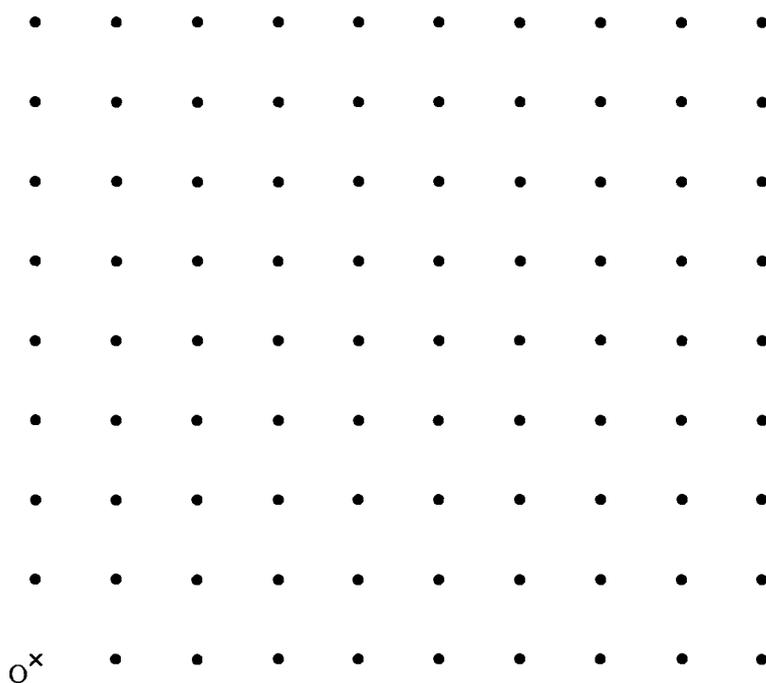


ACTIVITE ... POINTS VUS, POINTS CACHES

Philibert Clapponi
Irem de Grenoble



Des points sont disposés de façon parfaitement régulière suivant les noeuds d'un quadrillage à maille carrée.

Un observateur est placé exactement en O.

Peut-il apercevoir (sans se pencher) le point situé dans la colonne 819 et dans la rangée 1496 ?

Quels sont les points de la rangée 1496 qui lui sont cachés ?

Quelques commentaires au sujet de cette activité

Nous redonnons ici cette activité proposés dans « Points de départ » de Banwell, Sanders et Tahta (éd. Cédic, 1974) et qui a fait l'objet d'un article dans la brochure « Arithmétique en cinquième » éditée par l'Irem de Grenoble en 1979. Cette activité s'avère intéressante, étant donné l'évolution des programmes de collège dans lesquels on trouve à nouveau quelques notions d'arithmétique.

Nous avons évité comme point de départ les arbres d'une forêt. En effet la recherche de ce problème nécessite de passer très vite à sa modélisation avec des points. Cette situation est banale : étant donné un point M, il s'agit de décider si, entre O et M, il y a au moins un noeud du quadrillage aligné avec O et M ou s'il n'y en a aucun.

Dans un premier temps, certains élèves ne développent aucune stratégie particulière et utilisent une règle pour vérifier si un point choisi au hasard est vu ou caché. Ils passent ensuite à un autre point sans établir de lien particulier avec le premier. Assez vite les élèves ressentent la nécessité d'un repérage. Il est préférable d'imposer $(0 ; 0)$ comme coordonnées du point O et de numéroter les lignes et les colonnes en commençant par 0.

Il y a trois orientations de recherche particulièrement intéressantes :

- la mise en évidence des points vus et des points cachés situés sur une même ligne ou une même colonne ;
- la recherche de points cachés situés sur une même demi-droite d'origine O ;
- la recherche de noeuds du quadrillage situés sur la diagonale d'un rectangle tracé sur le quadrillage de diagonale OM, M étant le point de coordonnées $(n ; p)$.

Ces directions de recherche permettent d'effectuer des observations pouvant être réinvesties lors de l'étude de diverses notions figurant dans les programmes de collège :

- les lignes et les colonnes de points cachés constituent une bonne illustration des différentes propriétés des multiples d'un nombre ;
- l'alignement des points cachés sur une même demi-droite d'origine O est à rapprocher de la représentation graphique de fonctions linéaires ;
- l'existence et le nombre de noeuds sur la diagonale d'un rectangle de diagonale OM avec $M(n ; p)$ sont directement reliés au pgcd de n et p. La représentation le long de la diagonale de rectangles élémentaires tracés suivant le quadrillage peut être interprétée comme une recherche graphique de ce pgcd.

Quelques points *cachés* :

