# CONDITIONS ET CONTRAINTES DE L'EXISTENCE DES MATHEMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT GENERAL

## PERMANENCES ET EVOLUTIONS

Michèle ARTAUD
IUFM d'Aix-Marseille

**Résumé**
Quelle est la raison d'être de l'enseignement des mathématiques ? ou, pour le dire autrement, pourquoi les mathématiques font-elles partie des savoirs enseignés à l'Ecole aujourd'hui ? Cette question, et la réponse qu'on lui apporte, constituent l'objet de cet article, qui étudie le processus de transposition didactique et l'écologie des mathématiques dans l'enseignement général.

L'essentiel de la matière de cet article est issu d'une recherche déjà ancienne, menée en 1989, dont l'objet était d'étudier le début du processus de transposition didactique des mathématiques[1]. Nous nous étions intéressé alors à la genèse de l'enseignement des mathématiques, dans la période historique qui s'étend à peu près de la fin du xvie siècle jusqu'à la fin du xviiie siècle. Il s'agissait de plus, et surtout, de placer cette étude dans une perspective écologique, plus précisément de se placer dans le cadre de l'écologie sociale et culturelle des savoirs. Pour le dire autrement, la question était *d'identifier des conditions et des contraintes sous lesquelles les mathématiques sont devenues une matière enseignée dans l'enseignement général*, ces conditions et ces contraintes apparaissant comme des facteurs permanents du fonctionnement social du système d'enseignement général.

1 Artaud 1989. Le processus de transposition didactique est le processus qui « importe » les mathématiques de l'institution qui les a produites, la sphère savante, dans une institution où elles seront étudiées, le système d'enseignement secondaire ici. Le lecteur non familier avec la notion de transposition didactique pourra consulter Chevallard 1991 ou Chevallard 1994.

Ce sont donc ces conditions et ces contraintes – ou du moins certaines d'entre elles – que nous allons présenter ici avant de les mettre en perspective avec celles qui existent aujourd'hui.

## I. L'émergence de l'enseignement des mathématiques à l'âge classique

### 1. Les mathématiques et leur inscription dans la société

Dans la période considérée, les mathématiques sont scindées en deux parties : les mathématiques pures, d'une part, qui sont constituées de l'arithmétique, la géométrie et l'algèbre ; et les mathématiques mixtes, d'autre part. Cette expression de mathématiques mixtes n'est plus utilisée aujourd'hui. Pour user d'un langage moderne, nous dirons qu'on peut en proposer deux définitions, l'une « en extension », l'autre « en compréhension ». Chaque auteur d'abord en donne une liste. Voici par exemple celle que d'Alembert propose dans l'article Mathématique ou mathématiques de l'Encyclopédie :

> Du nombre des *Mathématiques mixtes*, sont la Méchanique, l'Optique, l'Astronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydrostatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou la Navigation, etc.

Quant à l'abbé Bossut, il offre ce découpage :

> 1.° La Méchanique, science de l'équilibre et du mouvement des corps solides.
> 2.° L'Hydrodynamique, qui considère l'équilibre et le mouvement des corps fluides.
> 3.° L'Acoustique ou la Théorie du son. 4.° L'Optique ou la Théorie du mouvement de la lumière. 5.° L'astronomie, science du mouvement des corps célestes

Plus extensif encore, Montucla, dans son *Histoire des mathématiques*, ajoute à cela la *gnomonique*, la *musique*, la *perspective*, la *pneumatologie* ou *pneumatique*, soit « la considération des rapports de pesanteur, d'élasticité, de densité dans l'air et les autres fluides qui jouissent de ces propriétés » ; l'*art de conjecturer*, « dont l'*analyse des jeux de hazard* est une branche principale » ; enfin la *coupe des pierres*, « art qui exige souvent des considérations géométriques assez profondes », sans toutefois recevoir parmi les mathématiques mixtes l'architecture civile ou militaire, non plus que la pyrotechnie, bien que cette dernière en particulier ait figuré dans le mouvement d'émergence que nous décrirons ensuite comme un élément propre à échauffer l'intérêt du grand public pour les mathématiques.

Les auteurs déjà cités, et d'autres encore, nous livrent également une définition « en compréhension » des mathématiques mixtes, véritable formule épistémologique qui les fonde et définit leur empire.

Citons d'abord, à nouveau, l'abbé Bossut :

> Les Mathématiques mixtes empruntent de la Physique une ou plusieurs expériences incontestables, ou bien supposent dans les corps une qualité principale et nécessaire : ensuite, par des raisonnements méthodiques et démonstratifs, elles tirent du principe établi, des conclusions évidentes et certaines, comme celles que les Mathématiques pures tirent immédiatement des axiomes et des définitions.

Dans l'article *Application* qu'il a rédigé pour l'*Encyclopédie*, sous le titre *Application de la Géométrie et de l'Analyse à la Physique*, d'Alembert est plus insistant encore :

> La plupart des propriétés des corps ont entr'elles des rapports plus ou moins marqués que nous pouvons comparer, et c'est à quoi nous parvenons par la Géométrie et par l'Analyse ou l'Algèbre. C'est sur cette *application* que sont fondées toutes les sciences physicomathématiques. Une seule observation ou expérience donne souvent toute une science. Supposez, comme on le sait par l'expérience, que les rayons de lumière se réfléchissent en faisant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, vous aurez toute la Catoptrique... Cette expérience une fois admise, la Catoptrique devient une science purement géométrique, puisqu'elle se réduit à comparer des angles et des lignes données de position.

L'empire des mathématiques dans le champ des savoirs où elles sont susceptibles d'apporter leur certitude et l'impeccable enchaînement démonstratif qui les caractérisent – la coloration apologétique est ici évidente –, n'apparaît limité que par la faiblesse des autres domaines de science avec lesquels elles sont ainsi naturellement appelées à frayer. Montucla, après avoir rappelé, à propos de l'optique, ce que nous nommions la formule épistémologique des mathématiques mixtes, écrit significativement :

> On ne peut disconvenir que ces recherches ne soient proprement du ressort de la Physique : mais en tant que mêlées intimement, et dépendantes des Mathématiques abstraites qui leur font part de la certitude qui les distingue elles-mêmes, elles sont en quelque sorte élevées par-là au rang des Mathématiques dont elles forment la seconde division. En cette qualité elles occupent une sorte de milieu entre la Physique, souvent enveloppée d'incertitude et de ténèbres, et les Mathématiques pures dont la clarté et l'évidence sont toujours sans nuages. Elles ne sauraient avoir plus de certitude absolue que le principe qui leur sert de fondement ; c'est en quoi elles tiennent de la Physique : d'un autre côté elles jouissent d'une évidence hypothétique,

égale à celle des Mathématiques abstraites ; je veux dire que leur principe supposé vrai, elles ne sont pas moins certaines que ces dernières.

Le mot d'application lui-même apparaît trompeur, car il s'agit moins de mettre des mathématiques dans la physique que d'amener les questions de physique dans le champ des mathématiques – les citations précédentes l'indiquent nettement. Cette doctrine de l'intervention des mathématiques dans la physique va de pair avec une attention profonde à l'expérimentation, qui seule peut apporter les « suppositions » dont le géomètre aura besoin. Mais elle prescrit en même temps et, peut-on dire, en conséquence, un usage parcimonieux et raisonné des expériences – à rebours de la curiosité fébrile d'une certaine science mondaine.

A cette extension du champ des mathématiques permise par la distinction entre mathématiques pures et mathématiques mixtes, s'ajoute l'accroissement, durant la période qui nous occupe, de la place que les mathématiques vont occuper dans la société. D'abord circonscrites à la sphère économique – avec la traduction des *Rechenbücher*, livres de calcul allemands –, les mathématiques vont progressivement investir d'autres institutions, comme en témoignent deux indicateurs. En premier lieu, des mathématiciens font des apports, tels Descartes qui publie un livre sur l'art de peser sous le titre *Explication des engins par l'aide desquels on peut par une petite force lever un fardeau fort pesant* ; Huygens qui écrit un livre sur les horloges, ou encore Pascal qui fabrique une machine arithmétique « pour supputer sans peine et sans rien savoir », ainsi que la présente Mersenne, le 17 mars 1648, à Constantin Huygens[2]. En second lieu, le besoin social de mathématiques est visible aussi, rétrospectivement, au nombre d'ouvrages publiés et à la qualité des artisans de cette activité éditoriale. L'offre éditoriale va être importante au XVII^e^ siècle en particulier. On voit fleurir des arithmétiques commerciales, des livres de comptabilités. On écrit sur l'usage des instruments de géométrie, tel le compas de proportion ; des ouvrages de théorie du nivellement, de perspectives et de théorie des fortifications sont légion. Il y a également beaucoup de réédition d'auteurs anciens, Euclide mais aussi Diophante, Ptolémée etc.

Ainsi, tout au long de la période, la visibilité sociale des mathématiques s'accroît, et cette visibilité sociale s'accompagne d'une assise culturelle et sociale importante, provenant de la structure du monde savant.

---

2 Ce « rien savoir » mérite au passage notre attention. Dans une Arithmétique publiée à Rennes en 1653, l'auteur, Jean François, fera reproche à l'instrument de sa cherté, de l'embarras où il met si quelque roue venait à casser, et surtout, de « l'ignorance qu'il laisse de l'arithmétique ». A une époque où la plupart des calculs commerciaux ou financiers se font encore à l'aide de jetons – le « calcul à la plume » demeure l'apanage d'une élite –, la machine de Pascal permet au praticien de faire l'économie d'un long et difficile apprentissage. L'usage de la machine est démathématisé ; mais la machine elle-même incorpore « beaucoup » de mathématiques. On voit bien ici cette intervention des mathématiques et des sciences dans les pratiques sociales, et cette hiérarchie des savoirs que Bayle devait dénoncer : « J'employai à cette recherche, reconnaîtra Pascal, toute la connaissance que mon inclination et le travail de mes premières études m'ont fait acquérir dans les mathématiques et après une profonde méditation, je reconnus que ce secours n'était pas impossible à trouver. Les lumières de la géométrie, de la physique et de la mécanique m'en fournirent le dessein, et m'assurèrent que l'usage en serait infaillible si quelque ouvrier pouvait former l'instrument dont j'avais imaginé le modèle ».

## 2. La sphère savante

La sphère savante est constituée de plusieurs sphères concentriques. La sphère la plus intérieure, que l'on peut appeler le « noyau dur », est formée des grands savants, des créateurs : je veux parler des Galilée, des Descartes, des Pascal, des Huygens, des Newton, des Leibniz – et, plus tard des Bernoulli ou des Euler. Ceux-là défendent jalousement, avec opiniâtreté, avec parfois une agressivité qui confine à la rouerie, leurs découvertes et leurs inventions, et ne communiquent entre eux qu'indirectement ou dans le cadre privilégié de réunions très sélectives.

Il gravite autour d'eux une multitude de personnes que l'on hiérarchisera de la manière suivante. Au plus près de ces grands savants, les animateurs de la vie scientifique, qui vont leur servir de secrétaires en quelque sorte – l'exemple le plus significatif est à ce titre celui du père Mersenne dans la première moitié du XVII^e siècle. Introduit très jeune par son père dans le groupe des Messieurs qui fréquentaient chez Mersenne, « élevé au milieu d'eux » comme il l'écrira lui-même, Pascal, dans son *Histoire de la roulette* (où Mersenne figure comme précurseur), n'en signera pas moins cette rude épitaphe du père minime :

> Il avait un talent tout particulier pour former de belles questions ; en quoi il n'avait peut-être pas de semblable : mais encore qu'il n'eût pas un pareil bonheur à les résoudre, et que ce soit proprement en ceci que consiste tout l'honneur, il est vrai néanmoins qu'on lui a obligation, et qu'il a donné l'occasion de plusieurs belles découvertes, qui peut-être n'auraient jamais été faites s'il n'y eût excité les savants.

Aussi cruelle que cette remarque puisse nous paraître aujourd'hui, elle n'en souligne pas moins une opposition de deux mondes qui se compénètrent sans se confondre : une élite que l'historiographie nous montre en noir et blanc ; et le peuple multiple dont elle se détache par ses prouesses scientifiques, personnages qui s'agitent dans les coulisses de la science, peints ordinairement en un camaïeu de gris.

Parmi ces personnages, on trouve ce que l'on appellera des clients – au sens ancien du terme –, qui utilisent les mathématiques, publient des livres à leur sujet dont ils ne sont pas toujours les auteurs. Sont présents également des enseignants de mathématiques.

Fait frappant, tous ces gens sont sur un pied d'égalité. A l'Académie des sciences, ils se côtoient. Voici par exemple Samuel Pepys : bourgeois de Londres, haut fonctionnaire de la Marine dont la carrière est plus que flatteuse, et avec cela dilettante et curieux. Il est admis membre de la *Royal Society* le 15 février 1665, sur proposition d'un certain Povy, dont on s'épuisera à rechercher la trace dans l'historiographie des sciences et des techniques. Dans son *Journal*, Pepys relate brièvement une séance de la *Royal Society* :

> A midi, je dînai à Trinity House, de là à Gresham College où M. Hooke lut un second exposé fort curieux sur la comète, prouvant par exemple, que, selon

> toute probabilité, c'est la même qui est déjà apparue en 1618 et qu'elle apparaîtra de nouveau à telle époque ; c'est une opinion très nouvelle, mais cela va être imprimé. Ensuite la séance eut lieu, j'ai payé le montant de mon inscription à la Société, quarante shillings. Il y eut alors de beaux discours et des expériences intéressantes, mais je manque de connaissances en physique pour les comprendre, aussi n'en ai-je rien retenu. Il y a aussi un exposé très détaillé sur la fabrication du pain en France, qui est considéré comme le meilleur pays du monde pour le pain.

Malgré cela, Pepys deviendra président de la *Royal Society* en 1684. Cette communauté de pairs a sa nécessité : on s'y serre les coudes face au « reste du monde », et chacun a quelque besogne utile à y accomplir. Mais l'homogénéité de l'espace qui se constitue ainsi apparaît bientôt comme épistémologiquement dangereuse : le plus obscur peut prétendre se mesurer aux plus grands[3]. Chacun défend une orthodoxie particulière, qu'il croit meilleure. Surtout, les plus grands et, disons plus familièrement, les « plus forts », sont conscients de leur force, qu'ils mettent au service de l'orthodoxie recherchée. Ils ont le sentiment très net de voir plus loin que leurs rivaux ; mais leurs rivaux semblent ne pas le voir. Au demeurant, les grands mêmes se suspectent entre eux : d'où ces défis, ces mises à l'épreuve, par lesquels la communauté établit sa « police épistémologique ».

Cette acception très vaste du monde savant fournit cependant aux mathématiques une large assise culturelle et sociale. L'honnête homme s'intéresse aux mathématiques : ainsi voit-on par exemple, au milieu du XVIIIe siècle, Voltaire traduire Newton, ou encore Diderot publier des *Mémoires sur différents sujets de mathématiques* et se présenter à l'Académie des sciences contre Vaucanson – qui sera élu.

Poursuivons l'esquisse de ce tableau des conditions sociales et culturelles en évoquant le système d'enseignement dans lequel les mathématiques vont venir prendre place.

### 3. Le système d'enseignement et l'émergence de l'enseignement des mathématiques

Le système d'enseignement est formé de deux composantes essentielles, les universités et les collèges religieux, auxquelles il faut ajouter le Collège Royal, ancêtre du Collège de France, et qui aura d'emblée ce statut un peu particulier qu'on lui connaît aujourd'hui.

L'Université est composée de quatre facultés : la faculté des arts libéraux qui constitue un passage obligé pour accéder aux trois facultés professionnelles que sont les facultés de droit, de médecine et de théologie. Ce que l'on peut appeler le système d'enseignement secondaire est ainsi constitué par la faculté des arts. Au cours du XVIe

3 Le lecteur averti peut songer ici à établir un parallèle avec la communauté de recherche en didactique des mathématiques, et penser à certaines publications de l'IREM de Lorraine...

siècle, l'Université perd sa place de foyer intellectuel, et la faculté des arts se vide aux profit des collèges religieux – et particulièrement ceux des jésuites qui sont les plus nombreux : la faculté des arts de Paris, par exemple, qui comptait entre mille cinq cents et mille huit cents étudiants au milieu du XVI^e^ siècle, aura moins de trois cents étudiants à la fin du XVI^e^ siècle.

Les collèges de jésuites voient le jour en France dans la première moitié du XVI^e^ siècle (le premier est ouvert en 1556 ; en 1640, on en compte soixante-dix). Ils sont l'analogue de la faculté des arts, et, comme elle, comportent huit ou neuf années d'études : grammaire, rhétorique et dialectique occupent les six premières années, tandis que les deux ou trois dernières sont consacrées à l'étude de la philosophie.

Ce sont les jésuites qui vont introduire les premiers un enseignement des mathématiques proprement dit. Du point de vue des mathématiques, ils sont très en avance sur leur temps ; et l'origine du mouvement vient, pour l'essentiel, du *Collegio Romano* – le grand collège romain des jésuites en Italie –, avec Clavius (1537-1612) en particulier. Sur l'exemple romain, et à l'injonction de la *Ratio Studiorum* de 1586 puis de 1599, les chaires de mathématiques vont être créées dans les collèges de jésuites français à partir des premières années du XVII^e^ siècle. La plupart des grands mathématiciens vont être formés dans ces collèges – l'exemple prototypique à cet égard est Descartes au collège de La Flèche. Conjointement, le besoin d'extension de la puissance de l'Etat, par le biais de l'armée et de la marine, amplifie ce mouvement par la création de chaires royales de mathématiques et d'hydrographie à partir de la fin du XVII^e^ siècle : il s'agit de former les cadres militaires et les gardes de la marine en leur enseignant, pour la partie théorique, l'arithmétique, la sphère et les règles de la navigation. Ces chaires seront tenues par les jésuites jusqu'à leur expulsion de France en 1762. Le processus d'extension, qui a trouvé sa première source dans l'énergie intérieure des jésuites, rencontre donc, dans les dernières décennies du XVII^e^ siècle, le développement et la consolidation de l'Etat, de son emprise sur la terre aussi bien que sur la mer.

Parallèlement, dans l'Université, les choses ne commencent à bouger que dans le courant du XVIII^e^ siècle, et les mathématiques n'y seront réellement enseignées qu'à partir de l'expulsion des jésuites, par nécessité. Avant cette date, on note quelques apparitions de mathématiques dans le cours de philosophie, comme en témoigne la présentation par Jourdain des nouveaux statuts – promulgués en septembre 1600 – de l'université de Paris [4] :

> Le cours [de philosophie] durait deux ans, qui était consacré à la lecture pour ainsi dire exclusive des livres d'Aristote, dans l'ordre suivant (...). Seconde année, le matin : Physique d'Aristote ; le soir : sa Métaphysique ; si le professeur ne jugeait pas pouvoir l'expliquer tout entière, il devait insister sur les livres I^er^, II^e^ et XI^e^, et en approfondir l'exposition. A six heures, le matin, on étudiait la sphère et quelques livres d'Euclide.

4 Jourdain C. (1862), *Histoire de l'Université de Paris aux XVII^e^ et XVIII^e^ siècles*, Paris.

A Paris, toujours, sur les quarante collèges que comptent l'Université, un seul a un « vrai » cours de mathématiques : c'est le collège Mazarin, qui a été créé en 1668 – soit très récemment. Ce collège aura notamment pour professeur de mathématiques Pierre Varignon de 1688 à 1722, et Legendre y fera ses études et y soutiendra une thèse sur le calcul infinitésimal en 1772.

A la fin du xviiie siècle, ainsi, un enseignement de mathématiques a vu le jour, et un corps de professeurs de mathématiques s'est constitué. Ce processus d'émergence de l'enseignement des mathématiques s'accompagne, bien entendu, de la constitution de la noosphère[5], que nous examinerons brièvement maintenant.

### 4. La noosphère

On y trouve des savants : Descartes, Pascal y ont fait des apparitions. Ce dernier a laissé un manuscrit intitulé De l'esprit géométrique ainsi qu'un autre opuscule où il traite De l'art de persuader. Il est probable que ce premier texte, qui ne sera publié dans une version presque complète qu'en 1779 par Bossut, fut écrit comme préface à des éléments de géométrie que Pascal avait rédigés à la demande d'Arnauld[6]. Mais, plus souvent, ce sont des gens plus obscurs, des enseignants de mathématiques qui vont jouer un rôle dans la propagande pro-mathématique. Nous avons mentionné Arnauld. Pierre de la Ramée (1502-1572), Peter Ramus, est un bon exemple, au xvie siècle, de ces personnes qui, sans être des mathématiciens, prennent les choses aux sérieux. Il défendra l'union de la tradition scientifique des philosophes et mathématiciens et de la tradition des artisans, des alchimistes et des ingénieurs. Il sera également l'artisan du maintien au Collège Royal d'un enseignement des mathématiques, en luttant de son vivant pour la qualité de cet enseignement, et en créant par testament une chaire devant être mise au concours tous les trois ans – chaire que Roberval occupera, au siècle suivant, quarante ans durant[7].

Il faut noter que les professeurs de mathématiques ont d'autres activités ; certains occupent des fonctions d'ingénieur. C'est par exemple le cas du père Pezenas, professeur de mathématiques à Marseille, qui travaillera aux plans et aux devis du canal de la Durance. Ce point est important du point de vue des conditions d'émergence : pouvoir discuter de la pertinence d'un enseignement des mathématiques avec des gens qui savent faire autre chose que les enseigner constitue en effet un argument essentiel pour la société.

C'est de la noosphère que partira le discours apologétique, discours qui développe les raisons de la nécessité et de l'avantage d'un enseignement de mathématiques.

---

5 La noosphère, « la sphère où l'on pense », est l'institution où l'on réfléchit sur l'enseignement (des mathématiques pour ce qui nous occupe ici) ; c'est l'un des principaux protagonistes du processus de transposition didactique puisque c'est elle qui, pour l'essentiel, apprête le savoir de manière à ce qu'il puisse vivre dans le système d'enseignement.

6 Antoine Arnauld, 1612-1694, janséniste, auteur notamment en 1662 avec Nicole de *La logique ou l'art de penser.*

7 Pour plus de détails, voir Artaud 1989, pp. 43-44.

### 5. Le discours apologétique

Les noosphériens ont à faire face à plusieurs types de contraintes. Tout d'abord, il faut plaire, il faut séduire la société. Pour cela, on va présenter les mathématiques comme une discipline plaisante, qui peut être un délassement ; ou bien, au contraire comme une discipline rigoureuse, sérieuses[8]. Des ouvrages de cours vont être publiés en français, touchant ainsi un vaste public – ce qui est une novation, le latin étant encore la langue d'enseignement, surtout chez les jésuites. En outre, il existe dans l'enseignement alors, des exercices publics, qui se tiennent en général en fin d'année, dans toutes les matières – et donc en mathématiques –, auxquels un public assez varié et nombreux assiste. On va agrémenter ces exercices, en y introduisant des éléments qui ne sont pas des mathématiques, expériences de physique ou bien de pyrotechnie. Dans une annonce publique présentant un tel exercice, on peut ainsi lire :

> Comme la physique a beaucoup de rapports avec les mathématiques, on a cru rendre cet exercice plus agréable et intéressant en faisant plusieurs expériences qui serviront à expliquer la divisibilité des corps, la pesanteur de l'air, la nature des couleurs, l'origine de la lumière, les propriétés de l'aimant, la cause et les effets de l'électricité, etc.

Ensuite, il faut montrer la nécessité pratique des mathématiques. De cela, les professeurs en sont le meilleur témoignage, qui participent, au titre d'ingénieur, à la création de canaux, l'établissement de cartes etc. Et le discours recourt ici aux mathématiques mixtes.

> A l'egard des Mathématiques, nulle de leurs parties n'est inutile dans un Etat. La Geographie et la Chronologie, qui sont les clefs de l'histoire sont fondées sur l'Astronomie. Elle est donc aussi necessaire au public que l'histoire. C'est elle encore qui corrige les irregularitez du calendrier, si utile à la Société Civile. C'est elle qui facilite ce commerce. Les satellites de Jupiter, nous dit M. de Fontenelle, sont maintenant reconnus plus utiles à la Geographie et à la navigation, que nôtre Lune elle-même. Quel avantage de les avoir decouvert ! Mais quel profit les Mechaniques ne procurent elles pas à un Etat ? Par elles les mers communiquent les fleuves deviennent navigables, les manufactures s'etablissent, les arts se perfectionnent. Autant que la geometrie est utile à faire ces decouvertes, autant l'Algebre l'est elle à la Geometrie[9].

Il s'agit donc de convaincre la société que les mathématiques lui sont utiles. Cela ne veut pas dire qu'il faille les enseigner, notamment dans le cadre de la formation générale. C'est sur ce point que vont se battre les noosphériens, en insistant lourdement sur la

---

8 Pour des exemples de tels discours, voir Artaud 1989.

9 Discours sur l'utilité des Lettres et des Sciences par rapport au bien de l'Etat prononcé aux promotions publiques du collège de Lausanne le 2 mai 1714 par Jean Barbeyrac Professeur en droit et en Histoire, *Mémoires de Trevoux, juin 1716.*

valeur pédagogique des mathématiques. Elles forment l'esprit juste, donnent de la clarté, de la rigueur ; elles apprennent à raisonner. Ainsi, par exemple, le père André, maître royal de mathématiques à Caen de 1726 à 1759 écrit-il :

> C'est avec raison que l'on dit que les mathématiques sont exactement propres pour perfectionner l'esprit et donnent à ceux qui les cultivent une grande facilité pour connoître et approfondir plus qu'on ne le fait communément ces vérités auxquelles elles s'appliquent. L'habitude de bien juger et bien raisonner ne s'acquiert que par l'exercice : et les réflexions où engagent les démonstrations mathématiques est de tous les exercices le plus utile.

On pourrait multiplier les citations développant ce thème. Nous en citerons, pour terminer, une deuxième, due à Bernard Lamy, extraite de la préface de ses *Elemens de mathématiques*, publiés à Paris en 1689.

> Tout le monde reconnaît que l'on ne remporte que très peu de fruit des Collèges et que l'on y passe le temps à apprendre des choses dont il n'est même pas permis de faire usage parmi les honnêtes gens comme sont une infinité de Questions de chicane. Il est vray que l'on dit que ces choses ont leur utilité en ce qu'elles font l'esprit et qu'elles le rendent subtil, etendu, et capable de raisonner. Mais si c'est cette ouverture et cette etendue d'esprit et cette disposition à bien raisonner que l'on regarde dans les premières études des jeunes gens, comme on doit le faire, l'etude des Mathematiques devrait être plus ordinaire qu'elle ne l'est pas quand il ne serait pas vray d'ailleurs qu'il n'y a aucune Profession où l'on en puisse faire usage. Car enfin personne ne doute que la Philosophie comme on l'enseigne ne soit pleine de questions douteuses, de sophismes et de vaines subtilitez et qu'ainsi elle ne peut fournir que des modelles très imparfaits de clarté, de netteté et d'exactitude. Ce que l'on ne peut pas dire des Mathematiques, où l'on admet aucun principe dont la verité ne soit manifeste et où l'on ne se contente pas de probabilitez mais où il faut démontrer toutes les propositions dont la verité est un peu cachée. L'on ne s'y sert point de paroles ambigues ni de vaines subtilitez mais de paroles claires et de raisonnements solides et exempts de toute erreur ; ainsi elles sont bien plus propres à exercer et à former l'esprit que la Philosophie.

Les mathématiques, dès l'origine du projet de leur enseignement, s'installent donc dans le domaine de la clarté, de la rigueur, de l'enchaînement des raisons, domaine que, nous allons le voir maintenant, le discours apologétique leur réserve encore aujourd'hui.

# II. Eléments de l'écologie des mathématiques dans l'enseignement d'aujourd'hui [10]

## 1. Les conditions culturelles et sociales

Par rapport à la situation des XVII$^e$ et XVIII$^e$ siècle, l'effectivité des mathématiques s'est accrue fortement au cours des XIX$^e$ et XX$^e$ siècles, et des besoins mathématiques massifs se sont fait sentir dans nombre de domaines, scientifiques mais aussi technologiques et industriels. On peut dire, pour prendre une image mathématique, que les mathématiques sont « partout denses » dans notre société. Dans le même temps, pourtant, la visibilité sociale des mathématiques et de leur effectivité s'est très fortement réduite. Ceci est dû, en particulier, à un phénomène d'*implicitation* des mathématiques[11] – nous avons rencontré ce phénomène à propos de la machine de Pascal : pour l'essentiel, les mathématiques interviennent dans le processus de production des objets d'une part, et des connaissances sur les pratiques sociales d'autres part (c'est-à-dire que les mathématiques sont un *savoir fondamental*[12]). Les raisons d'être de l'œuvre « mathématiques" » soit les questions auxquelles cette œuvre répond, ne sont ainsi plus perçues par la société.

Notons que ce phénomène est amplifié par la disparition du découpage mathématiques pures / mathématiques mixtes au profit de celui mathématiques pures / mathématiques appliquées : là où les mathématiques mixtes partaient de questions non mathématiques pour les mathématiser, les mathématiques appliquées mettent en avant les théories mathématiques et ne font apparaître les questions auxquelles elles répondent qu'occasionnellement, en fin de parcours. André Delachet, dans la conclusion de son ouvrage de la collection *Que sais-je ?* consacré à *L'analyse mathématique* écrit ainsi significativement[13] :

> Les mathématiciens actuels ont forgé un outil assez perfectionné pour l'appliquer avec succès aux problèmes *concrets*, c'est-à-dire aux problèmes qui étudient les propriétés de certains êtres mathématiques *particuliers*, en opposition avec les problèmes *abstraits* qui ne supposent rien sur la nature des objets étudiés.

Tout cela contribue à la forte diminution de l'assise culturelle et sociale des mathématiques par rapport à celle qui était la leur à l'âge classique. Examinons alors ce qu'il en est du discours apologétique.

10 Les développements qui suivent prennent appui sur des travaux d'Yves Chevallard, notamment Chevallard 1988, 1992a, 1992b, 1997.
11 Voir en particulier Chevallard 1988.
12 Sur la notion de savoir fondamental, voir Artaud 1993 pp. 41-50.
13 Delachet A. (1977), *L'analyse mathématique*, septième édition mise à jour, Collection Que sais-je ?, Presses universitaires de France, Paris, p.127.

## 2. La thématique du discours apologétique

Comme aux XVII^e^ et XVIII^e^ siècles, on retrouve dans le discours apologétique, comme argument essentiel, le fait que les mathématiques, et donc leur étude, sont propices à la formation de l'esprit, mais cet argument est accompagné de notations nouvelles. Ainsi, dans le programme de mathématiques de l'école élémentaire, sous la rubrique « Nature et objectifs » trouve-t-on la déclaration suivante :

> L'enseignement des mathématiques vise à développer le raisonnement et à cultiver chez l'élève les possibilités d'abstraction. Il apporte une exigence de rigueur dans la pensée et de justesse dans l'expression, il fait acquérir des connaissances et des compétences dans les domaines numérique et géométrique tout en aidant l'élève à se forger des méthodes de travail. Il stimule l'imagination.

Les objectifs fondamentaux de l'enseignement des mathématiques au collège sont quant à eux

> d'acquérir des connaissances et des méthodes fondamentales, d'apprendre à maîtriser les trois moyens de communication que sont l'écrit, l'oral et l'image ; et de démarrer l'apprentissage de la pensée logique pour aider les élèves à analyser, interpréter, comprendre.

Si l'on poursuit par la considération des programmes des lycées, dans l'exposé des intentions majeures, les auteurs déclarent :

> a) On a voulu entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique, en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique.
> (...)
> c) On a voulu développer les capacités d'organisation et de communication (...).

On le voit, les mathématiques – et donc leur enseignement – apparaissent ainsi comme développant l'imagination, les capacités de raisonnement ou encore de communication. La thématique du discours apologétique a donc peu changé, mais on notera que l'utilité des mathématiques est peu mise en avant : elle apparaît souvent comme allant de soi, on y fait allusion « en passant ». Le programme de seconde, ainsi, alors qu'il insiste en plusieurs occasions sur les capacités de communication, d'imagination, etc. note simplement en parlant de l'unité de la formation :

> Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines ; organisation concertée des activités d'enseignement.

Et cet aspect ne sera présent dans les contenus du programme que dans la présentation des paragraphes consacrés aux fonctions et aux statistiques, mais de façon tout aussi elliptique.

A cet égard, les programmes reflètent assez fidèlement l'opinion de la noosphère. Considérons ici un document de travail émanant du Groupe de Réflexion Inter-Associations en Mathématiques (GRIAM), daté du 16 décembre 1997, et intitulé *Lycée, quels programmes pour quels objectifs*. Dans le premier paragraphe, *Quels objectifs*, les auteurs constatent d'abord que l'enseignement des mathématiques au lycée a été « perverti », en raison, disent-ils, « des libellés actuels des programmes et des sujets de bac ». Puis ils rappellent « les objectifs de la formation mathématique des lycéens » ; écoutons-les :

> Les *qualités formatrices de notre discipline* doivent être exploités (*sic*) au mieux pour le plus grand bénéfice de tous les élèves, et ce quel que soit leur parcours.
> Vouloir des mathématiques plus formatrices, ce n'est pas vouloir des mathématiques très abstraites et très techniques, mais c'est accorder de *l'importance à la clarté des concepts*, fournir un *vocabulaire précis, donner des contre-exemples* et pas seulement des exemples.
> Les mathématiques ont ceci de précieux qu'elles sont à la fois une école de rigueur et de créativité. *L'intuition, l'imagination*, l'exploration d'exemples suggèrent des conjectures ou une stratégie possible de démonstration, et c'est la *clarté de l'argumentation* qui va permettre de critiquer ces idées et d'établir une vérité. La précision du raisonnement valorise donc la créativité, à condition que l'on donne à l'élève l'occasion de l'exercer.
> Une autre qualité essentielle à développer dans le cours de mathématiques est *l'autonomie*. Mais il faut pour cela que l'élève ait l'occasion de se " débrouiller " seul, d'exercer des choix, de tâtonner. S'il ne rencontre jamais que des situations déjà explorées et complètement balisées, il n'en aura jamais l'occasion.
> Tous les lycéens devraient en outre trouver dans leur formation mathématique les moyens de dominer les questions soulevées par *l'information chiffrée* : ils doivent apprendre à débusquer les non-sens et les contresens d'écrits habillés de données statistiques mal utilisées, et cette démarche doit être menée dans toutes les séries. La *formation à l'esprit critique* est une des qualités développées par notre discipline.
> En conclusion, le cours de mathématiques doit être un lieu de *formation au raisonnement* où les arguments d'autorité sont bannis et où toute vérité doit recevoir une justification, soit qu'on la démontre, soit qu'on donne une idée de sa démonstration, soit qu'on explique pourquoi on ne la démontre pas.

On retrouve ici la créativité, la rigueur, l'intuition, l'imagination, la formation à l'esprit critique et au raisonnement. Comme précédemment l'utilité des mathématiques est évoquée en une occasion, celle de l'information chiffrée, mais elle est immédiatement liée à la « formation à l'esprit critique ».

À la fin de ce même texte, les auteurs écrivent encore, « à propos de l'écriture des programmes » :

> La conception des mathématiques comme une science pure, jeu autonome dans le monde des idées est peut-être confortable pour quelques uns (*sic*). Mais cette conception gomme les interactions pourtant si fécondes, entre les mathématiques et les autres sciences. Plutôt que de se limiter à des vœux pieux, les programmes devront proposer des exemples précis d'applications des mathématiques.
>
> **En conclusion**, les mathématiques sont un outil indispensable dans une société complexe. Leur pratique éveille l'imagination, l'intuition et forme le raisonnement.

Les deux dernières phrases illustrent bien le balancement du discours apologétique que nous avons déjà évoqué entre l'utilité des mathématiques pour la société d'une part, et la valeur formatrice de l'étude de cette discipline d'autre part. Mais l'accent est très fortement mis sur la valeur formatrice. Et le reproche adressé aux programmes – qui, en ce qui concerne l'application des mathématiques, se limitent « à des vœux pieux » – peut être adressé aux auteurs du texte eux-mêmes : le corps du document, qui propose des modifications des programmes du Lycée, comporte en effet quelques allusions aux possibles utilisations d'une notion ou d'un thème mathématique[14], mais aucun « exemple précis d'applications des mathématiques ».

### 3. L'enseignement des mathématiques en danger ?

Nous l'avons dit en introduction, les conditions et les contraintes sous lesquelles les mathématiques sont devenues une matière enseignée dans l'enseignement général apparaissent comme des facteurs permanents du fonctionnement social du système d'enseignement général. Or nous venons de voir que les mathématiques ne bénéficient plus aujourd'hui de la visibilité et de l'assise sociale qui étaient la leur aux XVII$^{e}$ et XVIII$^{e}$ siècles. De plus le discours apologétique est centré sur des arguments qui ne sont nullement spécifiques des mathématiques : pourquoi l'imagination ne serait-elle pas mieux développée par la pratique de l'écriture romanesque ? ou les capacités de communication par celle du théâtre ? etc. La conjonction de ces deux facteurs rend alors

---

14 On trouve par exemple, dans la partie consacrée aux séries scientifiques, ce commentaire sur les systèmes linéaires : « Ce chapitre permet aussi de présenter d'importantes applications (chimie, électricité, calcul de coûts et de prix de revient...) » ; ou encore, celui-ci à propos de l'étude des fonctions : « En physique et en économie les occasions de rencontrer des fonctions non affines ($ax2 + bx + c$, $1/x$, $a \log(bx)$ et $ae^{bx}$) ne manquent pas. La démarche de Galilée arrivant à la loi de la chute des corps est un excellent exemple de construction de fonction solution d'un problème. » ; et c'est à peu près tout.

fragile l'existence des mathématiques dans le concert des savoirs enseignés, existence qui peut être, dans un avenir proche, remise en cause.

En effet, le fait que les mathématiques soient un savoir fondamental rend difficile la négociation avec la société : on n'apprend pas des mathématiques à l'Ecole parce que, personnellement, on en aura besoin plus tard, mais parce que la société, elle, en a besoin, et qu'elle a donc besoin que ses membres soient instruits en mathématiques[15]. Cependant, le fait-même que la société a besoin de mathématiques n'est plus entendu, et l'enseignement des mathématiques le met fort peu en avant. Toute trace significative de « mathématiques mixtes » a en effet disparu des programmes de mathématiques, et les timides tentatives pour les réintroduire semblent peu convaincantes – notamment parce que les connaissances que cela suppose ont disparu de la culture du système d'enseignement. Au point qu'un numéro du journal *Phosphore* (novembre 1996) intitulait l'un de ses articles « Mine de rien, vos programmes ont un sens ! ».

Il est nécessaire, pour justifier l'étude des mathématiques, de mettre en avant des questions auxquelles les mathématiques répondent[16]. Cela suppose alors une recomposition du curriculum, tâche qui, bien entendu, est loin d'être facile, mais à laquelle nous devons tous nous attacher.

## Références


ARTAUD M. (1989), *Conditions, contraintes et discours apologétique dans l'émergence de l'enseignement des mathématiques à l'âge classique – Etude de didactique historique*, Mémoire pour le DEA de didactique des disciplines scientifiques, Lyon.

ARTAUD M. (1993), *La mathématisation en économie comme problème didactique*, Thèse pour l'obtention du grade de docteur en mathématiques de l'Université d'Aix-Marseille II, Marseille.

CHEVALLARD Y. (1988), *Implicit Mathematics : Its Impact on Societal Needs and Demands*, communication au groupe thématique 7, *The Mathematics Curriculum :Towards the Year 2000*, du sixième congrès international sur l'enseignement des mathématiques (ICME 6, Budapest) in John Malone, Hugh Burkhards et Christine Keitel (eds), *The Mathematics Curriculum : Towards the Year 2000*, Curtin University of Technology, Perth (Australie), 1989.


15 Voir Chevallard 1992a et 1992b.
16 Sur cette question, voir par exemple Chevallard (1997).

CHEVALLARD Y. (1991), *La transposition didactique – Du savoir savant au savoir enseigné*, deuxième édition, La Pensée sauvage éditions, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1992a), « La société face à la culture », *l'US* n°281 – 21 février 1992, pp. 15-17.

CHEVALLARD Y. (1992b), « Pour en finir avec une certaine phobie culturelle », *Science et Vie* Hors série, n°180 – septembre 1992, pp. 60-69.

CHEVALLARD Y. (1994), « Les processus de transposition didactique et leur théorisation », *in La transposition didactique à l'épreuve*, ouvrage coordonné par G. Arsac, Y. Chevallard *et al.*, La Pensée sauvage éditions, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1997), « Questions vives, savoirs moribonds : le problème curriculaire aujourd'hui », *Actes du colloque Défendre et transformer l'Ecole pour tous*, Marseille, 3-4-5 octobre 1997.