

# LE PROBLÈME OUVERT COMME MOYEN POUR RÉCONCILIER LES FUTURS PROFESSEURS D'ÉCOLE AVEC LES MATHÉMATIQUES

Annie PEIX et Claude TISSERON,  
LIRDHIST, UCB Lyon1

## 1. Introduction

Le but de cet article est de faire part des résultats d'une recherche conduite en 1996/97, dans le cadre d'un mémoire de DEA de didactique des mathématiques. Il s'agissait de s'interroger sur le devenir du problème ouvert, innovation pédagogique due à l'initiative de formateurs de l'Irem de Lyon dans les années 1980.

De nombreuses expérimentations, principalement en Collège, dûment étayées par une recherche, ont abouti à l'élaboration de l'ouvrage "Problème ouvert et situation-problème" (Arsac et al., 1988), qui est la référence de cette étude. Cet ouvrage fournit une analyse détaillée de ces deux types de situations de classe, en insistant sur la gestion de la classe et le rôle de l'enseignant, facteurs déterminants pour l'atteinte des objectifs.

La question à l'origine de cette étude se place dans une problématique de "transfert d'innovation". Elle consiste à se demander si le problème ouvert est encore utilisé, par qui, et avec quels objectifs. Nous avons choisi d'étudier cet usage dans le cadre de la première année de formation de professeurs d'école à l'IUFM de l'Académie de Lyon.

Deux faits ont conduit à s'intéresser à l'usage du problème ouvert dans ce cadre :

- plusieurs des formateurs Irem ayant participé à la genèse, à l'expérimentation, et même à la recherche-production autour du problème ouvert, ont actuellement des responsabilités en formation de professeurs d'école. Plusieurs d'entre eux utilisent dans ce contexte des problèmes ouverts.

- à l'école élémentaire, les instructions officielles font une place importante à l'activité de résolution de problèmes, et parmi ceux-ci au problème dit "de recherche". Parmi les compétences à développer dans ce domaine, on retrouve celles qui sont visées en problème ouvert.

L'objet problème ouvert est ainsi considéré dans cet article sous diverses facettes. Historiquement (3.1), il s'agit d'une innovation pédagogique caractérisée ensuite comme une pratique de classe spécifique. L'objet de l'article est de présenter la façon dont cette *pratique de classe* est transposée en *pratique de formation* de professeur d'école, par certains formateurs de mathématiques de l'IUFM de Lyon.

Dans ce cadre, le problème ouvert apparaît principalement utilisé comme outil de formation des stagiaires futurs professeurs d'école (fin 6 et 7), sans être cependant un objet de savoir.

## 2. Les stagiaires professeurs d'école et les mathématiques

Une courte enquête réalisée auprès de formateurs de professeurs d'école à l'IUFM, fait apparaître que le niveau en mathématiques de la plupart des étudiants est souvent jugé peu satisfaisant. Plus que les performances, l'idée que les étudiants se font des mathématiques préoccupe les formateurs. Ceux-ci disent avoir couramment observé chez les étudiants de première année un sentiment d'échec ancré depuis parfois longtemps, ou bien la conviction que faire des mathématiques est une activité qui se résume soit à choisir, puis appliquer la bonne formule, soit à effectuer des raisonnements de type déductif, vus comme des exercices de pure forme, dénués de signification, et par là avant tout contraignants. Par ailleurs, d'importantes lacunes rendent problématique l'acquisition des connaissances et compétences visées.

Or le temps de la formation de première année en mathématiques est limité à cent heures, et les enjeux sont de taille. En un an, le formateur de première année doit :

- assurer la préparation à l'épreuve de mathématiques du concours, tant pour le volet mathématique que pour le volet didactique,
- assurer la formation de futurs enseignants qui auront la responsabilité de faire faire des mathématiques à leurs élèves, et si possible de les faire réussir.

C'est alors un changement profond de la manière dont les étudiants voient et vivent les mathématiques qui est à provoquer. Ceux-ci doivent, en fin d'année, avoir confiance dans leurs capacités à résoudre des problèmes, savoir conduire une recherche, contrôler leurs résultats. Ils doivent être préparés à communiquer cette confiance, et, pourquoi pas, le plaisir ressenti, à leurs futurs élèves.

Comment les formateurs traitent-ils ces questions de formation ? Une des réponses apportées consiste à utiliser la pratique du problème ouvert. L'objet de cette étude est de dire pourquoi et comment.

Commençons par rappeler brièvement comment le problème ouvert est décrit dans notre ouvrage de référence, et ce qui fait sa spécificité.

### 3. Le problème ouvert, en bref

#### 3.1. Bilan de la pratique en collège

##### 3.1.1 Organisation du travail pour les élèves.

Le problème ouvert est une pratique de classe qui a pour but de recréer, toutes proportions gardées, une activité comparable à celle du mathématicien. Les objectifs sont d'ordre méthodologique: acquisition par les élèves d'une démarche dite "scientifique", favorisant essais, organisation, repérage de régularités, formulation de conjectures, tentatives de preuve ou de démonstration.

Le problème ouvert peut être utilisé par l'enseignant pour favoriser chez les élèves l'apparition d'un type de comportement qu'il attend de leur part en résolution de problèmes: chercher et persévérer dans cette recherche, faire preuve d'initiative, d'originalité, assurer la responsabilité de la validité de sa solution. De plus, le problème ouvert offre à l'enseignant la possibilité de prendre en compte et d'exploiter les différences entre élèves.

Par quels moyens ?

- Le choix d'un *type d'énoncé*, adapté au public.

L'énoncé est court, n'induit pour les élèves ni une méthode de résolution connue, ni une solution (celle-ci ne résulte pas de l'application immédiate d'une propriété). Par ailleurs, l'énoncé doit permettre à tous de s'engager dans des essais, des projets de résolution, fut-ce avec des stratégies très élémentaires : le problème se trouve dans un domaine conceptuel suffisamment familier aux élèves.

- Un *scénario spécifique*

Celui-ci s'organise autour d'un processus de dévolution : l'enseignant doit faire en sorte que les élèves se sentent responsables de mener la recherche, puis d'assumer le caractère de vérité des solutions. C'est la classe qui, lors d'un débat, décide de la part du vrai et du faux dans chaque solution :

- familiarisation avec le problème, où l'enseignant, surtout en collège, vérifie la bonne compréhension de l'énoncé,
- recherche individuelle,
- recherche en groupes, élaboration d'une solution commune,
- débat sur les solutions : *toutes* les solutions sont débattues, la part de vérité de chacune est à établir par les élèves. L'enseignant ne donne son point de vue qu'à la fin du débat.

La conclusion porte sur des aspects qui sont aux choix de l'enseignant, en fonction de ses objectifs, mais aussi des productions et du débat: méthodes de recherche utilisées, notions mathématiques apparues, travail à partir d'erreurs, travail sur le vrai et le faux, sur la preuve...

##### 3.1.2 Importance du travail de l'enseignant

La réussite de la séquence (les élèves jouent le jeu, acceptent le nouveau contrat : ils s'investissent dans la recherche, assument ensuite la responsabilité de leur solution devant

la classe), repose sur l'enseignant, dont le rôle est déterminant. Pendant la recherche, il faut encourager sans pour autant guider, inciter à persévérer sans que les élèves puissent s'appuyer sur des indications de validité. Pendant le débat, il faut organiser la confrontation des solutions, gérer l'échange d'arguments entre élèves, et tenter de maintenir l'implication de chacun, sans pour autant laisser percevoir une quelconque appréciation des solutions ou des arguments émis.

Une telle organisation de séquence est coûteuse pour l'enseignant :

- d'une part, en temps investi, temps de préparation pour lui, temps d'enseignement pour les élèves, alors qu'une connaissance nouvelle n'est pas nécessairement introduite ;

- d'autre part, en risques pris, car on sait d'avance qu'on va se heurter aux difficultés suivantes :

- d'abord, les difficultés particulières de gestion, évoquées plus haut ;
- de plus, si les élèves s'investissent volontiers dans la recherche, l'implication de tous dans le débat est beaucoup plus difficile à maintenir ;
- par ailleurs, l'incertitude existe quant aux solutions produites, puis validées par les élèves: ceux-ci peuvent très bien se mettre d'accord sur des résultats erronés ;
- enfin des difficultés peuvent surgir pour faire ressentir la nécessité d'une preuve, pour obtenir une preuve acceptable au niveau de la classe.

Notons que l'expérience de la conduite de ces situations, tant au plan de la gestion des interactions que de la gestion des propositions faites par les élèves, accroît la compétence à les gérer et diminue ainsi la part de risques pris.

S'engager de façon répétée dans un tel projet suppose donc de la part de l'enseignant la ferme conviction de son utilité pour ses élèves d'une part, et de sa propre capacité à le conduire avec un certain succès d'autre part. "Avec succès" signifie que l'enseignant pense pouvoir atteindre ses objectifs dans une mesure acceptable.

Qu'est-ce qui peut emporter cette adhésion ?

Au delà du développement de compétences en matière de résolution de problèmes, certains effets furent fréquemment observés. Et en particulier, un changement, favorable, de la façon dont les élèves vivent et voient les mathématiques. Ils découvrent en effet une façon de faire des mathématiques différente de la pratique habituelle, qui les amène à porter un regard plus confiant sur leur capacité à résoudre des problèmes. Par exemple, certains élèves, après une recherche de problème ouvert, racontent qu'ils se sont toujours demandés comment certains inventaient des théorèmes, et ils ont eu l'impression que Thalès avait dû procéder comme eux. Ils disent à ce propos : "il faut trouver quelque chose qu'on ne sait pas faire, on essaye divers trucs, et il y en a un qui marche ! et c'est formidable" (Feuille à problèmes, 1985, n° 16). Ce sont chez des élèves jusque-là peu intéressés par les mathématiques que de telles observations ont été faites. Ceux-ci peuvent changer radicalement d'attitude, voire prendre du plaisir à chercher des problèmes, et une séance suffit, parfois, à provoquer ce changement.

Ces effets ont été remarqués : sur demande du Ministère de l'Éducation Nationale, au moment des opérations nationales d'évaluation en CE et 6° (à partir de 1990 environ), le problème ouvert a été utilisé comme outil de remédiation. Il s'agissait de réconcilier des élèves en difficulté avec les mathématiques.

### 3.2. Des usages possibles en formation de PE

De tels effets, parfois spectaculaires, peuvent être intéressants en formation initiale de professeurs d'école, par rapport à la question de formation évoquée au paragraphe 2, celle du "changement profond de la manière dont les étudiants voient et vivent les mathématiques". Une raison du changement observé en collège est la conduite d'une activité de recherche effective et gratifiante. L'obtention d'un tel changement est-elle spécifique du problème ouvert ? La situation-problème<sup>1</sup> est, elle aussi, fondée sur l'activité du mathématicien. Elle permet en outre d'introduire une connaissance nouvelle, ce qui constitue un gain de temps<sup>2</sup>. Une situation-problème ne permettrait-elle pas d'obtenir en formation des effets comparables à ceux observés en problème ouvert au collège ?

Une différence essentielle distingue les deux situations, décrites du point de vue d'un sujet didactique, élève de collège ou étudiant à l'IUFM.

En situation-problème, l'objectif est l'acquisition par le sujet d'une connaissance nouvelle, basée sur l'insuffisance de celles dont il dispose. La connaissance visée est l'outil le plus adapté à son niveau pour résoudre le problème: c'est en quelque sorte un "passage obligé" pour le sujet, sans que celui-ci le perçoive, si toutefois le processus se déroule bien comme le prévoit l'enseignant.

En problème ouvert, un point important est la diversité, l'originalité des solutions et des stratégies. Il s'agit ici que le sujet se sente conforté dans sa façon personnelle d'aborder le problème, d'inventer et de mettre en oeuvre ses propres stratégies, de défendre sa solution. Aucune conformité à une stratégie, fut-elle plus efficace, n'est attendue. L'enseignant cherche ici, de façon implicite, à provoquer chez les sujets apprenants un certain type de comportement en résolution de problèmes, que nous avons décrit en 3.1.1 pour le collège.

Les attentes de l'enseignant diffèrent : les contrats<sup>3</sup> ne sont pas les mêmes.

Le contrat de la situation problème ouvert est composé autant de la répartition explicite des rôles décidée par l'enseignant que de ses attentes implicites en termes de comportement des élèves ou des étudiants en situation de recherche. C'est lui qui fonde la spécificité du problème ouvert, vis-à-vis de toute autre situation de recherche de problème, situation-problème comprise.

Ce qui est en jeu dans le choix d'un enseignant qui organise un problème ouvert, c'est sa vision des mathématiques, et la façon dont il souhaite que ses élèves ou étudiants vivent les mathématiques, ce qu'il tente d'obtenir par le biais du contrat particulier correspondant à cette situation de résolution de problèmes.

---

<sup>1</sup> R. Douady, reprenant les travaux de Brousseau, a énoncé les caractéristiques de ces situations (Cahiers de didactique des maths, n° 6 et 7, IREM Paris VII), dont l'un des objectifs est de permettre aux élèves de construire de nouvelles connaissances.

<sup>2</sup> Enfin, elle est officiellement mentionnée dans les programmes de l'IUFM, comme situation de classe que les stagiaires doivent être capables d'analyser, dont ils doivent savoir préciser le rôle, mais dans le registre des objets de savoir, et non pas des pratiques de formation des formateurs.

<sup>3</sup> contrat didactique : "ensemble des règles, pour une grande part implicite, qui déterminent les rôles respectifs du maître et de l'élève, dans la classe, par rapport à un savoir" (d'après Brousseau, 86).

Les différences entre la situation-problème et la situation de problème ouvert vont se retrouver dans le cadre de leur utilisation par les formateurs de professeurs d'école de l'IUFM de Lyon, dont nous avons étudié la pratique à cet égard. Quel contrat ces formateurs tentent-ils de provoquer en résolution de problèmes, grâce au problème ouvert? C'est ce que nous tentons d'établir et de comprendre.

#### 4. Méthodologie

Nous nous intéressons maintenant à l'usage du problème ouvert en formation de professeurs d'école.

Le cadre théorique est celui de la transposition didactique, phénomène mis en évidence par Verret (1975), repris et analysé par Martinand (1982) et Chevallard (à partir de 1985).

Tout contenu d'enseignement ou toute pratique professionnelle fait référence à un savoir (ou à une pratique) socialement reconnu, qui le légitime (Arsac et al., postface de Chevallard, 1994). Pour être enseignable, ce savoir de référence ou cette pratique ("savoir savant", au sens de Chevallard), doit être organisé, et subir des transformations, qui sont l'effet des contraintes de faisabilité. On constate donc un écart entre "savoir savant", "savoir à enseigner" (programmes et commentaires), et "savoir enseigné". L'hypothèse de Chevallard est qu'il est possible d'étudier les lois de fonctionnement à l'oeuvre dans ces transformations, d'identifier les acteurs de la transposition, et les différentes contraintes qui s'exercent.

Les travaux de Tavignot (1991, 1993), s'appuient sur la triple dimension du processus de transposition : outre la référence au savoir, et l'aspect sociologique, c'est la dimension psychologique du processus qui est prise en compte dans l'analyse. Selon l'auteur, ce "phénomène [résulte] d'actions plus ou moins volontaires d'acteurs", et "la psychologie des acteurs impliqués dans la transposition demande que soient prises en compte leurs représentations des savoirs, des élèves et des pratiques d'enseignement". Cette dernière dimension contribue à expliquer les résultats obtenus.

Ici, c'est d'abord de la transposition d'une pratique professionnelle qu'il s'agit. Pour le préciser, reprenons le schéma et les termes définis par Chevallard à ce propos (1994).

La pratique P du problème ouvert en collège, telle qu'elle est définie dans notre ouvrage de référence, est un exemple particulier des pratiques développées dans l'enseignement à propos des situations de recherche de problème. A ce titre, sa mise en oeuvre requiert des savoirs qui sont des savoirs professionnels S, relatifs à l'organisation et à la gestion des situations de recherche de problème, et plus spécifiquement de problèmes ouverts : soient SPBO ces savoirs.

Une telle pratique P(SPBO) n'est pas institutionnellement objet d'étude à l'IUFM, en professorat d'école. Cependant, les étudiants futurs professeurs d'école auront à organiser et à gérer des situations de recherche de problème, et à étudier les savoirs

correspondants. L'hypothèse sur laquelle s'appuient certains formateurs, fréquemment utilisée en formation initiale et continue, est que pour mettre en oeuvre plus tard des situations de recherche de problème comme enseignant, les stagiaires doivent avoir vécu, comme étudiants de mathématiques, des situations analogues. C'est d'abord dans ce cadre, pour mettre leurs étudiants en situation de recherche de problème, que des formateurs de l'IUFM font le choix d'utiliser la pratique du problème ouvert, P(SPBO), parmi celles qui sont à leur disposition. Ils adaptent alors cette pratique à leurs objectifs et à leur propre fonctionnement, pour en faire un outil de formation. Ce faisant, ils opèrent la transposition didactique de P(SPBO) dans l'institution IUFM.

S'il y a étude à l'IUFM des savoirs SPBO relatifs à l'organisation et la gestion de problèmes ouverts à l'école élémentaire, c'est alors d'une transposition de savoirs qu'il s'agit. Mais nous verrons que cet aspect est très peu développé. Nous revenons ci-dessous (paragraphes 5 et 6) sur ces deux utilisations possibles : outil de formation et objet de savoir.

#### **4.1. Le problème ouvert comme référence**

La pratique de référence est ici le problème ouvert tel qu'il est décrit et analysé dans notre ouvrage de référence (ci-dessus, 3). Notre cadre théorique impose d'analyser les conditions qui ont conféré sa légitimité à cette pratique au collège, celles qui sont susceptibles de légitimer son usage actuel, voire son étude comme objet, en formation initiale de professeurs d'école.

#### **4.2. L'étude de la mise en oeuvre du problème ouvert en formation**

Notons ici qu'on ne peut à proprement parler de "savoir à enseigner". Le problème ouvert n'a jamais officiellement été mentionné dans les programmes de l'IUFM. Mais son usage comme pratique de formation apparaît pertinent compte tenu de l'importance donnée à la résolution de problèmes dans les programmes de l'école élémentaire (voir paragraphe 5), et du travail de formation à conduire à ce sujet. On passe donc ici directement de la pratique de référence à l'usage qui en est fait à l'IUFM.

Le dispositif d'étude consiste en un questionnaire adressé à dix des formateurs<sup>4</sup> de professeurs d'école de l'IUFM de l'Académie de Lyon. Des entretiens précisent et complètent les réponses obtenues. Les formateurs sont choisis parmi ceux qui ont participé à la mise en place de l'innovation problème ouvert ou à la formation d'enseignants à cette pratique.

Le questionnaire est basé sur l'examen du type de problème ouvert choisi par les formateurs et des raisons qui ont présidé à ce choix. Des questions sont posées en référence à la mise en oeuvre spécifique d'un ou de deux problème(s) ouvert(s) choisis par chaque formateur. Elles ont pour but de permettre de cerner constantes ou disparités dans les différents usages, et en particulier dans le type de contrat que négocie chaque formateur lors du problème ouvert, tant dans sa part implicite que dans sa part explicite. En outre, l'analyse doit faire état des ressemblances et des écarts entre la pratique de référence et sa transposition.

---

<sup>4</sup> Il y a une vingtaine de formateurs.

Une étude de cas complète ce dispositif. Nous ne l'évoquons ici qu'en conclusion.

### 4.3. Les contraintes qui expliquent la transposition

L'analyse des contraintes et de leurs interactions explique les caractéristiques de la pratique du problème ouvert telle qu'elle est transposée, c'est-à-dire des modes d'utilisation du problème ouvert en formation. Certaines des contraintes sont favorables à l'utilisation du problème ouvert en formation de professeurs d'école (la nécessité de faire réussir les stagiaires, par exemple), d'autres agissent en sens inverse (c'est le cas de la contrainte temporelle). La dimension psychologique du processus de transposition explique les différences entre formateurs.

### 4.4. Conclusion

Il s'agit de faire le point sur l'usage du problème ouvert en formation de professeurs d'école à l'IUFM de l'Académie de Lyon. Comment la situation est-elle modifiée par les formateurs pour pouvoir s'insérer durablement dans leurs pratiques? Nous envisagerons les deux points de vue évoqués en fin de paragraphe 2, celui de la formation en mathématiques, celui de la formation à l'enseignement des mathématiques.

- Quelle utilisation est faite de l'outil problème ouvert ? pour quels objectifs ?
- Le problème ouvert est-il pris comme objet d'étude ? sous quel angle ?

Nous ne développerons ici que les principaux résultats de l'étude des réponses au questionnaire.

## 5. Le problème ouvert comme référence : légitimité

La légitimité de l'étude, en formation initiale, du problème ouvert comme exemple de pratique de classe, ainsi que son usage comme outil, se fondent sur plusieurs points, que nous évoquons sans les développer:

- un choix épistémologique: la référence à l'activité du chercheur. Le fait de recréer une activité qui fait parcourir aux étudiants certaines des étapes du processus de recherche scientifique en mathématiques légitime le problème ouvert comme outil, par rapport à la discipline.

Mais peut-on enseigner les mathématiques sans avoir réfléchi sur la nature de cette activité, sans avoir analysé le processus de résolution ? Ce point de vue légitime l'étude du problème ouvert comme *objet de savoir* en formation.

- une compatibilité avec des hypothèses d'apprentissage de type constructiviste (rôle de l'action dans la construction des connaissances);

- des effets observés en termes de changement de rapport aux mathématiques. Si de tels phénomènes sont bien observés en formation, cela suffit à légitimer le recours au problème ouvert comme outil.



Ces trois premiers points légitiment l'usage du problème ouvert comme objet de savoir et comme outil de formation.

L'étude du problème ouvert comme objet de savoir est aussi légitimée par :

- l'articulation avec la recherche en didactique, particulièrement pour ce qui est du rôle du professeur ; ainsi se trouve respectée l'une des contraintes de compatibilité énoncées par Chevallard, (le savoir enseigné ne doit pas être trop éloigné du savoir savant);

- l'importance donnée à la résolution de problèmes, et parmi eux aux problèmes dits "de recherche", dans les programmes et instructions officielles à l'école élémentaire. On peut lire dans ces dernières qu'il convient de développer chez les élèves de l'élémentaire des capacités à "élaborer une démarche originale, dans un véritable problème de recherche, c'est-à-dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée"(sic).

Si le problème ouvert vit effectivement en formation de professeurs d'école, il est modifié, comme tout objet transposé, en raison des contraintes particulières que doit gérer chaque formateur. De quelle façon? C'est ce que permettent de cerner les informations recueillies lors du dépouillement du questionnaire.

## 6. Le problème ouvert, tel qu'il est utilisé en formation

L'analyse des résultats du questionnaire fait apparaître des constantes dans l'usage de la plupart des formateurs, dans ce qui est conservé de la pratique de référence, comme dans ce qui est modifié. Ce que nous exprimons ici, ce sont les grandes tendances, qui n'excluent pas les particularités.

Toutes les réponses ont trait à l'utilisation du problème ouvert en première année de formation.

Les réponses obtenues soit dans le questionnaire, soit dans les interviews, montrent que ce qui est en général *conservé* du problème ouvert, ce sont :

- les caractéristiques de l'énoncé, en fonction du public, qui permettent la mise en route d'une "démarche scientifique" (au sens évoqué), et la diversité des stratégies,
- le processus de dévolution du problème,
- la négociation d'un contrat spécifique, dans sa part implicite, celle qui concerne le comportement attendu en résolution de problèmes, et dans sa part explicite, les stagiaires étant rendus responsables de la recherche d'une solution et de la validité du résultat,
- la gestion de la phase de recherche,
- la prise en compte de toutes les productions pour le débat,
- la souplesse quant aux objectifs et à la conclusion.

Pour un formateur donné, la plupart de ces éléments - principalement les trois premiers - sont présents, les autres éléments varient d'un formateur à l'autre.

Ce qui est *modifié* :

- dans l'usage comme *outil* :
  - une majorité de formateurs utilise le problème ouvert avant tout pour *réconcilier les stagiaires avec les mathématiques par le biais d'un contrat spécifique*.
  - le problème est alors choisi pour lever l'incertitude sur la phase de conclusion: c'est-à-dire pour permettre l'accès de tous à une solution, même avec des stratégies très élémentaires, et l'accès à divers niveaux de preuve,
  - la gestion du débat est alors souvent allégée.

- pour l'étude de l'*objet* :

La situation vécue est toujours exploitée, surtout dans l'objectif de l'acquisition de savoirs et savoirs-faire didactiques, pour la préparation au concours.

Un retour sur l'activité mathématique est parfois mentionné, dans une visée de formation professionnelle.

La gestion, le rôle du maître, sont parfois l'objet de réflexions, d'échanges avec les stagiaires, mais un seul formateur mentionne une expérimentation effective par les stagiaires, avec comme objectif un apprentissage de la technique de gestion de classe.

Les résultats montrent que les formateurs utilisent *le problème ouvert comme outil* de formation, dans le but de *modifier le rapport aux mathématiques des stagiaires*. L'étude de l'objet, c'est-à-dire le problème ouvert comme pratique d'enseignement sur laquelle les stagiaires auraient à travailler comme exemple de conduite de classe, ou dont ils devraient acquérir la technique, est peu présente.

## 7. La gestion des contraintes

### 7.1. Le problème ouvert comme outil

Pour atteindre leur objectif prioritaire, les formateurs organisent la situation pour lever un certain nombre des difficultés évoquées plus haut (3.1.2), liées à la mise en oeuvre d'un problème ouvert.

C'est un contrat en rupture avec le contrat habituel en résolution de problèmes que les formateurs négocient avec leurs stagiaires.

Que prévoit le nouveau contrat en problème ouvert ?

- D'abord, que chaque stagiaire s'investisse, dans une recherche qui nécessite toute son inventivité, et qu'il persévère jusqu'à trouver une solution. Ici, il ne s'agit pas d'appliquer mais de faire preuve d'initiative. Puis, chacun doit assumer, avec le seul secours de son groupe, la validité du résultat, devant les autres.

- Quant au formateur, il doit adapter choix des variables et objectifs, organiser puis gérer la situation, ce qui demande temps, énergie et compétence.

Outre les risques liés à la gestion pour le formateur, évoqués au paragraphe 3.1.2, il y a ici un risque pour les stagiaires : c'est la façon dont ils vivront ultérieurement les mathématiques qui est en jeu.

Il faut donc que chacun y gagne, stagiaire et formateur : il faut que le stagiaire réussisse, qu'il ne soit pas bloqué dans sa recherche, qu'il produise solution et preuve, validées tant par ses pairs que par l'institution. Ce faisant, bien souvent, il *s'étonne* lui-même !

Pour ce faire, le choix de l'énoncé<sup>5</sup>, en fonction du niveau mathématique des stagiaires, est une variable capitale pour l'atteinte de l'objectif, laquelle passe par la possibilité, pour le formateur, de permettre la dévolution du problème. Ce choix commande :

- la possibilité de faire des essais, des conjectures,
- l'accès à des solutions, même avec des stratégies très élémentaires,
- l'accès à plusieurs niveaux de preuve.

Ce sont ces conditions qui lèvent l'incertitude liée à la conclusion, et un certain nombre de difficultés évoquées plus haut (3.1.2). Elles rendent possible, sans trop de risques, la gestion du processus de dévolution.

Restent la contrainte temporelle, et celle des connaissances à acquérir pour le concours. C'est pourquoi les formateurs font un usage ponctuel du problème ouvert, en début d'année, pour bénéficier des effets produits.

Cette organisation prend en compte l'enjeu de formation d'enseignants en tant que responsables du savoir mathématique dans leur classe. En problème ouvert, le sujet n'est pas cantonné dans sa place habituelle de sujet qui constate, vérifie, applique. Il doit assumer la responsabilité d'abord de trouver, puis de prouver son résultat: il devient, pour un temps, responsable du vrai et du faux, devant les autres et devant le formateur. On lui demande de *savoir*, et de savoir seul. La rupture de contrat ainsi organisée ouvre au stagiaire la possibilité d'accéder à une *place par rapport au savoir*<sup>6</sup> qui est habituellement celle de l'enseignant, place qu'il devra un jour être capable d'assumer pleinement.

## 7.2. Le problème ouvert comme objet d'étude

Le programme de l'école élémentaire prévoit que soient proposés aux élèves divers types de problèmes, en particulier des problèmes dits "de recherche". L'organisation de situations de classe correspondantes suppose la maîtrise d'outils didactiques. C'est dans cet esprit que les formateurs font un retour sur la situation vécue, pour en analyser d'une part certaines variables, d'autre part le fonctionnement (gestion, rôle du maître), avec comme visée autant la préparation au concours que la visée professionnelle.

Les difficultés de gestion du problème ouvert posent la question de l'appropriation de savoirs-faire correspondants : celle-ci n'est pas requise la première année, mais pose un problème de transposition partout présent en formation d'enseignants. D'une façon plus générale, comment apprend-on à gérer un processus de dévolution ? Cette question appartient à un champ de recherche encore largement ouvert aujourd'hui (Portugais, 1995).

---

<sup>5</sup> Nous indiquons en annexe les énoncés mentionnés par les formateurs.

<sup>6</sup> Chevillard, 91, p. 75.

## 8. Synthèse

### 8.1. Usage spécifique du problème ouvert

Actuellement, on observe une vie de la pratique problème ouvert en première année de formation de professeurs d'école, dans l'Académie de Lyon, au prix de conditions qui en assurent le fonctionnement. Ces conditions, qui préservent l'autonomie du formateur, sont pilotées par le choix de l'énoncé, variable essentielle de la situation. L'objectif est d'*impulser un changement de rapport aux mathématiques*, ce qui correspond à un besoin à ce niveau.

Arrêtons-nous un instant sur ce qu'on peut ici entendre par "rapport aux mathématiques". Pour nous, il s'agit de l'ensemble de toutes les relations qu'entretient un sujet avec l'objet "faire des mathématiques", "apprendre des mathématiques", ce que Chevallard (1989) modélise par le concept de rapport personnel :

"De ce rapport personnel [d'un individu à un objet de savoir] relève notamment tout ce qu'on croit ordinairement pouvoir dire en termes de " savoir ", de " savoir-faire ", de " conceptions ", de " compétences ", de " maîtrise ", " d'images mentales ", de " représentations ", " d'attitudes ", de " fantasmes " etc...."

Ce sont alors certaines de ces relations, certains de ces aspects du rapport personnel à l'objet "faire, ou apprendre, des mathématiques", que le formateur veut modifier. Les réponses au questionnaire montrent que parmi ceux qui entraveraient les apprentissages futurs, on peut au moins citer :

- des sentiments d'échec bien ancrés, face à une discipline dont seuls quelques élus percent les secrets,
- des représentations erronées ou trop partielles du type: "faire des mathématiques, c'est appliquer des algorithmes", "faire des mathématiques, c'est déduire"...

Il s'agit pour le formateur non seulement de modifier ces aspects, mais aussi d'enrichir ce rapport personnel de visions plus positives et moins réductrices vis-à-vis de l'activité mathématique.

On peut alors interpréter l'organisation de situations problème ouvert comme un premier pas : d'abord donner confiance, faire vivre l'activité mathématique par le biais d'une démarche de recherche et de preuve, en montrer l'accessibilité, les aspects, les enjeux. En effet, et c'est encore Chevallard qui le souligne (1989), l'établissement du rapport personnel d'un sujet au savoir est notamment influencé par l'idée, largement culturelle, que se fait le sujet de ce que c'est qu'apprendre, savoir. Ce premier pas fait, il s'agira ensuite pour les formateurs d'aller plus loin: il faut renouveler sans cesse le contrat ainsi provoqué<sup>7</sup>, permettre l'établissement de rapports personnels futurs "positifs" à de nouveaux objets de savoir, pour faciliter les apprentissages, l'acquisition des savoir-faire, le développement des compétences en mathématiques.

L'usage ponctuel de la pratique du problème ouvert, en début d'année, reste

---

<sup>7</sup> On ne déstabilise pas toujours si rapidement un sentiment d'échec ancré depuis parfois toute une scolarité !

compatible avec la gestion des divers types de contraintes, et en particulier la contrainte temporelle. Cet usage est renforcé par la visée professionnelle : il s'agit de former de futurs enseignants qui devront faire faire des mathématiques à leurs élèves.

Dans tous les cas, l'usage du problème comme outil pour la formation mathématique prévaut en première année sur l'étude de la situation problème ouvert en vue de son intégration comme technique professionnelle.

Ensuite, une constante est que le recours au problème ouvert suppose une adhésion du formateur à cette pratique, et des compétences spécifiques. *Les modalités de mise en oeuvre sont diverses* : pourquoi les formateurs feraient-ils tous les mêmes choix, alors que la situation laisse précisément une marge d'autonomie appréciable à l'utilisateur ?

On retrouve la dimension psychologique de tout acte de transposition, le rôle des représentations des acteurs de cette transposition que sont les formateurs. Représentations de l'activité mathématique, des pratiques pédagogiques susceptibles de la faire vivre, des élèves ou étudiants. C'est bien ce que confirme notre étude de cas. Elle montre que les modalités d'utilisation du problème ouvert sont spécifiques d'un formateur donné, à un moment donné.

Chaque formateur a sa propre vision des besoins et contraintes en formation, et sa façon personnelle d'y répondre, qui se traduit dans le contrat à chaque fois négocié.

Examinons les conditions de possibilité de changement de ce contrat.

## 8.2. Économie, écologie du problème ouvert

Le travail ci-dessus atteste de la possibilité d'un usage finalisé de situations de type "problème ouvert". La finalité commune est dans la création d'un rapport aux mathématiques, les modalités d'organisation et de gestion sont à la charge des formateurs, qui témoignent de leur aptitude à créer un contrat approprié. De ce point de vue, notre travail montre la possibilité de fonctionnement de tels contrats au sein du système didactique particulier étudié.

La théorie anthropologique, qui englobe la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1991 et 1992), a le mérite d'élucider en particulier les contraintes, les assujettissements, liés à tout acte de transposition. Ainsi sont mis en évidence les registres épistémologiques qui caractérisent les places respectives du maître et de l'élève par rapport au savoir, la fiction du temps didactique, et le caractère "nécessaire", "fonctionnel", de cette fiction, qui rend inopérant, utopique, tout projet de dévolution.

Or les faits sont là : des formateurs organisent et gèrent effectivement un processus de dévolution, négocient un contrat dont la clé est précisément de permettre au sujet d'accéder à une place par rapport au savoir qui est celle assignée "institutionnellement" au maître.

On peut interpréter ce résultat selon la position adoptée par Legrand (1996) dans l'article où il confronte la théorie des situations à d'autres approches didactiques, et en particulier à l'approche anthropologique.

C'est d'abord du côté d'une vigilance épistémologique assumée, que Chevallard

reconnaît au didacticien mais non à l'enseignant<sup>8</sup>, que nous voyons, en suivant Legrand, "une force susceptible de rééquilibrer les mécanismes réducteurs de la transposition". Nos résultats nous semblent pour une part en accord avec l'hypothèse que formule ce chercheur, selon laquelle "les mécanismes que la théorie anthropologique permettent d'élucider fonctionnent comme des lois hégémoniques quand il n'existe *aucune raison supérieure permettant aux acteurs de la scène didactique de les contrer*". On peut interpréter comme une "raison supérieure", de nature épistémologique, cette finalité commune aux formateurs (qui sont didacticiens !) : créer un certain rapport aux mathématiques, en dépit des divers types de contraintes, au moyen d'un contrat approprié. Et dans cette finalité commune, le problème ouvert leur semble une réponse adaptée. Notre hypothèse est que, pour certains formateurs, la formation par le problème ouvert pour modifier le rapport personnel au savoir constitue un élément de la formation professionnelle, en ce qu'elle vise la construction d'un rapport au savoir approprié à la position d'enseignant.

Ensuite, les autres conditions de possibilité sont pour nous du côté de l'existence chez les formateurs de compétences<sup>9</sup> communes, acquises par leurs activités conjointes de chercheurs, de formateurs, et de praticiens (dans le cadre de l'Irem, entre autres), et de leur confiance en celles-ci, qui leur permet de passer à la mise en oeuvre effective.

Ces compétences leur permettent d'abord d'organiser et de gérer une situation susceptible de modifier le rapport personnel à l'objet "faire des mathématiques", dans le sens décrit en 8.1. Ces compétences-là sont celles qui assurent l'économie du problème ouvert, "le fonctionnement de la machine", selon Chevallard (1992), c'est-à-dire la pertinence de la situation par rapport à la finalité évoquée, et aux enjeux de formation.

D'autres compétences interviennent ensuite : le système de formation, comme tout autre système didactique, est assujéti à des contraintes, particulièrement fortes en année de concours. C'est la capacité à gérer ces contraintes qui conditionne la vie, l'écologie du problème ouvert en formation de PE.

Cette "raison supérieure" de nature épistémologique serait insuffisante sans les compétences diverses évoquées ci-dessus, et participent du rapport personnel des formateurs observés aux mathématiques, à l'enseignement des mathématiques, et à la formation à cet enseignement. C'est par elles que les formateurs obtiennent l'établissement chez les stagiaires d'un type de rapport aux mathématiques dont nous avons analysé certaines composantes.

On peut noter que ces compétences sont appropriées au travail de formation requis par l'institution IUFM. Mais leur acquisition antérieure par une activité de praticien/chercheur, mise en oeuvre à l'initiative des formateurs, selon des modalités (la

---

<sup>8</sup> Chevallard, 91, pp.15-16: "Pour ce didacticien, [le concept de transposition didactique] est un outil qui permet de prendre du recul, d'interroger les évidences d'éroder les idées simples, de se déprendre de la familiarité trompeuse de son objet d'étude. Bref, d'exercer sa vigilance épistémologique.[...]. Mais pour l'enseignant, les choses vont autrement [...]. Le savoir enseigné doit apparaître conforme au savoir à enseigner. Ou plutôt la question de son adéquation ne doit pas être posée. Fiction d'identité, ou de conformité acceptable. L'enseignant n'existe, parce que l'enseignement n'existe, qu'au prix de cette fiction, il doit vivre cette fiction".

<sup>9</sup> Nous utilisons ce terme au sens de l'ensemble des savoirs théoriques et pratiques, mobilisables dans l'action, en situation de responsabilité professionnelle.

recherche) et sur un thème (le problème ouvert), qu'ils ont choisis, ne correspond pas, au sein de l'institution où elles ont été acquises, à un rapport institutionnel spécifié. Ceci confirme pour nous la nécessité de prendre en compte dans le rapport personnel des composantes qui ne relèvent pas de rapports institutionnels, ce qui rejoint, en les complétant, les conclusions antérieures de Tavignot.

## Bibliographie

- ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1988a) *Problème ouvert et situation-problème*, éd. Irem de Lyon.
- ARSAC. G. et MANTE M., (1988b) Le rôle du professeur, Aspects pratiques et théoriques, reproductibilité, *Séminaire Didatech*, Grenoble 1.
- ARSAC G. et al. (1989) *La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie*, éd. Irem et LIRDHIS, Lyon.
- ARSAC G. et al. (1992a) *Initiation au raisonnement déductif au collège*, PUF., Lyon.
- ARSAC G., (1992b) L'évolution d'une théorie en didactique: l'exemple de la transposition didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 12/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- ARSAC G., CHEVALLARD Y., MARTINAND J-L., TIBERGHIE A., (1994) *La transposition didactique à l'épreuve*, 135-180, La Pensée sauvage, Grenoble.
- BALACHEFF N. (1987) Processus de preuve et situation de validation, *Educational studies in Mathematics*, 18, Reidel Publishing Company.
- BROUSSEAU G. (1988) Le contrat didactique, le milieu, *Recherches en didactique des mathématiques*, 9/3, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- CHEVALLARD Y. (1989) Le concept de rapport aux mathématiques- Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire Didatech*, Grenoble 1.
- CHEVALLARD Y. (1991) *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée sauvage, Grenoble.
- CHEVALLARD Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 12/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- CHEVALLARD Y. (1994) Les processus de transpositions et leur théorisation, in Arsac, Chevallard, Martinand, Tiberghien (éd.) *La transposition didactique à l'épreuve*, 135-180, La Pensée sauvage, Grenoble.

CHARNAY R. et MANTE M. (1995) *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*, Hatier, Paris.

LE BERRE S. et al. (1986) Suivi scientifique 1985-1986, *Bulletin Inter-Irem Premier Cycle*, CRDP de L'Académie de Lyon.

LEGRAND M. (1996) La problématique des situations fondamentales, confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 16/2, La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS C. (1993) *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

MARGOLINAS C. (1997) Projet pour l'étude du rôle du professeur en situation, *Séminaire Didatech*, Grenoble 1.

PORTUGAIS J. (1995) *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*, Peter Lang, Genève.

TAVIGNOT P. (1993) Analyse du processus de transposition didactique. Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985, *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/3, La Pensée Sauvage, Grenoble.

*Feuille à problèmes*, auteurs et éd. Irem de Lyon.

*Programme de formation en mathématiques des PE1*, 1994, IUFM, Académie de Lyon.



## ANNEXE

## LES ENONCES CHOISIS PAR LES FORMATEURS

1. On place  $n$  points sur un cercle. Déterminer le nombre maximum de cordes que l'on peut tracer en joignant ces  $n$  points. (Pour des étudiants peu scientifiques, est-il précisé).

2. Parmi toutes les décompositions additives d'un naturel, quelles sont celles dont le produit des termes est le plus grand?

3. Quel est le nombre de diagonales d'un polygone convexe?

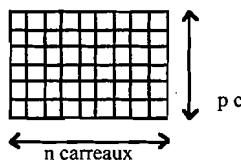
4. Quels sont tous les entiers qui ont un nombre pair de diviseurs?

5. On plie en deux une feuille de papier, puis encore en deux, encore...

En supposant que je peux replier autant de fois que je veux, en combien de pliages vais-je dépasser 1 m ?

6.

Déterminer, en fonction de  $n$  et  $p$ , le nombre de carreaux traversés par la diagonale d'un rectangle.



7. Un groupe de personnes: chaque personne serre la main à toutes les autres. Combien y a-t-il de poignées de main?

8. "Problème du billard"

Sur un quadrillage, on trace un rectangle de  $n$  carreaux sur  $p$  carreaux, et on impose les conditions suivantes:

- le point de départ de la boule est un sommet du rectangle,
- la boule avance toujours en ligne droite en suivant une diagonale de chaque carreau,

- si elle arrive au bord du rectangle, elle repart à angle droit,

- elle s'arrête quand elle atteint un sommet du rectangle.,

Donner le nombre de carreaux traversés.

9. En Norlandie, il y a des bleus et des verts.

90% des verts sont pauvres, 90% des pauvres sont verts.

Y a-t-il une injustice vis à vis des verts?