

## NOTE DE LECTURE

### "Les débuts de l'algèbre au collège Au pied de la lettre !"

G. Combier, J-C Guillaume, A Pressiat  
(INRP didactiques des disciplines : éditeur)

Marie-Thérèse CARRA  
Collège Le Savouret, Saint Marcellin  
Irem de Grenoble

L'intérêt de cet ouvrage est de présenter des situations d'enseignement sur l'introduction des lettres en sixième et en cinquième et sur la mise en équation en quatrième.

La construction de ces situations d'enseignement est solidement étayée par les résultats de recherches et d'expérimentations dans le domaine concerné ainsi que par la justification des choix didactiques effectués.

Pour communiquer l'intérêt que j'ai pris à sa lecture, il me suffira, je pense, de détailler le plan de l'ouvrage en extrayant de chaque partie l'idée principale et tout particulièrement du chapitre 1 qui comporte l'analyse de la genèse des situations de classes.

#### **Chapitre 1 Passage de l'arithmétique à l'algèbre ou modélisation algébrique ?**

##### 1. Les paradigmes de recherche sur l'enseignement / apprentissage de l'algèbre

###### 1.1. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre

Ce paragraphe traite de l'historique des recherches et de leurs conclusions ; pour mieux cerner les difficultés de certains élèves les chercheurs ont analysé - les continuités apparentes : le signe « égal », les termes littéraux - les discontinuités entre l'arithmétique et l'algèbre : expressions, fonctions considérées comme procédure ou objet, nouvelles procédures de résolution d'équations.

L'apprentissage de l'algèbre avec environnement informatique met en évidence que le concept de variable ne s'impose pas spontanément aux élèves.

### 1.2. Arithmétique / Algèbre ou Numérique / Algébrique ?

« Les recherches évoquées dans le 1.1 ont comme à priori le fait que l'essence de l'algèbre peut être dégagée en procédant à une comparaison entre l'arithmétique et l'algèbre » ; le travail effectué par Chevallard sur l'enseignement de l'algèbre remet en cause cet à priori.

### 1.3. Calcul algébrique formel / Calcul algébrique fonctionnel

Le constat dressé par Chevallard : « A l'issue du collège, la manipulation des expressions algébriques n'est tendue vers aucun but extérieur au calcul algébrique, lequel doit trouver en lui-même la source de ses propres exigences. Aussi les règles de cette manipulation sont elles immotivées, purement formelles, s'exprimant par des consignes elles-mêmes standardisées (développer, factoriser). » et les contraintes liées au système d'enseignement permettent de distinguer deux grands objectifs de l'enseignement de l'algèbre au collège :

1) « ... assurer un maniement formel satisfaisant du calcul algébrique, ce qui ne veut pas dire qu'il faut en faire un enseignement formel ou formaliste .

2) Maîtriser la dialectique entre le maniement formel du calcul algébrique et connaissance des systèmes de nombres. »

### 1.4. La notion de modélisation mathématique

Très succinctement, les éléments essentiels de la modélisation sont :

1) Définir le système à étudier, l'ensemble de variables par lesquelles on découpe le domaine de réalité où il apparaît.

2) Construire le modèle comme ensembles des relations entre les variables prises en compte.

3) "Travailler" le modèle ainsi obtenu dans le but de produire des connaissances relatives au système étudié.

### 1.5. De l'analyse-synthèse à la modélisation algébrique

Dans ce paragraphe il est fait allusion aux travaux de Gascon concernant son modèle de l'algèbre élémentaire. À partir d'un problème simple les auteurs montrent ce que Gascon appelle « le patron reformulé » et d'autre part ce qu'est une modélisation algébrique de ce même problème.

## 2. Nos choix didactiques

2.1. Positionnement de nos choix par rapport aux paradigmes évoqués au par. 1

Les idées clés retenues sont les suivantes :

« -la réappropriation de la notion de formule en mettant en avant leur production et dans une moindre mesure leur mise en œuvre.

- la familiarisation précoce avec la notion de fonction. »

### 2.2. Positionnement de nos choix par rapport à l'institution

- conformité aux programmes

- assurer une bonne reproductibilité des situations

### 2.3. Choix en termes de contenus

- introduction des lettres en sixième et cinquième

- mise en équation en quatrième.

## 3. Nos résultats face aux recherches actuelles

### 3.1. Sur l'introduction des lettres en sixième et cinquième

« L'expérimentation prouve qu'il est possible de faire de la production de formules un enjeu didactique dans ces classes. »

### 3.2. Sur la mise en «équation en quatrième

Dans la mise en équation d'un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue les élèves produisent un système tel que  $f(x) = y$  ;  $g(x) = y$  y étant une des variables du système sous-jacent au problème.

Le passage à l'équation  $f(x) = g(x)$  est une difficulté pour de nombreux élèves.

Cette difficulté peut s'interpréter dans la dualité procédural / relationnel.

## **Chapitre 2 Construction et expérimentation de situations : l'introduction des lettres en sixième et cinquième**

### 1. Pourquoi ce thème ?

Dès l'école élémentaire et le début du collège les lettres sont utilisées comme une commodité d'écriture pour désigner des objets, « la nécessité d'utiliser des expressions littérales n'est pas évidente pour les élèves ; ce sont des connaissances qui sont apportées comme une évidence culturelle sans faire l'objet d'une construction . »

2. Les programmes : « L'introduction des lettres se veut prudente en mettant l'accent sur celles-ci. »

L'idée directrice est une initiation aux écritures littérales et aux conventions usuelles

### 3. Les manuels scolaires

Il ressort que l'accent est mis sur l'aspect calculatoire, « l'intérêt de recourir à des écritures littérales en réponse à des difficultés de formulation ou de traitement n'est pas pris en compte. »

### 4. Notre démarche d'enseignement

Elle comporte quatre phases :

- phase d'appropriation du problème
- phase d'élaboration d'une stratégie
- phase de formulation et de généralisation
- phase de formalisation

### 5. Situations expérimentées en sixième

Chacune des deux situations expérimentées est présentée de manière détaillée avec son but, son choix et son déroulement et des productions d'élèves.

### 6. Situation expérimentée en cinquième

Elle est présentée de la même manière que les précédentes avec des productions d'élèves.

## **Chapitre 3 Construction et expérimentation de situations : la mise en équation en quatrième**

### 1. Les programmes et les manuels

L'idée directrice de ces programmes est la résolution de problèmes : « il est indispensable, que pour l'élève, les connaissances aient pris du sens à partir de questions

qu'il s'est posées et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes. ». L'algèbre y apparaît comme un outil sans que soit développé sa spécificité par rapport à l'arithmétique et donc son intérêt.

### 2. Notre stratégie d'enseignement

Elle est basée sur l'idée de dissocier la mise en équation d'un problème et la résolution de l'équation, cette dernière étant prise en charge par un logiciel ; l'élève, soulagé de la responsabilité de cette résolution pourra écrire plus librement tout type d'équations (c'est à dire pas seulement du premier degré) et se poser le problème de la démarche de la mise en équations.

### 3. Les situations expérimentées

La première situation est présentée avec ses buts, le choix des problèmes, l'organisation des activités en 3 séances et le déroulement de chacune enrichie d'observations.

La deuxième situation est présentée de la même manière avec un choix d'une dizaine de problèmes et avec la particularité de ne pas être d'un seul tenant ; la première activité qui s'étale sur deux séances est détaillée selon le plan précité.

## **Chapitre 4 De la recherche à la pratique en classe : un outil d'observation**

### 1. Présentation des hypothèses

#### 2. Protocole d'observation

#### 3. Six exemples d'observation commentées

4. Conclusion : Ces observations ont permis aux auteurs de vérifier les hypothèses, de confirmer la pertinence des problèmes choisis quant aux buts fixés et de relever des comportements d'élèves qui sont révélateurs des sources de difficultés dans la mise en équation de problèmes. Citons :

- « - l'absence de désignation de ce que représentent les lettres introduites
- l'utilisation de lettres différentes pour désigner des nombres différents même lorsque l'un est fonction de l'autre
- la conception prédominante du signe d'égalité comme indicateur d'une opération à effectuer. »

## **Chapitre 5 Points et contrepoints : tableurs et calcul algébrique**

### 1. Les tableurs

#### 1.1. La formule et le résultat

#### 1.2. Les systèmes de références (absolu et relatif)

#### 1.3. Arithmétique et algèbre

### 2. Utilisation en classe

#### 2.1. Un micromonde de formules : signification des relations

Exemples de type de tâches : trouver la formule ou annuler une formule

#### 2.2. Recherches de solutions d'équations

2.3. Modèles répliatifs qui permettent de construire des tables de valeurs numériques

2.4. Fonctions : utilisation du tableur comme une calculatrice programmable.