MUSÉE [1]

Nous publions dans ce musée un extrait d'un ouvrage de 1872 intitulé "Nouvelle arithmétique : Théorie et pratique" écrit par E.A. Tarnier. Ce manuel était celui adopté par la ville de Paris pour les "écoles communales", niveau "cours supérieur".

Les pages reproduites ici se trouvent à la fin de la brochure et sont regroupées dans la rubrique : "Exercices récapitulatifs en examens oraux pour donner aux élèves l'habitude de la parole et du tableau".

On pourra voir que l'on n'hésitait pas à l'époque à montrer précisément ce que l'on attendait d'un élève...

NOUVELLE

ARITHMÉTIQUE

THÉORIQUE ET PRATIQUE

PAR

E. A. TARNIER

Docteur ès sciences, Officier de l'instruction publique
Ancien examinateur d'admission à l'école Saint-Cyr
Chevalier de la Légion d'honneur
Inspecteur de l'instruction primaire à Paris
Conseiller départemental de la Seine
Membre de la commission des examens de l'hôtel de ville (Paris)

CINQUIÈME ÉDITION

Ouvrage adopté pour les écoles communales
de la ville de Paris
(COURS SUPÉRIEUR)

PARIS
LIBRAIRIE HACHETTE ET Cie
79, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 79

1873

---

[1] proposé par Robert Noirfalise, IREM de Clermont.

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

EN

EXAMENS ORAUX

POUR DONNER AUX ÉLÈVES

L'HABITUDE DE LA PAROLE ET DU TABLEAU

EXERCICES RÉCAPITULATIFS

SOUS LA FORME D'EXAMENS ORAUX.

Première série.

ERREURS DIVERSES
RECUEILLIES DANS LES CONCOURS ET LES EXAMENS.

Premier examen.

LE MAÎTRE. Qu'est-ce qu'un *nombre ?*

L'ÉLÈVE. Le nombre n'est pas susceptible d'être défini : dès l'enfance, nous en avons une idée simple et naturelle*.

M. (Abrégé du mot : Maître ou Maîtresse). Pour définir le nombre, ne dites pas : « *un nombre est la réunion de plusieurs unités* », car les mots *réunion*, *plusieurs* signifient nombre. C'est vouloir définir une chose par la chose elle-même, ce qui est illogique. Ne dites pas non plus : « *un nombre est le résultat de la comparaison d'une grandeur à son unité* » ; d'abord ce n'est pas toujours vrai, parce qu'on obtient des nombres autrement que par le *mesurage ;* je compte, par exemple, sept étoiles dans une constellation ; *sept* est un nombre, et je ne l'ai pas obtenu par un mesurage, par la comparaison d'une étoile à une étoile prise pour unité ; puis cette définition implique l'idée de *rapport*, idée anticipée, trop générale dans un enseignement très-élémentaire, quoiqu'il s'agisse du degré supérieur. —

* Le célèbre Pascal, dans un de ses ouvrages, déclare qu'il lui est impossible de donner cette définition. Qui aurait la prétention de faire mieux que ce grand géomètre ?

Toutes ces fautes proviennent de ce que l'on veut définir une chose qui ne peut pas l'être.

Qu'est-ce qu'un nombre concret ?

É. (Abrégé du mot : Élève). Un nombre concret n'est pas un nombre : c'est une *grandeur*. Quand je dis *sept* francs, le nombre est *sept*. Le mot franc complète l'idée, mais ne modifie pas le nombre.

M. Il est vrai que l'unité est *abstraite* ou *concrète;* mais, à proprement parler, l'unité n'est pas un nombre ; elle est abstraite comme dans *trois*, elle est concrète comme dans *trois* francs, *trois fois* un franc. Quant au nombre, c'est un *répétiteur*, plus généralement un *multiplicateur**. Remarquons encore que le nombre 3 défini *à priori*, comme *rapport*, exclut le nombre concret. En effet, en mathématiques, tout rapport est abstrait. La contradiction est manifeste.

M. Faites-vous usage des virgules pour écrire en chiffres un nombre dicté ?

E. Non ; je réserve la virgule pour l'écriture d'un nombre décimal.

M. Vous auriez à chiffrer un très-grand nombre, que feriez-vous ?

É. Je laisserais un *petit intervalle* entre les tranches, ou bien je me servirais d'un *tiret vertical ;* mais, dans la pratique, il est rare qu'on ait besoin d'avoir recours à l'un de ces moyens, parce que, dans les usages de la vie ordinaire, le nombre des chiffres d'un nombre n'est pas très-considérable.

* Deux auteurs, de l'Académie des sciences, MM. Serret et Bertrand, n'admettent pas le nombre concret. Voici une autre autorité : « Les nombres sont essentiellement *abstraits*, c'est-à-dire qu'on les considère, abstraction faite de la grandeur dont ils fournissent la mesure. Le nombre *sept* mesure une grandeur quelconque qui contient sept fois son unité ; il mesure une longueur s'il s'agit de *sept mètres*, un poids s'il s'agit de *sept kilogrammes*.

« Lorsque le nombre est suivi du nom de l'unité qui l'a fourni, on le nomme quelquefois, mais à tort, nombre *concret :* car sept mètres, par exemple, ne désignent pas un nombre, mais une grandeur. » (GARCET.)

Depuis quelques années, la dénomination de nombre concret est comme prohibée dans l'*enseignement secondaire*.

M. La même observation s'applique-t-elle à la lecture d'un nombre chiffré ?

É. Oui.

M. Très-souvent les élèves se servent à tort du *point*, pour distinguer les tranches les unes des autres ; ordinairement le point est employé comme un *signe abréviatif de la multiplication*. Puis, dans les cas ordinaires, la décomposition par tranches peut se faire mentalement. On ne saurait apporter trop de soin dans l'emploi des *signes* et des *mots ;* sans cela, l'arithmétique est confuse et difficile : plus elle sera simple, mieux on la comprendra.

M. Est-il vrai de dire que l'on ne peut additionner ensemble que des unités de même *valeur ?*

É. C'est faux. J'additionne des nombres servant à exprimer des *arbres :* pourquoi ces arbres seraient-ils tous de la même *espèce?* pourquoi ces arbres auraient-ils tous la même valeur ? cela est en contradiction avec les additions que comportent les usages de la vie.

M. Qu'est-ce que la soustraction?

É. La soustraction est une opération par laquelle on retranche un nombre d'un autre nombre.

M. Vous avez bien fait de ne pas dire : « *La soustraction est une opération qui a pour but de retrancher un nombre plus faible d'un nombre plus fort.* » Cette définition semble exclure le cas où l'on retranche l'un de l'autre deux nombres égaux entre eux. Ainsi, par exemple, je retranche 3885 de 6894 :

$$\begin{array}{r} 6894 \\ 3885 \\ \hline 3009 \end{array}$$

et j'obtiens 3009 : or, ai-je fait une soustraction quand j'ai dit : 9 de 9 ? oui ; ai-je encore fait une soustraction quand j'ai dit : 8 de 8 ? oui ; donc la restriction introduite dans la définition est mauvaise.

M. Est-il vrai de dire : « *De même que dans l'addition, la soustraction ne peut avoir lieu qu'entre des unités de même espèce ?* »

É. Cette prescription tombe à faux ; j'ai deux tas de pommes : 12 dans l'un et 7 dans l'autre ; j'en conclus que dans l'un il y en a 5 de plus que dans l'autre. Toutes ces pommes sont-elles de la même espèce? oui et non ; l'espèce commune à ces fruits n'est nullement nécessaire.

M. C'est vrai. Remarquez que l'arithmétique enseignée avec les erreurs que je vous signale, la rend inapplicable aux usages de la vie.

Dites-vous qu'il y a deux manières de faire la soustraction : « la *méthode d'emprunt* et la *méthode sans emprunt?* »

É. Non ; la méthode d'emprunt est une méthode surannée à laquelle la presque totalité des professeurs a renoncé. Je ne pratique que la méthode de compensation, dite de *report*.

M. C'est qu'en effet on *reporte*, d'un côté, pour être soustrait, ce qui a été mis volontairement de trop dans le nombre duquel on soustrait.

2e examen.

M. Définissez la multiplication.

É. La multiplication est une opération par laquelle on répète un nombre autant de fois qu'il y a d'unités dans un autre.

M. Vous avez bien fait de ne pas donner la longue et pompeuse définition dans laquelle on emploie le mot *composer*, mot vague et non défini.

Cette définition, donnée prématurément, pèche contre la logique : elle implique l'idée du *rapport*, par conséquent de la *division*, opération qui n'est pas encore connue. On fait ce qu'on appelle un *cercle vicieux*. On va *de l'inconnu à l'inconnu*. Le véritable sens de cette définition anticipée que voici : « *C'est composer le produit avec le multiplicande comme le multiplicateur se compose avec l'unité* » est l'expression d'une proportion dissimulée :

$$P : M :: m : 1.$$

Le produit est au multiplicande comme le multiplicateur est à l'unité. Si donc on ne connaît pas encore les *proportions*, et c'est ce qui a lieu d'après la marche didactique des idées, on impose à l'élève l'obligation de répéter des choses sans les comprendre.

La définition dans laquelle on dit que le produit est *à l'égard* du multiplicande comme le multiplicateur est *à l'égard* de l'unité est aussi, dans un langage inacceptable, l'expression d'une proportion dissimulée ; c'est encore un appel à la mémoire.

Voilà ce qui arrive quand on cherche à procéder du *général au particulier*. Cette marche, bonne pour celui qui sait déjà, est impraticable pour celui qui apprend.

Il est vrai que pour atténuer la faute du cercle vicieux, on ajoute qu'il y a une autre définition, d'après laquelle multiplier c'est répéter, et *vice versâ*. Mais alors l'élève, ayant deux instruments à sa disposition, ne saura plus lequel employer, alors surtout qu'on a commencé par lui dire que la première des deux définitions est *générale*, parce qu'elle s'applique à tous les exemples de multiplication.

Le mieux est de se laisser guider par le bon sens, par la Nature, d'aller pas à pas, graduellement, progressivement, du simple au composé, du connu à l'inconnu : c'est ce qu'ont dû faire les inventeurs ; nous ne saurions trop chercher à les imiter.

Résumons. Vous auriez à raisonner, par exemple, la multiplication de 6387 par 264, emploieriez-vous le mot *composer* ou le mot *répéter ?*

É. J'emploierais le mot répéter, et j'insisterais sur ce que, conformément à son *origine*, la multiplication proposée et effectuée n'a été qu'une *addition abrégée*, celle de 264 nombres égaux à 6387.

M. Raisonnez la multiplication de 67 000 par 24 000.

É. Je rapporte le multiplicande au *mille* que je prends pour *unité;* quant au multiplicateur, il équivaut à 1000 fois 24; or 24 fois 67 *mille* font 1608 *mille;* 1000 fois ce nombre font 1 608 000; et comme ce produit doit exprimer des *mille*, je dois écrire 1 608 000 000 : c'est le produit demandé.

M. Vous avez eu raison de prendre ainsi la démonstration sur le fait; cela vaut mieux que d'avoir recours à un étalage de *théorèmes* *. Les élèves qui raisonnent comme je vais l'indiquer, s'attirent des questions auxquelles ils ne répondent pas :

1° « En négligeant les zéros du multiplicande, on a rendu le produit mille fois trop petit » ; soit, mais il faudra le prouver.

2° « En négligeant les zéros du multiplicateur, on a rendu le produit encore mille fois trop petit. »

3° « Le produit est donc *un million de fois trop petit.* » Cette conclusion donne lieu à une objection toute naturelle : comment se fait-il que le produit ne soit pas 2000 fois trop petit, alors qu'il est 1000 fois trop petit d'une part, et encore 1000 fois trop petit d'autre part ? Le mille fois mille fois n'est pas démontré. Comme l'élève est hors d'état de répondre à cette question, sa démonstration est illusoire.

Dans les usages de la vie, le multiplicande indiqué par la question et le produit expriment-ils presque toujours des choses de même nom ?

É. Oui.

M. Ne dites pas que « *le produit d'une multiplication est toujours de la même nature que le multiplicande.* » Les démonstrations d'après lesquelles on parle de la *nature*, de l'*espèce* des nombres, sont incompréhensibles. On confond à tort le nombre et la *grandeur* qu'il sert à exprimer.

M. Des *trois* définitions de la division, quelle est

* C'est ce que le célèbre Lagrange appelait « *Jeter habit à bas pour tailler une paille en quatre.* »

celle qui se trouve tout d'abord indiquée par le nom qu'a reçu cette opération ?

É. La division est une opération par laquelle on *partage* un nombre en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans un autre nombre.

M. Vous avez bien fait de ne pas dire tout d'abord : « *La division est une opération dans laquelle étant donnés deux nombres, l'un appelé dividende et l'autre diviseur, on en cherche un troisième appelé quotient, qui, multipliant le diviseur, reproduise le dividende.* »

Cette définition a trois inconvénients : 1° Elle est longue ; 2° parfois on cherche seulement combien de fois le dividende contient le diviseur, sans se préoccuper du reste ; 3° elle nous éloigne des idées naturelles indiquées par les mots techniques *dividende, diviseur, quotient;* il faut la placer la dernière.

Il est vrai que, dans l'enseignement *secondaire*, on la prend quelquefois pour point de départ ; mais alors on se place à un point de vue qui ne convient pas à un enseignement très-élémentaire : celui de la division *inverse de la multiplication.*

M. Vous auriez à raisonner la division de 87 822 par 357, quel serait votre point de départ?

É. Je dirais : Diviser 87 822 par 357, c'est partager 87 822 en 357 parties égales, ce qui me conduirait à diviser successivement 878 par 357; 1642 par 357, et enfin 2142 par 357.

M. Sur quel cas de la division faites-vous reposer chacune de ces divisions successives?

É. Sur le second cas : division de deux nombres de plusieurs chiffres dont l'un contient l'autre au moins une fois, et moins de dix fois.

M. Quel est le premier cas de la division?

É. C'est celui où l'on divise un nombre au plus égal à 81 par un nombre au plus égal à 9, le quotient n'ayant qu'un seul chiffre.

M. Utilisez-vous ce cas, dans la division de 87 822 par 357?

É. Oui, puisque je fais dépendre la division de 878 par 357, puis celle de 1642 par 357, puis encore celle de 2142 par 357, des trois suivantes : 8 divisé par 3 ; 16 divisé par 3 ; 21 divisé par 3.

M. Vous avez raison de ne pas dire : « *Je cherche d'abord combien le quotient doit avoir de chiffres.* » Cela est inutile pour le mécanisme de l'opération. En effet, cette détermination du nombre des chiffres inconnus n'entre pas dans la règle pratique de la division.

M. Parfois on dit : « *Le quotient de la division de deux nombres varie en raison directe du dividende, et en raison inverse du diviseur.* » Comprenez-vous ce que cela veut dire ?

É. Non, parce que je ne connais pas le sens du mot *raison*.

M. C'est qu'en effet ce mot n'est pas à sa place ; en mathématiques, on s'en sert surtout dans les *progressions par différence*, ou *par quotient ;* c'est un mot à double sens qui, à cet endroit de l'arithmétique, est donné prématurément et sans être défini. Il y a plus, beaucoup d'élèves croient qu'*il y a raison directe entre deux nombres*, lorsque l'un augmentant, l'autre augmente ; lorsque l'un diminuant, l'autre diminue, ce qui est faux ; ainsi, il n'y a pas raison directe entre le plus grand nombre d'une soustraction et la différence, quoique le plus grand nombre augmentant ou diminuant, la différence augmente ou diminue. Les mêmes élèves croient qu'*il y a raison inverse entre deux nombres*, lorsque l'un augmentant, l'autre diminue ; lorsque l'un diminuant, l'autre augmente, ce qui est encore faux ; exemple : le plus petit des deux nombres donnés, dans une soustraction, et la différence obtenue.

On dit encore : « *Le quotient augmente avec le dividende.* » Cela n'est pas toujours vrai, ainsi que le montre la comparaison des deux divisions que voici :

$$\begin{array}{r|l} 43 & 8 \\ \hline 3 & 5 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 46 & 8 \\ \hline 6 & 5 \end{array}$$

La même observation s'applique aux propositions suivantes :

« *Le quotient diminue avec le dividende.* »
« *Le quotient augmente lorsqu'on diminue le diviseur.* »
« *Le quotient diminue lorsqu'on augmente le diviseur.* »

Il faut s'entendre sur le mot quotient. Les propositions précédentes ne sont vraies que pour les quotients *complets ou complétés.*

Quant à la raison directe entre le dividende et le diviseur, cela veut dire que si le dividende augmente ou diminue, le quotient complet ou complété augmente ou diminue *dans le même rapport ;* donc il faut savoir ce que c'est qu'un rapport, lequel n'a pas encore été défini.

De même, il y a raison inverse entre le diviseur et le *quotient complet ou complété*, parce que le diviseur augmentant ou diminuant, le quotient diminue ou augmente *dans le même rapport.*

En résumé, le mot raison ne doit être employé que lorsque le rapport a été défini, et que l'élève en a bien compris la signification. Mais le mieux est de ne pas l'employer dans la théorie de la division.

M. Employez-vous le *point* décimal ?

É. Non ; l'inventeur des fractions décimales a introduit la *virgule ;* je fais de même.