Vergeron à Moirans (Isère) France.

symboles sans signification associée au curriculum mathématique plus traditionnel. Beaucoup de travaux en didactique des mathématiques ont adopté une position théorique qui met l'accent davantage sur « ce qui se passe dans esprit de l'élève » que sur l'élève « utilisant des moyens de médiation ». Ces travaux suggèrent, entre autre, que les systèmes de notation contraignent la pensée des élèves.

On demande souvent aux élèves, par exemple, d'exprimer une relation mathématique en langage naturel avant de leur demander de l'exprimer en langage algébrique. Le rôle médiateur des autres systèmes de signes (par exemple graphique, géométrique, iconique, numérique) et ainsi sous-estimé, peut-être parce qu'on croit qu'insister sur l'utilisation des signes conduit à une mémorisation « par coeur ». Pour plus de précision voir Sutherland (1993).

Les développements dans le domaine des environnements informatiques ont mis en évidence l'importance qu'il faut accorder à l'étude du rôle de médiation que peut jouer un éventail de systèmes de signes (Vygotsky 1978, Wertsh 1991) sur la pensée mathématique, du point de vue d'approches à la fois analytiques et plus intuitives de la résolution de problèmes. Avec Cabri-géomètre, par exemple, on peut manipuler et entrer en interaction avec un objet géométrique d'une façon qui est qualitativement différente de ce qui est possible sur papier. L'étude que nous menons consiste à construire une situation où les élèves seront conduits à utiliser une méthode algébrique pour donner une réponse à un problème de comparaison d'aires. L'environnement de Cabri-géomètre devant permettre aux élèves de faire une étude expérimentale avant de résoudre le problème algébriquement.

2. L'expérimentation dans la classe

L'expérimentation que nous décrivons ici s'est faite dans une classe de troisième d'un collège français. Les élèves de cette classe sont habitués a chercher par eux mêmes et à produire des documents (textes, affiches) pour réaliser des comptes rendus de leurs travaux. On peut dire que la classe est d'un bon niveau mais cependant un peu hétérogène. Nous avons travaillé avec toute la classe sur un ensemble de problèmes centrés sur la recherche de relations entre l'aire de figures et sur la comparaison de l'aire de deux figures en géométrie plane.

Ces problèmes se situent dans le cadre normal des programmes français de mathématiques à ce niveau scolaire.

Les élèves devaient résoudre ces problèmes dans l'environnement de Cabri-géomètre[3] sur un micro-ordinateur. Cet environnement a été choisi parce que avec Cabri-géomètre il est possible de manipuler des objets symboliques de la géométrie avec les relations qu'ils entretiennent avec le cadre numérique et algébrique.

---

3 Il s'agit ici de la version 1 de Cabri-géomètre sur Macintosh.

Cet article est centré sur le travail des deux élèves Frédéric et Farid. Ces élèves, dont nous rendons compte du travail, ont un profil qui mérite d'être noté.

Frédéric est un élève qui n'hésite pas à prendre des initiatives dans la recherche des problèmes en explorant des voies souvent originales. Il est opiniâtre et sait rester longtemps sur un problème difficile. On peut même dire qu'il aime cette résistance et sait apprécier le plaisir de la découverte. Ses résultats scolaires en mathématiques sont bons sans excès car il fait encore beaucoup d'erreurs de calculs et manque d'entraînement. Il s'exprime facilement en classe ou dans les groupes où il travaille.

Farid est un élève très extraverti qui participe beaucoup à la classe et donne souvent des solutions très correctes aux problèmes posés en classe. Il intervient beaucoup et sait toujours poser de bonnes questions. Son problème principal est la gestion de son travail écrit et l'organisation en général de son travail scolaire. Cet enfant n'a pratiquement pas de cahier de mathématiques : seules quelques feuilles froissées émergent de son cartable. Les calculs ou les figures qu'il réalise sont rapidement perdus.

Le travail en groupe de ces deux élèves s'organise de manière harmonieuse et la discussion entre eux n'est jamais conflictuelle. On rencontre d'ailleurs rarement une telle complicité chez deux élèves pour la réalisation d'une tâche de mathématiques. Pour les séances de Cabri-géomètre : chacun à son tour prend la souris et il n'y a pas de conflit comme cela se produit dans certains groupes.

Pour illustrer leur façon de travailler ensemble et de quelle façon Cabri-géomètre joue un rôle de médiateur dans le processus de résolution, nous présentons la résolution qu'ils conduisent du problème de l'aire maximum. La figure 1 représente l'écran de ces élèves.

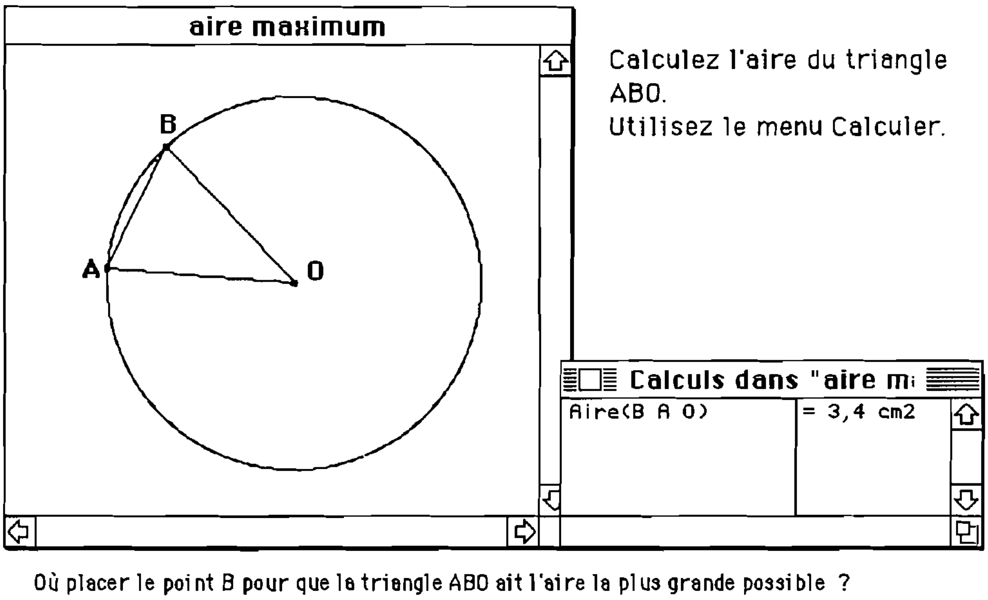


Figure 1

Frédéric et Farid commencent par construire un cercle (C) et mettent un point sur le cercle. Farid nomme le point, le cercle et son centre ; et ces noms joueront un rôle important dans la communication entre ces deux élèves. Ils construisent ensuite le triangle.

Ils considèrent la question « Où placer le point B pour que le triangle ABC ait l'aire la plus grande possible? » et Farid introduit la formule pour calculer l'aire d'un triangle. *C'est la hauteur par la bas.....c'est tout.....divisé par deux.* La formule qu'il énonce à ce niveau du travail est une étape du processus de résolution. Frédéric accepte cette idée, mais ils continuent en faisant calculer l'aire du triangle dans la fenêtre de calculs de Cabri-géomètre (figure 1)[4]. Ensuite dans Cabri ils déplacent le point B et observent comment varie l'aire du triangle.

Par tâtonnement, ils trouvent une position pour laquelle ils décident que l'aire est maximum. Farid observe à partir de la figure qu'il voit sur l'écran que cela se produit quand l'angle $\widehat{BOA}$ est droit. Il dit à Frédéric : « *rectangle... c'est quand l'aire sera la plus grande* ». Frédéric n'est pas d'accord, alors Farid pour justifier sa conjecture montre l'angle droit avec sa main. Il répète que l'aire est maximum quand l'angle est droit. Il déplace les points de la figure pour trouver une autre configuration où là aussi l'angle est droit pour une aire maximum. Frédéric est alors convaincu et ils écrivent sur leur feuille :

> *« C'est lorsque le triangle BOA est rectangle en O que ce triangle a la + grande aire possible. »*

Ils complètent ensuite la fiche de travail où la question suivante est ainsi posée :

> « Où placer le point B pour que le triangle ABO ait l'aire la plus grande possible? »

Ils écrivent alors :

> *« Il faut que BO soit perpendiculaire à OA »*

Ils commencent à donner une justification de cette affirmation, et c'est alors qu'on leur donne alors une feuille avec l'indication suivante : « Pour vous aider à justifier construisez la hauteur BD du triangle ABO. Calculez la longueur de cette hauteur BD ». Il réalisent cette construction et alors qu'ils déplacent le point B ils observent que la hauteur varie et que l'aire du triangle est maximale quand la hauteur du triangle est maximale :

> « *C'est parce que quand on trace la hauteur BD, c'est l'endroit où la hauteur BD est le plus grande donc c'est quand on multiplie....* ».

Ils déplacent le point B pour confirmer cette conjecture. Ce retour visuel de l'ordinateur semble crucial et cette information visuelle rejoint leur connaissance sur l'aire d'un triangle. Ils écrivent sur leur feuille :

> « *Pour calculer l'aire d'un triangle: HxB/2 donc: comme la hauteur est la + grande lorsque le triangle BOA est perp* ».

---

4 Ces élèves utilisaient une version expérimentale de Cabri-géomètre 1 avec une fenêtre de calcul qui permettait d'afficher des longueurs, des aires et aussi de faire des opérations avec ces nombres.

L'exemple ci-dessus illustre le rôle complexe joué par tout un système de signes dans le processus de résolution du problème par Farid et Frédéric. En particulier :

- la désignation des points
- la nature dynamique des constructions géométriques
- la construction de la hauteur du triangle qui conduit les élèves à justifier leur conjecture.
- la formule algébrique de l'aire du triangle
- le discours en langue naturelle.

3. Problèmes géométriques : un contexte pour problématiser l'algèbre

Une des tendances récentes de l'enseignement, en France notamment, consiste à prendre des figures géométriques comme prétexte à la construction de problèmes conduisant à l'utilisation de techniques algébriques. Les manuels scolaires et surtout les épreuves du brevet des collèges attestent de cette évolution et de la présence réelle de ce type de problèmes dans l'enseignement. Nous aborderons plus loin le débat sur les relations entre algèbre et géométrie provoqué par ce type de problème. Nous avons choisis de travailler avec ce type de problème pour explorer le rôle d'un important système de signes dans le processus de résolution d'un problème mathématique.

L'exemple d'un autre problème que nous avons proposé à des élèves de troisième d'un collège français au début de 1993 relève de cette catégorie.

La tâche donnée est décrite ci-après :

Les élèves construisent dans Cabri-géomètre un rectangle ABCD et un point P sur le côté [DC]. La position de P variant, le logiciel donne, en continu pour chaque position les aires du triangle APD et du trapèze ABCP, ainsi que les longueurs DP et DC. La figure 2 donne une représentation de l'écran des élèves.

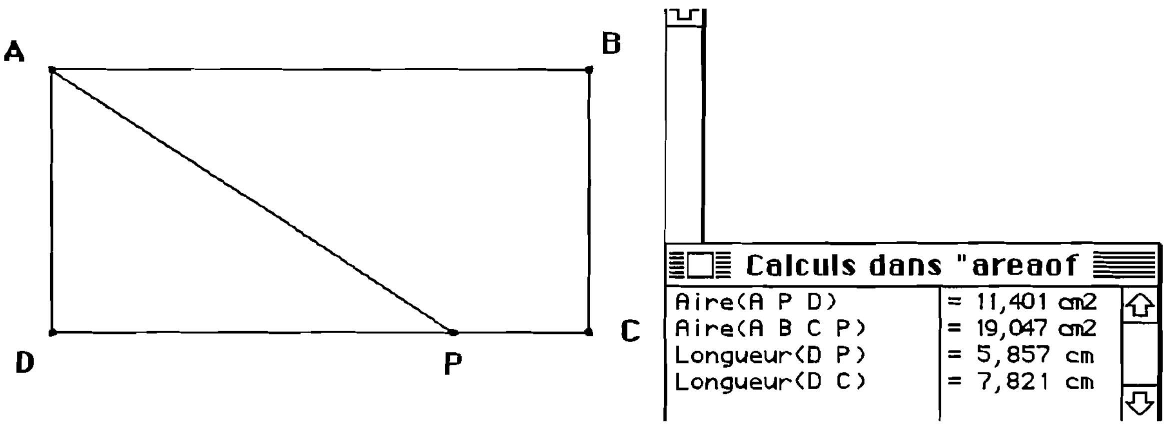


Figure 2

Les élèves doivent utiliser le déplacement du point P dans Cabri-géomètre pour trouver une position où *l'aire du Quadrilatère ABCP soit le double de l'aire du Triangle APD.*

Ceci doit être fait pour plusieurs tailles du rectangle ABCD et les mesures sont notées dans un tableau comme celui de la figure 3.

Cette phase du travail est une exploration de la figure à l'aide de Cabri-géomètre qui permet à la fois de manipuler une figure et de relever des données numériques fournies par le logiciel.

Les élèves sont amenés à proposer une conjecture sur la position du point P pour que les aires correspondent aux conditions imposées par l'énoncé.

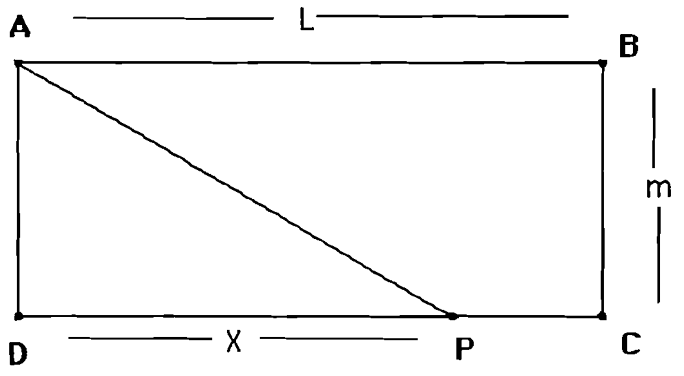
Aire ABCP	Aire APD	DP	DC	Colonne de Calculs
13,4	6,7	7,4	11,1	
9,3	4,6	5,1	7,7	
5,2	2,6	2,9	4,3	
9,1	4,5	5	7,6	
9,2	4,6	5,1	7,6	

Le point P est au $\frac{2}{3}$ du côté DC

Figure 3

L'exploration conduit à la conjecture la plus fréquente de la position du point P au $\frac{2}{3}$ du segment [DC] comme celle de Farid et Frédéric.

Dans une deuxième phase du travail on fournit aux élèves des désignations pour les côtés du rectangle et la position du point P sur le côté [DC]. La figure 4 représente la fiche de travail où figure l'énoncé du problème.



Soit x la mesure de DP
Soit L la mesure de AB
Soit m la mesure de BC

Quel est le rapport entre x et L quand l'aire du quadrilatère ABCP est le double de l'aire du triangle APD ?

Utilisez l'algèbre pour justifier votre conjecture.

- Aide

Exprimer l'aire du triangle APD en fonction de x
Exprimer l'aire du quadrilatère ABCP en fonction de x
Ecrire une équation.
Résoudre l'équation.

Figure 4

Cette nouvelle tâche conduit les élèves à poser puis résoudre une équation faisant intervenir les longueurs désignées dans l'énoncé. Pratiquement l'équation obtenue en écrivant l'égalité des aires est la suivante :

$$2\,\frac{xm}{2} = \frac{(L+L-x)m}{2}$$

Sa résolution conduit à écrire le rapport qui donne la position de P sur le côté DC.
Les élèves approchent le problème de manière parfois très différente.

Le travail de Frédéric et Farid illustre la façon dont la justification algébrique interagit avec l'expérience graphique et numérique dans Cabri-géomètre.

Quand ils travaillent séparément à la justification algébrique du résultat expérimental ils discutent l'un avec l'autre à propos des différentes formulations qu'ils ont trouvées :
Farid Je ne suis pas d'accord avec toi.....

Il semble que Farid a une approche plus générale et voit mieux la structure du calcul. Ceci apparaît sur sa feuille (Figure 5)

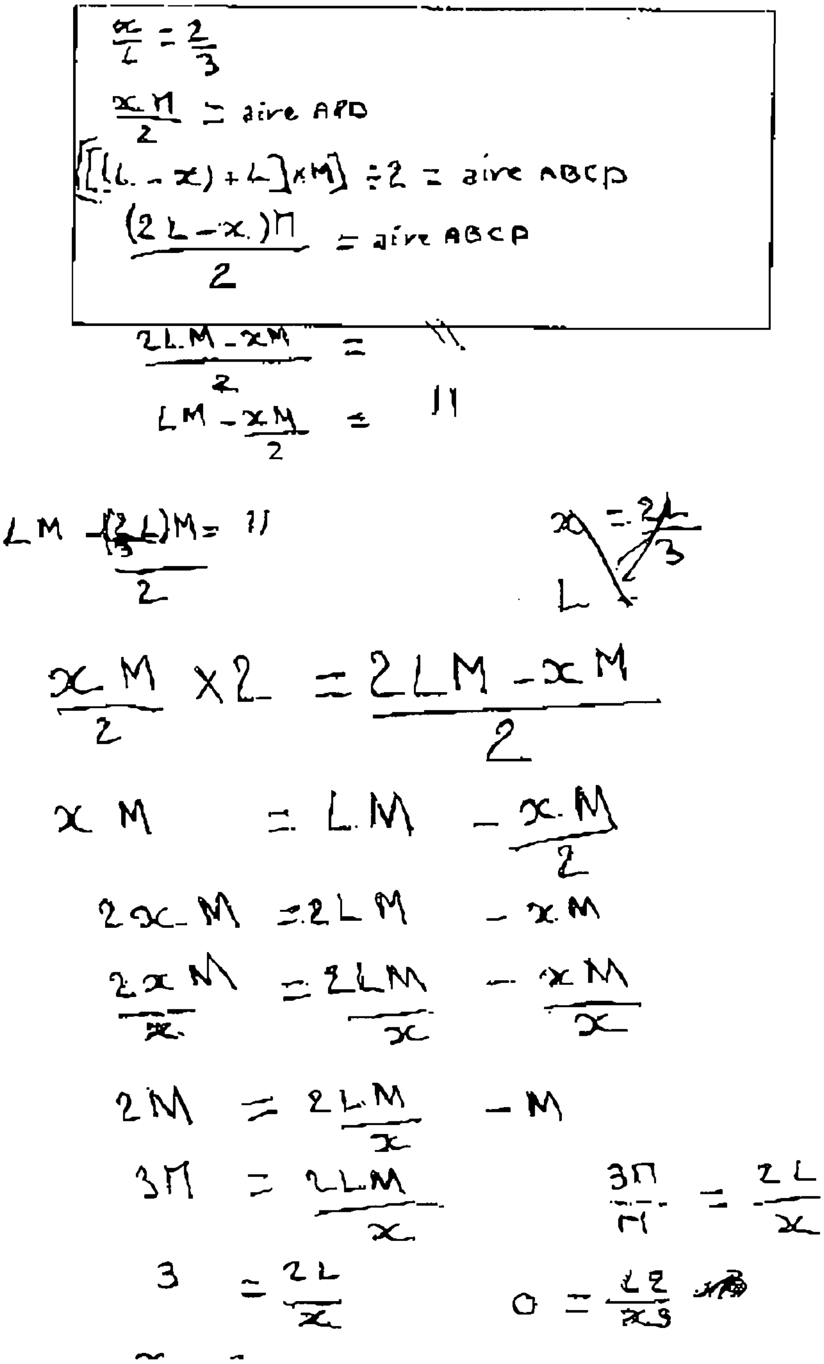


Figure 5

Frédéric semble préférer travailler avec des valeurs avant de généraliser. (Figure 6)

$\frac{x}{L}=\frac{2}{3}$; $\frac{x}{2}=\frac{L}{3}$; $x=\frac{2L}{3}$; $\cancel{x=\frac{5L}{3}}$

Aire de APD $= \frac{xm}{2}$

Aire de ABCP $= \frac{(2L-x)m}{2}$

$A' = \frac{2mL}{2} - \frac{xm}{2}$

soit $m = 1,8$

soit $L = 7,1$

soit $x = 4,7 = \frac{2}{3}L$

$A = \frac{2\times 7,1^2}{3\times 1} - \frac{2\times 7,1\times 1,8}{3\times 2}$ | $A = \frac{2\times 7,1}{3} -$

$$\frac{2LM - xM}{2} = \frac{2LM}{2} - \frac{xM}{2}$$

Figure 6

Les deux élèves ont des difficultés avec les manipulations algébriques mais semblent être guidés par la connaissance qu'ils ont du résultat obtenu à partir du travail expérimental sur Cabri-géomètre. Ils obtiennent finalement un texte définitif sous la forme d'une affiche qu'ils ont rédigé avec deux autres élèves (Figure 7).

Aires et longueurs.

Soit $x = DP$

Soit $L = AB$

Soit $m = BC$

L'aire de APD $= \frac{xm}{2}$

L'aire de ABCP $= \frac{(2L-x)m}{2}$

$x = L - \frac{x}{2}$ | $\frac{x}{L}=\frac{2}{3}$ | $m = \frac{1}{L-x}$

$x = L - \frac{1}{2}x$ | $x = \frac{2}{3}L$

$\frac{x}{x} = \frac{L}{x} - \frac{1}{2}$ | $L = \frac{3}{2}x$

$1 = \frac{x}{L} - 2$

$0 = \frac{x}{L} - \frac{2}{3}$

$$2\times\frac{xM}{2} + \frac{xM}{2} = 2LM$$

$$\frac{3xM}{2} = 2LM$$

$$\frac{x}{L} = \frac{2\times M}{3M} \qquad \frac{x}{L} = \frac{2}{3}$$

$$2L = 3x$$

Figure 7

Dans cette classe ce type de travail est fréquent et donne lieu après production des affiches à une présentation de leur travail par les élèves. Le professeur prend appui sur les différentes productions écrites ainsi que sur les interventions et explications des élèves pour mettre en évidence les éléments importants du traitement algébrique et leur relations avec le cadre géométrique. Ici par exemple, tous les élèves ont des difficultés avec les manipulations d'expressions algébriques, particulièrement avec le « m » dans leurs équations et ce bilan a été une occasion pour montrer que les lettres qui disparaissent dans la résolution n'interviennent pas dans la solution finale et que cela a une signification dans le cadre géométrique.

C'est au cours de ce bilan que le professeur a demandé aux élèves de fournir des solutions géométriques à ce problème et une comparaison des solutions a été faite.

4. Interview des élèves

Dans une interview ultérieure à propos de ce travail, ils expliquèrent tous les deux pourquoi leur travail avec Cabri leur a fourni une aide importante pour guider leur travail algébrique :

> Fred : *On donne des valeurs approximatives et ça nous donne des idées pour commencer quoi ! Parce que là on peut voir à peu près avec les calculs.....*
> Fred : *Voilà enfin ça nous donne des idées pour chercher......*
> Farid : *Ben ...quand je fais du Cabri ça m'aide à voir le dessin quoi.....on peut faire des calculs au moins, comme-ça on est plus sûrs de ce qu'on fait. Parce que si on fait avec l'aide de l'algèbre...ben... on pourrait avoir fait une erreur et on ne peut pas vérifier alors qu'avec Cabri on peut vérifier avec l'aide de la calculette.*

A la question de savoir ce qu'il pensaient de la différence d'un travail dans Cabri et d'un travail sur le papier ils répondent :

> Fred : *Disons que quand on bouge le dessin on voit tout de suite de ce que ça donne. Par exemple, on dit quand on bouge le point P au lieu de refaire le dessin on fait bouger un peu... et puis c'est beaucoup plus pratique quoi ! parce qu'on voit en même temps les.....au lieu de faire dix fois le dessin et calculer chaque fois les longueurs... là c'est beaucoup plus pratique.....*

A la question de savoir s'ils préféraient travailler avec **x** et **m** plutôt qu'avec **DP** et **BC**, ils répondent **x** et **m** :

> Fred : *parce que ça donne qu'un seul.. ça donne une représentation et quand on le fait en algèbre ....quand on le fait en algèbre on met x alors que calculer avec des segments....des segments c'est moins pratique...*
> Farid : *moi j'aime mieux utiliser les lettres comme* ***x*** *et* ***m*** *parce que ça simplifie. Quand je vois* ***DP*** *et tout ça... ça m'embrouille. J'aime mieux mettre une seule*

lettre parce que ça m'embrouille pas...

A la question sur la signification de **x** :

> Fred : *Ben c'est l'inconnue......c'est quelque chose peut-être... enfin c'est une distance ou quelque chose qui peut beaucoup varier...enfin c'est pas précis quoi.....ça peut-être n'importe quoi et c'est souvent ce qu'on veut chercher.*

Ils disent aussi que pendant la justification algébrique ils ont fait uniquement de l'algèbre mais ils semblent retourner à la signification géométrique à la fin :

> Fred : *Et ensuite quand je vois ça, ben.. j'utilise les connaissances que j'ai en algèbre pour faire ça quoi ! et après je regarde....*
> Farid : *Et aussi l'aire pour ça aussi ça nous aide parce que si c'est comme ça tu vois tout de suite que ce n'est pas 4 fois plus grand....Nous on y voit tout de suite si c'est, par exemple, si notre P il est là, on voit tout de suite que l'aire de PDA ce n'est pas 4 fois plus petite que l'aire de P......*

5. Une question ouverte : de l'élégance d'une solution

Un des problèmes soulevés par ce type de problèmes et celui-ci en particulier est que la solution algébrique est complexe alors que l'on dispose d'une solution géométrique rapide et élégante.

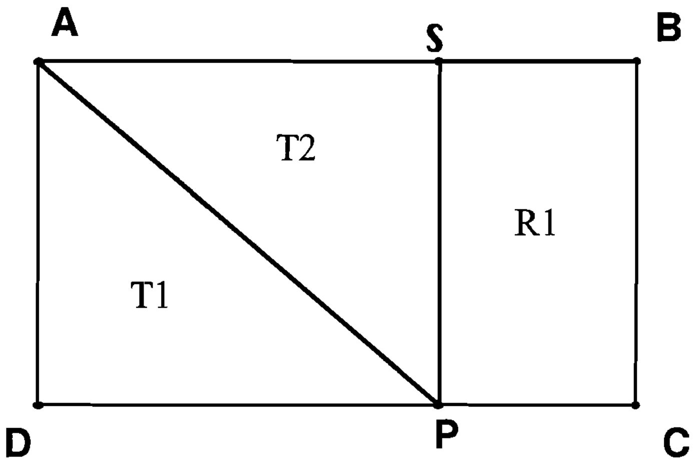


Figure 8

En effet on peut découper le trapèze en un triangle T2 et un rectangle R1. Le problème se ramène, en raison de l'égalité des aires de T1 et T2 à trouver une position de P pour que R1 et T2 aient la même aire. Comme PS est une base commune du triangle et du rectangle, AS qui est une hauteur du triangle doit être double de BS, largeur du rectangle, pour qu'ils aient des aires égales.

La présence de cette solution géométrique rapide, pousse plus d'un mathématicien à dire que la solution algébrique est à rejeter. Le débat n'est pas récent et la position exposée ici se défend peut-être dans un contexte d'exposé mathématique.

Nous voudrions ici donner des arguments pour défendre l'utilisation de l'algèbre pour la résolution de ce problème dans une situation d'enseignement au niveau du collège ou même du début du Lycée.

On peut d'abord faire l'hypothèse que la solution géométrique n'est sans doute pas si accessible qu'on pourrait le croire dans la mesure où elle utilise un découpage de la figure qui tranche avec la perception que les élèves peuvent en avoir : en particulier découper un trapèze en deux parties pour en faire un triangle et un rectangle qu'on va ensuite considérer séparément. Ce type de modifications perceptive de la figure conduit à un obstacle attesté par les recherches de Duval (Duval 1988) et les travaux sur la perception qui font actuellement l'objet de recherches dans le laboratoire Leibniz. Ainsi une solution qui semble évidente au mathématicien, au point que certains peuvent dire qu'il n'y a pas de problème, présente une difficulté réelle pour les élèves de collège. Ce qui ne signifie d'ailleurs pas qu'il ne faut pas traiter ce type de problème avec eux.

Une deuxième observation à propos de ce problème concerne les obstacles que rencontrent les élèves de collège dans le traitement des problèmes où la notion d'aire intervient. L'aire est souvent liée à un calcul où interviennent des mesures qui sont données et qui conduisent à des calculs que n'apparaissent pas explicitement dans la solution proposée et c'est justement ce qui fait son « élégance ». Il semble ici que c'est précisément le raccourci qui évoque le calcul de l'aire sans l'expliciter qui permet d'un côté de trouver la solution élégante et de l'autre provoque des difficultés de compréhension. D'une certaine façon, « l'élégance » qui consiste à cacher une partie de la procédure se dresse comme un obstacle pour un élève dans le traitement de la même démonstration. On peut aussi remarquer que les dimensions du rectangle initial n'interviennent pas dans le résultat final. La solution géométrique ne les utilisent pas explicitement ce qui sous-entend que la solution n'en dépend pas. Cet implicite constitue aussi un obstacle à la compréhension, par les élèves, de la généralité de la solution.

Une troisième observation tient à la nature de l'objectif d'apprentissage visé par l'enseignant et au rôle qu'il fait jouer aux deux cadres numériques et algébriques. Les recherches menées par Douady (Douady 1986) montrent l'importance pour l'apprentissage des changements de cadres en particulier pour que les élèves donnent du sens à l'activité mathématique qu'ils mènent. En réalité le fond du problème est là : comment à partir d'un cadre géométrique donner du sens à des transformations d'expressions qui relèvent de l'algèbre.

Observons le cas particulier du problème évoqué :

Les formules d'aires sont explicitement écrites. Ceci constitue une tâche aisée pour des élèves de ce niveau, ainsi que l'écriture de l'équation.

$\frac{xm}{2}$: aire du triangle

$\frac{(L+L - x)m}{2}$: aire du trapèze

$$2\frac{xm}{2} = \frac{(L+L - x)m}{2}$$

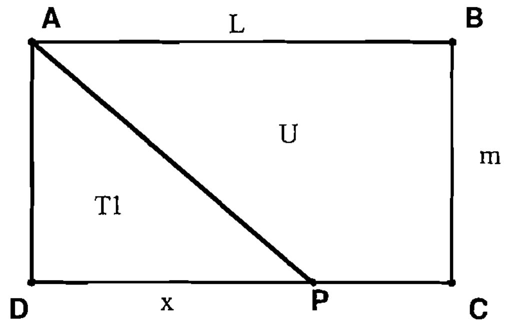


Figure 9

Dans cette équation interviennent en plus de l'inconnue x deux paramètres, la longueur et la largeur du rectangle qui semblent donc intervenir a priori dans la résolution du problème. Ces paramètres ont un sens pour les élèves et désignent des longueurs qu'ils identifient sur la figure. La résolution algébrique permet de faire disparaître m par simplification et l'équation devient :

$$2x = 2L - x$$

La simplification par m peut s'interpréter géométriquement. La largeur du rectangle n'intervient pas dans la solution.

Le rôle de L étant ici encore difficile à identifier si la figure ne reste pas présente pour donner du sens à ce paramètre et surtout à ce qu'on peut en faire ici. Pour des élèves de troisième l'étude du théorème de Thalès a permis de donner une signification à la relation qui existe entre un rapport de longueurs et la position d'un point sur un segment. En raison du cadre géométrique, toujours disponible, les élèves pourront donc s'orienter vers le calcul du quotient $\frac{x}{L}$

Les aller-retours constants entre les écritures algébriques et la figure permettent de gérer avec des élèves une équation qui contient deux paramètres et une inconnue. Cela ne serait pas possible au niveau de la dernière année du collège si chacune de ces variables ne trouvait une signification géométrique immédiate.

Cet exemple illustre bien, de notre point de vue, l'intérêt que l'on trouve pour les apprentissages algébriques à s'appuyer sur le cadre géométrique. Nous pensons qu'au delà d'un effet de mode toujours présent dans l'enseignement, la présence de nombreux problèmes de ce type s'explique par l'intérêt que beaucoup d'enseignants y trouvent pour contextualiser les apprentissages algébriques.

6. Conclusion

Ce qui semble remarquable et apparaît à travers l'interview, c'est la façon dont les élèves passent du cadre algébrique au cadre géométrique et utilisent Cabri-géomètre pour valider les résultats trouvés en algèbre. Il semble, en particulier, que pour les deux élèves observés le passage d'un cadre à l'autre va de soi et qu'il y a toujours interaction entre les deux.

Dans cet article, nous avons voulu montrer quelques exemples qui constituent le point de départ d'une recherche sur l'utilisation d'ordinateurs par des élèves. En particulier comment l'utilisation de Cabri-géomètre nous interroge précisément sur la nature du système de signes qui guide l'élève à résoudre des problèmes et à apprendre ainsi des mathématiques. Ainsi que nous l'avons discuté dans cet article, les relations à l'intérieur de ce système de signes sont complexes mais sont de notre point de vue, particulièrement importantes à étudier.

Bibliographie

BAULAC Y., BELLEMAIN F., LABORDE J.M., (1988-90) Cabri Géomètre ; Le cahier de brouillon inter actif pour l'apprentissage de la géométrie. *Logiciel et manuel de l'utilisateur. Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique IMAG BP 53 X, 38041 Grenoble - Cedex.*

BELLEMAIN F., (1992), Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre. *Thèse de l'Université Joseph Fourier, LSD-IMAG.*

BELLEMAIN F., CAPPONI B., (1992), Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur. *In Educational Studies 23 (1992), n° 1, pp. 59-97.*

CAPPONI B., LABORDE C., (1991). Cabri-géomètre, un environnement pour l'apprentissage de la géométrie élémentaire. *Actes de la VIème école d'été de didactique des mathématiques 1991, Plestin les Grèves, pp. 220-22.*

DOUADY, R, 1986. Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherche en didactique des mathématiques* . Vol 7 N°2, pp. 5-31. 1986

DUVAL R., 1988, Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de didactique et de sciences cognitives* , Université Louis Pasteur et IREM, Strasbourg, Vol 1, pp. 57-74.

SUTHERLAND R., (1993) *The Visual and the Symbolic as Mediators of Mathematical. Action to appear in Mental Imagery and the Role of Computers in Mathematics Education*, Sutherland R & Mason J (Eds), Springer Verlag..

VYGOTSKY L.S. (1978) Mind in society : the develpment of Higher Psychological Processes, Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts.

WERTSCH J (1991) *Voices of the mind ; A sociocultural approach to mediated Action*, Harvester, London.

Acknowledgements
The authors would like to thank the Economic and Social Science Research Council for their support for the project Visualising and Symbolising in a Computer Environment (ESRC Research Exchange Scheme, Grant No.A41326400170).

Note
Cette expérimentation, un peu ancienne, a été faite dans une version expérimentale de Cabri 1 sur Mac Intosh. Ce travail, parmi d'autres, a permis l'évolution de la version 1 vers la version 2 qui intégre maintenant en standard les fonctionnalités de calcul de longueurs et d'aires.
Pour plus d'information : http://www.cabri.net