ACTUALITE DE L'UTOPIE : LES MATHEMATIQUES COMME TEST, INSTRUMENT ET SYMBOLE DU PROGRES HUMAIN[1]

Jean-Pierre KAHANE
Université de Paris-Sud
Orsay

Il y a peu de temps, certains annonçaient la fin de l'histoire, le triomphe du libéralisme et la mort des utopies. Aujourd'hui d'autres nous déclarent que la compétition majeure du 21ème siècle sera celle de la matière grise, que c'est une compétition sans merci, et qu'il faut y préparer notre système éducatif. Platon est défait, Marx est aboli, et il faut porter le fer contre ce vestige de la tyrannie qu'est l'enseignement des mathématiques.

Ce langage mérite attention parce qu'il correspond à l'expérience commune : les mathématiques sont à la fois fascinantes et repoussantes, le marxisme d'État s'est effondré, le platonisme est intenable comme conception du monde. En matière sociale il faut être réaliste, accepter de vivre au rythme de la Bourse et laisser au grenier les idéaux de justice et de fraternité.

Or ce réalisme est dévastateur. Il a fait des ravages dans la jeunesse depuis vingt ans, et on voit aujourd'hui combien il est difficile de remonter la pente. Il faut changer d'optique. Et pour changer d'optique, en matière de vie sociale comme de science ou d'éducation, je me propose de revenir à l'utopie.

L'Actualité de l'utopie, on la ressent d'abord à la lecture de Thomas More, l'inventeur du terme. Donc, je commencerai par vous parler de l'Utopie avec un grand U, l'Utopie de Thomas More. Mais je vous parlerai surtout des mathématiques, des mathématiques comme utopie créatrice, et du rôle des mathématiques dans le progrès

[1] Ce texte reprend le contenu d'une conférence donnée par Jean-Pierre Kahane aux journées de l'A.P.M.E.P. de Grenoble le 25 février 1998.

humain. Le sujet est immense et je me bornerai à quelques jalons.

L'Utopie de Thomas More

Thomas More est un homme de la Renaissance. Ami d'Erasme, avocat, parlementaire, juge, apprécié dans toute l'Angleterre pour son intelligence et son intégrité, il fut choisi par Henri VIII pour occuper la plus haute charge du royaume, celle de grand chancelier. Il s'opposa au divorce d'Henri VIII, à son mariage avec Anne Boleyn, et à la suprématie d'Henri VIII sur l'Église anglaise. En 1535, à l'âge de 57 ans, il fut condamné à être pendu, exposé et écartelé ; la clémence du roi permit que More fût décapité. Voilà, en bref, la tragique histoire de Thomas More.

L'Utopie date de 1516. Utopie est une île, qui ressemble un peu à l'Angleterre, et le narrateur y a passé plusieurs années. Utopie est une république, et More emprunte beaucoup d'éléments à la République de Platon, concernant l'organisation politique et la vie sociale. Mais il va bien au-delà de Platon. D'abord, la description d'Utopie est précédée d'une longue première partie, où le narrateur analyse de façon percutante les malheurs de l'Angleterre : le nombre des délinquants et la brutalité des châtiments, l'origine de ces délinquants parmi les paysans chassés de leurs terres, les soldats licenciés, les anciens domestiques ; la responsabilité des nobles, leur luxe, leur domesticité improductive ; et enfin l'aggravation de la misère par le choix des grands propriétaires de transformer leurs domaines en pâturages à moutons pour exploiter la laine, en supprimant les terres de labour et en ruinant les paysans. Sous forme romanesque, c'est un véritable traité d'économie politique en même temps qu'un pamphlet sur l'Angleterre de l'époque. Dans la seconde partie, la description de l'heureuse île d'Utopie, l'imagination et la générosité de Thomas More apparaissent à chaque page. Je me bornerai à trois exemples. Dans l'île d'Utopie, la journée de travail est de 6 heures ; c'est bien suffisant, explique le narrateur, quand tout le monde est effectivement au travail. Dans l'île d'Utopie, l'or et l'argent sont méprisés, et réservés aux esclaves (oui, il n'y a pas de prison dans l'île, mais il y a des esclaves !). Dans l'île d'Utopie, les époux se connaissent avant le mariage ; non pas au sens biblique ou au sens actuel, mais il doivent se voir l'un et l'autre nus avant de consentir au mariage. Dans la conception du travail, de l'argent, des moeurs, Thomas More sème une graine qui n'a pas fini de porter ses fruits.

La grande nouveauté de Thomas More, c'est d'allier à l'audace du rêve la rigueur de la critique de l'état existant. En cela, il est très actuel. Nous avons toujours à allier le rêve et la conscience du réel. Nous faisons face, dans beaucoup de domaines, à un réalisme plat et aux vues courtes - je pense en particulier à la manière de traiter les problèmes d'énergie et de ressources naturelles, ou à la manière de laisser courir la bulle financière sans souci de la façon dont elle va crever. Il nous faut à la fois un inventaire critique de l'état existant, et des visées audacieuses, utopiques au sens de l'Utopie de More, pour les individus, les sociétés, l'humanité dans son ensemble. Nous avons besoin d'un solide état des lieux, et besoin aussi de nous forger, en toute matière, un imaginaire efficace.

Les mathématiques comme utopie créatrice

Chez Platon, on le sait, les mathématiques ont une place centrale. Le mathématicien, aux côtés du philosophe ou confondu avec lui, est celui qui sort de la caverne où les hommes ne voient que le reflet des choses, pour contempler en pleine lumière les choses telles que le Créateur les a voulues. Les nombres et les formes sont à l'extérieur de la caverne, et ils sont plus réels que les apparences auxquelles les hommes ont à faire dans leur vie courante, à l'intérieur de la caverne. « Un nombre premier est plus réel qu'un quark » ; ce n'est pas exactement ce que dit Platon, mais c'est bien ce que disent les platoniciens d'aujourd'hui, comme Alain Connes.

Chez Platon, les mathématiques se divisent en cinq parties : l'arithmétique, la géométrie plane, la géométrie dans l'espace, l'astronomie et la musique. Ces deux dernières sont comme des sœurs. L'harmonie des sphères fait écho à l'harmonie des sons. La géométrie dans l'espace est elle-même liée à la cosmogonie et à une sorte de chimie fantastique, où les polyèdres réguliers - tétraèdre, octaèdre, icosaèdre, cube - représentent les éléments - le feu, l'air, l'eau, la terre. Le dodécaèdre, lui, très semblable aux ballons que fabriquent les artisans athéniens, est le modèle sur lequel le Créateur a bâti le monde. Tout cela est fantastique et illusoire, sauf que.... j'y reviendrai.

Des conceptions bien différentes des mathématiques ont traversé les pays et les époques. Aristote introduit déjà la logique et le hasard. La civilisation chinoise est nourrie de la numération décimale. En Europe, Galilée, Descartes, Leibniz renouvellent l'approche des relations entre le mouvement, les nombres et les formes. Pour Fourier, « l'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques » . Et pour Jacobi, en réponse à Fourier, « le but unique de la science est l'honneur de l'esprit humain ». Auguste Comte fait de la mathématique la première et la reine des sciences. Inversement, elle est au service de toutes les sciences. A la conception platonicienne s'oppose aujourd'hui, de façon sans doute dominante, une conception utilitaire, qui a d'ailleurs sa noblesse : comme Victor Hugo le disait de la science, on pourrait dire aujourd'hui de la mathématique : « vénérons cette servante magnifique» .

Ainsi l'objet et la place des mathématiques sont-ils difficiles à préciser. Les mathématiques ont-elles pour objet l'exploration de la réalité platonicienne, l'expression des lois les plus générales de la nature, ou, dans un dynamisme totalement autonome, l'honneur de l'esprit humain ? Sont-elles au sommet des sciences, à leur base, à leur service ? Que les mathématiques soient une utopie traduit d'abord la constatation qu'au contraire des autres sciences, elles n'ont pas pour domaine un champ particulier du réel, elles sont nulle part.

Mais c'est une utopie singulièrement créatrice. L'histoire des sciences abonde en exemples de théories mathématiques ayant des applications inattendues : les coniques et les lois de Képler, l'algèbre de Boole et l'électronique, les groupes et toute la physique, la géométrie des variétés et la relativité, les espaces abstraits et la théorie de la complexité, l'intégrale de Lebesgue et les probabilités, et ainsi de suite. Le physicien Eugène Wigner a parlé à ce sujet de la « déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature» . Et on peut ajouter aux sciences de la nature bien d'autres sciences et techniques modernes.

Pour être plus explicite, j'insisterai sur trois exemples : le premier date déjà d'un demi-siècle, il s'agit des premiers ordinateurs ; le second est tout récent, c'est la chimie des fullérènes ; et le troisième est la contribution des mathématiques à la bulle financière.

Le premier exemple est bien connu. En 1936, Turing a défini, de façon purement imaginaire, un automate capable de reconnaître si une fonction est calculable ou non. C'était une prouesse logique, sans conséquence immédiate prévisible. En 1943 apparaissent les premiers ordinateurs, qui sont des réalisations de la machine de Turing. Aujourd'hui encore, à l'exception de l'informatique parallèle, toute l'informatique repose sur l'utilisation d'ordinateurs qui sont des machines de Turing. En 1936, la machine de Turing était pure utopie ; aujourd'hui, elle est partout. On a peine à imaginer meilleur exemple d'utopie créatrice, avec, dans ce cas, un délai très court entre l'idée mathématique et la réalisation effective.

Dans le second exemple, le délai est très long. Les fullérènes sont des molécules de carbone ayant une forme presque sphérique et une très grande stabilité. Les fullérènes ont été découvertes, en 1985, non pas en laboratoire mais dans le ciel, par des astrophysiciens, comme molécules interstellaires. Depuis lors, leur étude et leur fabrication ont été poursuivies activement par les chimistes, et c'est un domaine de la chimie où les applications peuvent être considérables, en particulier en biologie. Leur nom vient d'un architecte américain, Fuller, qui a construit pour l'exposition universelle de Montréal un dôme sphérique, composé de pentagones et d'hexagones - on peut la voir, depuis 1967, dans l'Île Saint-Hélène à Montréal. Dans les molécules de fullérène, les atomes de carbone sont disposés à la manière des sommets des articulations dans le dôme de Fuller. Or ce dôme lui-même est directement inspiré du dodécaèdre de Platon ; c'est un dodécaèdre complété par un pavage hexagonal. Le plus simple a 60 sommets, avec 12 pentagones et 20 hexagones, et c'est le modèle de la molécule C_{60}. Le calcul des fullérènes possibles repose d'abord sur la formule d'Euler $F+S=A+2$, ensuite sur des considérations assez savantes de théorie des groupes. L'idée, d'avoir un groupe de symétries aussi riche que possible, est d'origine platonicienne ; c'est le fondement même de sa chimie fantastique. Il est frappant de constater que le contenu mathématique de cette chimie fantastique, à plus de 20 siècles de distance, se réinvestit dans la chimie contemporaine en passant par l'architecture.

Le troisième exemple est aussi d'intérêt actuel et montre que l'efficacité peut être redoutable. Une bonne partie de la bulle financière tient à la circulation rapide de capitaux gérés par les banques, en vue de garantir les contrats de marchés à terme conclus avec des clients. Les banques appliquent une sorte de martingale, très rigoureusement définie, en fonction de l'état du marché. Ces règles d'achats et de ventes sont fixées suivant des procédés mathématiques qui reposent sur une notion d'intégrale stochastique élaborée, dans un contexte tout différent, par le mathématicien japonais Itô en 1942. L'intégrale d'Itô était une notion nouvelle et paradoxale, que les analystes ont mis très longtemps à accepter. Mais elle est devenue d'usage courant en mathématiques financières, et elle s'introduit aussi comme un outil précieux en analyse, avec des utilisations spectaculaires dans des articles très récents (Bouleau 1998 ; Janson 1997).

Le développement des mathématiques contemporaines me semble expliquer cette fécondité. Des problèmes et des notions émergent de toutes les sciences et de toutes les techniques. Une partie est susceptible de modélisation ou de conceptualisation mathématique. Sur ces modèles et ces concepts, les mathématiciens travaillent, distillent, simplifient, forgent de nouveaux concepts et de nouveaux outils. Cela, en fait, se produit depuis des millénaires, mais avec une accélération aujourd'hui. Puis, les con cepts et les outils généraux sont à la disposition d'utilisateurs imprévus, en leur économisant beaucoup de travail. Les mathématiques fonctionnent comme une noria, recevant de l'eau des sources les plus variées, et la déversant après décantation pour une grande variété d'usages.

Il convient donc de corriger un peu l'image de l'utopie. Les mathématiques sont à la fois nulle part et partout. Et plutôt que de se les figurer au sommet ou à la base des sciences, il est plus raisonnable de les voir en constante interaction avec elles. « Interactions des mathématiques » : c'est ainsi que les récents rapports de conjoncture du Comité national de la recherche scientifique (CNRS) ont présenté les mathématiques, alors que tous les autres chapitres, interdisciplinaires, mélangeaient plusieurs disciplines. Les mathématiques tirent leur puissance des interactions qui se manifestent en leur sein et avec l'extérieur. Elles viennent de partout, elles se forgent et progressent, tantôt en relation directe avec des incitations extérieures, tantôt de façon autonome, et elles se redéploient de manière souvent imprévue dans la réalité.

Le rôle des mathématiques dans le progrès humain

La notion de progrès est en crise. Le progrès des sciences est mis en question : est-il suffisant, est-il même nécessaire au progrès humain ? D'ailleurs, qu'ont à faire précisément les mathématiques dans le progrès des sciences ? Ces questions traduisent un certain désarroi. Prenons les choses simplement : en quoi les mathématiques et leur enseignement contribuent-ils au progrès des connaissances, au progrès des individus et au progrès des peuples ?

Je commencerai par une évidence : le mouvement des mathématiques comme science est l'image même du progrès sur la longue durée. Pendant 2000 ans, la démonstration du postulat d'Euclide est apparu comme un défi à la raison humaine. Puis Bolyai et Lobatchewski ont montré qu'en partant de la négation du postulat d'Euclide on pouvait dérouler une théorie qui semblait cohérente, une sorte de géométrie utopique. Alors est venu le modèle de Poincaré, montrant comment on peut construire une géométrie non euclidienne à partir d'ingrédients simples de la géométrie euclidienne. Il est vite apparu que les surfaces à courbure négative - les selles de cheval, où la somme des angles d'un triangle géodésique est inférieur à deux droits - étaient un objet géométrique fascinant. Il y a juste cent ans, Hadamard mettait en évidence sur ces surfaces un phénomène curieux : si, partant d'un point, on lance un point mobile sur une telle surface dans une direction donnée, les équations du mouvement déterminent parfaitement la trajectoire, il peut y avoir des trajectoires bornées, mais l'ensemble des trajectoires bornées correspond à un ensemble de directions qui n'a pas de point intérieur ; donc, si grande que soit la précision avec laquelle on connaît la direction initiale, il est impossible de conclure que la trajectoire correspondante sera bornée. Cette impossibilité n'est pas un aveu d'impuissance, c'est un théorème. Et Hadamard émet alors l'idée que, si une pareille analyse s'applique au problème des n corps en mécanique céleste, la question de la stabilité du système solaire peut être un problème mal posé. Il a fallu attendre 1970 pour avoir la réponse, dans le sens prévu par Hadamard, par Alexeiev. Depuis, on a développé la théorie du contrôle, grâce à quoi, à défaut de prévoir la trajectoire des missiles, on peut la corriger à tout instant. Dans une autre direction, on a développé la géométrie hyperbolique. De vieux problèmes sont résolus, d'autres problèmes surgissent, qui sont résolus à leur tour, des branches nouvelles se développent : cette histoire se répète sans cesse, dans toutes les parties des mathématiques, et elle semble plus active aujourd'hui que jamais.

Le problème de Fermat ($a^n+b^n=c^n$) a passionné des générations de mathématiciens et d'amateurs, avant d'être résolu par Andrew Wiles en 1994. Naturellement, l'énoncé de Fermat, sur la marge du traité de Diophante, disant qu'il n'avait pas assez de place pour donner la démonstration, a laissé planer l'idée qu'il avait lui-même la solution ; c'est pourquoi on parle du « théorème de Fermat » . Mais ce n'est un théorème que depuis 1994. Et le plus important, dans l'histoire de ce problème, est qu'il a donné naissance à une foule d'idées et de méthodes d'algèbre, et que la solution par Wiles établit un pont entre deux catégories d'objets qui semblaient tout à fait éloignés, les courbes elliptiques et les formes modulaires. Là encore, le plus important n'est pas la solution d'un problème, mais les perspectives que cette solution découvre.

Il reste de grands problèmes non résolus, et chaque nouvelle solution est, spectaculairement, une conquête de la connaissance, une victoire sur l'ignorance. C'est un test de la puissance des nouvelles méthodes, et un symbole de progrès de l'ensemble des capacités intellectuelles que l'humanité peut mettre en jeu. Ce n'est pas la seule voie du progrès, mais c'en est un signe incontestable.

Je viens de parler de l'humanité dans son ensemble. Mais qu'en est-il de chaque individu ? Y a-t-il réellement progrès, au cours des âges, de l'apprentissage des mathématiques par les enfants et de leur compréhension par les adultes ? Et les mathématiques qu'apprennent les enfants contribuent-elles vraiment à la formation de leur esprit ?

A mon avis, le progrès est éclatant, et il est insuffisant. Je pointerai au moins une insuffisance, mais les insuffisances ne doivent pas masquer le fait fondamental : les enfants d'aujourd'hui connaissent beaucoup plus de mathématiques que les enfants d'autrefois, et les mathématiques qu'ils apprennent contribuent de manière importante à structurer leur esprit.

Je me bornerai à la notion de nombre. Les petits enfants, comme les petits animaux, connaissent les petits nombres (Dehaene 1997). A part les petits nombres, tout est affaire d'éducation. Les nombres se comptent et se racontent, et surtout ils s'écrivent. La numération décimale, partie de Chine, a mis trois millénaires, via l'Inde et les Arabes, à conquérir l'Europe et le monde. Aujourd'hui tous les enfants du monde savent le sens de l'écriture 97+5=102, même s'ils la prononcent de façon bien différente dans les différentes langues. La numération décimale a forcé la place du zéro, et permis d'écrire de très grands nombres, qui échappent à l'intuition ; tous les enfants savent qu'on peut ajouter 1 à n'importe quel nombre, et ainsi la numération décimale est la porte ouverte vers l'infini. Partir de 0 et savoir ajouter 1, c'est l'essence de ¯, l'ensemble des entiers qu'on dit naturels mais qui me paraissent un pur produit des civilisations humaines.

Quid des nombres négatifs ? Lazare Carnot ne voulait pas qu'on les enseigne aux enfants, tellement c'est un terrain piégé. Mais nous n'avons pas le choix, les enfants aujourd'hui connaissent les thermomètres et les ascenseurs, ils sont en attente de la notion de nombre négatif. Il faut bien l'enseigner, il faut que les enfants comprennent, et on y arrive.

Quid des nombres décimaux, des longues écritures décimales, des puissances de 10 ? Il y a un siècle, c'était des connaissances de spécialistes. Aujourd'hui, les calculettes y donnent accès à tous les enfants et créent l'attente d'une théorie des nombres réels, de l'exponentielle, du logarithme. Beaucoup d'enfants y accèdent, et cela élargit de manière bouleversante les cadres de leur esprit.

J'ai parlé d'insuffisance. Je pense, précisément, à l'attention à la formation de l'esprit. Les mathématiques ne sont pas une collection d'objets et de recettes, mais un ensemble structuré, cohérent, solide. Cela doit se traduire, dans chaque partie qu'on enseigne, et à tous les niveaux. C'est la démonstration qui, dans chaque domaine des mathématiques, assure cette cohérence et cette solidité. Il faut donc que tous les enfants, au niveau du lycée au moins, sachent ce qu'est une démonstration mathématique ; c'est non seulement la garantie qu'ils saisissent en quoi consiste le ciment des mathématiques, mais aussi l'initiation, précieuse dans tous les domaines, au raisonnement logique.

Si je me tourne maintenant vers les progrès à venir, il me semble que nous pourrions viser à donner à chaque adolescent cette expérience unique de la contemplation et de la découverte, de la preuve ou de la contre-épreuve, que donne la recherche mathématique et qui fait son charme. C'est sans doute en mathématiques que, le plus tôt et le plus naturellement, les enfants et les adolescents peuvent faire l'expérience intellectuelle de la recherche scientifique. C'est déjà le cas aujourd'hui pour nombre d'entre eux. Nous pouvons viser à faire partager ce plaisir à beaucoup.

« Pour l'enfant amoureux de cartes et d'estampes, l'univers est égal à son vaste appétit » , disait Baudelaire. Aujourd'hui, qu'est-ce qui tient lieu des cartes et des estampes ? Sans doute, pour une part, la télévision et internet. Mais, pour l'enfant amoureux de télévision et d'internet, l'appétit peut être aussi bien stimulé que tué, par indigestion. Plus sûrement et plus poétiquement, les cartes et les estampes d'aujourd'hui, ce sont les formes et les nombres. L'Univers mathématique des formes et des nombres est plus vaste encore que ne l'imaginait Platon, parce qu'il est sans cesse créé et remodelé par les hommes. C'est un champ illimité pour l'imaginaire de l'enfant et pour la curiosité des hommes. Baudelaire, au terme de son voyage, était déçu que le monde fut si petit. Il n'y a pas de voyage mathématique qui puisse apporter une telle désillusion. Un monde où la curiosité serait morte ne serait plus un monde humain, mais la mathématique est garante que la curiosité humaine aura toujours à s'exercer.

Enfin je voudrais vous parler du rôle des mathématiques dans le progrès des peuples. Ici, les insuffisances et les dysfonctionnements sont criants. Dans certains pays pauvres, la scolarité est insuffisante. Dans d'autres pays pauvres, la scolarité est bonne, elle produit de bons mathématiciens, et les bons mathématiciens vont travailler dans les pays riches. Et cependant, les mathématiques sont un instrument précieux pour le progrès des peuples.

Un enseignement mathématique de qualité existe dans beaucoup de pays, indépendamment de leur niveau de vie. A côté de cet enseignement se développe souvent un secteur ludique, fait de jeux, d'activités collectives, de compétitions. Ces compétitions peuvent être très larges, comme la compétition mathématique australienne, ou très pointues, comme le concours général en France, avec parfois, comme en Roumanie, une structure pyramidale avec plusieurs étages. Les Olympiades mathématiques internationales, où chaque pays délègue six candidats, constituent une compétition sportive de très haut niveau, tout à fait comparable aux Olympiades sportives. L'assise internationale est très vaste : il y avait en 1997, à Mar del Plata en Argentine, 82 pays représentés. On n'en parle pas beaucoup en France, mais c'est un grand événement dans beaucoup de pays, en particulier dans les pays pauvres qui obtiennent de bons résultats. Voici, en 1997, les dix premiers pays dans le classement : 1 Chine, 2 Hongrie, 3 Iran, 4 États-Unis et Russie, 6 Ukraine, 7 Bulgarie et Roumanie, 9 Australie, 10 Viet Nam. La France vient en 31ème position, ce qui mérite examen et a amené la Société mathématique de France à prendre des initiatives pour améliorer le niveau de la sélection française.

Même si les Olympiades ne sont pas un reflet fidèle du niveau de l'enseignement mathématique des lycées dans les différents pays, le classement que donnent les Olympiades internationales a sa valeur. Des pays pauvres ou mal connus peuvent se révéler capables de dégager de véritables talents mathématiques, et ils en tirent une légitime fierté.

Dans la période de l'entre-deux guerres, entre 1919 et 1939, les écoles mathématiques polonaise et hongroise ont étonné le monde, et contribué à la fierté nationale de la Pologne et de la Hongrie devenus récemment états indépendants. Que les mathématiques puissent contribuer aujourd'hui à établir une autre hiérarchie des valeurs que les PNB ou les cotations en Bourse me paraît, déjà, pouvoir être porté à leur actif.

Reste la question essentielle. Quel est le profit réel que les pays retirent du niveau de leur enseignement, et en particulier du niveau de leur enseignement en mathématiques ? Si les meilleurs étudiants vont faire leurs études dans les pays riches et si les meilleurs des meilleurs s'y installent, l'éducation fonctionne comme une pompe à drainer les cerveaux. Il s'agit donc de permettre aux étudiants d'étudier chez eux, et de permettre aux chercheurs de vivre et de travailler dans leur pays. Parmi les sciences, les mathématiques peuvent avoir à cet égard un rôle pilote, pour deux raisons. La première est qu'une grande partie des enseignements supérieurs nécessite un apprentissage spécifique en mathématiques : c'est le développement nécessaire des mathématiques enseignées comme discipline de service. La seconde est que les chercheurs en mathématiques voient maintenant, avec le développement de l'informatique et des télécommunications, la possibilité de sortes de laboratoires sans murs où des mathématiciens isolés puissent, en restant et en travaillant chez eux, être pleinement partie prenante d'une vie scientifique en prise sur les avancées actuelles.

Vous le voyez, il s'agit encore de vues utopiques, mais d'une utopie qui peut imprégner le réalisme de demain et l'action à mener aujourd'hui.

Le titre de cet article était un peu provocateur : les mathématiques ne sont pas seulement l'étendard du progrès, et je pense l'avoir indiqué au cours de l'exposé. Mais elles sont, pour une part, un étendard du progrès , et en tous cas un enjeu de civilisation. Je serais heureux si chacun d'entre nous pouvait saisir que la place que nous occupons, tous ensemble, est importante pour l'avenir du monde.

Références

N. BOULEAU : *Mathématiques et marchés financiers. 1998.*

S. JANSON : *J. Funct. Anal.* 1997.

S. DEHAENE La bosse des maths. 1997