MATHEMATIQUES EN L.E.P. :

le nombre d'or

Alain NICOLAS
L.E.P. Jean Jaurès, Rennes

I – VERS UN ENSEIGNEMENT CULTUREL EN MATHEMATIQUES.

Je me suis souvent surpris à répéter à mes élèves que si telle ou telle notion était abordée en cours de mathématiques, c'est que leur future profession ou tout simplement leur pratique quotidienne d'adultes à venir, nécessitait cette connaissance pour répondre à des besoins précis...

Ce n'est pas toujours vrai !

Cependant, les cours d'électrotechnique et de sciences que j'assure également fournissent de nombreux exemples permettant de faire fonctionner les modèles mathématiques rencontrés auparavant.

Ainsi, en accord avec les deux lignes trois-quart de commentaires qui précèdent les programmes officiels pour les 2 années de B.E.P. industriels, je donne «un enseignement culturel, orienté vers les applications à la profession et harmonisé avec l'enseignement des sciences» (circulaire n° 73-283 du 6 juillet 1973).

Cette courte phrase ouvre des horizons très vastes...

J'estime remplir pleinement l'objectif imposé dans la deuxième partie (ce n'est pas très difficile... dans les sections d'électrotechniciens). Ainsi ne me reste-t-il plus qu'un seul mot à prendre à la lettre pour donner à mes élèves un enseignement mathématique le plus ouvert possible : CULTUREL.

Le propos de la culture (au sens le plus large) n'est-il pas tout simplement de répondre aux curiosités légitimes des hommes, sans chercher à savoir si les éléments de réponse que l'on apporte serviront concrètement à l'avenir ?

«petit x» n°3, pp. 23 à 39, 1983

Si c'est le cas, et c'est ce que je crois, la phrase répétée si souvent (début du paragraphe) va à l'opposé de ma conviction !

Pour moi, rendre culturel l'enseignement des mathématiques, c'est

— chaque fois que cela est possible, parler de mathématiques sans formules, sans analyse, sans observation, sans manipulation... simplement par curiosité,

— pouvoir, quelquefois, apporter une autre réponse à la sempiternelle question des élèves : «à quoi ça va nous servir ?». J'ai la tentation de répondre «à rien !». J'entends par là : à rien d'utile.

II – QUELQUES TENTATIVES.

Mais il y a loin de l'idéal à la réalité ! Le nombre d'heures de cours est déjà insuffisant pour aborder tous les points du programme officiel. Cependant, je pense que mieux «motivés» par une plus grande ouverture donnée à certains cours, mes élèves réagissent plus rapidement, me permettant d'avoir de temps à autre, quelques minutes à consacrer à l'objectif qui nous occupe ici ; tant pis (tant mieux ?) si, comme je les ai déjà entendu dire :

«Valable !!... Aujourd'hui, on n'a rien fait...».

J'apporte dans cet article un témoignage ponctuel sur ma façon de rendre «culturel» l'enseignement des mathématiques à mes élèves.

Au départ, j'avais envisagé d'aborder certains problèmes généraux d'un point de vue historique, principalement à travers les différents travaux des mathématiciens dont les noms sont évoqués à l'occasion des cours.

Deux ou trois tentatives dans cette voie m'ont convaincu d'abandonner ce point de vue : la cause déterminante a toujours été le manque de temps, malgré un intérêt certain des élèves. Cet intérêt se prolongeait dans d'autres cours, ainsi mon collègue enseignant l'histoire et la géographie avait eu fort à faire à la suite d'une discussion que j'avais proposée à mes élèves — 3ème année C.A.P. industriels — lors de l'introduction du théorème de Thalès, au sujet de l'«école de Milet».

A la suite de ces demi-échecs, il m'a fallu choisir un autre cheminement : partir de sujets moins généraux et les développer dans différents domaines.

Le choix est vaste, et si ce sont des propriétés du nombre d'or que j'ai choisies ici comme exemples, c'est parce qu'elles touchent à de nombreux domaines.

III – CE QU'EST LE NOMBRE D'OR.

Dès l'Antiquité le nombre d'or est symbole cosmologique, nombre magique, proportion privilégiée, clef de constructions géométriques... Beaucoup de légendes, bien sûr.

Ce nombre irrationnel, désigné par Φ, a pour valeur approchée 1,618 033 988 5, rien de mystique là-dedans ! Et pourtant...

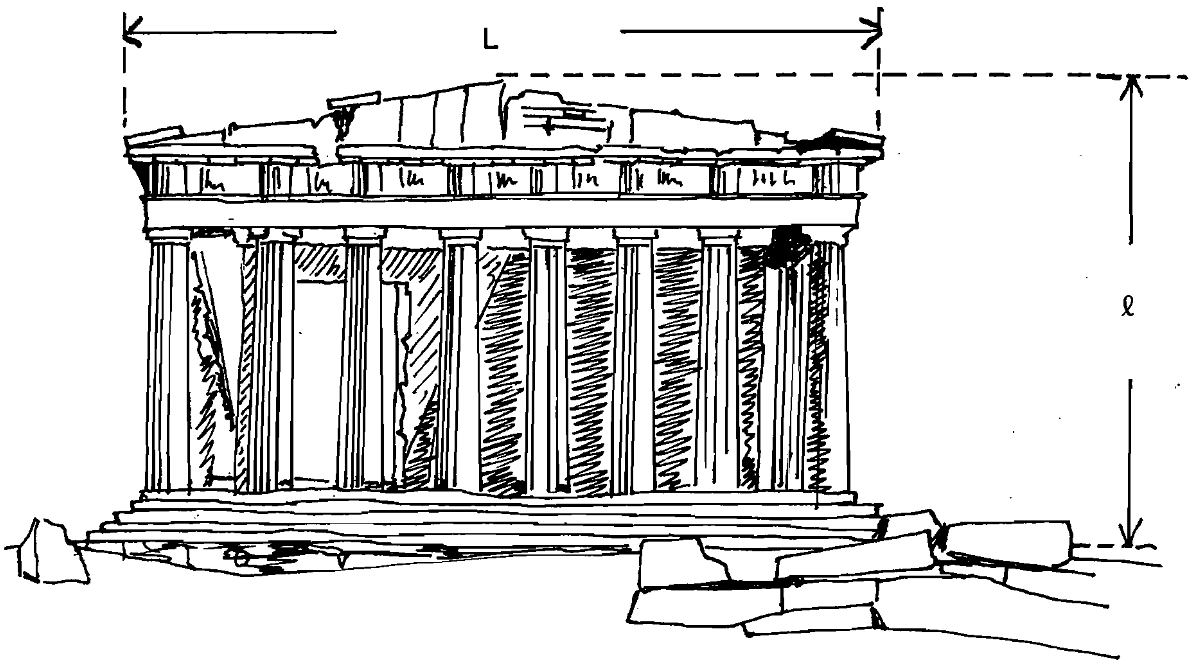
Dès l'Antiquité la plus éloignée, on trouve des figures géométriques se rattachant au nombre d'or : hasard, mysticisme ou simplement esthétique ? Quoi qu'il en soit, c'est seulement dans «les Eléments» d'Euclide, que sont traitées pour la première fois les propriétés du nombre d'or (liées à celles des pentagones et des décagones réguliers), sans que l'auteur y attache un intérêt particulier.

Le second ouvrage mentionnant ce nombre est le «Liber Abaci» (début du XIIIème siècle) de Léonardo Fibonacci, dit de Pise. Il aborde le sujet d'un point de vue qui n'est pas géométrique : résolution de l'équation $x^2 = x + 1$, séries.

Le troisième ouvrage important consacré «au nombre» date de 1509 ; il est dû au moine Luca Pacioli qui considère, en plus des propriétés mathématiques, les attributs esthétiques de Φ. L'auteur montre comment cette «divine proportion» se retrouve dans l'architecture et la peinture.

Beaucoup d'artistes (même récemment) ont utilisé directement ou non, le nombre d'or :

– La façade du célèbre Parthénon s'incrit dans un rectangle d'or* ($\frac{L}{\ell} = \Phi$) :



* Pour de plus amples détails sur les rectangles d'or, on pourra consulter «Le nombre d'or», «Coll. Que sais-je ?» n° 1 530, Ed. P.U.F. ; 1982 (4ème édition).

— Différents tableaux portent sa marque, en particulier pour la représentation du corps humain : le nombril découpe la hauteur totale du corps selon le rapport Φ ! Cette présence est encore plus manifeste dans le tableau de Jacopo de Barbari qui représente Luca Pacioli (présence d'un dodécaèdre régulier convexe ; l'un des pouces du personnage divise la longueur du tableau suivant Φ...) :

— Plus près de nous, le fameux modulor de Le Corbusier ; l'architecte s'est efforcé de prouver que les constructions obtenues suivant son système sont proportionnées aux dimensions de l'homme (le modulor est une série de nombres entiers dans laquelle chaque terme est l'entier le plus proche du produit du terme précédent par le nombre d'or).

Il est vraiment dommage que les élèves des classes de B.E.P. ne reçoivent aucune formation dans les domaines artistiques...

IV – POUR ABORDER LE THEME DU NOMBRE D'OR EN CLASSE.

1. Les élèves concernés sont en seconde année B.E.P. électromécanicien. C'est la troisième année consécutive que j'exploite ce thème en classe ; le fond et la forme ont été modifiés progressivement. Bien que le niveau moyen des élèves ne varie guère, la progression des activités est de plus en plus lente : les principales difficultés apparaissent au niveau du dessin, du calcul et de la synthèse des connaissances antérieures. Cependant, chaque année je suis toujours étonné devant l'intérêt manifesté par les élèves ; mon rôle le plus délicat est de retarder l'énoncé des résultats par les plus

rapides (au prix d'une petite baisse de leur enthousiasme), les plus lents n'étant motivés que par l'attrait de ces résultats qu'ils pressentent très vite.

2. Extrait de progression :

Activités en géométrie :

1 objectifs :
- utilisation des instruments pour le dessin
- relation de Pythagore (révision)
- trigonométrie appliquée (révision ; complément) ;

2 opérationnalisation :

Traduire : langage $\longleftrightarrow$ dessin $\longleftrightarrow$ relation mathématique
dessiner : précision, soin
calculer : valeur des angles
appliquer les relations
prévoir : enchaînement des exercices

3 emploi du temps :

semaine 1 (2 heures)	construction ; calcul dans un rectangle d'or pentagone régulier convexe : constructions, calculs approximation décimale de cos 36° nombre d'or (premiers éléments)
semaine 2 (1 ou 2 heures)	décagone régulier convexe : construction, calcul compléments sur le nombre d'or approximation décimale de cos 72° usage des calculatrices

Thème d'étude (algèbre) :

1 objectifs :
- présentation d'un problème du second degré
- définition «ancienne» du nombre d'or

2 opérationnalisation :

traduire : sans l'aide d'un dessin
calculer : termes de suites
relation entre les termes consécutifs
chercher : situation nouvelle (second degré)

(3) emploi du temps :

semaine 1 (2 heures)	notions sommaires sur les suites exemples ; suite de Fibonacci, de Lucas $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n} \quad (U_0 \in \mathbb{N})$ relation entre Φ, Φ^{-1}, Φ^2 relation $\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}$
semaine 2 (2 heures)	définition du nombre d'or ; approche algébrique changement d'inconnue résolution de l'équation du second degré et retour sur $\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}$ application de la définition : suite de rectangles d'or.

3. Avant d'introduire ce nombre dans mes classes pour la première fois, j'ai réalisé une petite enquête auprès de 60 élèves d'autres sections :

a) 9 rectangles sont proposés (annexe 1) ; ils ont tous même largeur, leurs longueur sont telles que $\frac{L}{\ell}$ varie entre 1,2 et 2,1 :

environ 70% des élèves ont choisi un rapport compris entre 1,5 et 1,8, dont la presque totalité pour 1,7 et 1,8.

b) En guise de «contrôle», j'ai fait dessiner ensuite à ces élèves un rectangle le plus joli possible : à part un rectangle dans un rapport 5,1, tous les autres ont un rapport compris entre 1,3 et 2,33, avec plus de la moitié entre 1,7 et 1,9.

On ne peut donc pas dire que le nombre d'or exerce une attraction particulière sur ces 60 élèves... mais les canons de la beauté varient, et mon enquête n'était pas très scientifique.

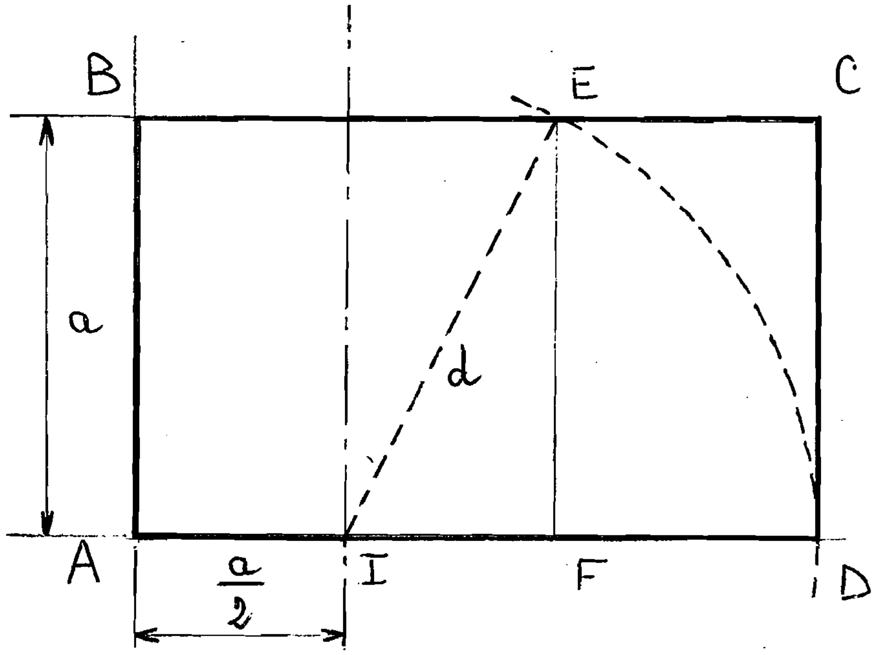
V – LES ACTIVITES PROPOSEES.

Un cours de géométrie est l'occasion d'une première apparition du nombre d'or ; il s'agit de vérifier, une fois encore, l'utilisation correcte des relations dans le triangle rectangle avant leur application en électrotechnique.

Le déroulement est le suivant :

Exercice 1.

Les indications sont données pour construire un rectangle particulier (c'est en fait un rectangle d'or, mais les élèves ne le savent pas) :



il fallait ensuite calculer le rapport $\frac{AD}{AB}$:

$$AD = AI + ID \text{ et } IE = ID = d \;;\; AI = \frac{a}{2}$$

permettent d'écrire

$$AD = \frac{a}{2} + d$$

d'autre part, la relation de Pythagore appliquée dans IEF donne :

$$d^2 = (\frac{a}{2})^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4}$$

soit

$$d = \frac{a}{2}\sqrt{5}$$

finalement :

$$AD = \frac{a}{2}(1 + \sqrt{5})$$

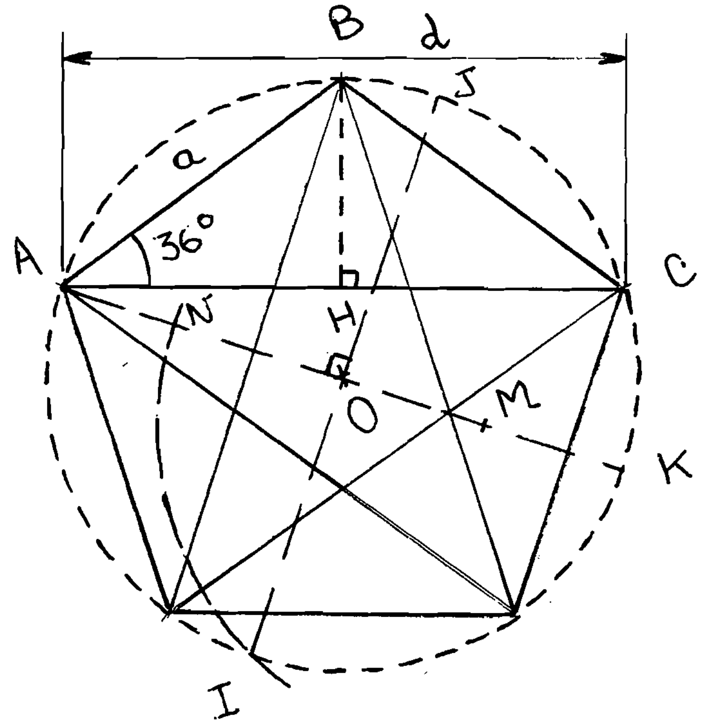
et

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618\,034$$

Aucune difficulté particulière pour les élèves, sinon quelques lenteurs (mais nous sommes au début de l'année scolaire !). Le résultat obtenu n'a pas ému particulièrement les élèves, d'où immédiatement l'exercice suivant.

Exercice 2.

Tracé de pentagones réguliers inscrits : AK et IJ sont deux diamètres perpendiculaires, M est le milieu de OK. MI = MN ; IN correspond aux côtés du pentagone convexe.



Calcul du rapport $\frac{AC}{AB}$:

$$\frac{AH}{AB} = \cos 36°$$

soit

$$\frac{d}{2} = a \cos 36°$$

donc

$$d = 2a \cos 36°$$

$$\frac{AC}{AB} = 2 \cos 36° \approx 1{,}618\,034$$

J'en profite alors pour expliquer comment on peut faire apparaître à l'affichage, sur leur calculatrice, 11 chiffres significatifs au lieu des 7 ou 8 systématiques ; «*comme ça, on aura la valeur exacte !*» m'a répliqué un élève... ce sont ses camarades, au moins ses deux voisins, qui lui firent quelques «rappels» sur les suites décimales illimitées...

Ensuite nous recalculons :

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618\,033\,988\,3$$

et

$$2 \cos 36° \approx 1{,}618\,033\,993\,2$$

hésitation générale... mais finalement 7 chiffres identiques après la virgule sont suffisants pour que les élèves affirment l'égalité des deux nombres. Jamais aucune question sur le fond : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et 2 cos 36° sont-ils égaux ?

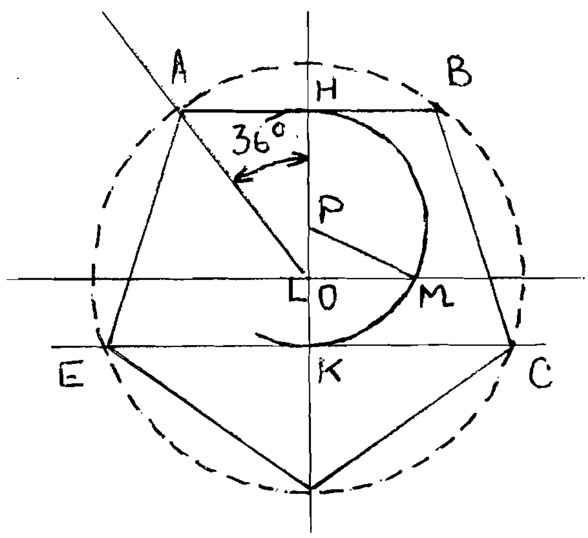
Remarques.

▪ Au niveau de la construction : *«moi j'ai un côté plus long !...», «j'ai fait attention, et ça tombe pas juste !»* ; un effort dans la technique du dessin est vivement ressenti !.

▪ Au niveau du calcul : la seule grosse difficulté a été le calcul des angles, qui impliquait de nombreux rappels sur les propriétés des figures planes ; cet exercice est très riche...

▪ Depuis la dernière rentrée, je propose à mes élèves deux compléments, en travaux dirigés (2 heures par semaine, en demi-classe) :

1. Autre construction d'un pentagone régulier :



à nouveau deux diamètres perpendiculaires ; $OM = \frac{R}{2}$ et $OP = \frac{R}{4}$. Le cercle ($\mathcal{C}$) de centre P et de rayon PM coupe le diamètre portant P, en H et K. [AB] et [CE] sont tangents à ($\mathcal{C}$) en H et K.

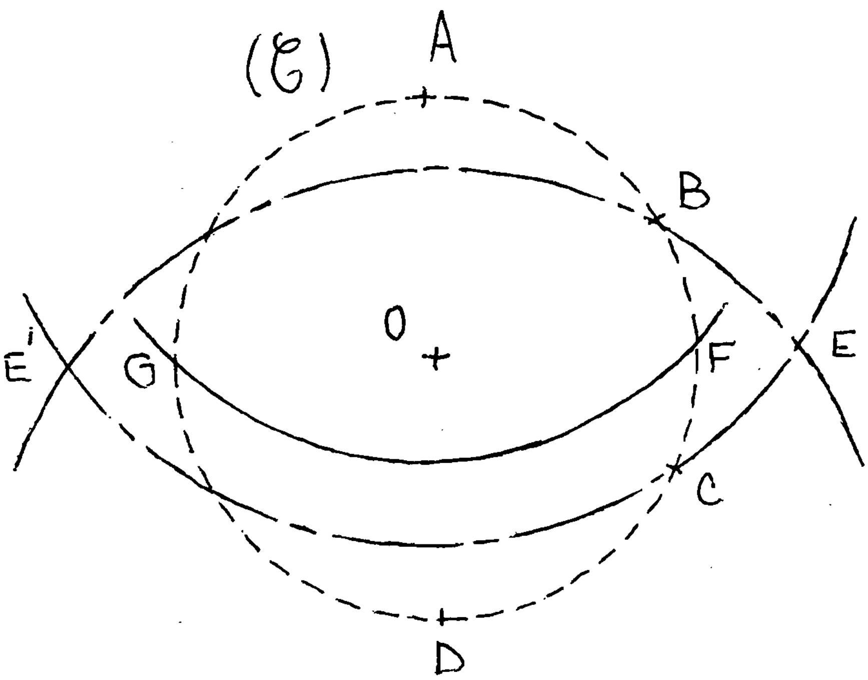
Nous calculons :

dans OMP : $MP = \sqrt{5}\,\frac{R}{4}$

dans AOH : $\cos 36° = \frac{1+\sqrt{5}}{4} = \frac{\Phi}{2}$.

Ce résultat «démontre» celui obtenu à l'aide de la construction précédente.

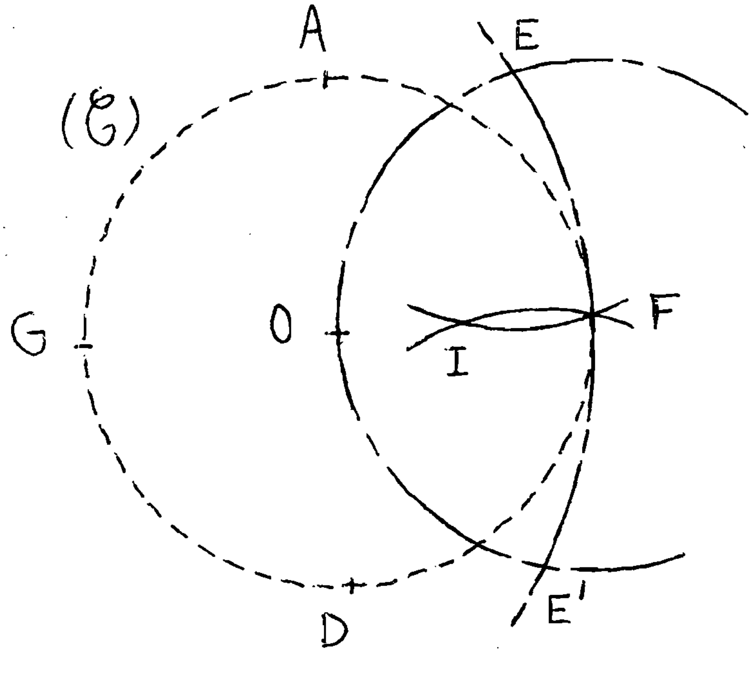
2. Reprise de la première construction (exercice 2), uniquement à l'aide du compas :



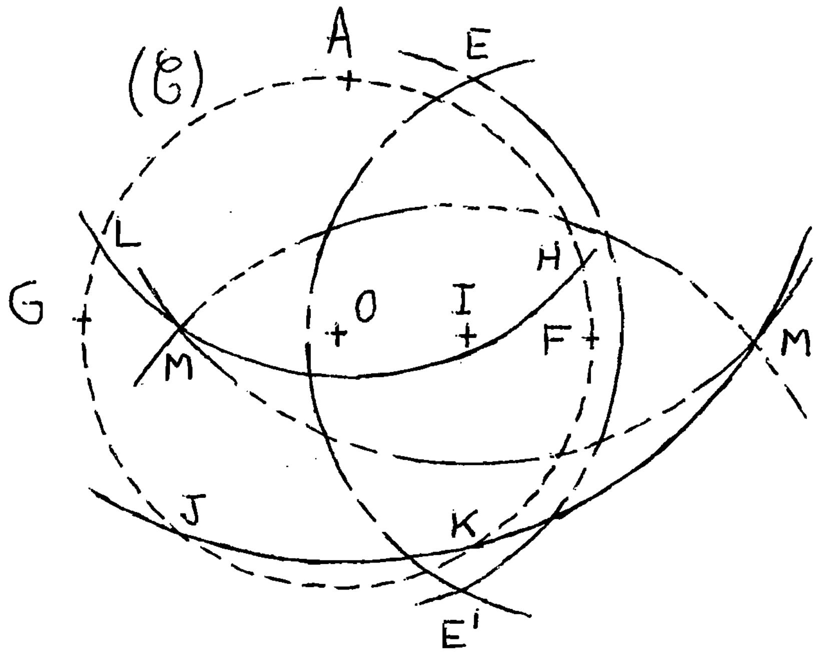
— A,B,C et D sont 4 sommets consécutifs d'un hexagone régulier inscrit dans (𝒞). Les cercles de centre A et de rayon AC, et, de centre D et de rayon DB, se coupent en E et E'. Le cercle de centre A et de rayon OE coupe (𝒞) en F et G.

Après quelques conseils sur la marche à suivre (propriétés de la figure, choix des triangles rectangles, utilisation de la relation de Pythagore), les élèves montrent que AFDG est un carré.

— Construction du milieu I de [OF] : les cercles, de centre F contenant O et de centre G contenant F, se coupent en E et E'. Les cercles de centres E et E', contenant F, se coupent en F et en I.



— Les cercles de rayon AI et de centres O et F se coupent en E et E′. Les cercles de rayon GI et de centres E et E′ se coupent en M et M′. Le cercle de centre A contenant M coupe ($\mathcal{C}$) en H et L. Le cercle de centre A contenant M′ coupe ($\mathcal{C}$) en K et J.



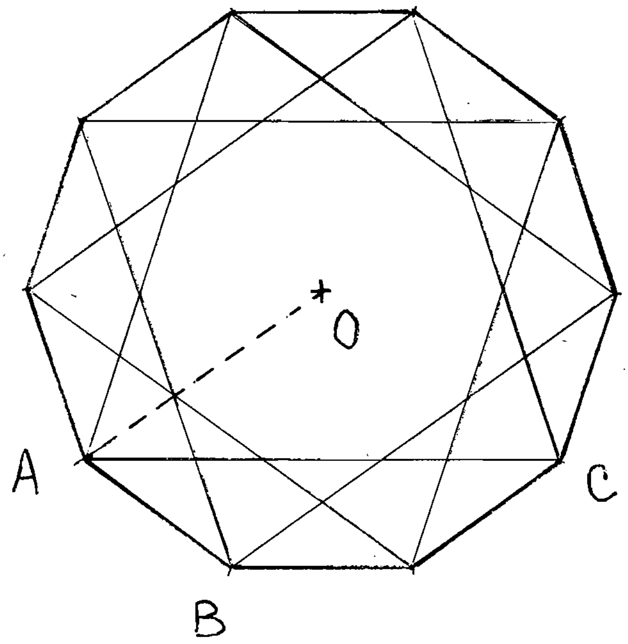
AHKJL est un pentagone régulier inscrit dans ($\mathcal{C}$). La démonstration faisant appel à des notions inconnues des élèves, nous nous contentons de vérifier que les 5 côtés ont bien la même mesure ; la construction* est très laborieuse, beaucoup délèves doivent recommencer, mais j'ai pu noter que les plus brouillons mettaient un point d'honneur à réussir

En ce qui concerne les premiers éléments historiques sur le nombre d'or (paragraphe III), l'intérêt et la participation des élèves sont exceptionnels ; il faut voir les «batailles» provoquées par les mesures sur la projection de la façade du Parthénon ! Ce qu'ils retiendront pourtant, c'est la présence quasi-suspecte du projecteur en cours de mathématique : *«M'sieur, vous aviez pas dit qu'on allait faire électrotechnique aujourd'hui».*

* Cette construction est extraite de l'article «un compas pour des polygones» de Bernard PARZYSZ publié dans le numéro 28 (mai 1981) du Bulletin de Liaison des Professeurs de Mathématiques, diffusé par l'Association Universitaire pour le Développement de l'Enseignement et la Culture en Afrique et à Madagascar (AUDECAM ; 100 rue de l'Université, 75007 Paris).

Exercice 3.

Objectifs et plan identiques à l'exercice 2, cette fois avec des décagones réguliers :



la construction n'est pas expliquée ; elle n'a pas posé de gros problèmes, mais aucun élève n'a utilisé la construction au compas seulement !

Il fallait évaluer les rapports $\frac{AC}{OA}$ et $\frac{OA}{AB}$.

Difficile...

Nous déterminons ensemble les triangles rectangles qui permettront d'aboutir...
Recherche collective...
Décidément, le calcul des angles !...

Certains groupes trouvent : $\frac{AC}{OA} = 2 \cos 36°$ (le nombre d'or) et $\frac{AB}{OA} = 2 \cos 72°$ soit $\frac{OA}{AB} = \frac{1}{2 \cos 72°} \approx 1{,}618\,034$.

Très naturellement, les élèves attendent une démonstration de $2 \cos 72° = \frac{1}{\Phi}$! Mais les «formules de duplication» viendront plus tard, nous mettons en réserve les résultats $\cos 72° = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$ et $\cos 36° = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ (calculs relatifs aux formules $\cos (a \mp b)$...).

Autour des suites (Fibonacci, Lucas) : aucune notion théorique ; seulement des activités de type calculatoire (au début !).

1 a) Chaque élève choisit arbitrairement 2 naturels, il construit ensuite le début (15 ou 20 termes ; j'ai même vu 26 !) de la suite des nombres additionnant les 2 qui le précèdent immédiatement : c'est toujours plus long que prévu... Si certains «traînent» trop, ils sont vertement rappelés à l'ordre par leurs camarades plus rapides, qui attendent la suite avec impatience !

b) Il faut diviser chaque terme par son précédent. *«Et qu'est-ce que ça va nous donner !...»* (rappelons que quelques semaines se sont écoulées depuis la première apparition de Φ , en cours).

La manipulation est ingrate ! Beaucoup d'abandons avant la dixième division... je demande d'inscrire une valeur approchée avec toute la précision donnée par la machine.

Après une longue attente, les résultats viennent : *«On trouve toujours le même nombre !»,* Je m'apprête à rappeler ce qui a déjà été vu sur le nombre d'or, dès que son nom sera prononcé ; mais rien !.

Je le disais au début, rien de fascinant à la vue des chiffres 1 6 1 8...

2 Travail par groupe ; chacun doit posséder une calculatrice avec la touche $\sqrt{\ }$. Le principe est identique au précédent : choix d'un entier naturel, écriture des premiers termes tels que $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$ (l'exercice n'est pas posé ainsi).

Des observations viennent rapidement : *«A la fin, on trouve encore le même nombre que tout à l'heure !», «Ah oui !, c'est..., une hésitation, «C'est le nombre d'or !».*

Ouf !...

Nous pouvons passer à l'activité suivante.

Les puissances consécutives de . : l'exercice consiste, après avoir retrouvé l'égalité $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$, de trouver $\frac{1}{\Phi}$ et Φ^2

Tous observent bien les résultats :

$\Phi \approx 1{,}618\,033\,99$

$\frac{1}{\Phi} \approx 0{,}618\,033\,99$
$\Phi^2 \approx 2{,}618\,033\,99$

L'aspect curieux de ces résultats rend difficile l'écriture des conclusions.

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$$
$$\Phi^2 = 1 + \Phi$$

(il ne m'a pas semblé opportun ici de faire vérifier ces relations, en utilisant une expression exacte de la valeur de Φ, préférant garder le plus possible l'aspect «curiosité»).

Beaucoup s'aperçoivent alors que le second résultat peut se déduire du premier et proposent le calcul de Φ^3, Φ^4, etc... Par excès de précipitation, ils pensaient trouver 3,618... ; 4,618... ; etc...

Ils comprennent tout de suite : $\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi$; $\Phi^4 = \Phi^3 + \Phi^2$, mais pour beaucoup, il a fallu poser les additions !

«Ben alors ! Ça marchait seulement pour les 3 premiers...». Je sentais là une légère déception.

La conclusion générale est moins fascinante ; je l'inscris au tableau et elle est admise par tous, après 2 ou 3 vérifications :

$$\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}$$

Malgré tout, quelques élèves commencent à ressentir un peu de la fascination qu'a pu exercer (qu'exerce ?...) ce nombre.

«M'sieur est-ce qu'on va encore trouver LE nombre ?».

Une définition du nombre d'or.

«Une harmonie que certains estiment parfaite existe entre deux grandeurs, notamment entre deux dimensions. Lorsque celles-ci sont entre elles dans la même proportion que la plus grande avec leur somme».

La forme «ancienne» fait sourire ; elle nécessite une analyse détaillée du texte, avant la mise en équation :

si x représente le plus petit des 2 nombres, non nuls ;

si $\frac{y}{x} = \frac{x+y}{y}$, déterminer $\frac{y}{x}$.

Chacun trouve rapidement $y^2 = x^2 + xy$, puis après que j'aie suggéré de diviser par x^2 : $(\frac{y}{x})^2 = 1 + \frac{y}{x}$ que nous écrirons facilement $X^2 = 1 + X$, équation du second degré que les élèves ne savent pas encore résoudre. Cette année, ces éléments concernant le nombre d'or furent mon thème d'étude pour aborder le chapitre «Equation du second degré».

Personne ne remarque l'analogie avec $\Phi^2 = 1 + \Phi$! Toutes les étapes menant aux formules générales de résolution sont passées en revue, grâce à cet exemple :

- mise sous forme canonique,
- factorisation,
- solutions.

Après presque une heure, voici donc réapparaître LE nombre ; à l'examen des deux solutions du problème, les élèves reconnaissent maintenant . dans la solution positive (l'autre, en toute rigueur, ne convient pas au problème initial ! On comprend mieux ainsi le luxe de précision de la définition...). Nous montrons ainsi que

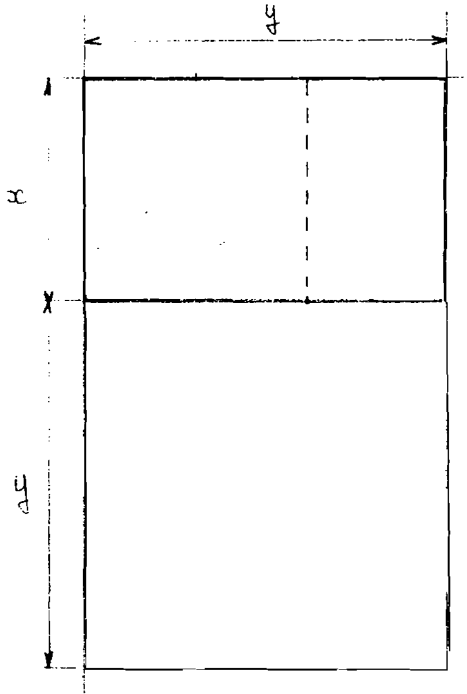
$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0,$$

en rapprochant ce résultat de ceux obtenus auparavant, en particulier

$$\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}.$$

Toute cette partie a été plus longue que prévu, mais la suite montre que, finalement, les élèves suivent mieux la résolution de l'équation, et la méthode générale a pu être présentée en une heure seulement, sans aucune difficulté.

Application de la définition : construire un rectangle d'or (méthode connue) et prolonger un petit côté d'une longueur au grand côté ; terminer la construction du nouveau rectangle.



Remarques éventuelles ?

Il est vite trouvé que, puisque

$\frac{y}{x} = \Phi$ alors $\frac{x+y}{y} = \Phi$, on obtient un nouveau rectangle d'or, et l'on peut poursuivre avec des rectangles de plus en plus grands.

On peut aussi diviser le rectangle initial, ou un autre, en formant un nouveau rectangle d'or, et poursuivre dans cette voie.

VI – CONCLUSIONS.

1. Je ne saurai jamais si le nombre d'or restera, pour mes élèves, un symbole de proportion privilégiée...

Il me semble cependant avoir atteint partiellement mon objectif initial, à cette occasion : essayer de donner un enseignement qui soit aussi culturel, en cours de Mathématiques.

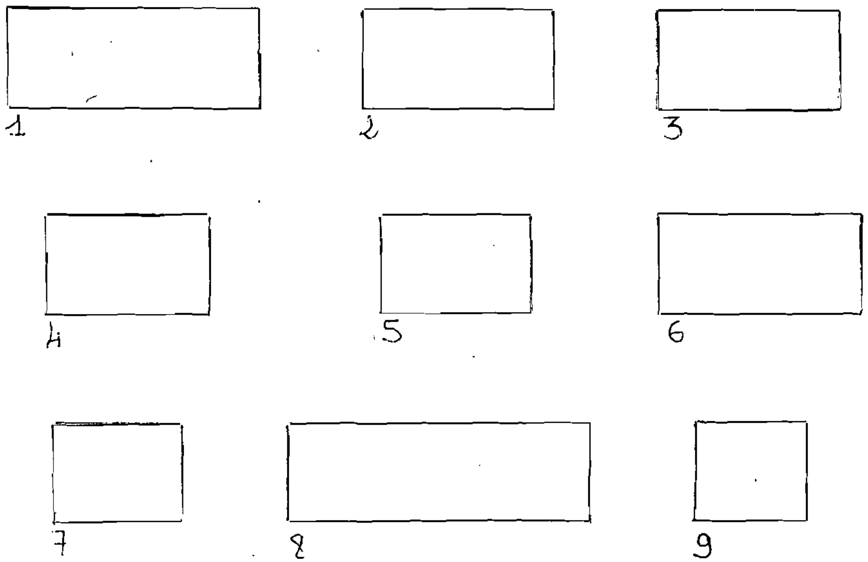
2. En ce qui concerne mes méthodes de travail, du classique déroulement : définition – exemples – propriétés – applications (objectifs seulement calculatoire et de réinvestissement), j'en suis arrivé à présenter d'abord des activités «riches» (les objectifs atteints sont nombreux), même en sachant d'avance qu'il faudra effectuer ensuite un patient travail de synthèse de tous les résultats collectés.

Dans le cas particulier exposé ici (thème pour aborder l'équation du second degré), les formules générales de résolution ont été présentées sans difficulté, et je suis persuadé qu'il peut en être ainsi pour d'autres chapitres du cours !

ANNEXE 1

moins de 15 ans	☐	1 CAP	☐	1 BEP	☐	mécanicien	☐
15-16 ans	☐	2 CAP	☐	2 BEP	☐	électricien	☐
17-17 ans	☐	3 CAP	☐	autres	☐	autre	☐
plus de 17 ans	☐	préciser :				préciser :	

Voici 9 rectangles :



Dans la case, inscris le numéro du rectangle qui a les proportions plus harmonieuses. ☐

ANNEXE 2

moins de 15 ans	☐	1 CAP	☐	1 BEP	☐	mécanicien	☐
15-16 ans	☐	2 CAP	☐	2 BEP	☐	électricien	☐
16-17 ans	☐	3 CAP	☐	autres	☐	autre	☐
plus de 17 ans	☐	préciser :				préciser :	

Dessine un joli rectangle (n'hésite pas à gommer pour améliorer) :

Quelle est la longueur de ton rectangle ?
Quelle est sa largeur ?