# RÉFLEXIONS À PROPOS DE L'UTILISATION DES CALCULATRICES DANS L'ENSEIGNEMENT

Philippe CLAROU
IUFM de Grenoble

## Introduction

Enseignant depuis 1966 en lycée, en collège puis en lycée-collège, j'ai assisté à l'apparition des calculatrices de poche grand public dans les années 70. Quel émerveillement de découvrir des "calculettes 4 opérations" avec une mémoire cumulative, permettant d'obtenir instantanément le résultat d'une opération usuelle ou une évaluation décimale d'une racine carrée ! Il y avait certes des problèmes de maintenance (piles vite épuisées par suite de l'affichage à diode électroluminescente, clavier défaillant) mais aussitôt, quelques enseignants ont pressenti l'exploitation qu'ils pouvaient en faire dans leurs classes. Parce qu'il dégageait de certaines contraintes de calcul, l'usage des calculatrices pouvait donner un nouvel intérêt à certaines activités arithmétiques comme l'étude des multiples, des diviseurs, des caractères de divisibilité, ... Les calculatrices scientifiques programmables (TI 57, HP 25, ...) ont encore ouvert de nouvelles possibilités. En particulier, elles ont souvent permis d'approcher le mode de pensée algorithmique et l'informatique. Dans certains établissements, les crédits pédagogiques ont permis de mettre à la disposition de classes quelques machines. Des activités de club se sont développées dans certains établissements et ont réuni les plus "mordus". Les calculatrices scientifiques sont devenues d'un prix de plus en plus abordable et les élèves ont pris l'habitude de disposer, dans leur cartable, de cet outil qui leur est devenu indispensable. Malgré cela, la prolifération des modèles et certaines réticences de la part des enseignants semblent n'en avoir pas favorisé une véritable prise en compte dans l'enseignement. Hormis l'engouement du début de la part de certains enseignants plutôt novateurs, les professeurs de mathématiques ont généralement renoncé à s'en occuper. Ils ont estimé qu'ils n'avaient pas à aider les élèves à utiliser les machines. «Ils n'ont qu'à lire le mode d'emploi ; je ne suis pas là pour les aider à le lire». Par ailleurs, le développement de l'informatique éducative a détourné l'attention des enseignants "novateurs" qui se sont mobilisés pour s'initier à l'informatique et chercher comment ils pourraient utiliser au mieux l'ordinateur dans leurs classes.

Les années ont passé. Les performances des calculatrices se sont accrues. Les modèles se sont quelque peu stabilisés. Leur utilisation s'avère incontournable mais avec des conséquences au niveau de certaines conceptions et de certains comportements d'élèves. La maîtrise des calculs et de la programmation est une exigence des programmes de second cycle de toutes les sections.

«petit x» n°39 pp. 55 à 78, 1994-1995

Même si les enseignants font parfois l'impasse sur ces préoccupations, ils constatent que les élèves utilisent souvent mal leurs machines malgré une apparente facilité.

Depuis longtemps, j'ai toujours pu mettre à la disposition de mes élèves un lot de machines, programmables ou non et j'ai développé des activités les utilisant. J'ai évidemment pu observer certains avantages et certains inconvénients associés à cet usage. Travaillant comme formateur à l'IUFM de Grenoble depuis 1991, notamment dans la formation des professeurs de collège et lycée (2ième année), j'ai été surpris de constater que les calculatrices étaient perçues très diversement par les enseignants stagiaires en formation. Chaque année, je dois suivre le travail d'une quinzaine de stagiaires dans leur classe en responsabilité. Je suis amené ainsi, à faire de nombreuses observations dans leurs classes et j'ai des contacts avec chaque conseiller pédagogique qui est lui, un enseignant ayant généralement une longue expérience. Pour encadrer le travail de préparation à la réalisation du mémoire professionnel, l'IUFM de Grenoble a créé des ateliers-mémoires d'une quarantaine d'heures regroupant les stagiaires autour d'un thème. Dans ce cadre, je propose chaque année une réflexion à propos du domaine numérique et en particulier de l'usage des calculatrices dans les classes. Plusieurs stagiaires en ont fait le sujet de leur réflexion et de leur expérimentation.

Dans cet article, après avoir fait une brève analyse des programmes sur cette question et après avoir développé quelques réflexions, je propose quelques activités pouvant répondre à trois objectifs : utilisation plus rationnelle des calculatrices, compréhension du principe général de fonctionnement et éclairage différent de certaines notions mathématiques.

# 1. Les calculatrices et les programmes

## 1.1. les calculatrices au collège

Dans les programmes de collège, les calculatrices sont mentionnées à la fois dans les instructions générales et dans les commentaires.

Dans les instructions générales, on peut lire notamment :

- au niveau 6e et 5e, «*Le travail effectué doit permettre à l'élève d'acquérir et de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin, de développer le calcul mental et, de façon conjointe, d'utiliser rationnellement des calculatrices de poche, ...*»
- en 4e et en 3e, «*Le travail effectué doit permettre à l'élève de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin, d'acquérir définitivement des techniques opératoires de base (mentales ou écrites) et, conjointement, d'utiliser rationnellement des calculatrices de poche, ...*»

De plus, certains contenus sont plus ou moins directement liés à l'usage des calculatrices :

- niveau 6e. «*Procédés de calcul approché : troncature et arrondi ; ordre de grandeur d'un résultat.*»
- niveau 4e. «*Écriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur ; ordre de grandeur d'un résultat.*»

Dans les commentaires, pour les niveaux 6e, 5e et 4e, on trouve, en en-tête du paragraphe «Travaux numériques» : «*Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul sous différentes formes : le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une calculatrice*». Au niveau 3e, il est précisé : «*les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique*».

On trouve aussi quelques commentaires spécifiques pour chaque niveau :

- niveau $6^e$. «*Les procédés de calcul approché trouveront un développement naturel dans le calcul mental et dans l'usage des calculatrices*».
- niveau $5^e$. «*Elles (les activités) entraîneront les élèves : ... - à l'organisation et à la gestion d'un programme de calcul, par exemple en apprenant à ouvrir ou à supprimer une parenthèse dans une expression correspondant à un calcul donné...*».

Dans la rubrique capacité exigibles, mais sans toutefois mentionner explicitement les calculatrices, on précise :

« - *Organiser et effectuer, uniquement sur des exemples numériques, les séquences de calculs déterminés par des expressions de la forme :*

$a + b\,c$, $a + \frac{b}{c}$, $\frac{a}{b + c}$, $\frac{a + b}{c}$ *ou celles obtenues en remplaçant le signe + par le signe –.*

*- Écrire sur des exemples numériques, les expressions correspondant à un programme de calcul donné en utilisant correctement les parenthèses. Organiser et effectuer les séquences de calculs correspondants.*»

- niveau $4^e$. Dans les capacités exigibles figurent «*utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée : du cosinus d'un angle aigu donné, de l'angle aigu de cosinus donné*» ainsi que «*calculer, en faisant usage de la touche* $\sqrt{\ }$ *de la calculatrice, un côté d'un triangle rectangle à partir de la donnée des deux autres côtés*».
- niveau $3^e$. «*La touche* $\sqrt{\ }$ *de la calculatrice, qui a déjà été utilisé en quatrième, fournit une valeur approchée d'une racine carrée*».

On se rend compte que l'usage des calculatrices apparaît explicitement plus au niveau des instructions générales que lors de la description des contenus figurant au programme. Aucun exemple pratique de prise en compte des calculatrices n'est donné.

### 1.2. les calculatrices en seconde

Dans un paragraphe consacré aux objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme de $2^{de}$, on trouve un alinéa relatif à l'emploi de calculatrices :

> «*Dans les classes de lycée, l'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique. De plus, en analyse, cet usage permet d'accéder rapidement à des fonctions variées et à leur représentation graphique. En seconde, les élèves doivent être entraînés à utiliser une calculatrice programmable comportant les fonctions statistiques pour effectuer des calculs numériques, pour calculer une moyenne ou un écart-type, et pour programmer, sur quelques exemples simples, le calcul des valeurs numériques d'une fonction d'une variable.*»

Cette initiation à la programmation par le calcul des valeurs numériques d'une fonction d'une variable est relative à la programmation séquentielle d'un calcul. Cette programmation est particulièrement intéressante. Elle nécessite une analyse de l'expression et l'organisation du calcul en vue de son traitement par la machine. L'expression doit être communiquée à la machine en tenant compte des priorités de calcul et du caractère séquentiel du traitement. Mais, depuis quelques temps déjà, on trouve sur le marché bon nombre de calculatrices doté d'un "éditeur d'expression" qui elles n'évaluent plus un calcul au fur et à mesure mais évaluent toute une expression préalablement écrite. Avec ces machines, l'expression définissant une fonction numérique d'une variable est globalement évaluable. Il n'est pas nécessaire de programmer le calcul séquentiel de cette même expression. C'est un analyseur syntaxique propre à la machine qui le fait. Comme ce type de calculatrice devient de plus en plus courant, il parait souhaitable dans ces conditions, d'actualiser les textes sur ce point particulier.

## 2. Essai de typologie et quelques constatations

### 2.1. typologie

On peut distinguer trois types de calculatrices :

- "calculette" 4 opérations (sans priorité pour les opérations, pas de parenthèsage, une mémoire cumulative)
- "calculatrice scientifique" (priorités habituelles au calcul algébrique, parenthèsage, une ou plusieurs mémoires). Les calculs sont effectués au fur et à mesure de la saisie des expressions. En particulier, les "touches fonctions" modifient immédiatement l'état de l'écran. Pour cette raison entre autres, il est nécessaire d'activer les "touches fonctions" $x^2$,1/x,... après avoir inscrit la valeur initiale à l'écran (notation postfixée en quelque sorte!).
- calculatrice avec un éditeur d'expression permettant une écriture très proche de l'écriture mathématique habituelle, la correction en cours de saisie de l'expression et la réédition d'une expression en vue de sa modification.

Les calculatrices se différencient aussi parce qu'elles interviennent, avec des niveaux de performances très différents, dans des régistres différents. On peut distinguer actuellement quatre types :

- calculatrice effectuant un simple calcul
- calculatrice programmable
- calculatrice graphique
- calculatrice effectuant des calculs formels.

La diversité des machines constitue un écueil très important pour que l'enseignant puisse organiser un apprentissage cohérent de leur utilisation rationnelle et pour qu'il puisse intégrer cet outil dans des activités spécifiques.

Les apports ne sont pas les mêmes suivant le type de machine. Prenons comme exemple le cas de l'utilisation d'une calculatrice "scientifique". La nécessité de la transcription des expressions numériques à évaluer et l'importance de l'organisation des calculs pour tenir compte des contraintes et des performances de la machine conduisent à une réflexion particulièrement intéressante sur les écritures, les priorités des opérations, et le rôle des parenthèses. La réalisation de ces mêmes calculs avec une calculatrice ayant un éditeur d'expression n'incite pas à la même réflexion. De même, la programmation séquentielle du calcul de f(x) sur une calculatrice du type TI 57, 62 ou Casio Fx180p constitue une première sensibilisation à la notion de programmation. Il n'en est pas de même avec une calculatrice du type TI 81 , 82, ... ou Casio 6800G, 7700G, ... !

Nous verrons plus loin quelques suggestions pour tenter de tenir compte de cette diversité.

### 2.2. Utilisation des calculatrices dans l'enseignement

#### Utilisation des calculatrices à l'école élémentaire

Actuellement, les calculatrices semblent moins utilisées par les maîtres qu'il y a une dizaine d'années. Il n'en est pas de même pour les enfants qui ont accès, la plupart du temps chez eux, à une ou plusieurs calculatrices plus ou moins performantes. Quand le prix des calculatrices "4 opérations" est devenu abordable, de nombreux maîtres se sont intéressés aux calculatrices, à leur mode de fonctionnement et à leur utilisation en classe : facteur constant, rôle et utilisation des mémoires, priorité des opérateurs, ... Plusieurs brochures ont paru : APMEP, IREM, INRP, Grand IN. La calculatrice était alors un objet d'étude en classe et elle donnait lieu à des activités spécifiques. Il semble que les problèmes de gestion dans une activité de classe aient calmé les ardeurs des premiers temps : notamment le contrôle des séquences de touches réellement tapés par les enfants, la diversité des modèles et de leur fonctionnement, la difficulté à organiser la réflexion en commun pour une activité essentiellement individuelle. Devant la complexité des problèmes soulevés (fallait-il changer l'approche des techniques opératoires ? ... ) et le souci de l'époque de se recentrer sur les objectifs de l'école, les calculatrices ont été peu à peu délaissées par les maîtres à l'école élémentaire tout au moins.

**Utilisation des calculatrices au collège**

La situation est légèrement différente dans le premier cycle des collèges puisque les calculatrices sont indispensables en 4ième pour trouver une valeur approchée d'une racine carrée ou pour évaluer un cosinus. Il y a donc un usage intensif des calculatrices mais il semble qu'elles ne font que rarement l'objet d'un enseignement spécifique. Les élèves apprennent seuls à les utiliser ; ainsi ils ne maîtrisent pas toujours l'utilisation des touches de fonctions (comme $\boxed{y^x}$) ou les différentes règles de priorité. Ils ne savent pas bien utiliser la touche $\boxed{\text{EE}}$ ou $\boxed{\text{Exp}}$ qui permet d'écrire un nombre en notation scientifique. Ils font leurs calculs souvent très rapidement et sans réfléchir à une utilisation rationnelle et efficace de cet outil. Ils arrivent tant bien que mal à obtenir des résultats à peu près corrects dans la majorité des cas. Parfois, ils emploient un très grand nombre de parenthèses ou bien ils effectuent leurs calculs étape par étape en retranscrivant les résultats intermédiaires obtenus. Ils n'utilisent que très rarement la ou les mémoires et ils doivent parfois recopier des résultats partiels. Ils n'ont presque jamais de procédures de contrôle. Pour justifier la non prise en compte de l'apprentissage de l'usage des calculatrices, les enseignants invoquent généralement la multiplicité, la diversité des modèles de machines ainsi que la difficulté de la gestion en classe entière d'une activité complètement individualisée.

**Utilisation au lycée**

Dans EVAPM 2e 91, il y avait quelques questions adressées aux professeurs qui avait fait participer leur classe à l'évaluation et qui se rapportaient aux calculatrices. 99% d'entre eux répondent que leurs élèves utilisent les calculatrices en classe ; 65% déclarent qu'elles sont utilisées pour faire des travaux de recherche ; 97% autorisent leur utilisation lors des contrôles écrits. 76% affirment avoir réalisé au moins une séance d'apprentissage à l'utilisation des calculatrices durant l'année mais 58% n'ont consacré aucune séance à l'apprentissage de la programmation et/ou de la gestion des algorithmes.

Dans son mémoire professionnel de 2e année d'IUFM intitulé “Maîtrise et confiance dans les calculatrices chez les élèves de 2e”, Jean-Christophe François fait remarquer que dans les programmes «si le mot “calcul” est systématiquement associé à celui de “calculatrice”, il n'est fait mention d'aucune activité spécifique incluant cet outil, celle-ci étant laissée à l'appréciation de l'enseignant».Il a utilisé dans sa classe, en le complétant, un questionnaire élaboré par Guy Fusiller dans le même cadre d'un mémoire professionnel. Du dépouillement du questionnaire, il ressort :

43% (20%)[1] des élèves considèrent la calculatrice comme indispensable ; les autres la considèrent comme utile ;

81% disent être gênés par l'interdiction de l'utiliser dans certaines circonstances ;

38% (50%) considèrent que la calculatrice ne favorisent pas l'apprentissage ;

[1]nous indiquons ( ) les pourcentages obtenus par G. Fusiller.

les 3/4 ont lu le mode d'emploi mais avouent ne pas l'avoir très bien compris et ne jamais s'y référer ;

moins de 10% utilisent une mémoire ;

60% considèrent que la valeur utilisée par la machine pour $\sqrt{5}$ est une valeur approchée mais 18% (25%) déclarent que c'est la valeur exacte ;

40% seulement ont su trouver x tel que cos x = 0,3 ;

10% ont calculé correctement $3 \times 10^2 + 4 \times 10^{-3} + 17 \times 10^4$ en utilisant la notation scientifique. Il note que la touche $y^x$ est mal connue ; qu'elle est souvent confondue avec la touche EE ou Exp ou $10^x$.

21% seulement évaluent correctement $1 - \left(\frac{3 + \sqrt{2}}{5}\right)^2$ ; la moitié des élèves de la classe fait une erreur de priorité.

## 3. Une prise en compte nécessaire

**La maîtrise des calculatrices n'est pas un objectif. C'est un moyen.** Les possibilités de calcul offertes par les machines permettent des approches qui ne seraient pas envisageables si on devait faire les calculs à la main. N'oublions pas cependant que les calculatrices sont devenues un outil incontournable puisqu'elles remplacent les tables trigonométriques et les tables de logarithmes.

### 3.1 Quelques avantages

La calculatrice permet notamment à l'élève :

- **d'être plus autonome**, en particulier pour la validation des résultats. Les travaux de didactique ont montré combien il était important, dans l'apprentissage des connaissances, de donner des moyens à l'apprenant de contrôler ses propres connaissances. On ne maîtrise une connaissance que si on sait l'utiliser de façon sûre et si on a les moyens de vérifier l'utilisation qu'on en fait.
- **d'être plus actif**. En particulier, les élèves peuvent plus souvent procéder par essais successifs. Cette démarche est d'autant plus intéressante qu'elle est accompagnée d'une réflexion permettant de choisir les essais les plus pertinents.
- **d'avoir accès rapidement à un très grand nombre de résultats** sans investissement excessif ni en temps ni en attention.
- **de vérifier, pour des valeurs particulières, certaines propriétés** familières aux mathématiciens.
- **d'aborder le traitement automatique des informations et «de favoriser une bonne approche de l'informatique»[2].**

### 3.2 Quelques difficultés

MAÎTRISE DES ALGORITHMES TRADITIONNELS

On peut se rendre compte dans les classes que certains élèves sont complètement démunis pour effectuer le moindre calcul en dehors de la calculatrice. Ils l'utilisent même parfois pour retrouver les tables de multiplication, des carrés comme $7^2$ ou $8^2$, ... Il semble difficile dans ces conditions qu'ils puissent conduire avec quelques chances de succès un calcul algébrique même élémentaire (développement, reconnaissance d'identités remarquables, factorisation, ...) ou certains calculs comme ceux par exemple associés à la proportionnalité. Cette attitude de "dépendance" vis à vis de la machine que l'on peut

[2]programmes de 2de 1ère et terminales BO n°7 du 7 juil 94

constater chez trop d'élèves, incite de nombreux enseignants dans les collèges ou même en seconde à interdire presque systématiquement l'usage des calculatrices. Il me semble que cela ne règle pas le problème de façon satisfaisante. Les élèves ne mémorisent pas mieux pour autant les tables ; ils ont encore beaucoup de difficultés à reconnaître une décomposition, un carré ou une valeur remarquable.

Il faut persuader les élèves de la nécessité d'avoir une bonne maîtrise des techniques traditionnelles tout au moins dans le domaine des nombres inférieurs à 100. Une telle maîtrise est en effet indispensable non seulement pour arriver à une utilisation rationnelle des calculatrices mais aussi plus généralement pour développer le moindre raisonnement en mathématique. Comment réussir en effet, à conduire le moindre calcul d'expressions algébriques si la moindre opération à effectuer constitue un obstacle ? Comment utiliser efficacement un développement si la détermination d'un simple produit n'est pas immédiate ? Comment réussir une factorisation si on ne reconnaît pas facilement les carrés ou si on a du mal à imaginer telle ou telle décomposition. En se restreignant à des nombres inférieurs à 100, on évite de consacrer beaucoup d'énergie aux techniques opératoires et on peut réserver plus de temps à une réflexion sur le sens des opérations. Les techniques traditionnelles sont faciles à mettre en oeuvre dans ce champ numérique restreint. Il n'en est pas de même par exemple pour une division posée avec un dividende et un diviseur ayant 3 ou 4 chiffres. Quiconque n'a pas la pratique fréquente de telles opérations rencontre des difficultés ou met beaucoup de temps pour aboutir à un résultat acceptable.

L'utilisation intensive des calculatrices peut contribuer à la maîtrise de ces techniques traditionnelles car elle permet d'aborder un plus grand nombre d'activités numériques. Une pratique intensive, intégrée à l'enseignement de mathématiques, peut favoriser les occasions de certains contrôles de calcul, de l'évaluation de l'ordre de grandeur d'un résultat, de réflexions sur l'organisation des calculs et par là même peut aider l'élève à prendre un certain recul par rapport à la machine.

COMMENT ORGANISER LA CONDUITE DE CLASSE

Certains enseignants peuvent craindre de conduire une classe avec des élèves plus autonomes et plus actifs. Souvent désorientés par la diversité des calculatrices en usage, maîtrisant mal les divers fonctionnements, ils semblent manquer d'éléments pour les caractériser et pour aider leurs élèves à mieux utiliser leur machine. Ils se laissent abuser parfois par la facilité que les élèves laissent apparaître en utilisant leur machine avec une certaine désinvolture. Les enseignants ont l'impression que les élèves maîtrisent mieux qu'eux-mêmes le fonctionnement des machines. Or ce n'est pas vrai : les élèves manquent de recul et de réflexion. Ils ont souvent des conceptions erronées quant au fonctionnement des calculatrices. Ils connaissent mal les modèles mathématiques sous-jacent et leur maîtrise des machines reste très superficielle. Elle ne résiste pas face à la moindre situation un peu délicate. La lecture du mode d'emploi peut suffire à un enseignant inexpérimenté pour comprendre le fonctionnement. Cette même lecture n'apporte souvent aucun éclaircissement[3] à un élève parce qu'il n'a pas une bonne représentation du fonctionnement des machines.

Il est assez fréquent de constater dans les classes que les élèves sont loin de maîtriser des calculs même assez simples avec la machine souvent très sophistiquée qu'ils possèdent. Ils oublient parfois des parenthèses nécessaires ; ils en ajoutent aussi parfois inutilement ; ils n'utilisent pas ou mal certaines fonctions. Ils choisissent souvent des modèles fort chers parce qu'ils comportent des possibilités de mémoire importante ; cette

---

[3] cf. les réponses au questionnaire de J.C. François.

mémoire leur sert non pour enregistrer des programmes mais comme formulaire. La seule mais grande maîtrise qu'ils en aient, leur sert à stocker des formules de mathématiques, de physique ou de chimie, des dates et diverses données relatives à l'histoire ou à la géographie. C'est pour éviter d'encourager de telles pratiques que les élèves disposent depuis un certain temps, un formulaire au baccalauréat. Dans certains examens (deug par exemple), les élèves ne disposent que d'un modèle de base de calculatrice de type scientifique.

CONCEPTION DES NOMBRES

L'utilisation des calculatrices dans l'enseignement des mathématiques risque de conduire à des conceptions particulières des calculs et des nombres. Certes, quelques machines, conçues pour l'utilisation en collège, effectuent, dans une certaine limite, les calculs sur des rationnels en donnant les résultats sous la forme d'écriture fractionnaire. Depuis peu, certaines calculatrices, "haut de gamme", effectuent les calculs formels. Leur utilisation ne manque pas de surprendre lorsque par exemple, une machine de ce type se contente d'afficher $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ lorsqu'on tape $(1 + \sqrt{5}) \div 2$ suivi de $\boxed{\text{Enter}}$. Mais en dehors de ces exceptions auxquelles nos élèves ne sont pratiquement jamais confrontés, toute séquence de calcul se termine par un affichage sous la forme d'un décimal avec généralement 10 chiffres significatifs éventuellement en écriture scientifique. À l'exception du calcul formel, une machine gère les calculs sur un nombre fini de décimales dépassant le nombre de décimales affichées. Un système d'arrondi automatique plus ou moins élaboré permet de corriger certaines approximations (par exemple pour que $(\sqrt{2})^2$ donne 2 ou même que $7 \times \frac{1}{7}$ donne 1). L'orientation (sûrement inévitable) des programmes officiels en vigueur favorise cette prépondérance des décimaux. N'aborde-t-on pas en premier, avant l'étude des rationnels ou la simple introduction de l'écriture fractionnaire, la notion d'approximation décimale d'un quotient ? La première approche d'une notion comme la racine carrée d'un réel ne se fait-elle pas par la calculatrice ? De plus, il n'y a plus d'étude systématique des ensembles de nombres : IN, ·, ID, È, „. Certains travaux[4] montrent bien la place prépondérante occupée par les décimaux perçues par la plupart des élèves ou des étudiants essentiellement comme des nombres qui s'écrivent avec une virgule. Dans cette conception, un nombre décimal n'est pas considéré comme ayant un nombre fini de chiffres non nuls. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point particulier dans un prochain article avec le travail réalisé par Isabelle Jacquier dans le cadre de son mémoire professionnel de $2^{\text{ième}}$ année IUFM.

### 3.3 OBJECTIFS VISÉS

L'utilisation des calculatrices devrait tendre à la réalisation des objectifs suivants :

- **maîtrise de "l'instrument de calcul"** ; en particulier, utilisation des touches fonctions, d'une mémoire, de la dernière valeur calculée (ou "réponse") donnée par la machine (touche $\boxed{\text{ANS}}$ ["answer"]) ;
- **compréhension du fonctionnement** (calcul avec un nombre fini de chiffres significatifs, représentation graphique point par point) et prise de conscience de certaines limites ;

[4] Claire Margolinas, *Les réels dans tous les états*, mémoire de DEA ; Marie Laure Izorche ; Robert Neyret, thèse de doctorat

- **éclairage différent** permettant une appréhension plus approfondie de notions figurant aux programmes (propriétés numériques, fonctions, suites, programmation, ...)

Ces objectifs ne sont pas dissociables. Ils ne peuvent être visés qu'en interaction. Aucun d'eux ne peut être réservé à un niveau donné. En particulier, l'objectif de maîtrise des calculs largement abordé en collège devrait être poursuivi durant les trois années de lycée en liaison avec les nouvelles notions abordées.

Il est indispensable de tenir compte de l'existence des calculatrices pour l'approche des différentes notions étudiées dans le domaine numérique. En particulier pour ne pas négliger les possibilités qu'elles offrent. Non seulement elles rendent possibles des approches très intéressantes de différentes notions (comme le quotient ou la racine carrée, ...) mais elles permettent aussi de consacrer un peu moins de temps aux algorithmes et plus de temps au sens des opérations. Elles sont l'occasion de donner une sorte de concrétisation de certaines propriétés étudiées sur le plan théorique : variations, convergence, ...

### 3.4 AIDE À L'UTILISATION RATIONNELLE

L'évolution des technologies et la diversité des machines est un obstacle majeur à la mise en oeuvre de cet apprentissage. On peut proposer aux élèves, au cours de séances de module par exemple, de se regrouper suivant le type de machine utilisée pour aborder quelques activités de calcul nécessitant l'utilisation de la plupart des touches. Certains établissements disposent d'un lot de machine du même type acquis à l'aide des crédits pédagogiques. Il est possible alors de mettre ces calculatrices à la disposition d'une classe pour une telle séance. Il faudra alors demander aux élèves de comparer le fonctionnement de la machine fournie avec celle qu'ils utilisent habituellement.

Il est important, à l'occasion de ce travail, d'établir une distinction entre séquence de touches (ligne de frappe) et écriture d'expression, tout au moins dans certains cas. Même avec un éditeur d'expression, il y a encore quelques contraintes d'écriture. Il est aussi nécessaire de s'assurer de l'emploi correct de certaines touches comme par exemple $\boxed{\text{EE}}$, $\boxed{\text{Exp}}$, $\boxed{x^2}$, $\boxed{x^{-1}}$, $\boxed{y^x}$, $\boxed{\sqrt[x]{y}}$,... de la maîtrise des priorités, de l'utilisation des parenthèses. Ce travail peut se faire au travers d'activités très diverses ne se réduisant pas à un simple rappel technique.

Un élève n'arrive pas à utiliser rationnellement sa calculatrice si on ne lui donne pas en classe de mathématiques l'occasion d'étudier quelques principes de fonctionnement et d'en exploiter certaines possibilités. Il ne s'agit pas de lui faire lire un mode d'emploi mais il s'agit plutôt de lui montrer comment il peut investir ses connaissances mathématiques pour utiliser efficacement une calculatrice et pour interpréter certains résultats obtenus.

### 3.5 DÉMYSTIFICATION

Un certain nombre d'activités permet d'aborder les limites de calcul des machines. Certaines peuvent paraître très artificielles. C'est normal puisque les calculatrices sont très performantes. Il est certain que ces limites sont très rarement perçues dans une utilisation "normale". Cela prouve qu'une calculatrice est un produit bien adapté à son utilisation. L'approche de ces limites vise à une compréhension du mode de fonctionnement. Ces activités devraient permettre à l'élève de prendre un certain recul et l'inciter à rester vigilant par rapport aux résultats qu'il obtient.

## 4. Quelles contenus d'enseignement pour lesquels l'usage des calculatrices s'avère intéressant

Avant de proposer quelques exemples de fiches d'activités pour les classes de collège et de seconde, voici une analyse rapide de l'apport des calculatrices suivant les différentes rubriques des programmes de ce niveau.

### 4.1. sixième

#### 4.1.1. Opérations sur les décimaux

L'utilisation de la calculatrice

- aide à la réflexion sur le sens des opérations [5];
- permet de poser le problème de l'approximation[6];
- oblige à envisager des procédures permettant de déceler d'éventuelles erreurs de frappe ;
- pose le problème de l'évaluation de l'ordre de grandeur d'un résultat[7];
- introduit une difficulté supplémentaire : le grand nombre de chiffres après la virgule et la notation scientifique en cas de dépassement de la capacité d'affichage[8].

#### 4.1.2. Quotients ; approximations d'un quotient

Une calculatrice permet

- d'aider certains enfants en grande difficulté pour aborder ou améliorer la maîtrise de l'algorithme de la division (suite de multiples du diviseur, soustraction partielle) ;
- de faire un travail de comparaison systématique entre les quotients $\frac{a}{b}$, $\frac{2a}{b}$, $\frac{3a}{b}$, etc... d'une part et $\frac{a}{b}$, $\frac{a}{2b}$, $\frac{a}{3b}$, ... etc... d'autre part [9] ;
- de poser le problème de l'approximation d'un quotient et de rechercher sa valeur approchée par encadrements successifs.

Les approximations automatiques réalisées par la machine font obstacle à la compréhension des décimaux. Il faut bien situer le niveau où on se place.

### 4.2. cinquième

#### 4.2.1. Proportionnalité ; pourcentage

Le travail avec une calculatrice modifie profondément l'approche de la proportionnalité en éliminant les contraintes opératoires et en permettant la concentration sur le sens d'une situation de proportionnalité. Il est possible d'effectuer sans coût n'importe quel essai et ainsi de découvrir les propriétés liées à cette notion.

#### 4.2.2. Distributivité

Les activités portant sur la notion de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition sont fastidieuses et ne présentent guère d'intérêt si l'on doit effectuer les calculs en posant les opérations.

---

[5] voir *Opérations sans calculatrice* (4), (5) et (6) ; *avec trois chiffres et une calculatrice*
[6] voir *Quelques activités avec calculatrice* (A.1) et (A.2)
[7] voir *Quelques activités avec calculatrice* (B.1) et (B.2) *; ordre de grandeur* (1) et (2)
[8] voir *Quelques activités avec calculatrice* (D.1)
[9] voir *Opérations sans calculatrice* (6)

### 4.2.3. Nombres relatifs

Les calculatrices sont un bon support pour introduire les opérations sur les relatifs ; en particulier, elles fournissent une des justifications de la règle des signes. Mais il faudra aborder la difficulté importante due au fait que le (-) du nombre et le (-) opératoire, selon les calculatrices, correspondent à la même touche ou à deux touches différentes.

### 4.2.4. Fractions

Il existe maintenant des machines permettant le calcul sur les fractions (notamment la Galaxy 40 de TI). Avec celles-ci, il sera intéressant d'organiser des activités basé sur le fait qu'on atteint rapidement les limites de calcul, que l'addition s'effectue avec pour dénominateur commun le produit des dénominateurs ou encore sur la possibilité de simplifier une écriture fractionnaire, sur l'affichage de 0/1 de n/1. La calculatrice

- libère des contraintes de calcul
- permet de consacrer plus de temps aux activités donnant du sens
- oblige à parler de l'approximation décimale.

Dans les programmes scolaires, les notions de «troncature», d'arrondi permettent de répondre aux problèmes introduits par l'usage des calculatrices scientifiques.

Un exemple montrant les limites de calcul : *calculer* $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$, $2-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$ et $2-\frac{2}{3}-\frac{2}{3}-\frac{2}{3}$ *sur une calculatrice scientifique élaborée* !

## 4.3. Quatrième

### 4.3.1. Puissances

Pour introduire la notion de puissance, on peut évidemment utiliser les performances des calculatrices[10]. Par exemple, on peut utiliser la possibilité de facteur constant (additif ou multiplicatif sur Galaxy 40) et obtenir sans aucune difficulté la suite des premières puissances de 2 par exemple. On évite ainsi les approximations associées à l'usage de l'opération $y^x$. On obtient ainsi la valeur exacte de $2^{33}$ . Attention, $2^{34}$ est en écriture scientifique.

• Exposant négatif

Avec l'opérateur constant : 2 , il est facile d'aboutir à $2^{-n}$ , où n est entier. Mais attention, il faut gérer les différents affichages ainsi que la valeur de l'exposant.

• Notation scientifique

Il est nécessaire de bien préciser la signification de l'affichage scientifique utilisé par les calculatrices, son rôle et ses composantes[11].

• La touche $\boxed{\times\ 10^x}$ (ou $\boxed{\text{EE}}$ ou $\boxed{\text{Exp}}$) [12]

Les élèves font une grande confusion entre les touches EE (permettant d'écrire l'exposant dans le cas d'une notation scientifique) et la touche $y^x$. Il faudra relier ces écritures avec celles d'expressions numériques ou algébriques.

• Écriture des grands nombres et des nombres voisins de 0.

• Maîtrise des nombres supérieurs à $10^p$ (p étant le nombre de chiffres de l'affichage)

Il est possible de proposer de nombreuses activités sur ce thème. En particulier, les opérations sur des nombres dont le nombre de chiffres dépasse celui de l'affichage :

- exécution d'une addition, d'une soustraction avec des nombres de 15 chiffres ou plus ;

---

[10] voir *Au delà de l'écran de la calculatrice* (1 à 4)

[11] voir *Quelques activités avec calculatrice* (2) et (4)

[12] EE peut être interpréter comme Écriture de l'Exposant ; voir *Maîtrise des calculatrices scientifiques* (3)

- multiplication de nombres supérieurs à $10^{p/2}$ avec une disposition commode (per gélosia[13]) ;
- clé du numéro INSEE[14] (la clé d'un numéro INSEE est égale à 97 moins le reste de la division entière du n° INSEE par 9) ; dans ce cas, il faut arriver à calculer le reste d'une division entière d'une part, pour un nombre qui ne peut pas être entièrement affiché à l'écran d'autre part.

### 4.3.2. Évaluation d'expression algébrique

On peut envisager au moins deux activités différentes sur ce point : l'organisation des calculs relatifs à l'évaluation d'une expression[15] ; la vérification de l'"équivalence" de deux expressions numériques ou algébriques[16] (pour ces dernières, on peut donner aux lettres une valeur numérique ; c'est un procédé de vérification qui peut être très sûr pour les expressions courantes du collège ou même du lycée).

Pour améliorer le calcul d'expressions, on peut travailler le «codage» du calcul par une séquence de touches et le «décodage» d'une séquence de touches en une expression.

### 4.3.3. Rapport de projection orthogonale ; cosinus

• Approche possible par approximation :
Il s'agit de mesurer différents segments portés par une droite donnée d'une part, leurs projections orthogonales d'autre part et de comparer les quotients correspondants.

• Valeurs trigonométriques

Les calculatrices remplacent les tables trigonométriques avantageusement, par leur précision et leur facilité d'emploi. On obtient aussi bien la valeur du cosinus d'un angle donné que la valeur de l'angle à partir de son cosinus. Cette facilité n'est pas sans conséquence par rapport aux apprentissages : difficulté de gestion des unités d'angle, difficulté sur la notion de fonction réciproque ($\cos^{-1}$ donne une valeur correspondant à un angle aigu).

La facilité du calcul des valeurs trigonométriques permet d'aborder des problèmes intéressant faisant intervenir la trigonométrie (calcul de distance ou d'angle dans des situations relativement concrètes). Cela permet de présenter la notion de cosinus en réponse à une problématique.

### 4.3.4. Racines carrées

• Approche possible par approximation.
Les calculatrices sont évidemment indispensable pour l'introduction de la notion de racine carrée. Elles permettent l'évaluation instantanée d'une valeur approchée décimale de n'importe quelle racine (on n'apprend plus depuis longtemps à extraire les racines carrées). Mais ici encore, ce n'est pas sans quelques inconvénients : $\sqrt{x}$ apparaît comme un décimal. Il est essentiel de bien préciser le fonctionnement de la machine en particulier au niveau des approximations lorsqu'on atteint les limites de l'affichage.

Dans un premier temps, on pourra approcher le décimal dont le carré vaut 2 par encadrements successifs. On pourra ensuite faire sentir qu'un tel décimal ne peut exister. On peut ensuite réfléchir sur la valeur approchée obtenue par la calculatrice : en particulier, en quoi elle apparaît comme une approximation.

• Simplification d'expression faisant intervenir des radicaux[17]

---

[13] voir *Quelques activités avec calculatrice* (D.4)
[14] voir *Des clés pour des nombres*
[15] voir *Quelques activités avec calculatrice* (C.3)
[16] voir *Des conjectures avec une calculatrice* (6) (7)
[17] voir *Des conjectures avec une calculatrice* (6)

Ici encore, une calculatrice permet de vérifier l'égalité des expressions obtenues.
N'oublions pas qu'il ne s'agit pas d'opposer calcul et calculatrice mais bien d'intégrer un outil universellement employé dans l'apprentissage et de permettre une utilisation plus performante par les élèves.

### 4.3.5. Énoncé de Pythagore et réciproque

Les calculatrices sont indispensables pour toutes les activités utilisant le théorème dit de Pythagore ou sa réciproque. Elles libèrent l'élève des contraintes opératoires à condition toutefois qu'il maîtrise bien l'usage des fonctions $x^2$ et $\sqrt{x}$. On pourra entre autres réaliser plus facilement une approche expérimentale de ces propriétés. La détermination de la longueur d'un coté d'un triangle rectangle connaissant la longueur des deux autres cotés devient une procédure très accessible puisque le calcul d'une racine carrée ne pose aucun problème.

## 4.4. Troisième

### 4.4.1. Illustration de "produits remarquables"

Donnons deux exemples :

- si on calcule $11^2$, $111^2$, $1111^2$ , .... avec une calculatrice, on peut facilement faire réfléchir sur la régularité des résultats obtenus : 121 , 12321, 1234321, ... et mettre en relation avec $(x+1)^2$. On peut faire de même avec $99^2$, ...
- on peut faire découvrir que le carré d'un nombre se terminant par 5 s'obtient facilement à partir du produit de deux entiers consécutifs : $45^2$ vaut 2025 ; ce résultat s'obtient facilement à partir du produit 4 x 5.

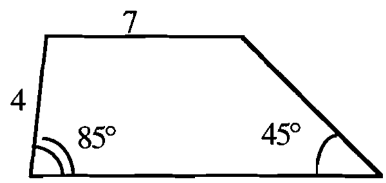
### 4.4.2. Fonctions trigonométriques

L'usage des calculatrices a modifié sensiblement l'approche des fonctions trigonométriques et les contenus d'enseignement. Des élèves de 1er cycle peuvent mettre en évidence rapidement le rapport de projection orthogonale à partir d'une série de mesures expérimentales sans passer beaucoup de temps à des calculs de quotients.
Les valeurs des fonctions trigonométriques s'obtiennent avec une grande précision sans passer par l'interpolation linéaire. La valeur d'un angle est donnée directement à partir de la valeur d'une fonction trigonométrique sans interpolation ni conversion fastidieuse.

### 4.4.3. Deux exemples

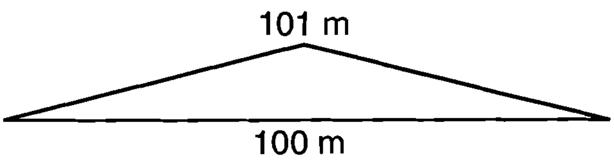
**Trapèze**

*Calculer le périmètre d'un trapèze connaissant deux cotés et deux angles comme dans l'exemple ci-contre.*




**Corde**

*Une corde de 101m de long est tendue par son milieu entre deux piquets distants de 100m. A quelle hauteur s'élève le milieu de la corde ?*



### 4.5 au niveau Seconde

#### ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

**Expressions algébriques**[18]

- Vérification d'égalité du type $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = 2 - \sqrt{3}$ conjointement à la transformation de l'écriture du 1er membre. Utilisation de la calculatrice pour évaluer les deux membres.

**Encadrements**

- Encadrement de la somme de deux nombres, du produit de deux nombres positifs, de la différence de deux nombres, de l'inverse d'un nombre, de la racine carrée.

**Systèmes linéaires d'équations**

- Résolution en travaux dirigés de systèmes avec des coefficients relativement grands.

#### ÉTUDE DE FONCTIONS

**Évaluation de l'image par une fonction d'un réel donné**

Réalisation d'un programme de calcul

**Représentation graphique**

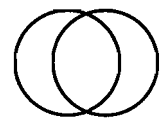
Le fait de disposer d'un programme de calcul pour une fonction donnée est une aide précieuse pour choisir l'échelle et réaliser la représentation point par point.

**Recherche d'extremum**

- Comment découper les quatre coins d'un carré de carton pour réaliser par pliage un parallélépipède rectangle de volume maximum ?
- Quel rayon et quelle hauteur pour une boîte de conserve de 1l. si on veut minimiser la tôle utilisée pour sa réalisation ?

**Recherche d'une solution approchée d'une équation**

- Situation des "deux croissants"[19]. Il s'agit de trouver la position des deux cercles pour que les trois zones aient même aire. Ce problème se ramène à la recherche d'une solution approchée de l'équation
$\sin x = x + \pi/2$



#### ÉTUDE DES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Il est possible de faire observer la non-linéarité et la périodicité des différentes fonctions trigonométriques.

#### STATISTIQUE

«Exécution des calculs à la machine (calculatrice, ordinateur)....»
Présentation des résultats à l'aide d'histogrammes, de graphiques,...

## 5. PROPOSITION D'ACTIVITÉS POUR LE COLLÈGE ET AU NIVEAU SECONDE

### 5.1 PRÉSENTATION

Les exemples d'activités pourraient être considérablement multipliés. Nous avons voulu en sélectionner seulement quelques uns de façon plus à suggérer des directions de recherche et de réflexion pour chacun plutôt qu'à être exhaustif.

---

[18] voir *Des conjectures avec une calculatrice* (6) (7)

[19] ouvrage de 2de collection Terracher éditions Hachette 1986

**Maîtrise des calculatrices scientifiques**

Voici réunis un certain nombre d'exercices visant à aborder l'ensemble des calculs les plus courants. Ils devraient aider à dépister et à résoudre la plupart des difficultés liées à l'utilisation des calculatrices.

**Maîtrise des calculatrices avec éditeur d'expression**

Même au collège, il est intéressant d'aider les élèves à mieux connaître ce type de machine. Si un élève est livré à lui-même pour prendre connaissance de ce type de machine, on peut douter qu'il parvienne facilement à une utilisation rationnelle. La fiche proposée comporte aussi des exercices relatifs aux fonctions log, ln, $e^x$, ... qui ne concernent pas le niveau collège ou seconde.

**Quelques activités avec calculatrice au collège et en Seconde**

Voici quelques exemples, regroupés suivant quelques thèmes importants, pour lesquels l'utilisation d'une calculatrice est particulièrement intéressante. Ils ont été glanés à travers divers manuels. Ils sont relatifs à plusieurs niveaux. Ils peuvent réaménagés et être mis en oeuvre suivant différents objectifs. Ils ont été réunis plus pour solliciter des idées d'utilisation très diverses.

**Ordre de grandeur ; opérations sans calculatrice**

Ces activités concernent plus particulièrement le niveau $6^e$ ou $5^e$. On peut même envisager d'aborder la plupart de ces exercices dès le CM (moyennant certains aménagements éventuels). L'objectif recherché ici est une certaine prise de distance par rapport à la machine avec une réflexion sur certaines propriétés des opérations usuelles.

**Au delà de l'écran de la calculatrice**

Il s'agit ici de sensibiliser les élèves au fait que la calculatrice n'opère que sur un nombre limité de chiffres significatifs. On peut entrevoir ainsi certaines limites des calculatrices.

**Défi**

Pourquoi ne pas chercher à faire aussi bien ou même mieux que la calculatrice ? Encore quelques exemples permettant d'approfondir la réflexion et pour favoriser une certaine prise de distance.

**Des conjectures avec une calculatrice**

Il nous parait important de ne pas opposer calculatrice et raisonnement voire démonstration. Pour les activités proposées ici, les calculatrices ne sont pas une fin en soi mais un point de départ au raisonnement à la démonstration. On ne va pas chercher à établir un résultat si on n'a pas une petit idée des chances qu'il a d'être vérifié. La machine sert donc à faire des conjectures. Grâce aux performances des calculatrices, il n'est pas très coûteux d'effectuer de nombreux essais. La facilité de ces essais devrait inciter l'élève à aller un peu plus loin, à relever le défi et à chercher à établir un résultat dans toute sa généralité. On a peut-être ainsi une possibilité de motiver un peu plus les élèves vers la démonstration. N'oublions pas que l'interdiction de toute vérification et de l'utilisation des calculatrices n'augmentera pas les chances de les intéresser.

**Des clés pour des nombres**

Voici un exemple d'activité permettant une réflexion particulière sur l'algorithme traditionnel de la division. Nous les proposons parce qu'elles montrent qu'une certaine utilisation des calculatrices peut ne pas desservir les apprentissages habituels.

## 5.2 MAÎTRISE DES CALCULATRICES SCIENTIFIQUES

Si on frappe sur le clavier d'une calculatrice scientifique la séquence de touches suivante :

$$\boxed{(}\boxed{4}\boxed{7}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{)}\boxed{\div}\boxed{(}\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{-}\boxed{8}\boxed{)}\boxed{=}$$

on obtient pour résultat à l'écran 0,72972973 qui correspond à une valeur décimale approchée de l'expression $\frac{47 - 4 \times 5}{3 \times 15 - 8}$.

Réciproquement, pour calculer une valeur approchée de l'expression $\frac{3+\sqrt{5}}{7}$ à l'aide d'une calculatrice scientifique n'ayant par d'éditeur d'expression, on peut frapper la séquence de touches suivante : $\boxed{(}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{)}\boxed{\div}\boxed{7}\boxed{=}$

Pour certains des exercices suivants, il sera demandé de préciser la séquence de touches effectivement utilisée. Il pourra aussi être demandé de retrouver l'écriture de l'expression correspondant à une séquence de touches donnée.

## A. Calculs élémentaires, priorité des opérations

1°) Évaluer les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| A = 8 x 7 — 5 x 4 | B = 17 — 2 x 3 + 7 ÷ 3 | C = 67 x (-23) ÷ 5 |
| A = | B = | C = |
| Écrire la séquence de touches correspondant au calcul de C : | | |

| | | |
|---|---|---|
| D = -7 x 5 ÷ 16 | $E = \frac{3}{4 \times 5}$ | $F = \frac{3}{4 + 5}$ |
| D = | E = | F = |
| Écrire la séquence de touches correspondant au calcul de E : | | |
| Écrire celle correspondant au calcul de F : | | |

| | | |
|---|---|---|
| $G = \frac{2 + 3 \times 4}{5}$ | $H = \frac{2 \times 3 + 4}{5}$ | $I = \frac{2 \times 3 + 4 \times 5}{6 \times 7 - 2 \times 4}$ |
| G = | H = | I = |
| Écrire la séquence de touches correspondant au calcul de I : | | |

2°) À quelle expression correspond chacune des séquences de touches suivantes

| | | |
|---|---|---|
| $ST_1$ $\boxed{3}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{=}$ | $ST_2$ $\boxed{3}\boxed{\div}\boxed{4}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{=}$ | $ST_3$ $\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{=}$ |
| $ST_4$ $\boxed{3}\boxed{\div}\boxed{4}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{=}$ | $ST_5$ $\boxed{3}\boxed{\div}\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{=}$ | $ST_6$ $\boxed{3}\boxed{\div}\boxed{4}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{=}$ |

## B. Calculs avec parenthèses

1°) Évaluer les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| A = (56 — 34) (21 + 78) | $B = 12\left(34 + \frac{56}{78 - 90}\right)$ | $C = \left(4 + \frac{5}{6}\right)\left(3 + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{6}$ |
| A = | B = | C = |

2°) À quelle expression correspond la séquence de touches suivante :

$E_1$ $\boxed{3}\boxed{\times}\boxed{(}\boxed{4}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\div}\boxed{4}\boxed{\times}\boxed{(}\boxed{1}\boxed{6}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{)}\boxed{)}$ $E_1$ =

$E_2$ $\boxed{(}\boxed{9}\boxed{-}\boxed{(}\boxed{5}\boxed{\div}\boxed{(}\boxed{4}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{6}\boxed{)}\boxed{\times}\boxed{7}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{)}\boxed{)}\boxed{\times}\boxed{(}\boxed{1}\boxed{7}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{)}$

$E_2$ =

## C. Notation scientifique

1°) En utilisant l'écriture scientifique et en particulier la touche $\boxed{x10^n}$, $\boxed{EE}$ ou $\boxed{Exp}$, calculer les expressions suivantes et essayer de retrouver sur la machine l'écriture décimale (pour les expressions A et B donner aussi la séquence de touches correspondante) :

| | |
|---|---|
| $A = 2 \times 10^{-4} + 5 \times 10^{4} - 3 \times 10^{2}$<br>A = | $B = 5 \times 10^{-3} + 10^{5} - 2 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-2}$<br>B = |
| $C = 1{,}23 \times 10^{-4} \times 5{,}67 \times 10^{2}$<br>C = | $D = 3{,}21 \times 10^{-5} \div 3{,}2 \times 10^{-3}$<br>D = |

2°) Compléter l'affichage obtenu sur une calculatrice en mode écriture scientifique pour les calculs suivants :

| | |
|---|---|
| $345000 + 47{,}519 = 3{,}45047519 \times 10^{\cdots}$ | $345000 \times 47{,}519 = 1{,}6394055 \times 10^{\cdots}$ |
| $622{,}5 + 43{,}21 = 6{,}6571 \times 10^{\cdots}$ | $622{,}5 \times 43{,}21 = 2{,}6898225 \times 10^{\cdots}$ |
| $3{,}51 \times 10^{-2} + 2{,}7 \times 10^{2} = 2{,}70035 \times 10^{\cdots}$ | $3{,}51 \times 10^{-2} \times 2{,}7 \times 10^{2} = 9{,}477 \times 10^{\cdots}$ |

## D. Exposants (opération $y^x$)

1°) Évaluer les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $A = 5{,}1^5 + 2{,}5^4 \times 3{,}1^3$<br>A = | $B = (5{,}1^5 + 2{,}5^4) \times 3{,}1^3$<br>B = | $C = (4 + 7^3)^2$<br>C = |
| $D = (17 + \frac{5}{7})^3$<br>D = | $E = \frac{4^7}{3^6}$<br>E = | $F = (87 - 21)^{-6}$<br>F = |
| $G = 13^5 + 52^3$<br>G = | $H = 13^{1/5} + 52^{1/3}$<br>H = | $I = 10^4 + 5\pi^{-3}$<br>I = |
| $J = \sqrt[3]{13} + \sqrt[5]{52}$<br>J = | $K = (-7)^3 + (14 - 3^2)^2$<br>K = | $L = (5 - 7^2)^{-3}$<br>L = |

2°) Évaluer et comparer $(x - y)^3$ et $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$ dans les cas suivants :

| | |
|---|---|
| $x = 7$ et $y = 3$ : $(x - y)^3 =$ | $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 =$ |
| $x = 5$ et $y = -2$ : $(x - y)^3 =$ | $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 =$ |
| $x = 2^5$ et $y = 7^{-3}$ : $(x - y)^3 =$ | $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 =$ |
| Écrire la séquence de touches dans au moins un des cas. | |

3°) POUR ALLER PLUS LOIN

1. Calculer $(4^2)^3$. Comparer $(4^2)^3$ et $4^6$. Est-il nécessaire d'utiliser les touches $\boxed{(}$ et $\boxed{)}$ pour calculer $(4^2)^3$ ?

2. Calculer $4^{(2^3)}$. Comparer $4^{(2^3)}$ et $4^8$. Est-il nécessaire d'utiliser les touches $\boxed{(}$ et $\boxed{)}$ pour calculer $4^{(2^3)}$ ?

3. Calculer $4^{0,4}$ ; $(-4)^{0,4}$ ; $4^{2/5}$ ; $(-4)^{2/5}$ ; $((-4)^2)^{1/5}$ ; $((-4)^{1/5})^2$

## E. Fonctions $x^2$, $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$, sin, cos, tan, log, ln, $10^x$, $e^x$, ...

1°) Évaluer les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $A = 1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$<br>$A =$ | $B = 2 \times 3^2 + 4^2 \times 5 - 6^2 \times 7^2$<br>$B =$ | $C = (3^2 + 13^2 \times 4)^2$<br>$C =$ |
| $D = \frac{1}{3} + \pi^2 \times \frac{1}{7}$<br>$D =$ | $E = \dfrac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$<br>$E =$ | $F = \dfrac{1}{(1 + 10^{-14}) - 1}$<br>$F =$ |

2°) Calculer P, Q et R qui sont des approximations de $\pi$ en fractions continues :

| | | |
|---|---|---|
| $P = 3 + \frac{1}{7}$<br>$P =$ | $Q = 3 + \dfrac{1}{7 + \frac{1}{15}}$<br>$Q =$ | $R = 3 + \dfrac{1}{7 + \dfrac{1}{15 + \frac{1}{31}}}$<br>$R =$ |

3°) Si trois résistances $R_1$, $R_2$ et $R_3$ sont montées en parallèles la résistance équivalente R est donnée par $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$. Calculer R dans les deux cas suivants :

$R_1 = 5 \times 10^{-1}$, $R_2 = 5 \times 10^{-1}$ ; $R_3 = 45 \times 10^{-2}$.

$\frac{1}{R} =$ $\qquad\qquad$ $R =$

4°) Évaluer les expressions suivantes :

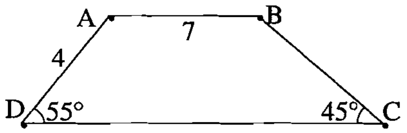
| | | |
|---|---|---|
| $A = \sqrt{2 + 5}$<br>$A =$ | $B = \sqrt{2} + \sqrt{5}$<br>$B =$ | $C = 2 + 3\sqrt{5} - \sqrt{11}$<br>$C =$ |
| $D = \sqrt{7} + \sqrt{3}\,(2 - \sqrt{19})$<br>$D =$ | $E = \sqrt{121 \times 16 - 25 \times 9}$<br>$E =$ | $F = \sqrt{11^2 \times 4^2 - 5^2 \times 3^2}$<br>$F =$ |
| $G = 5 - \sqrt{7 + 12^2}$<br>$G =$ | $H = \sqrt{5 + 2\sqrt{7} - 7\sqrt{3}}$<br>$H =$ | $I = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$<br>$I =$ |
| $J = \sqrt{\sqrt{\sqrt{3} + 2} + 1}$<br>$J =$ | $K = (\sqrt{2}\,\sqrt{3})^2$<br>$K =$ | $L = \frac{1}{\pi}\sqrt{2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5^2}}$<br>$L =$ |

| | |
|---|---|
| Comparer $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ et $5 + 2\sqrt{6}$ | Comparer $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$. |

6°) Évaluer les expressions suivantes : (penser à choisir le mode qui convient ! )

| | |
|---|---|
| $3 \sin 50° + 2 \cos 30° =$ | $\sin\frac{\pi}{4} + \cos\frac{3\pi}{8} =$ |
| $\sin^2\frac{\pi}{3} + \cos^2\frac{\pi}{3} =$ | $\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2} =$ |
| $\sqrt{1 - \sin^2 40°} =$ | $\cos^{-1}\left(\sqrt{1 - \sin^2 40°}\right) =$ |

7°) ABCD est un trapèze. Les segments [AB] et [AD] mesure respectivement 7 et 4 en cm . On a aussi $\widehat{D} = 55°$ et $\widehat{C} = 45°$.




Déterminer une valeur approchée du périmètre de ce trapèze.
Écris les séquences de touches qui correspond aux calculs effectués.

**8°)** Évaluer les expressions :

| | | |
|---|---|---|
| $A = \ln 7 + \ln 2 - \ln 14$<br>A = | $B = (\log 7)^2 + \log 7 + 1$<br>B = | $C = e^{(\ln 36 - \ln 2)}$<br>C = |
| $D = e^7 + e^{-3} - 5$<br>D = | $E = \dfrac{e^2 + e^{-2}}{2}$<br>E = | $F = \dfrac{e^2 - e^{-2}}{e^2 + e^{-2}}$<br>F = |

## F. Priorités entre fonctions et opérations

Pour une calculatrice scientifique :
- Essaye d'abord de prévoir l'expression correspondant à la séquence de touches donnée ;
- Complète ensuite l'affichage obtenu ;
- Vérifie que l'expression proposée correspond à l'affichage obtenu ; si tu as fait une mauvais prévision, cherche l'expression correspondant à l'affichage obtenu.

| séquence de touches | expression supposée | affichage obtenu | expression correspondante | séquence de touches | expression supposée | affichage obtenu | expression correspondante |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boxed{2}\,\boxed{\times}\,\boxed{5}\,\boxed{x^2}\,\boxed{=}$ | | 175 | 2 x ($5^2$) | $\boxed{+/-}\,\boxed{2}\,\boxed{\frac{1}{x}}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{+}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{+/-}\,\boxed{\frac{1}{x}}$ | | | |
| $\boxed{3}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{3}\,\boxed{+/-}\,\boxed{x^2}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{+}\,\boxed{\times}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{3}\,\boxed{x^2}\,\boxed{+/-}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{\times}\,\boxed{-}\,\boxed{3}$ | | | | $\boxed{+/-}\,\boxed{3}\,\boxed{x^2}\,\boxed{\times}\,\boxed{2}\,\boxed{=}$ | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boxed{2}\,\boxed{x^2}\,\boxed{x^2}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{x^2}\,\boxed{\sqrt{\ }}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{\frac{1}{x}}\,\boxed{x^2}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{x^2}\,\boxed{\frac{1}{x}}$ | | | |
| $\boxed{3}\ x!\ \boxed{x^2}$ | | | | $\boxed{3}\,\boxed{x^2}\ x!$ | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boxed{2}\,\boxed{+}\,\boxed{x^2}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{\times}\,\boxed{x^2}\,\boxed{=}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{x^2}\,\boxed{\times}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{\times}\,\boxed{x^2}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boxed{3}\,\boxed{y^x}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{y^x}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ | | | |
| $\boxed{3}\,\boxed{x^2}\,\boxed{y^x}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{x^2}\,\boxed{y^x}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{y^x}\,\boxed{x^2}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{2}\,\boxed{y^x}\,\boxed{x^2}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ | | | |
| $\boxed{2}\,\boxed{y^x}\,\boxed{3}\,\boxed{x^2}\,\boxed{=}$ | | | | $\boxed{4}\,\boxed{y^x}\,\boxed{\sqrt{\ }}\,\boxed{=}$ | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 $y^x$ 3 $\frac{1}{x}$ = | | | | 2 $y^x$ $\frac{1}{x}$ 3 = | | | |
| 2 $y^x$ 3 = $\frac{1}{x}$ | | | | 2 $\frac{1}{x}$ $y^x$ 3 = | | | |

## G. Utilisation d'une mémoire

Évaluer l'expression $\dfrac{2 + 2\sqrt{x+1}}{x^2+5}$ dans les cas suivants :

$x = 3{,}41$ ; $x = \dfrac{3{,}27}{2{,}8}$ ; $x = \sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}$

### Commentaires

Nous avons vu qu'il était important d'aider les élèves à acquérir une certaine maîtrise des calculs avec leur calculatrice, à en comprendre le principe de fonctionnement (calcul avec des représentations de nombres comportant environ douze chiffres significatifs), à en percevoir certaines limites et à prendre un certain recul vis à vis de la machine. Nous avons voulu ici donner un aperçu d'exercices visant à acquérir une meilleure maîtrise des calculs avec une calculatrice de type scientifique. Nous avons essayé de passer en revue les principaux problèmes généralement rencontrés en particulier pour l'utilisation des différentes touches. À l'exception de six calculs faisant intervenir logarithmes ou exponentielles et du niveau terminale, la plupart de ces exercices s'adresse à des élèves de collège ou de seconde.
Attention, les calculatrices avec éditeur d'expression ont un fonctionnement nettement différent. Les séquences de touches à taper pour un calcul sont plus proches de l'écriture mathématique de l'expression correspondante. Il nous parait nécessaire d'aborder ces deux types de fonctionnement en classe et en particulier de permettre aux élèves de les confronter. Pour cela il parait indispensable de pouvoir disposer d'un lot de machine de chaque type (une machine pour deux élèves par exemple) et de faire résoudre les exercices proposés ici avec chaque type de calculatrice. Nous proposons par ailleurs une réflexion plus spécifique pour les calculatrices avec éditeur.

CALCULS ÉLÉMENTAIRES, PRIORITÉS DES OPÉRATIONS
On trouve dans tous les modes d'emploi les différents niveaux de priorité. Ils sont pratiquement les mêmes pour toutes les calculatrices dites "scientifiques". Rappelons-les brièvement :

- $\times$ et $\div$ s'exécutent avant $+$ et $-$.
- Les touches $+$ ou $-$ déclenchent toute opération $+$, $-$, $\times$, $\div$, $y^x$ et $\sqrt[x]{y}$.
- Les touches $\times$ et $\div$ déclenchent les opérations $+$, $-$, $y^x$ et $\sqrt[x]{y}$ à condition

toutefois que soient donnés les deux arguments.

- Les touches fonctions comme +/−, $\sqrt{\ }$, $x^2$, $\frac{1}{x}$, sin, cos, tan, $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $10^x$, $x!$, $e^x$, log, ln, … modifient seulement le nombre affiché à l'écran et ceci sans délai ; ces mêmes touches de fonctions ne déclenchent aucune opération en cours.

Il est important de bien distinguer les deux types de touches, opérations et fonctions, car elles ont des conséquences différentes.

PARENTHÈSES

Le travail doit être fait dans deux directions : restitution des parenthèses implicites avec les $\sqrt{\ }$ et les quotients, restriction éventuelle des différents niveaux pour éviter les erreurs de frappe et les risques de dépassement de capacité.

EXPOSANTS (OPÉRATION $Y^X$)

Une des difficultés rencontrées en classe est la confusion entre l'écriture scientifique avec $10^n$ et la notation exponentielle $y^x$. On peut être tenté de vouloir éviter systématiquement l'utilisation de la touche $\boxed{x10^n}$, $\boxed{EE}$ ou $\boxed{Exp}$. Cela nous ne parait pas une solution car la difficulté réside aussi dans la maîtrise de l'écriture scientifique.

FONCTIONS

Il est nécessaire, pour une utilisation rationnelle d'une calculatrice, de bien comprendre le fonctionnement des touches fonctions qui modifient seulement la valeur à l'affichage. Il est essentiel d'obtenir que les élèves écrivent les séquences de touches tapées.

## 5.3 MAÎTRISE DES CALCULATRICES AVEC ÉDITEUR D'EXPRESSION

Les calculs proposés pour la maîtrise des calculatrices scientifiques peuvent être pratiquement tous repris avec une calculatrice avec éditeur. Il suffit de modifier la place de la $\sqrt{\ }$ dans les exemples de séquences de touches fournis.

Il est très intéressant de faire utiliser par les élèves les deux types de machine. Cela les oblige à approfondir leur réflexion sur les problèmes posés par la transcription de l'écriture d'une expression et les problèmes de communication avec une machine. De plus, ils seront un jour ou l'autre, amené à utiliser des machines de différents types. Pour certains examens, notamment dans certains DEUG par exemple, on interdit aux étudiants l'usage d'une calculatrice personnelle ; on leur fournit pour les calculs de simples calculatrices scientifiques. Ce travail sur les deux types de machines est très possible si on dispose dans l'établissement d'un certain nombre de calculatrice de chaque type.

L'écriture sur une calculatrice avec éditeur d'expression est très proche de l'écriture habituelle. Par exemple, les symboles $\sqrt{\ }$ et $^2$ se placent bien l'un avant le nombre et l'autre après (avec une calculatrice scientifique, les deux symboles doivent intervenir après la saisie du nombre ou de l'expression sur lequel ils portent). Il faut cependant être vigilant en replaçant notamment les parenthèses implicites accompagnant le symbole $\sqrt{\ }$ et l'écriture fractionnaire.

Il y a beaucoup moins d'erreurs de calculs. Cependant, il y a des occasions, heureusement rares, pour lesquelles il est difficile de maîtriser les différentes priorités et éviter une erreur éventuelle. Voici les différents niveaux de priorité valables pour la plupart des modèles Casio et TI avec éditeur (système EOS) :

- conversion coordonnées polaires/rectangulaires, dérivée numérique, indicateur d'unité d'angle (° et r) ;
- fonctions (de type 1) à un seul argument introduit avant la fonction elle-même (par exemple $x^2$, $x^{-1}$, $x^3$, x!) ;
- puissances $y^x$, $\sqrt[x]{y}$, ^ (puissance avec exposant quelconque) ;
- multiplication implicite où le second argument est un nombre ou une variable (par exemple 2 $\pi$, 3 A, sin (A+X) 4 qui est équivalente à sin ((A + X)x4)), ...) ;
- fonctions (de type 2) introduites avant l'argument comme $\sqrt{\ }$, $\sqrt[3]{\ }$, sin, cos, tan, $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$, $\tan^{-1}$, $10^x$, log, ln, $e^x$, abs, Int, frac, fonctions hyperboliques et leurs réciproques, ...;

- multiplications implicites devant fonction de type 2 tel que 3 log 4 ou 5 sin 3 (sur TI, sin 4 (A + B) est équivalente (sin 4) x (A + B) );
- arrangements et combinaison ;
- multiplication et division ;
- addition et soustraction ;
- opérateurs de relations.

Pour un même niveau de priorité, les calculs se font de la gauche vers la droite.

Voici quelques exemples sur TI 80, 81, 82, 85 de calculs pouvant surprendre :

sin (8 + 7) 2 donne 0,5 ; l'expression équivaut à sin ((8 + 7) x 2)
sin (8 + 7) (1 + 1) donne 0,5176... ; l'expression équivaut à (sin (8 + 7) x (1 + 1))
sin (8 + 7) $2^2$ donne 0,866025... ; l'expression équivaut à sin ((8 + 7)$2^2$)
sin (8 + 7) $\sqrt{\ }2^2$ donne 0,517683... ; l'expression équivaut à (sin (8 + 7)) x 2

Sur Casio et sur TI

sin 2 (8 + 7) donne 0,517638... ; l'expression équivaut à (sin 2) x (8 + 7)
sin $2^2$ donne 0,0697... ; l'expression équivaut à sin ($2^2$)
Pour calculer $\sin^2 30°$ il faut écrire $(\sin 30°)^2$.

Voici quelques exercices plus particulièrement intéressant avec une calculatrice ayant un éditeur d'expression.

**A**. PRIORITÉS
Tu écris sin $30^2$ à l'écran d'une calculatrice avec éditeur. Quel résultat vas-tu obtenir après avoir appuyé la touche **entrée** ?
Que faut-il écrire pour calculer $\sin^2 30$ ?

**B**. Pour les questions suivantes, essaye de prévoir la réponse avant d'utiliser ta machine.
1°) Tu évalues 5 $x^y$ 2 $x^y$ 3 ou 5^2^3 . Obtiens-tu $(5^2)^3$ ou $5^{(2^3)}$ ?
2°) Tu évalues 5$x^y$ 2 $^{-1}$ ou 5^2$^{-1}$. Obtiens-tu $(5^2)^{-1}$ ou $5^{(2^{-1})}$ ?
3°) En mode d°, tu évalues tan 45 et tan $3^2$ x 5. Obtiens-tu la même valeur ?
4°) Que vaut $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ? Quelle valeur obtiens-tu lorsque tu évalues $\sin^{-1} \sqrt{\ } 2^{-1}$ ?
5°) Que vaut $\sin^{-1}\sqrt{\ }2\ ^{2\ -1}$ ?

**C**. CARRÉS ET RACINES CARRÉS SUCCESSIFS
1°) Observe les affichages successifs que tu obtiens si tu écris 2 et que tu appuies ensuite plusieurs fois de suite sur les touches $x^2$ et **entrée**. Explique les résultats obtenus.
2°) Écris 65536 (65536 = $2^{16}$). Comment obtenir le plus facilement possible l'affichage de $\sqrt{65536}$, puis de $\sqrt{\sqrt{65536}}$, de $\sqrt{\sqrt{\sqrt{65536}}}$, ...

**D**. NOMBRE DE CHIFFRES PRIS EN COMPTE DANS LES CALCULS
Écris puis évalue successivement :
1 000 000 002 – 1 000 000 000
10 000 000 002 – 10 000 000 000
100 000 000 002 – 100 000 000 000
1 000 000 000 002 – 1 000 000 000 000
..........................................
Observe les résultats. Que remarques-tu ? Comment l'expliques-tu ?

**E**. ARRONDI AUTOMATIQUE
**1°)** a) Tape 0,999 999 999 999 puis **entrée** (EXE ou ENTER).

Tape ensuite : [–] [1] [ENTER]. Explique le résultat.

De même, tape 0,999 999 999 999 puis **entrée**. Tape ensuite [$x^2$] [ENTER] [ENTER] [ENTER] [ENTER] … en observant les résultats. Essaye d'expliquer les résultats observés.

b) Refais le même travail et réponds aux mêmes questions à partir de :
0,999 999 999 999 9 ; de 0,999 999 999 999 99 ; de 0,999 999 999 999 999 ; …

**2°)** a) Évalue 0,999 999 999 999 + 9 x $10^{-13}$.
Tape ensuite [–] [1] [ENTER]. Explique le résultat.

De même évalue à nouveau 0,999 999 999 999 + 9 x $10^{-13}$. Tape ensuite [$x^2$] [$x^2$] [$x^2$] … en observant les résultats successifs. Essaye d'expliquer les résultats observés.

b) Refais le même travail et réponds aux mêmes questions à partir de :
0,999 999 999 999 + 99 x $10^{-14}$ ; 0,999 999 999 999 + 999 x $10^{-15}$ ; ……
Essaye d'interpréter les résultats.

### Commentaires

**A** et **B**. Même si l'écriture des expressions avec une calculatrice ayant un éditeur, est très proche de l'écriture mathématique usuelle, il y a quelques problèmes de priorités dont il faut être conscient.

Ici il faut écrire (sin 30 )$^2$ pour calculer $\sin^2 30$ et 5^2^3 équivaut à $\left(5^2\right)^3$.

Remarquons une différence de fonctionnement entre les TI 81, 82, … d'une part et les Casio 6800G, 7700G d'autre part :

sur TI, [2] [ENTER] puis [$x^2$] [ENTER] [ENTER] [ENTER] … donne la suite des puissances de 2 ; en effet, la fonction $x^2$ appelle automatiquement le registre ANS et on exécute plusieurs fois de suite Ans $^2$.

sur Casio, [2] [EXE] puis [$x^2$] [EXE] [EXE] [EXE] … n'a pas le même effet car la fonction $x^2$ n'appelle pas le registre ANS mais sa valeur seulement. Pour obtenir la suite des puissances de 2, on peut taper [2] [EXE] puis [Ans] [$x^2$] [EXE] [EXE] [EXE] …

**C**. Cet exercice devrait permettre de mieux comprendre le rôle du registre Ans qui contient le dernier résultat évalué. Attention, sur Casio 770G et 6800G, ce registre ne contient que la valeur affichée à l'écran c'est à dire avec 10 chiffres significatifs.

**D**. On découvre ainsi le nombre de chiffres pris en compte dans les calculs (souvent 13)

**E**. À la question 5.1, le nombre entré est tronqué. En machine figure seulement 0,999 999 999 999 9 même si on cherche à écrire 14 ou 15 décimales. Par contre à la question 5.2, à l'issue de l'addition 0,999 999 999 999 + 99 x $10^{-14}$ le nombre est arrondi à 1. Et si on évalue les puissances successives du résultat 1, on trouve bien 1. On peut entrevoir ici comment la calculatrice gère certains arrondis automatiques et comment on obtient des résultats satisfaisants parfois même lorsqu'on est proche des limites de calcul de la machine. Il est bon de compléter cette approche par une réflexion à propos des chiffres de garde d'une calculatrice. C'est à dire les chiffres qui n'apparaissent pas à l'affichage mais qui permettent justement de gérer les arrondis (c'est ainsi que $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$ ).

*(la suite des propositions d'activités ainsi que la conclusion de cet article figureront dans le prochain numéro de «petit x»)*