

ACTIVITÉS DE REPRÉSENTATION ET DE MODÉLISATION
DANS UNE APPROCHE EXPLORATOIRE
DE LA MATHÉMATIQUE ET DES SCIENCES ¹
PREMIÈRE PARTIE
LES ACTIVITÉS DE REPRÉSENTATION

C.BÉGUIN ², J.-L.GURTNER ³, O.de MARCELLUS ⁴,
M.DENZLER ², A.TRYPHON ⁵ et B.VITALE ⁶

Sommaire

Nous présentons ici les résultats d'une approche exploratoire à l'enseignement interdisciplinaire de la mathématique et des sciences. Cette approche est fondée sur une analyse détaillée des activités de représentation et de modélisation développées par les élèves - dans le contexte de l'enseignement secondaire obligatoire dans le canton de Genève - avec, à un certain point de leur travail, le recours à l'informatique.

Dans ce premier article d'une série de trois, après une brève introduction générale au projet, nous discuterons en détail du rôle des activités de *représentation* dans la maîtrise des phénomènes. Un deuxième article analysera les activités de *modélisation*; un troisième article, enfin, présentera nos *conclusions générales* sur notre approche.

Mots clefs

enseignement de la mathématique, enseignement des sciences, enseignement transdisciplinaire, modélisation, représentations

¹ Cette recherche a été partiellement financée par le Fonds national suisse de la recherche scientifique (FNRS), contrat de recherche no.11-30259.90, et par l'Office suisse de l'éducation et la science (OFES); elle s'inscrit dans le cadre des activités de recherche du Centre de recherches psychopédagogiques (CRPP) du canton de Genève. Pour toute correspondance avec les auteurs: c/o Bruno Vitale, 27 rue des Gares, 1201 Genève, Suisse.

² Enseignants de mathématique et de sciences, Département de l'instruction publique (DIP), canton de Genève.

³ Institut de pédagogie, Université de Fribourg.

⁴ CRPP, DIP, Genève.

⁵ FNRS.

⁶ En congé de recherche de l'Institut de physique théorique, Université de Naples, au Laboratoire de didactique et d'épistémologie des sciences (LDES), Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation (FPSE), Université de Genève ; collaborateur du CRPP.

I. Introduction. Représentation et modélisation de l'expérience

"On peut donc admettre que la connaissance physique cherche à atteindre mathématiquement l'objet, en le décentrant du sujet, tandis que les liaisons logico-mathématiques expriment en leur source les coordinations générales de l'action, y compris celles qu'on retrouve en tout langage formalisable et finalement en toute structure opératoire." ¹

On a longtemps décrit l'activité d'expérimentation par les élèves, dans le contexte scolaire, comme une forme de familiarisation avec les techniques et les méthodes expérimentales ; comme une activité dont les buts sont indépendants tant du contexte spécifique dans lequel elle se déroule que des cadres descriptifs et interprétatifs déjà construits par les élèves. On voudrait ainsi enseigner comment *observer*, et non comment *orienter, décrire, structurer et interpréter* l'observation.

Des pratiques pédagogiques aussi limitées ne peuvent être que d'un intérêt partiel. Notre approche théorique et notre pratique sont différentes; nous allons essayer de les présenter clairement dans cette série d'articles ².

Dans un monde envahi par l'*information*, dans une pratique scolaire souvent vécue par les élèves comme une transmission neutre de *faits*, de *données* et de *lois* (présentées à leur tour comme des *faits*), il est facile d'entendre "c'est la nature" ou "c'est logique" comme commentaire à la présentation en classe d'une série de résultats expérimentaux. Comme si l'expérimentation avait eu comme seul but d'en arriver à un tableau, à un diagramme - à un *fait* - après quoi, on peut passer à l'étude d'un autre problème. Mais, pour que l'activité expérimentale soit féconde, il faudra réussir à dépasser cette phase (du "*comment* vont les choses ?"), pour passer à celle tellement plus complexe qui essaye de répondre à la question: "*pourquoi* les choses vont comme elles vont ?"; ou - de façon peut-être plus modeste - "comment représenter, structurer et interpréter les données que l'on observe ?".

Notre expérience et notre analyse théorique nous ont amenés à considérer, dans un tout cohérent, l'activité de *réflexion sur les représentations de l'expérience* et celle sur la *création et le déploiement de modèles* comme des passages obligés vers la maîtrise des phénomènes de la part des élèves ³.

¹ R.García et J.Piaget : Explications physico-géométriques et réductionnisme, in J.Piaget et al (1971), p.143.

² Cette approche et cette pratique ne sont pas, évidemment, un fruit de notre invention; à part l'influence évidente de la pensée de Piaget et de Vygotsky sur nous, nous avons été fortement influencés, par exemple, par les travaux de Duckworth; voir Duckworth (1986), (1987), (1991).

³ Notre projet pédagogique est centré sur l'analyse des phénomènes de *croissance* et de *changement*, où un certain nombre de grandeurs observables changent en fonction d'un paramètre - en général, le temps. Beaucoup d'autres chercheurs ont exploré ce domaine d'un point de vue psychopédagogique (voir Tierney et al (1992a), (1992b), Gagliardi et al (1993)) ou psychogénétique (voir Gelman (1993)). Mais d'autres phénomènes - en particulier, des situations statiques et d'équilibre, combinatoires ou de classification/sériation - pourraient être étudiés par des instruments conceptuels semblables mais à développer.

Nous ne considérons donc pas notre expérience comme une *étude académique sur les activités de représentation et de modélisation des enfants*. Nous désirons proposer notre approche, sur la base des expériences faites pendant les dernières années, comme une *méthode d'enseignement de la mathématique et des sciences* qui passe à travers une réflexion commune - enseignant et classe - sur les activités d'expérimentation réalisées, les représentations choisies pour les décrire et les modèles construits pour les structurer et les interpréter.

Il serait inutile d'essayer de donner ici, de façon dogmatique et définitive, *nos* définitions de *représentation* et de *modèle*. Les lecteurs pourront s'en former un concept assez clair en suivant nos analyses. Il nous suffit de dire qu'elles s'approchent, mais ne coïncident pas, avec celles (implicites ou explicites) utilisées, par exemple, dans Johsua et al (1989) et dans Chevallard (1984-1990). Dans des contextes un peu différents, elles coïncident avec celles utilisées (souvent implicitement) dans Vitale (1990-1995), (1992) et (1995). Mais nous pouvons, peut-être, en donner des définitions un peu vagues pour favoriser la lecture de nos articles. Nous parlerons donc de :

- *représentation* pour toute description raisonnée de *l'expérience sensible* ;
- *modélisation* pour toute tentative d'interprétation de *l'expérience sensible*.

I.1. Description de notre projet

Une expérience pédagogique peut être suivie, comprise et critiquée seulement si elle peut être solidement et concrètement ancrée dans un *contexte institutionnel* (curriculum et structure de la scolarisation pour une tranche d'âge et dans un pays donnés), dans un *contexte expérimental* (buts, méthode et limites de l'expérimentation didactique) et dans un *cadre méthodologique* bien définis.

Notre expérience est, à ce jour, limitée au Cycle d'orientation du canton de Genève et à un petit nombre de classes pilotes (à une exception près - Fribourg - que nous discuterons en détail dans le deuxième article de cette série) ⁴.

I.1.1. Le contexte institutionnel

Le Cycle d'orientation dispense l'enseignement secondaire obligatoire - de la 7ème à la 9ème année de scolarisation, élèves entre 12 et 15 ans - dans les cantons de Fribourg et de Genève. Sur un tronc commun se greffent filières, options et niveaux.

Le CRPP a été spécifiquement créé pour suivre l'expérience pédagogique du Cycle d'orientation et pour stimuler la formation continue de ses enseignants. Cette structure permet d'offrir chaque année à un nombre limité d'enseignants des *heures de dégrèvement* qui leurs permettent de rencontrer régulièrement les membres du CRPP et de mettre en oeuvre, dans leurs classes, le projet de recherche et développement auquel ils participent. Ainsi, le fossé traditionnel entre chercheurs et enseignants s'en trouve

⁴ Notre recherche constitue à présent *l'étude de cas* présenté par la Suisse dans le cadre du projet "Innovations dans l'enseignement de la mathématique, des sciences et de la technologie, 1991-1995" de l'OCDE-CERI. Les enseignants intéressés à l'ensemble de ce projet peuvent contacter M.E.James, OCDE-CERI, 2 r.A.Pascal, 75775 Paris Cedex 16..

diminué - mais non éliminé - et les enseignants peuvent faire participer les membres du CRPP, directement, à la vie de leurs classes.

Plusieurs aspects ont contribué à rendre possible notre recherche :

- le cours d'*observation scientifique* (7ème, initiation à la méthode expérimentale) est en train d'être radicalement transformé dans la direction que nous avons indiquée ci-dessus : enseigner comment *orienter, décrire, structurer et interpréter* l'observation sur la base des connaissances et des cadres interprétatifs préalables (pour une présentation détaillée des lignes de forces de cette transformation voir, par exemple, Vitale (1991)) ;

- beaucoup d'enseignants donnent des cours dans plusieurs disciplines; par exemple, un enseignant pourrait donner, dans la même classe de 7ème année, les cours de biologie, de mathématique, d'observation scientifique et être en même temps responsable de l'initiation à l'informatique ;

- le curriculum n'est pas toujours contraignant (par exemple, en biologie et surtout en 9ème), ce qui laisse une liberté relative d'action aux enseignants intégrés à un projet de recherche ;

- tous les élèves de 7ème suivent une introduction à l'informatique, par le biais du langage de programmation LOGOwriter.

1.1.2. Le contexte expérimental

Nous utiliserons, dans l'analyse qui suit, essentiellement les résultats de deux expériences : celle du *refroidissement spontané d'un liquide* (citée dans ce qui suit comme C1) et celle du *développement de la hampe florale de l'amaryllis* (citée comme C2).

Toutefois, nos résultats sont basés sur un spectre beaucoup plus large de réflexions préliminaires et d'expériences demandant, de la part des élèves, l'exploitation d'une banque de données ou l'utilisation d'un laboratoire ⁵. Nous donnons en Annexe 1 une liste détaillée des situations expérimentales utilisées dans notre recherche ; en Annexe 2, des détails sur C1; en Annexe 3, des détails sur C2.

1.1.3. Le cadre méthodologique

Nous parlerons d'*expérience* tant pour les travaux avec des données d'archives que pour les expériences de laboratoire. Notre méthode d'expérimentation en classe se déroule selon deux phases (consécutives ou, dans certains cas, parallèles) :

- a. Une fois le cadre théorique et expérimental de la recherche discuté et mis au point entre chercheurs et enseignants, chaque enseignant choisit les cours et les moments adéquats pour la réalisation, dans sa classe, de l'une ou de l'autre des expériences données ci-dessus. Dans les classes de l'une des deux écoles concernées par notre projet, l'enseignant a essayé d'expliquer aux élèves - au début de chaque expérience - son *but*

⁵ Il faut ajouter à cette liste un nombre d'expériences que nous avons essayées, au moins partiellement, mais qui ne semblent pas marcher de façon satisfaisante dans le contexte du Cycle d'orientation. Nous discuterons de ces expériences dans les conclusions finales de cette série d'articles, pour aider à la réflexion sur les difficultés que l'on rencontre quand on désire transformer une expérience idéale et plausible dans une expérience réalisable en classe.

général et les raisons qui avaient présidé à son choix. La discussion qui a suivi cette présentation a souvent permis de rendre explicites les représentations et les modèles préalables des élèves ⁶. Une discussion semblable a souvent suivi la réalisation de l'expérience et son analyse en classe. Dans ces cas, les chercheurs ont participé aux discussions au même titre que l'enseignant ⁷.

b. Les chercheurs ont toutefois joué un rôle spécifique et essentiel dans la deuxième phase, celle de l'*entretien clinique*. Par *entretien clinique*, en suivant en cela l'école piagétienne, nous entendons une période de réflexion sur l'expérience réalisée et les résultats obtenus, en dehors de la classe et avec un élève (45 min.) ou deux élèves (2 fois 45 min.). Cette réflexion est guidée par les chercheurs, mais elle ne suit pas un schéma rigide et à priori ; bien au contraire, elle doit se laisser guider dans son déroulement par les réponses et les réactions des élèves. Il ne s'agit pas d'un examen, d'un interrogatoire, d'un *test* ou d'un jugement sur l'enseignant ; il n'y a pas de *réussite*, ni d'*échec*, pour les élèves. Tous les entretiens cliniques sont enregistrés soit en vidéo, soit en audio.

L'analyse finale de l'expérience repose alors sur :

- les observations des enseignants et des chercheurs pendant les séances de présentations des expériences en classe et d'analyse des résultats expérimentaux ;
- les éventuelles productions graphiques et les annotations faites par les élèves durant l'expérience ;
- et enfin, les protocoles des entretiens cliniques.

I.2. Nécessité et intérêt d'une approche transdisciplinaire

Notre approche part d'une réflexion sur les processus de représentation et de modélisation qui sont en jeu dans une expérience donnée. Ces processus sont souvent communs à plusieurs domaines scolaires, alors que le thème spécifique de l'expérience réalisée dans un laboratoire (par exemple, le refroidissement d'un liquide) peut être associé à un domaine scolaire bien défini (dans ce cas, la physique).

D'autre part, ces processus demandent tous la maîtrise d'un certain nombre d'instruments mathématiques. Dans ce sens, notre utilisation du terme *transdisciplinaire* pour l'activité d'exploration scientifique contient nécessairement tant la réflexion mathématique (pour les aspects qui relèvent des "liaisons logico-mathématiques" dont parlent García et Piaget) que les apports expérimentaux des sciences de la nature (pour les aspects qui relèvent de la "connaissance physique").

Notre approche est donc, par nature, *transdisciplinaire*. Il ne s'agit pas seulement de favoriser un plus grand *transfert* parmi les différentes disciplines scolaires ; il s'agit bien plus d'associer *compréhension* et *maîtrise* des phénomènes par les élèves, d'une

⁶ On peut naturellement étiqueter ces représentations et ces modèles de "naïfs" ou de "primitifs". Il nous semble néanmoins qu'ils révèlent d'intuitions (par exemple, sur la structure de l'espace ou sur les rapports de causalité) qui sont souvent partielles et contradictoires mais non nécessairement naïves ou primitives.

⁷ Nous sommes porté à croire que cette méthode est plus riche en développements et en profondeur que celle qui consiste à présenter aux élèves, au fur et à mesure des exigences du cours et sans explication globale, les différentes tâches définies par l'enseignant. Nos premiers résultats semblent le prouver.

part, et *vision d'ensemble* tant des instruments de représentation que des méthodes de modélisation de l'expérience du réel, d'autre part. En même temps, nous pensons que cette compréhension transdisciplinaire ne peut être abstraite, mais qu'elle doit nécessairement naître dans le cadre d'expériences spécifiques et bien définies, associées souvent de façon assez étroite à une discipline scolaire donnée.

1.3. L'organisation de cette série d'articles

Dans ce premier article, nous allons nous concentrer sur le rôle et sur l'analyse des *représentations* utilisées par les élèves dans la *description* de leurs expériences de laboratoire (ou de leurs travaux d'archives) et dans la *présentation* de leurs données. Dans un deuxième article, nous analyserons les activités de *modélisation* mises en oeuvre pendant la réflexion des élèves sur les phénomènes observés. Dans un troisième article, enfin, nous donnerons nos conclusions générales sur les activités de représentation et de modélisation et sur le rôle qu'elles peuvent jouer dans la pratique pédagogique.

Il y a certainement quelque chose d'artificiel dans ce découpage de la matière entre *activités de représentation* et *activités de modélisation*. En réalité, pour nous, les deux activités sont essentiellement indissociables et dialectiquement reliées. Le découpage choisi découle, malheureusement, de la linéarité de l'écriture; nous aurons, toutefois, le souci constant de rappeler les dimensions de modélisation (implicites ou explicites) présentes dans chaque activité de représentation; et, vice-versa, le rôle de l'activité de représentation dans la construction et la description des modèles ⁸.

II. Le rôle des représentations dans la maîtrise des phénomènes

"Nous ne pouvons pas penser sans images, parce que le même phénomène se retrouve tant dans la pensée que dans la construction des figures géométriques. En effet, pour ces dernières, même si nous n'utilisons pas dans une preuve géométrique la longueur particulière d'un côté d'un triangle, toutefois nous ne pouvons pas le dessiner sans lui donner une longueur particulière. Également dans notre esprit, même si nous ne nous préoccupons pas de la grandeur d'une figure, toutefois nous nous la représentons

⁸ Les modèles dont il s'agit ici ne se réfèrent pas encore directement à l'objet de l'expérience, mais seulement à la *spatialisation* des données, quelle que soit l'expérience en jeu. Ces modèles sont liés à la dimension logico-mathématique de la description du monde (ce que Piaget appelle "le monde de la nécessité"). Par contre, la catégorie de modèles dont nous discuterons en détail dans le deuxième article se réfère directement aux données expérimentales et à leur description et interprétation; on peut donc les associer à la dimension causale de la description du monde ("le monde de la causalité"). Toutefois, cette séparation peut devenir artificielle, car elle risque de cacher la cohérence nécessaire entre les deux dimensions de notre espace cognitif. Toute activité de *représentation* est étroitement liée à celle de *modélisation* et demande un ensemble de *modèles préalables* (c'est-à-dire, de *cadres descriptifs et interprétatifs*), relatifs à la structuration de l'espace, du temps, du mouvement et du changement (voir Dionnet et al (1985), (1986) et Vitale (1984), (1987)).

visuellement avec une dimension donnée." ⁹

Toute participation active à un projet d'observation et d'expérimentation présuppose la création chez les élèves, par la pratique, de la conviction que *l'on peut aller au-delà des phénomènes observés* ¹⁰. Cette conviction peut naître d'une discussion entre l'enseignant et la classe sur leurs activités de *représentation des phénomènes observés*.

Il y a une grande variété et une profonde richesse cognitive dans les *modalités représentatives* qui peuvent être choisies et suggérées aux élèves. On verra dans la suite comment exploiter à des fins pédagogiques cette variété, et comment apprendre à être sensible à cette richesse pour mieux cerner les niveaux de compréhension, les modèles implicites et les obstructions cognitives des élèves à chaque stade de leur travail ¹¹. Il est clair qu'il y a au moins deux aspects à observer :

a. les activités de *représentation verbale d'un problème donné*: comment les élèves en parlent-ils ? comment le relient-ils à ce qu'ils ont déjà expérimenté, aux notions qu'ils ont déjà acquises ?

b. les activités de *représentation* (tant verbale que figurale) *des données acquises pendant l'observation*.

Toute véritable *activité* d'observation et d'expérimentation demande la maîtrise et, souvent, la thématization explicite de plusieurs *modalités de représentation* qui sont - à leur tour - liées aux expériences préalables des élèves et à différents aspects de leur structuration du réel ¹². C'est de l'analyse de *l'ensemble* des modalités représentatives utilisées par les élèves que part donc la description des aspects saillants de notre projet pédagogique ¹³.

En quelques mots, l'analyse des expériences que nous proposons sur les phénomènes de croissance et de changement demande une réflexion critique - de la part des enseignants et des élèves - sur les représentations :

- *verbales* : par lesquelles les élèves qui ont réalisé l'expérience *décrivent* l'évolution d'un phénomène ;

⁹ Aristote (450a.) *De memoria*.

¹⁰ Pour les complexités et les limites du concept d'"expliquer" dans les sciences, voir Apostel (1973) et Piaget (1970), (1973).

¹¹ Voir à ce propos Ackermann-Valladao (1987) et - pour la *lecture* et *l'interprétation* des graphiques - OW&OC (1991).

¹² Voir, pour un panorama assez complet de la réflexion actuelle sur l'activité de représentation, Ehrlich (1985); von Glasersfeld (1987), (1991) et (1993); Janvier (1987), (1987a) et (1991) et surtout Janvier et al (1991): L'expression "représentation" dans Johsua et al (1989) nous semble par contre se référer seulement au point a. ci-dessus.

¹³ Ce besoin de (se) représenter les données de l'expérience dans un cadre spatial déjà structuré - c'est ce que nous entendons par *spatialisation* - n'est pas spécifique à la pratique pédagogique et au contexte scolaire ; il peut être bien illustré dans sa généralité par une phrase d'une lettre de Freud à Breuer du 29 juin 1892: "Je me tourmente avec le problème de savoir comment il est possible de représenter de manière plane, bi-dimensionnelle, quelque chose d'aussi corporel que notre théorie de l'hystérie" (citation dans D.Nasio(1987). *Les yeux de Laure; Le concept d'objet 'a' dans la théorie de J.Lacan suivi d'une introduction à la topologie psychanalytique*. Paris: Aubier, p.151).

- *gestuelles*: qui accompagnent presque toujours les premières ou sont stimulées par les enseignants ;
- *numériques*: associées à la construction et à l'utilisation de tableaux ;
- *graphiques*: associées à la construction et à l'utilisation de systèmes de coordonnées cartésiennes pour y saisir les données expérimentales.

Fil rouge à travers cette séquence de modalités représentatives: la recherche de régularités, d'invariants, de règles que l'on puisse formaliser et ensuite mathématiser ¹⁴.

II.1. Représentations verbales et gestuelles, représentations graphiques qualitatives

Dans un article antérieur (Gurtner et al, 1993), nous avons défini et décrit en détail trois modalités différentes dans les représentations *verbales*, *gestuelles* et *graphiques* utilisées par les élèves, quand ils essaient de réfléchir avec les chercheurs sur les aspects saillants de leur expérience et d'en donner, de façon qualitative, l'essentiel des résultats. Ces modalités peuvent coexister, parce qu'elles correspondent à des exigences différentes de description et d'analyse, et peuvent ainsi engendrer ambiguïtés et contradictions ¹⁵.

Les représentations dont il sera question ici ne sont pas encore celles données par les *diagrammes* ou *graphes* que nous traiterons au point II.2. ci-dessous et qui se réfèrent à une *traduction spatiale* (bi-dimensionnelle) des données spécifiques d'un tableau donné. Il s'agit plutôt de représentations verbales et/ou gestuelles traduites - au bénéfice de l'enseignant ou du chercheur - en dessins sur un papier. Elles correspondent donc au *souvenir* que les élèves ont gardé des résultats de leur expérience et aux *niveaux de communication* qu'ils choisissent pour transmettre ce souvenir.

Nous avons essayé d'être attentifs à ces représentations préliminaires de la part des élèves. Elles ont, en particulier, le mérite de nous renseigner sur les associations, les analogies et les métaphores qu'utilisent les élèves - souvent de façon seulement implicite - quand ils (se) représentent ce qu'ils ont appris d'un phénomène en y travaillant en laboratoire.

Nous parlerons ici des deux premières modalités dans la représentation de l'expérience, que nous appelons la *modalité évocative* et la *modalité elliptique*. Au point suivant, nous parlerons de la troisième modalité, celle de *chronique réaliste*, qui relève souvent déjà de l'analyse des diagrammes construits à partir de tableaux. Voici des exemples, tirés des protocoles des expériences B1, C1 et C2.

¹⁴ Il faut souligner ici qu'une intense *activité de modélisation* a toujours lieu dans toute pratique expérimentale et représentative, même si elle passe en général à tel point inaperçue que, en tant que telle, elle est très rarement thématisée par les enseignants. Il est d'autre part possible que d'autres modalités représentatives puissent apparaître dans l'analyse de phénomènes différents que ceux de croissance et changement (par exemple, dans les activités de classification et de sériation). Voir, pour le cas particulier des représentations des élèves sur la structure de la matière, Bain et al (1985); voir aussi Martinand (1986).

¹⁵ L'expression "modalités différentes" ne devrait donc pas faire penser ni à une séquence chronologique, c'est-à-dire à un passage génétique d'une modalité à l'autre dans un ordre défini, ni à un jugement de valeur, pour lequel l'une des modalités serait moins correcte qu'une autre.

- *Les représentations évocatives* (Fig.1)

Ces représentations contiennent presque toujours une composante verbale, une composante gestuelle (qui souvent précède le dessin) et éventuellement une composante graphique. Dans ce dernier cas, souvent les axes cartésiens ne sont pas dessinés (on a mis à disposition des élèves du papier blanc, ce qui ne suggère pas nécessairement la définition de coordonnées, et/ou du papier quadrillé). Même s'ils le sont, il n'y a pas en général d'identification des grandeurs qu'on leur associe (cette remarque toutefois se réfère plutôt aux élèves de 7ème que à ceux de 9ème). Le rôle de ces représentations est essentiellement symbolique, mais non pour cela négligeable dans l'analyse des protocoles ; elles ne révèlent pas nécessairement une compréhension moins complète du phénomène, mais elles en manifestent l'aspect qualitatif saillant: la montée ou la descente continues, l'oscillation, etc. Ce que l'on remarque dans ces représentations c'est que l'évolution dans le temps y est toujours présentée à l'horizontale, de gauche à droite ; et cela, même chez les élèves qui auront plus tard de la difficulté à choisir une direction (verticale ou horizontale) pour le temps ou à identifier la direction du temps, quand le chercheur leur présente un diagramme.

Voici un extrait de protocole d'élève :

Glenn (7ème ; taille) : 'et après - est-ce qu'on peut dire quelque chose sur ce qui se passe après - jusqu'à 18 - 20 - 30 ans ?' - "je pense que si on continue la courbe on continuera plutôt comme ça (geste évocateur de ligne qui monte) - puis après quand on sera plus vieux on aura une certaine taille et ça sera tout droit"

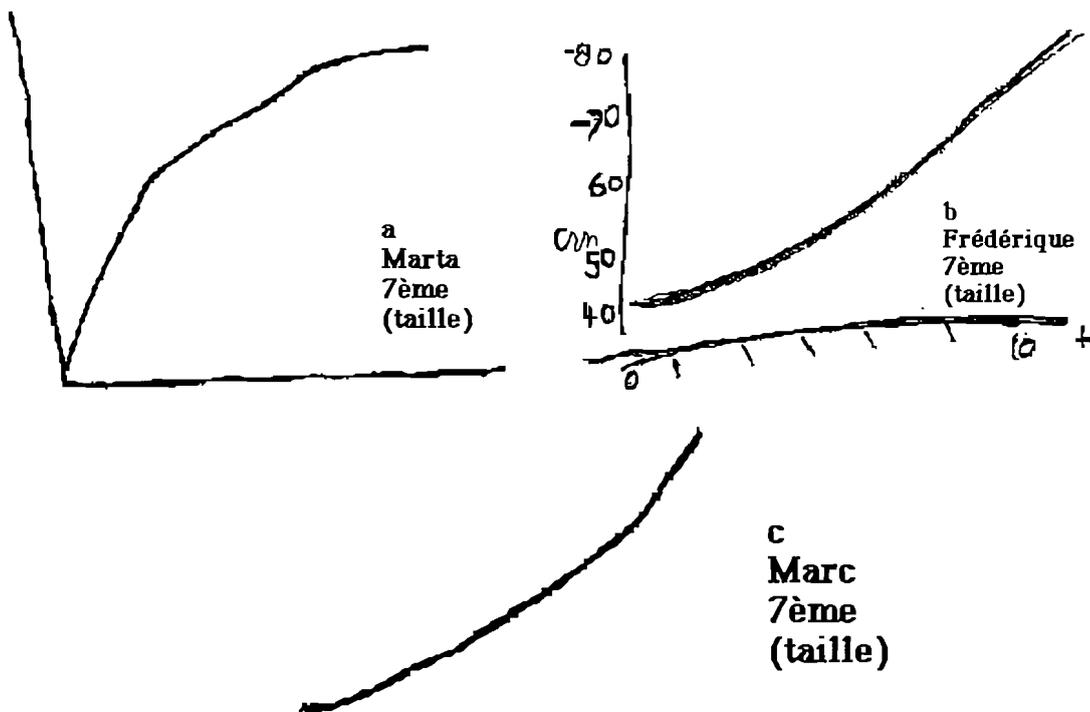


Figure 1

- Les représentations elliptiques (Fig.2)

Il s'agit là de représentations où, de façon elliptique (comme dans un croquis hâtif), l'élève réussit à donner une synthèse des caractéristiques dynamiques du phénomène ¹⁶. Il y a souvent une certaine exagération dans la montée des courbes, dans leur descente, dans l'angle (le coude) formé entre deux régimes de croissance ; cette exagération est un élément de base de l'aspect "croquis" dont nous avons parlé.

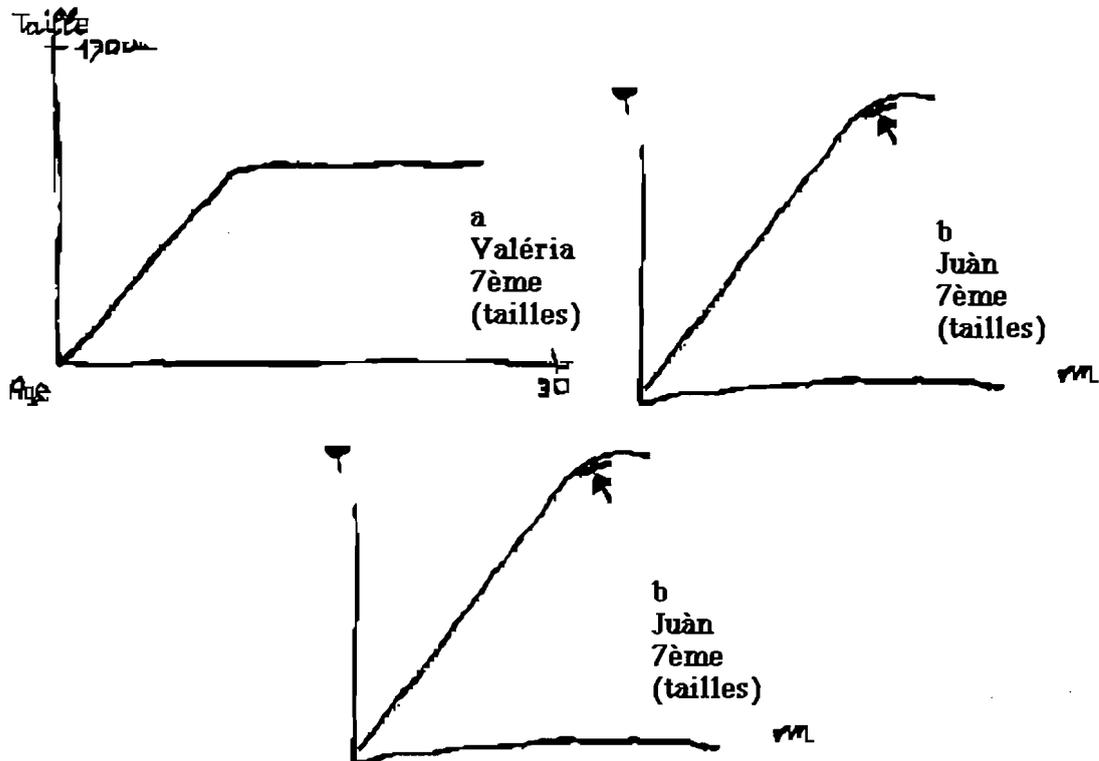


Figure 2.

II.2. Tableaux et diagrammes

Lorsqu'on a fini, en laboratoire, une expérience sur un phénomène de croissance ou de changement et que les résultats de l'observation ont été reportés dans un tableau, comment va-t-on continuer ?

La tentation est très forte de dire: "c'est fini"; ou: "et maintenant, passons à une autre expérience". C'est certainement l'opinion de beaucoup d'élèves, habitués par l'école à passer d'un "fait" (scolaire) à un autre "fait" (scolaire), sans se poser trop de questions sur la cohérence de la démarche, sur sa justification dans une séquence pédagogique, sur les perspectives qu'elle devrait ouvrir. Pour aller de l'avant et pour surmonter cette phase

¹⁶ Nous insistons sur le fait que les aspects généraux, même les détails les plus fins éventuellement donnés par les élèves dans ce type de représentations ne correspondent pas nécessairement à une prise de conscience *explicite* (nous avons déjà utilisé le terme *thématisée*) de leur part de ces aspects, de ces détails, comme l'analyse des productions *verbales* des élèves et la continuation de l'entretien le montre dans bien des cas.

d'incertitude sur la continuation de l'expérience, une approche que nous avons trouvée utile est celle du passage du tableau au diagramme (ou graphique) ¹⁷.

Le *tableau* semble être le produit brut de l'expérience ; mais il est déjà le résultat d'un ensemble d'activités de structuration du phénomène observé ¹⁸. Le *diagramme* dont nous parlons maintenant est certainement un produit élaboré à partir d'un tableau, mais dense d'hypothèses, porteur d'attentes et associé implicitement à des paradigmes interprétatifs. Le passage du *tableau* au *diagramme* nous permet d'introduire une dimension nouvelle dans la pratique expérimentale : celle de l'*analyse des données*.

C'est cette activité qui va prouver aux élèves que "ce n'est pas fini"; que "il n'aurait pas de sens de passer à une autre expérience, avant d'avoir réfléchi sur la dernière". Et "réfléchir", ici, signifie extraire des données empiriques ou des séries historiques tout ce que l'on peut. Avec pour question clef, dans la discussion avec les élèves, l'interrogation suivante : le diagramme contient-il la même information que le tableau ? a-t-on perdu quelque chose en passant des chiffres discrets du tableau au petites croix du diagramme ? ou, au contraire, gagné quelque chose ? si oui, quoi et comment ?

Dans le tableau, chaque résultat numérique expérimental, chaque donnée d'archives semble avoir une vie propre. Dans le diagramme, cette indépendance est impossible: chaque point voisin - à gauche, à droite - influence visuellement (et donc cognitivement) le point que vous observez. Une donnée isolée est statique; au contraire, plusieurs données proches définissent une dynamique : monter, descendre, osciller... ¹⁹

II.2.1. Les conflits cognitifs dans le choix des axes coordonnés

Le point de départ du passage tableau-diagramme est toujours le même, au moins dans les représentations graphiques qui se veulent réalistes (nous avons déjà vu, au point II.1. ci-dessus, que les représentations évocatives graphiques peuvent très bien se passer d'une représentation explicite des axes coordonnés) : le choix d'un système d'axes cartésiens.

Ce choix est souvent difficile (du moins en 7ème) et donne lieu à des conflits cognitifs entre représentations différentes (ou à des conflits entre un élément cognitif et une expérience empirique non maîtrisée). Voici un exemple particulièrement frappant, observé pendant un entretien clinique avec Miguel sur sa croissance corporelle (Fig.3.a).

¹⁷ Pour des considérations récentes sur l'importance de l'expression graphique, voir en particulier diSessa et al (1991) et Tierney et al (1992).

¹⁸ Les exemples donnés dans Cauzinille-Marmèche et al, 1983, sur l'étude et la représentation de la croissance des plantes, sont particulièrement instructifs.

¹⁹ Une observation ici, sur l'intérêt que peut avoir une simple initiation à l'informatique et à la programmation déjà pour les élèves les plus jeunes. Le passage d'un tableau à un diagramme peut, naturellement, être fait à la main. Mais - dans le cadre de la démarche que nous proposons, où il est essentiel de rendre explicite tout ce qui peut l'être dans l'activité des élèves - il a été très utile, quand possible, de faire construire aux élèves eux-mêmes (par exemple, en LOGO ou LOGOwriter) la procédure qui permet ce passage. En particulier, la programmation par les élèves d'un certain algorithme de "saisie des données" sur des axes coordonnés permet de mettre en évidence les difficultés associées avec le choix des indispensables "facteurs d'échelle" pour le temps et pour la grandeur représentée.

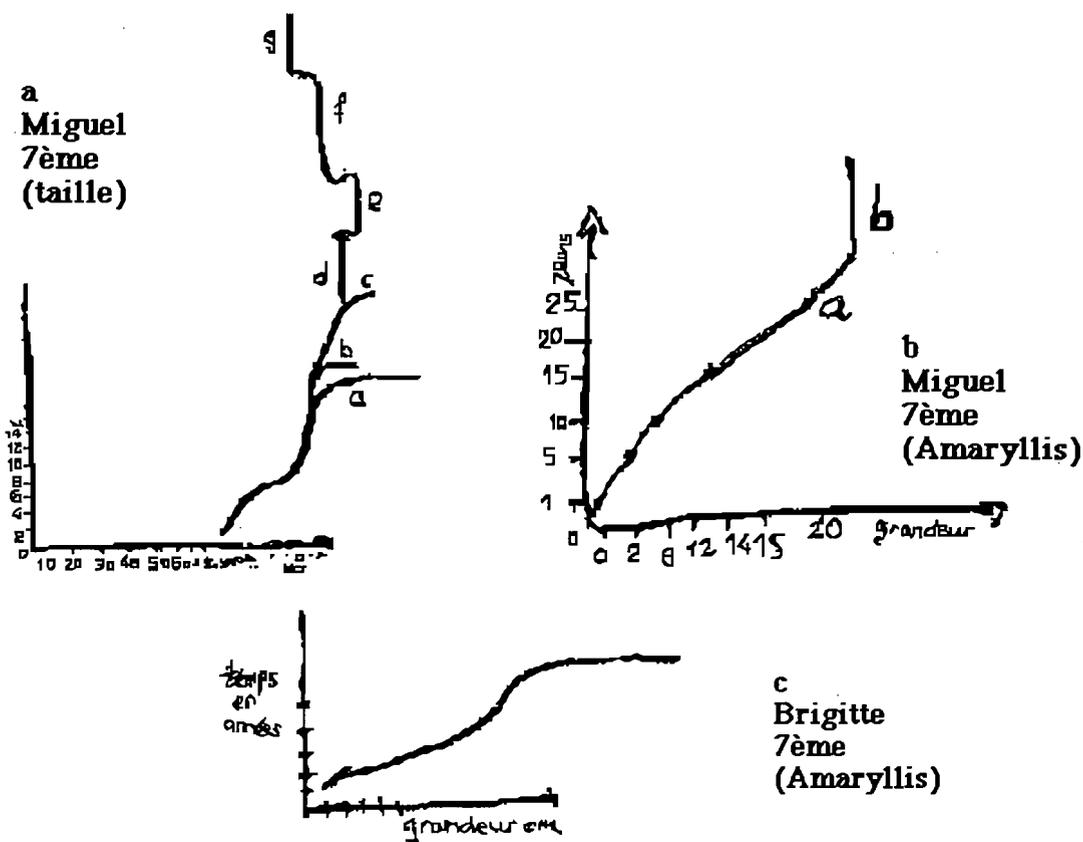


Figure 3

Le choix initial est non conventionnel, mais certainement possible : tailles en abscisse, âges en ordonnée. Mais le souvenir des diagrammes de croissance entraîne la main de Miguel vers la droite, où "l'âge adulte" joue le rôle d'un *attracteur horizontal* (ligne a). A la question: "mais alors, à un âge plus élevé, il n'y aura plus de taille ?", Miguel monte un peu mais rapidement retourne sur l'horizontale (ligne b). A chaque remarque du chercheur, Miguel reprend son ascension le long de la verticale, pour brancher très tôt sur l'horizontale (ligne c, etc.). Le retour en arrière, vers des tailles plus petites, est également frappant.

Il faudra reprendre la discussion avec Miguel, à propos - cette fois - de la croissance de la hampe florale de l'amaryllis, pour le voir enfin maîtriser son choix des axes dans un graphique *elliptique* (Fig.3.b) où l'essentiel du processus est décrit et où la ligne b peut maintenant monter sans gêne et représenter correctement l'arrêt ("l'âge adulte") dans la croissance de la plante.

II.2.2. Les représentations de chronique réaliste

Une fois dépassé les difficultés engendrées par le choix des axes coordonnés, on est confronté à la troisième modalité de l'activité de représentation, celle que nous avons appelée *de chronique réaliste* (Fig.4). Il s'agit d'une représentation (souvent seulement graphique) plus soucieuse des détails *locaux* dans la description du déroulement du phénomène que les modalités étudiées au point II.1. ci-dessus. Cette modalité représentative peut correspondre à un *souvenir quantitatif et attentif* des données de

l'expérience, ou à une *traduction* - et non seulement à une *reproduction* - des données de l'expérience (tableau) dans un premier *modèle local, qualitatif et descriptif*.

Voici un extrait de protocole d'élèves :

Lara-Sébastien (7ème ; taille) : 't'as une idée pourquoi on fait des dessins (des diagrammes) ?' - S. "parce qu'il y a des gens qui comprennent mieux par des dessins que par l'écrit - ils sont plus visuels" - L. "ça montre mieux comment on grandit le graphique" - 'est-ce qu'il y en a un qui est plus utile que l'autre ? (entre tableau et diagramme)' - L. "je pense c'est tous les deux utiles mais ça (le diagramme, Fig.4.c) nous donne une meilleure vision"

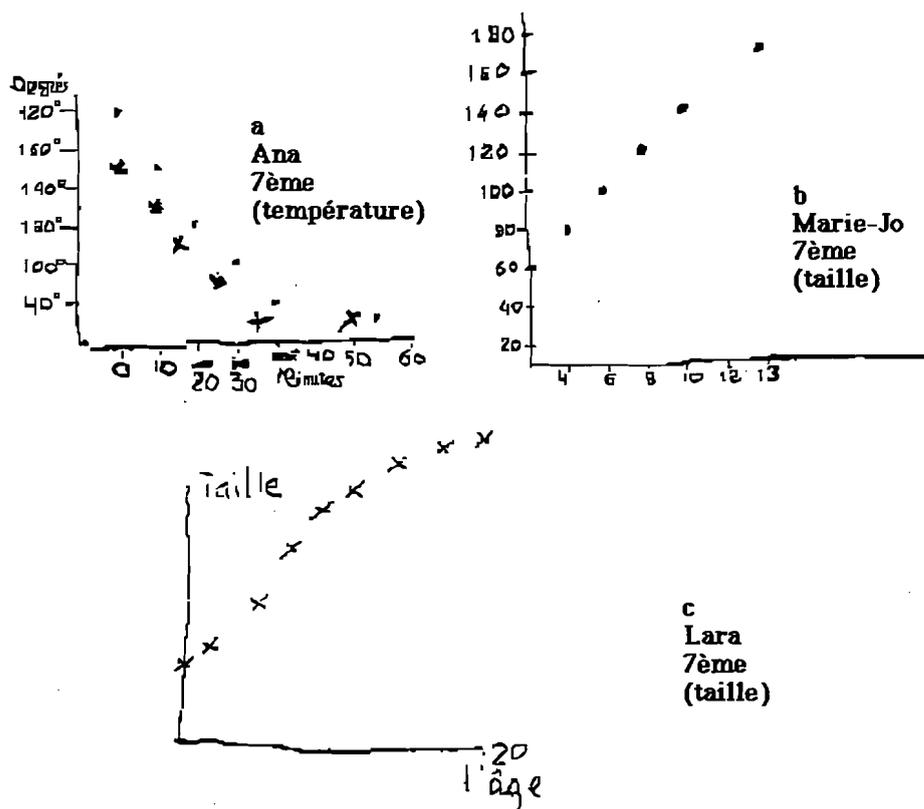


Figure 4

C'est à partir de cette étape - dans les discussions de classe et dans les entretiens cliniques - que la réflexion avec les élèves peut continuer. On explore alors les aspects qui nous intéressent le plus dans l'interprétation de leurs discours et de leurs diagrammes: ceux qui ont trait à l'utilisation par les élèves d'un certain nombre de *paradigmes interprétatifs* de leur expérience (point II.3. ci-dessous) et au déploiement d'activités d'*interpolation*, d'*extrapolation* et d'*inférence* pendant leur analyse des diagrammes (points II.4. et II.5.).

II.3. La réflexion sur les diagrammes. Les paradigmes de continuité, régularité et linéarité

On évitera soigneusement, à ce point de la réflexion, de faire relier les points expérimentaux (les *croix* du diagramme) par une ligne continue ou (encore pire!) par une

séquence de segments reliant les points. Cela n'empêche pas de retrouver, dans la description verbale ou gestuelle que donnent les élèves de leur diagrammes et dans les explications qu'ils proposent de leurs caractéristiques saillantes, cette "ligne virtuelle" qui relie - dans une espèce d'illusion visuelle - tous les points et leur donne une certaine *continuité*. C'est cela que nous appelons le *paradigme de continuité*. Dans un sens très large, qui sera mieux défini ci-dessous, il s'agit bien là d'un *modèle interprétatif* de l'expérience ; on peut l'exprimer de façon synthétique de la manière suivante : *à défaut de prouver le contraire, les phénomènes naturels ne font pas de sauts brusques, mais ils manifestent une évolution continue*.

Il est également possible de mettre en évidence un autre modèle interprétatif, plus restrictif, chez les élèves : le *paradigme de régularité*. Les phénomènes étudiés sont - ou, mieux, *doivent être* - aux yeux des élèves plus que continus : il doivent être *réguliers*. On anticipe mal, on prévoit avec méfiance, tout comportement plein de bosses, localement imprévisible. Ce n'est pas seulement les sauts brusques qui sont improbables et inattendus, mais également les fluctuations trop rapides, les oscillations sauvages.

Voici un extrait de protocole d'élève :

Juan (7ème ; amaryllis) : 'pourquoi vous avez étudié tout à coup l'amaryllis - par exemple - quelle était l'idée ?' - "pour étudier la croissance" - 'ça vous a permis de comprendre quelque chose ?' - "si on savait pas ça - ça nous aurait appris qu'on pouvait pas ... qu'il pouvait pas y avoir comme des vagues (sur le graphique)" - 'et vous le saviez déjà avant ?' - "moi - je m'en doutais"

Dans la construction (ou reconstruction) des diagrammes, un dernier modèle interprétatif, encore plus restrictif, semble jouer un rôle essentiel : le *paradigme de linéarité*. Comme on le verra (voir point II.4.1. ci-dessous), ce paradigme se traduit dans le rôle très important que les élèves font jouer, dans leurs réflexions, au concept de *moyenne*. Il s'agit d'un concept encore très mal maîtrisé, souvent indéfinissable en termes formels, mais très présent dans leurs tentatives d'interpoler l'évolution entre deux points expérimentaux par des segments de droite. Nous pensons qu'il est en relation très étroite avec le conflit cognitif entre le paradigme *additif* et celui *multiplicatif*, conflit sur lequel nous reviendrons dans le deuxième article. Le paradigme de linéarité et le concept de moyenne seront analysés en détail à propos de l'activité d'*interpolation* (point II.4.1. ci-dessous).

II.4. Les aspects déterministes de l'expérience

Les élèves sont maintenant confrontés au diagramme qu'ils ont construit. Il s'agit alors d'explorer et d'exploiter l'utilisation qu'ils font des paradigmes de continuité, de régularité et de linéarité. Le point de départ de cette réflexion est naturellement la double question : "*est-ce que l'on peut savoir*, en se basant sur le diagramme que nous avons ici, ce qui s'est passé à ce moment là, un moment pour lequel nous n'avons pas de donnée expérimentale ?" (*interpolation*; point II.4.1. ci-dessous) ; "*est-ce que l'on peut dire ce*

qui se serait passé si nous avions continué de prendre des mesures pendant encore 2 heures, 10 heures, 3 jours, ...?" (*extrapolation*; point II.4.2. ci-dessous) ²⁰.

II.4.1. Les tentatives d'interpolation entre les points

Le temps, paramètre d'évolution dans les processus continus étudiés par les élèves, est seulement formellement une grandeur *continue*; tant dans la pratique de laboratoire que dans les séries historiques d'archives, il s'agit plutôt d'une variable "découpée" par tranches de quelques minutes, heures, mois, etc..

Les seules données expérimentales que l'on peut connaître directement sont donc celles qui correspondent à des valeurs discrètes du temps ²¹. Mais l'hypothèse d'un temps continu porte à admettre que la grandeur qui nous intéresse avait certainement une certaine valeur bien définie - bien qu'inconnue - à chaque instant. Mais quelle valeur ?

La discussion avec les élèves met en évidence la difficulté de bien poser le problème, surtout si l'on part d'un tableau et non d'un diagramme. Mais même dans ce dernier cas (auquel nous nous sommes en général limités) le "vide" que l'on note entre deux points expérimentaux est rapidement rempli par des schémas figuratifs - continuité, régularité, linéarité - ou algorithmiques - moyenne - qui ont très peu à faire avec une appréciation spécifique du diagramme particulier sur lequel on discute. Les deux points extrêmes d'un intervalle temporel (les mesures effectuées aux temps t^n et t^{n+1}) semblent déterminer à eux seuls la valeur anticipée pour un temps intermédiaire (en général, équidistant) entre t^n et t^{n+1} ; beaucoup plus rarement les élèves prennent en compte le comportement de plusieurs points ou de l'ensemble des points expérimentaux qui précèdent t^n et/ou qui suivent t^{n+1} .

Voici maintenant des extraits de protocoles d'élèves, relatifs à des discussions sur leurs diagrammes :

a. *Réflexions sur la croissance des élèves : interpolation entre deux points dans l'évolution temporelle de leur taille et de leur poids* (7ème; élèves entre 12 et 13 ans)

Ana : (données à 10 et 11 ans) 'quelle était ta taille à 10 ans et demi ?' - "je mets la moitié"

Valeria : (données à 5 et 7 ans) 'peut-on savoir (la taille à 6 ans) ?' - "peut-être pas - parce que si on était malade... - c'est difficile de savoir - ça doit être là entre les deux" - (met une croix au milieu)

²⁰ Nous avons observé qu'une toute nouvelle exploration est possible, qui part des diagrammes des élèves et qui - à notre connaissance - n'a jamais été étudiée dans le contexte scolaire. Elle relève, probablement, d'un paradigme interprétatif bien moins structuré et opérationnel que les trois autres; un *paradigme déterministe* encore assez vague. En effet, on peut déceler, dans un nombre très limité de cas, la prise de conscience d'un aspect spécifique et typique de la plupart des processus de changement et de croissance: celui du *déterminisme dans l'évolution du système*. En d'autres termes, le fait que, dans beaucoup de cas, *l'évolution temporelle d'un système dépend des seules conditions initiales* (c'est-à-dire, de la valeur des grandeurs physiques en jeu au temps t_0) *et non de l'histoire précédente du système*. Le problème est complexe, mais nous pensons que la présentation d'un exemple concret au point II.5. ci-dessous va le rendre plus clair.

²¹ En principe, les intervalles temporels entre deux mesures ne doivent pas être toujours les mêmes. Toutefois, une éventuelle variation entre les intervalles temporels amène à de sérieuses difficultés dans l'activité d'interpolation, et cela d'autant plus si on essaie de réaliser cette activité à partir d'un tableau et non d'un diagramme.

Lara : 's'il te manquait le point là parce que personne n'avait pris les mesures ... tu as l'impression qu'on pourrait reconstruire la chose - qu'on pourrait se dire - je peux savoir quelle était ta taille' - "à peu près ?" - 'oui' - "on pourrait tirer un trait de là à là (entre les deux points extrêmes de l'intervalle où les données manquent)" - 'tu ferais un trait tout droit ?' - "oui" - 'pourquoi tu fais un trait et pas une courbe ?' - "parce qu'une courbe - on pourrait se tromper ..."

b. *Réflexions sur le refroidissement avec isolant d'un liquide, en utilisant des revêtements différents : interpolation entre deux points pour lesquels on dispose de données expérimentales (7ème)*

Karine (interpolation dans l'intervalle de 15 minutes sans données, dû à la récréation) : 'et tu pourrais utiliser les dessins - sans faire des calculs ?' - "oui - on essaie de mettre la ligne comme ça" - (elle relie les points avec un segment de droite)

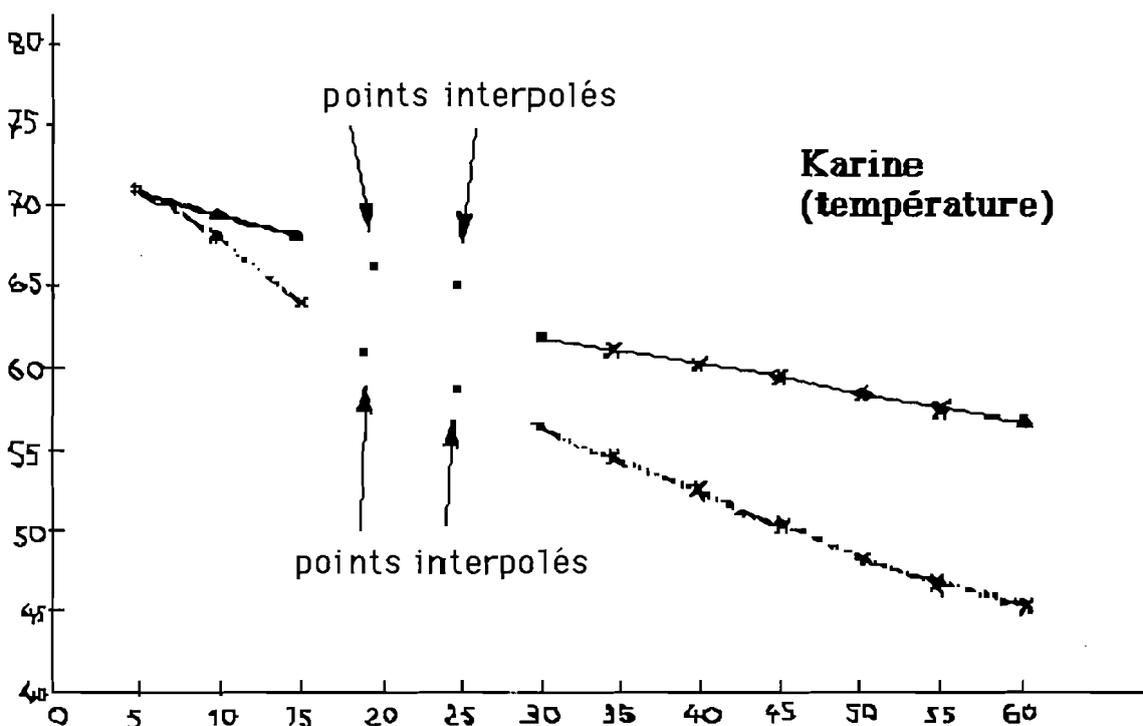


Figure 5 ²²

Sébastien : 'ici on avait pas de données - est-ce qu'on pourrait savoir....?' - "oui - parce que la température - elle va pas faire comme ça - elle peut pas monter ou redescendre ou n'importe comment - mais elle continue normalement" - ... - 'tu le ferais avec les yeux ou avec un calcul - pour savoir quels sont les points qu'on a pas - tu imagines que quelqu'un a fait l'expérience et puis il y avait la récré et on te demande qu'est-ce que s'est passé ici ? comment tu peux imaginer ?' - "ça va toujours - ou bien ça va descendre fort un peu et après ça va arriver là - mais ça va - quand ça descend ça va toujours descendre - ça va pas rester droit" - 'mais tu ferais ça en dessin ou on peut faire un calcul ?' - "non - parce qu'on peut rien faire" - 'on pourrait pas utiliser les points qu'on a mesuré avant et après pour comprendre comment ça va être ici ?' - "oui - je crois - mais je ne sais pas comment"

²² NDLR : La figure a été réalisée par l'élève sur du papier millimétré.

c. Réflexions sur la croissance de la hampe florale de l'amaryllis : interpolation entre deux points - avant et après Noël - pour lesquels on dispose de données expérimentales (7ème)

Glenn : 'tout à l'heure tu as dit que si on avait pas les données entre 3 et 4 ans (pour la taille) on pourrait plus ou moins savoir comment ça serait - maintenant si on pose la même question pour l'amaryllis ? - si tu as cette courbe qui va comme ça (les données avant Noël) - vous aviez pas pris de mesures ... est-ce qu'on peut savoir comment la plante a grandi ?' - "oui" - ... - "déjà la plante elle peut pas redescendre - elle continue à grandir - alors si on continue à suivre la courbe - normalement on arrive au même point et puis elle peut pas faire des poussées."

Brigitte : 'tu te rappelles - il y avait le graphique où on voit que l'amaryllis est en train de grandir - si on avait pas les données ici est-ce qu'on pourrait savoir comment elle (la hampe florale) a grandi ?' - "peut être" - 'comment on pourrait savoir ?' - "on regarde comment elle a grandi là (de 0 au premier point) - si elle a grandi de 10 cm à chaque fois - alors là ça continuera peut être de 10 cm"

Quels sont les mécanismes cognitifs mis en oeuvre dans l'activité d'interpolation ? Il y a certainement l'hypothèse (vécue plutôt comme intuition que comme fruit explicite de l'expérience) de la *continuité du temps* ; c'est-à-dire, du fait que les processus étudiés sont continus, alors que nos mesures de leur développement sont discrètes. Mais cette hypothèse amène à une certaine maîtrise de l'interpolation seulement si d'autres mécanismes on trouvé leur équilibre :

- la reconnaissance de l'identité de l'objet qui change, malgré le passage du temps et les changements morphologiques (ou physiques) observés (von Glasersfeld, 1993) ; cette identité semble plus facile à accepter, quand il s'agit de systèmes physiques comme un liquide qui refroidit ; moins facile, quand le système "oignon d'amaryllis" devient "hampe florale" et ensuite "fleur" ;

- la mise en oeuvre des paradigmes interprétatifs que nous avons identifiés ci-dessus : continuité, régularité, linéarité ; c'est à partir du schéma général que "la nature ne fait pas de sauts" que les élèves acceptent sans difficulté apparente notre question sur "les valeurs que les grandeurs observées *auraient eu* si on les avait observées" ; il est peut-être utile de rappeler à ce point, toutefois, qu'il s'agit là de *notre* question et que nous n'avons pas observé une telle curiosité spontanées chez les élèves ;

- l'utilisation du paradigme de linéarité (par des chemins qui encore nous échappent en partie) pour la définition d'une stratégie générale de "faire la moyenne" ; même si les éventuels algorithmes proposés pour réaliser cette "moyenne" restent presque toujours flous.

Il nous semble que, en général, l'activité d'interpolation a été plus facile pour l'évolution temporelle des systèmes physiques traditionnels (comme les liquides), pour lesquels le paramètre *temps* peut facilement être vécu comme un paramètre extérieur (une *horloge extrinsèque*), observable et mesurable avec, par exemple, un chronomètre; et moins facile pour les systèmes biologiques (amaryllis et corps humain), pour lesquels le paramètre *temps* semble plutôt jouer le rôle d'un paramètre intérieur (une *horloge intrinsèque*), non directement observable et difficilement maîtrisable. D'où la fréquence, dans les réponses des élèves sur l'évolution de leur taille ou de leur poids, de références à

des maladies ou à d'autres événements aléatoires qui rendraient difficile l'activité d'interpolation.

Nous verrons, dans le deuxième article, comment une analyse attentive des activités d'interpolation peut aider l'enseignant à guider sa classe vers des activités de modélisation locale.

II.4.2. Les tentatives d'extrapolation au delà de la région couverte par l'expérience. Présence d'attracteurs empiriques

L'activité d'extrapolation engendre des difficultés plus grandes que celle d'interpolation. Les paradigmes usuels - comme celui de linéarité - portent ici très rapidement à des contradictions criantes avec des "faits" connus par les élèves et qui dérivent souvent d'une certaine connaissance empirique des phénomènes naturels (de ce qui est "logique", comme les élèves aiment dire) : que la température ne peut pas toujours descendre, que la taille ne peut pas toujours augmenter, etc..

Voici des extraits de protocoles d'élèves :

a. Réflexions sur la croissance des élèves : extrapolation vers l'âge adulte, à partir de l'évolution temporelle de leur taille et de leur poids (7ème)

Marie-Jo : 'à 18 ans quelle va être ta taille ? on peut prévoir avec les points que tu as ici ?' - "non - pas tellement - on grandit... (elle met des croix après les 11 ans) ... après c'est déjà la même taille quoi"

Frédéric : 'si quelqu'un te demande quelle va être ta taille à 14 ans - tu peux faire quelque chose ou tu ne peux pas répondre ?' - "oui - on peut répondre à peu près vu que la croissance - normalement - ça va comme ça" (geste évocatif)

Valeria (question: si on a seulement les données pour les premières années, peut-on prévoir la taille à 10 ans ?): "ça va à peu près continuer à monter" - (Valentine) "mais on ne peut pas savoir vraiment" - (Valeria) "il faut prendre les deux points et mettre une règle... - à peu près - aux alentours - à moins qu'on soit vraiment malade"

b. Réflexions sur le refroidissement avec isolant d'un liquide, en utilisant des revêtements différents : extrapolation des données vers des régions temporelles très lointaines (7ème ; à noter que l'expérience ne s'est jamais prolongée suffisamment pour que le liquide puisse arriver à l'état d'équilibre thermique avec l'environnement)

Evelyne : 'si tu ne connais que cette partie (des données, pour les premiers 45 minutes d'expérience) - tu sais que la température baisse mais peux-tu prédire que ça descend jusqu'à la température ambiante ou au dessus ?' - "ça descend comme ça - mais on sait pas jusqu'où"

c. Réflexion sur la croissance de la hampe florale de l'amaryllis (7ème)

Glenn : 'et si vous aviez pris des données mais la plante - elle - a pas fini de pousser et c'est Noël - est-ce qu'on peut savoir quand elle va finir sa croissance ?' - "non - je crois pas" - 'et pourquoi ?' - "il faudrait avoir ... voir une autre - il faudrait déjà savoir quelle taille elle aura - autrement on peut pas savoir - si on la voit au dernier moment (quand elle a fini de pousser) on peut toujours ... par rapport à la fin on

peut savoir si elle a fait comme ça ... mais généralement ça fait toujours une courbe (geste évocateur de la fin de la croissance)" - (la partie qui suit du protocole de Glenn est intéressante pour comprendre la différenciation qu'il fait entre un processus qu'il considère comme essentiellement imprévisible - la croissance de l'amaryllis, pour laquelle il ne dispose d'aucun mécanisme - et un processus qu'il considère comme prévisible - la croissance humaine -, parce qu'il croit en connaître le mécanisme) - 'mais - par rapport à nous - tu as dit qu'on peut savoir (la taille adulte) - tu peux savoir à peu près combien tu seras grand plus tard - ici pourquoi on ne peut pas savoir ?' - "parce que là (pour la taille) on peut toujours faire de comparaisons et on peut toujours mesurer sur la main" - 'sur la main ?' - "oui - on a des os ici et il faut qu'ils se solidifient et une fois qu'ils sont soudés c'est la fin de la croissance" - 'c'est le médecin qui t'a dit ça ?' - "oui" - 'alors avec l'amaryllis on peut pas comparer ?' - "non"

Ce qui est donc en jeu ici - et qu'il importe d'analyser dans l'activité des élèves - c'est la subtile tension qui existe entre leurs paradigmes interprétatifs (qui les ont, par ailleurs, beaucoup aidé à se poser le problème de l'*interpolation* entre deux points expérimentaux) et certaines de leurs connaissances empiriques ou intuitives relatives au comportement de certains systèmes en évolution sur des temps longs (*extrapolation* dans le refroidissement d'un liquide, dans l'évolution d'une épidémie, dans la croissance de l'organisme humain etc.). Dans certains cas, ces connaissances peuvent être décrites en termes d'*attracteurs*²³ : la "taille des adultes", la "température normale", la "température de dehors", etc..

Voici des extraits de protocoles d'élèves relatifs à ces invariants :

Sébastien (7ème ; taille) : 'la façon dont on augmente de grandeur est tout à fait personnelle - on ne peut pas dire que toi tu grandis exactement comme Mélanie - ... - mais tous on a fini par faire la même chose et vous aussi vous allez finir plus tard par faire la même chose' - "à mourir ?" - 'oui d'accord - mais pour la grandeur du corps ?' - "on arrête de grandir à un moment"

Ana-Gabrielle (7ème ; refroidissement avec isolant) : 'tu as une idée pourquoi ils (les thermomètres) arrivent à la température constante ?' - "je pense que c'est la température de dehors - de l'extérieur"

Claude (7ème) : '... travailler sur beaucoup de phénomènes qui sont très différents - comme la température la croissance ... et voir que même si les phénomènes sont très différents ils ont quelque chose en commun' - "oui - parce que la taille elle prend la taille normale - la température elle prend la température normale - et puis l'amaryllis elle prend sa taille normale - à part si elle a un problème - elle sera peut être plus grande ou plus petite et l'homme aussi"

En Fig.6, deux exemples des cas les plus fréquents sur le refroidissement d'un liquide : ou toute les courbes, correspondant à différentes conditions initiales, sont extrapolées vers une constante asymptotique, mais la constante dépend de la température initiale (Fig.6.a), ou elle convergent vers une seule valeur asymptotique (Fig.6.b).

²³ Dans les systèmes dynamiques, un point ou une trajectoire sont décrits comme des *attracteurs* si toutes les trajectoires qui passent dans une certaine région qui contient le point ou la trajectoire finissent par coïncider avec eux asymptotiquement (à temps $+\infty$, ou $-\infty$, ou les deux).

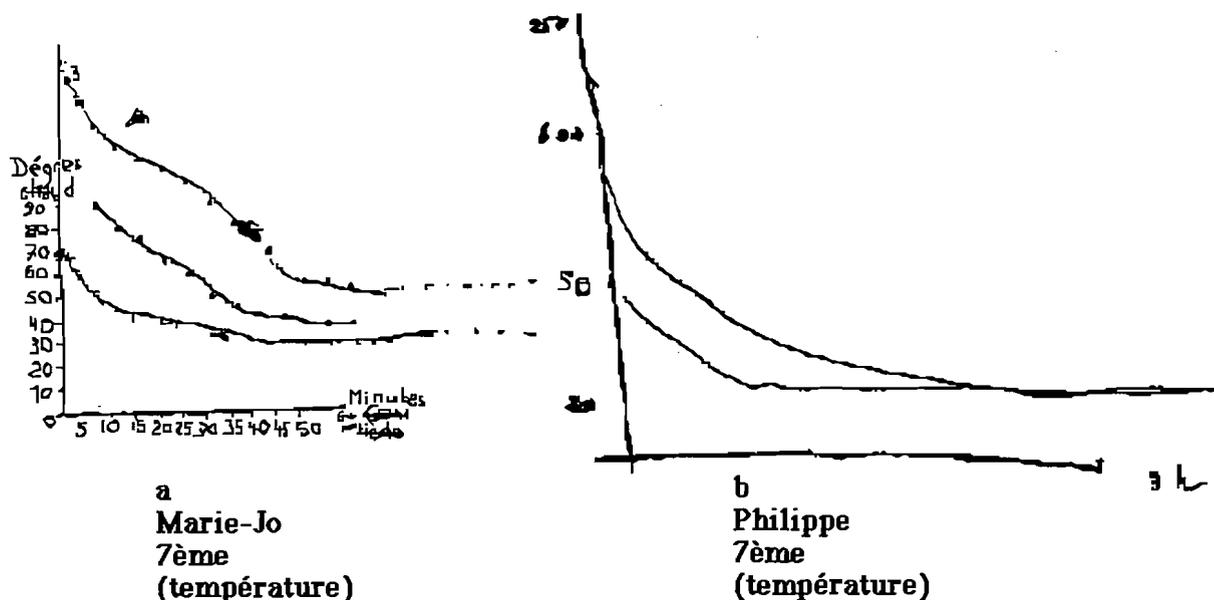


Figure 6

Il y a, naturellement, le danger que des informations données par l'enseignant puissent jouer le rôle d'*artefacts*, de *clichés* - plutôt que d'*attracteurs* - dans la réflexion des élèves. La "régularité de la nature" en est un bon exemple, ainsi que la "température ambiante" :

Marcio (7ème ; taille) : 'avec ces croix (pour la taille) je pourrais me permettre d'anticiper la taille à 18 ans ?' - "oui peut-être - parce que M.Denzler a expliqué que la nature ne fait pas quelque chose d'extraordinaire - elle (la taille) ne monte pas jusque là et après elle fait comme ça (geste : une montée suivie d'une horizontale) - elle fait une chose arrondie comme ça"

Sébastien (7ème ; refroidissement) : 'je veux comprendre si un corps qui est en train de se refroidir peut aller au dessous de la température ambiante' - "non" - 't'as une idée pourquoi ?' - "on peut pas - la température ambiante c'est quelque chose qu'on peut pas ... enfin on peut maîtriser en mettant par exemple des radiateurs ou de l'air conditionné mais normalement si on ne fait rien elle reste comme elle est"

Et il y a la difficulté additionnelle de l'utilisation par les élèves d'un concept proche de celui de *limite* (qui, à son tour, ramène à ceux d'*indéfini* et d'*infini*). Pour une étude approfondie de ces notions chez les enfants, voir Núñez Errázuriz (1993).

Nous verrons, dans le deuxième article, comment une analyse attentive des activités d'extrapolation peut aider l'enseignant à guider sa classe vers des activités de modélisation locale.

II.5. Le paradigme déterministe dans l'activité d'inférence sur certains processus de changement

Nous allons maintenant explorer une dimension nouvelle dans la réflexion conduite avec les élèves à propos de leurs expériences et, en particulier, à propos des diagrammes

qui en représentent les données expérimentales. Il s'agit de l'exploration des *possibilités d'inférence* des résultats d'une expérience hypothétique, en utilisant les résultats d'une expérience déjà terminée.

Dans le seul cas où nous avons exploré cette dimension (le refroidissement spontané d'un liquide, chauffé préalablement), un seul paramètre avait été explicitement présenté aux élèves : le *temps*. En effet, la tâche avait été définie d'avance comme : "suivre le changement de température d'un liquide dans le temps". Dans le laboratoire, différents groupes d'élèves avaient réalisé l'expérience avec des températures initiales T^0 différentes (à parité de liquide), ou avec des liquides différents (à parité de température initiale).

Nous nous sommes donc trouvés dans la situation suivante. En discutant, par exemple, avec un groupe d'élèves qui avait réalisé l'expérience avec de l'huile chauffée initialement à 60° , nous pouvions essayer de comparer avec eux leur diagramme de refroidissement avec celui d'un autre groupe d'élèves qui avait réalisé l'expérience :

- a. ou également avec $T^0 = 60^\circ$, mais avec de l'eau ;
- b. ou également avec de l'huile, mais avec $T^0 = 90^\circ$.

Le premier cas se prête seulement à une réflexion qualitative : est-ce que l'eau refroidit ("perd de la chaleur", "perd de la température") plus vite ou moins vite que l'huile ? Il s'agit là d'une donnée factuelle, non prévisible de la part des élèves et non reliée à aucune propriété de l'huile ou de l'eau connue par les élèves. Aucune inférence n'est donc possible. Le deuxième cas, par contre, se prête à une intéressante exploration des capacités inférentielles des élèves et des obstructions cognitives qu'ils rencontrent.

Mais d'abord, voyons comment le problème se pose à un physicien : en portant l'huile de 60° à 90° , aucune transformation chimique significative n'a lieu dans le liquide. Nous dirons "l'huile n'a pas d'histoire", ou "l'huile ne garde pas trace de son histoire ; l'huile chauffée à 90° , qui refroidit jusqu'à 60° et qui ensuite continue de refroidir ne peut pas être distinguée de l'huile chauffée à 60° ". C'est cette *dépendance de l'évolution temporelle d'un système dynamique de la seule condition initiale*, et son indifférence à son histoire passée, que l'on appelle *évolution déterministe* d'un système.

On en déduit (le physicien, et non les élèves !) que :

- si l'on connaît le diagramme de refroidissement de l'huile chauffée à 90° , on n'a pas besoin de répéter l'expérience avec 60° ; en effet, les données de la première expérience contiennent déjà toute l'information nécessaire pour construire le diagramme correspondant à la deuxième ;

- par contre, si l'on connaît le diagramme de refroidissement de l'huile chauffée à 60° , on ne peut pas en *inférer* le diagramme correspondant à 90° ; en d'autres termes, l'information contenue dans la première expérience est insuffisante pour reconstruire le diagramme qui correspond à la deuxième ²⁴.

²⁴ Il est intéressant de noter que, pour la première fois dans notre projet, nous avons jugé nécessaire de parler d'*information* avec les élèves ; il s'agit là, toutefois, d'un concept auquel on devrait chercher plus fréquemment à approcher les élèves, en l'intégrant de quelque manière dans l'enseignement. Notre expérience

(Il faut toutefois noter qu'il ne s'agit pas ici de l'analyse du problème faite par un physicien ²⁵ ! Nous sommes conscients, d'ailleurs, que le problème même du déterminisme dans le monde physique est complexe - voir, par exemple, Atlan (1990) pour un aperçu de l'aspect problématique de la position déterministe ; dans le domaine de la biologie, les doutes priment sur les certitudes...)

II.5.1. Les inférences possibles, du point de vue du physicien. Du diagramme de refroidissement de l'huile à partir de 90° à celui à partir de 60°

Dans les quelques cas où la question a été posée aux élèves, elle a été vécue par eux comme incompréhensible ou, du moins, comme extrêmement difficile.

Il est nécessaire de donner ici un extrait assez long d'un protocole, pour que le lecteur puisse suivre les difficultés et les incertitudes des élèves confrontés à notre demande. Les chercheurs ont introduit le problème comme suit : "Un chercheur a déjà fait une expérience de refroidissement de l'huile, avec une température initiale de 140° ; cette expérience est très bien faite, mais également très chère (courbe a. dans Fig.7). Un autre chercheur demande beaucoup d'argent à l'État, pour faire également une expérience de refroidissement de l'huile, mais avec une température initiale de 80°. Est-ce que la chose a un sens ? Est-ce qu'il faut dépenser tellement d'argent pour cette nouvelle expérience ?"

Frédérique-Odile (7ème) : 'il est obligé de faire l'expérience ?' - F. "il doit - ça ne sera pas la même courbe - même si ça fait la même chose - il faut refaire l'expérience" - 'il peut utiliser l'expérience de l'autre ?' - F. "ce sera un peu difficile - parce la courbe sera pas du tout la même - elle finira bien sûr la même chose (montre le comportement asymptotique)" - 'elle sera comment ?' - F. "moins ... - moins courbe" - O. "non - elle sera ... - non - je pense qu'elle sera ..." (elle voudrait dessiner à partir du point 80° sur les ordonnées) - F. (s'empare du stylo) "elle sera comme ça" (courbe b. en Fig.7) - O. "oui - mais elle suivra quant même la courbe de l'autre - elle sera moins courbe - moi je pense... - si encore un autre fait une autre expérience... (voudrait reprendre le stylo, mais F. ne le lui permet pas)" - F. "parce que là - ce sera à peu près la même chose (dans la région asymptotique) - mais là... (au début de la courbe b.)" - O. "non - mais moi je pense que si un autre veut faire la même expérience - ça finira droit (geste le long des abscisses)" - ... - 'il y a quelqu'un qui demande à l'état encore un million de francs pour faire l'expérience à partir de 80° - on lui dit - il y a quelqu'un qui a déjà dépensé un million de francs pour faire

sur ce point est malheureusement limitée au cas décrit ci-dessus, ce qui ne nous permet pas d'élargir nos considérations à des cas plus généraux, compatibles avec les thèmes que l'on peut traiter dans le secondaire obligatoire.

²⁵ Pour un physicien, en effet, il est évident que, si l'on connaît à l'avance la description *globale* du phénomène de refroidissement d'un liquide - c'est-à-dire, le comportement exponentiel du diagramme avec, comme asymptote, la température ambiante - l'expérience avec $T^0 = 90^\circ$ permet d'inférer celle avec $T^0 = 1500$; en effet, la première permet de déterminer la constante k de refroidissement qui, à son tour, permet de décrire le comportement global de la deuxième. Se souvenir aussi que, dans une dynamique déterministe, on peut aussi *inverser la direction du temps* et donc étudier formellement, à partir du présent, le comportement *antérieur* du système (pour déterminer, par exemple, quelles éclipses ont eu lieu au dixième siècle, et à quel moment précis). Mais il faut se souvenir que, dans notre discussion du phénomène de refroidissement, nous n'avons introduit aucune représentation formelle, algébrique du diagramme global obtenu par itération d'un modèle local; nous n'avons jamais parlé d'"exponentiel", ni de "lois". Voir les points 4. et 5. de la deuxième partie, pour une discussion sur la différence entre le "global" de notre approche à la modélisation et le "global" de la description formelle de la physique.

ça (la courbe à partir de 140°) - il y a pas besoin de faire l'expérience - qui a raison ? - O. "oui - mais l'autre peut avoir fait faux" - 'non - admettons qu'il a fait très bien - peut-on utiliser cette expérience (avec $T^0 = 140^{\circ}$) pour ne pas faire celle à 80° ?' - O. "oui" - F. "mais la courbe n'est pas la même !" - O. "il va trouver une autre courbe - oui - il peut utiliser la courbe de l'autre" - F. "il faudrait déjà que la température ambiante soit la même - moi je pense qu'il faut la refaire" - ...

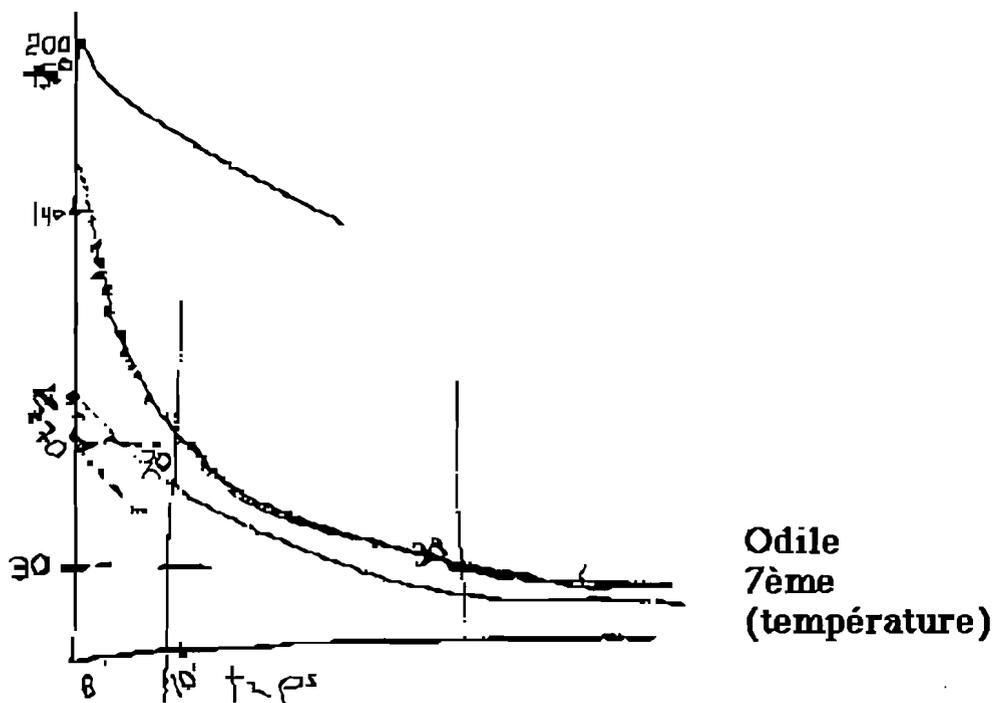


Figure 7

Il est clair qu'il y a ici une importante obstruction cognitive, qui se traduit dans la difficulté de faire *glisser* l'axes des *temps* jusqu'au point où la température de l'huile de la première expérience (celle partie de 140°) arrive à 80° . L'obstruction nous semble liée, au moins en partie, à la présence contemporaine de au moins *deux temps*: celui de la montre, qui ne permet ni arrêts ni glissement, et celui du chronomètre, qui permet les deux.

Dans une expérience pilote préliminaire en 8ème, nous avons été confronté une seule fois à une parfaite solution géométrique du problème posé : une élève a utilisé les deux transparents réalisés, l'un, à partir de l'expérience d'un groupe qui était parti de 140° , et l'autre, de 80° ; une fois glissés l'un sur l'autre dans le sens des abscisses, les deux diagrammes ont coïncidé. Une grande découverte empirique venait d'être faite...

II.5.2. Les inférences impossibles, du point de vue du physicien, sur la base d'une simple analyse locale. Du diagramme de refroidissement de l'huile à partir de 90° à celui à partir de 150°

Nous avons encore très peu d'exemples et d'entretiens sur cet aspect de l'expérience de refroidissement des liquides. Voici toutefois quelques extraits significatifs :

Frédéric-Marcio (7ème ; les deux élèves ont réalisé l'expérience avec $T^0 = 150^\circ$): 'et maintenant si l'on chauffe l'huile à 250° ?' - M. "ça revient au même" - 'comment ça fait ?' - F. "ça fait comme ça (geste évocatif qui suit le diagramme) - à partir de là (150°)" - 'et avant ?' - M. "c'est bizarre" - 'l'expérience faite à 150° - elle vous aide à avoir une réponse pour 80° - mais elle nous donne une réponse aussi pour 250° ?' - F. "non - il faut savoir ce qu'il y a au dessus" - ...

Il est clair que le problème des *deux temps*, que nous avons déjà discuté ci-dessus, se pose avec encore plus de difficultés et de contradictions apparentes dans ce dernier cas, où il ne s'agit plus d'identifier une région temporelle déjà explorée et pour laquelle on doit seulement déplacer l'origine du temps *vers le futur*, mais d'imaginer un processus de changement dans une région temporelle dans laquelle on n'a pas expérimenté, ce qui implique un déplacement de l'origine du temps *vers le passé*. Il est important de noter que, dans certains cas particuliers, d'autres modalités représentatives que les tableaux et les diagrammes peuvent s'avérer utiles et même nécessaires. Par exemple, dans une première approche à l'étude de la croissance de la hampe florale de l'amaryllis, une représentation *figurale* (par *icônes*, ou par *pictogrammes*) c'est révélée très utile pour explorer les attentes initiales des élèves sur ce phénomène. Dans certains cas, toutefois, la représentation figurale choisie a été plus abstraite. Dans une discussion sur la possibilité de représenter les changements de proportions dans le corps humain, comme conséquence de la croissance, une représentation par pictogrammes a été souvent choisie par les élèves ²⁶.

²⁶ Il est clair que le problème des *deux temps*, que nous avons déjà discuté ci-dessus, se pose avec encore plus de difficultés et de contradictions apparentes dans ce dernier cas, où il ne s'agit plus d'identifier une région temporelle déjà explorée et pour laquelle on doit seulement déplacer l'origine du temps *vers le futur*, mais d'imaginer un processus de changement dans une région temporelle dans laquelle on n'a pas expérimenté, ce qui implique un déplacement de l'origine du temps *vers le passé*. Il est important de noter que, dans certains cas particuliers, d'autres modalités représentatives que les tableaux et les diagrammes peuvent s'avérer utiles et même nécessaires. Par exemple, dans une première approche à l'étude de la croissance de la hampe florale de l'amaryllis, une représentation *figurale* (par *icônes*, ou par *pictogrammes*) s'est révélée très utile pour explorer les attentes initiales des élèves sur ce phénomène. Dans certains cas, toutefois, la représentation figurale choisie a été plus abstraite. Dans une discussion sur la possibilité de représenter les changements de proportions dans le corps humain, comme conséquence de la croissance, une représentation par pictogrammes a été souvent choisie par les élèves.

III. Conclusions sur les activités de représentation

"Comme le note Wittgenstein, l'image d'une personne qui monte sur une colline est exactement égale à celle d'une personne qui en descend ; toutefois, s'il s'agissait de mon image, je n'aurais aucun doute sur ce qu'elle pourrait représenter." ²⁷

Et maintenant, que faire de ce que nous avons appris sur les activités de représentation chez les élèves ? Une réponse plus complète et plus mûre à cette question devra attendre les conclusions générales de cette série d'articles. En effet, notre exploration des paradigmes interprétatifs des élèves et de l'utilisation qu'ils en font pendant les activités de *représentation* a servi surtout à créer les bases pour une analyse de leurs activités de *modélisation*. Les instruments cognitifs des élèves vont jouer un rôle déterminant dans la phase de construction de modèles. C'est dans le contexte de ces activités que nous les suivront dans le deuxième et le troisième article.

Mais déjà au stade actuel de notre analyse, le problème se pose d'évaluer les possibilités réelles de réalisation de notre approche dans l'école. Ce que l'on voulait, c'était sortir du "comment vont les choses ?" (*description* de l'expérience) pour en arriver à "pourquoi les choses vont comme elles vont ?" (ce qui implique sortir de l'activité de représentation pour aller vers celle de modélisation, et passer de la *description* à l'*explication* de l'expérience, ce qui engendre pour nous la *maîtrise* de l'expérience). Mais déjà dans cette phase initiale de notre analyse, nous avons mis en évidence le fait que l'activité même de représentation contient plus que la seule *description* ; elle présente des aspects particulièrement intéressants d'*interprétation qualitative* de l'expérience, aspects qui vont jouer un rôle essentiel dans l'activité de modélisation.

Les analyses présentées dans cet articles touchent essentiellement à des aspects du comportement des élèves qu'on a la tendance à décrire comme *psychogénétiques*. En effet, en observant les élèves et en discutant avec eux lors des entretiens cliniques, leur façon de parler, de décrire gestuellement et graphiquement leur expérience, autant que leurs réflexions sur les diagrammes produits, nous aident à étudier les mécanismes cognitives qui sont en jeu dans leur processus d'apprentissage. Cela ne doit pas signifier, par contre, qu'il n'y ait pas un intérêt profond *psychopédagogique* dans ce type d'investigation. On a eu trop longtemps l'habitude de séparer la recherche psychocognitive (psychogénétique), menée par les chercheurs, de celle psychopédagogique, plus spécifiquement associée à la pratique scolaire et aux enseignants. Nous avons essayé de démontrer que ces deux aspects d'une recherche pédagogique peuvent coexister. Il nous semble maintenant clair que les résultats de ces observations sur le comportement des élèves peuvent et doivent guider la pratique de classe et l'évolution des instruments didactiques.

²⁷ Z.W.Pylyshyn(1984). *Computation and cognition; Toward a foundation for cognitive science*. Cambridge: MIT Press, p.41.

Comment instaurer cette dynamique dans la classe ? Comment créer cette curiosité, cette conviction que l'on peut aller *au-delà des phénomènes* ²⁸ ? Pour que le projet pédagogique soit utile, il faut qu'il ait une certaine cohérence, une certaine unité, et que cette cohérence et cette unité soient perçues par les élèves comme la caractéristique essentielle du projet. C'est la raison qui nous a poussé à introduire, dans la discussion avec les élèves, certains éléments et certaines situations de la vie quotidienne: la nature d'un éventuel diagramme qui représente la quantité d'argent de poche qui se trouve dans les tirelires des enfants ; l'évolution des prix, des tarifs postaux, des salaires, etc.. Dans chacune de ces situations, il était possible d'implanter les mêmes germes de réflexion : la règle sous-jacente ; la dépendance fonctionnelle ; la façon d'apprendre à lire les diagrammes, etc..

Une faiblesse évidente de notre projet, dans son stade actuel, est dans sa nature d'intervention ponctuelle (un seul enseignant parmi tous les enseignants de la même classe ; une ou deux matières seulement sur toutes les matières enseignées, deux écoles seulement sur 17, etc.). L'école secondaire obligatoire manque à Genève, à présent, d'espaces transdisciplinaires. Il nous semble qu'il sera seulement dans ces espaces que notre approche à l'exploration de la connaissance par les élèves pourra trouver un terrain plus fertile.

²⁸ On a trouvé utile à ce propos, dans certains cas, d'utiliser la métaphore du match de football. Si l'on n'a jamais joué à ce jeu, si l'on n'a jamais connu les règles du jeu, est-ce que l'on peut les *inférer* à partir de ce que l'on voit sur le terrain ? et, naturellement, on peut se poser la question *s'il y a des règles* ! d'où inférer, au moins, le fait qu'il y a des règles ?

Annexe 1 : Les expériences de laboratoire et les travaux d'archives sur une série historique

Voici une description sommaire de toutes les expériences explorées ou au moins discutées avec les élèves tout au long des quatre ans de développement de notre projet; elles ont été discutées ou expérimentées dans des classes de 7^{ème}, de 9^{ème} ou dans les deux degrés.

A. Préparation qualitative au projet de recherche sur la croissance et le changement

A1. Discussion en classe sur les phénomènes de croissance et de changement. Qu'est-ce qui reste invariant quand le volume (ou la surface, ou la longueur) augmente ? qu'est-ce qui change ? comment décrire le changement ? comment le représenter ?

A2. Discussion en classe sur un exemple spécifique: représentation et modélisation de l'évolution d'une population de lapin sur une île.

B. Exploitation d'une banque de données et travail d'archives sur une série historique

B1. Le changement de taille des élèves en fonction de l'âge.

B1. Le changement de poids des élèves en fonction de l'âge.

B3. Le changement de proportions entre les différentes parties du corps des élèves en fonction de l'âge, en utilisant des photos de famille.

B4. L'évolution de l'épidémie de SIDA en Suisse à partir de 1983.

C. Expériences de laboratoire

C1. Étude du refroidissement spontané d'un liquide (eau et huile; voir Annexe 2 pour les détails).

C2. Étude du développement de la hampe florale de l'amaryllis (voir Annexe 3 pour les détails).

C3. Étude du refroidissement spontané de l'eau, dans un récipient isolé par des revêtements différents (coton, laine, peau, etc.).

C4. Étude des rapports de longueurs entre deux cordes vibrantes de violoncelle, soumises à la même tension, pour identifier les rapports qui produisent des sons consonants.

D. Maîtrise d'un simulateur

D1. Reconstruction d'un diagramme parcours/prix de la course, en utilisant un simulateur de compteur de taxi programmé sur MacIntosh.

Annexe 2 : C1. Le refroidissement des liquides

La mesure du refroidissement spontané d'un liquide a été proposée à un certain nombre de demi-classes de 7ème (dans une première phase expérimentale de notre projet, également à une classe de 8ème), dans le cadre du cours d'observation scientifique ou de biologie. L'expérience a pris deux aspects :

C1.a (refroidissement) - Un liquide (eau ou huile) est chauffé à une certaine température initiale ; ensuite, il est laissé refroidir. Cette version a été utilisée dans le cadre du cours d'observation scientifique.

C1.b (revêtement cutané) - L'eau dans un tube est chauffée à une certaine température initiale ; le tube a été préalablement revêtu (isolé thermiquement) de substances différentes : coton, laine, cuir, etc. Cette version a été utilisée dans le cadre du cours de biologie.

Ensuite, on mesure de temps en temps la température du liquide. Le temps écoulé à partir du début de l'expérience est mesuré avec un chronomètre ; la température, avec un thermomètre. Il peut s'agir de mesures prises à des intervalles temporels réguliers (par exemple, tous les 3 minutes), ou chaque fois que la température baisse d'une quantité donnée (par exemple, pour chaque changement de 5°). En principe, tant les intervalles temporels que les intervalles de température pourraient être non réguliers. L'expérience en laboratoire couvre deux unités d'enseignement, chacune de 45 minutes et séparées de 15 minutes.

Annexe 3 : C2. La croissance de l'amaryllis

La mesure de la croissance de la hampe florale de l'amaryllis a été proposée à des classes de 7ème et de 9ème, dans le cadre du cours de biologie.

La croissance de la hampe florale de l'amaryllis nous a révélé un aspect très important de la recherche pédagogique en sciences expérimentales, à savoir la nécessité d'un minutieux travail de recherche et d'exploration sur la situation expérimentale choisie, en préalable à toute utilisation didactique.

Des mesures préliminaires, répétées avec plusieurs plantes, ont été nécessaires pour préciser le mode de croissance de la hampe florale. Il est finalement apparu clairement que la croissance résulte de (au moins) deux processus distincts, une *poussée bulbaire* dont résulte la production de la hampe, ainsi qu'une *dilatation différentielle* des parties déjà formées, révélée par le marquage des segments nouvellement formés à la base de la hampe. La croissance totale est de ce fait d'une complexité évidemment insurmontable pour des élèves de 7ème (11-12 ans), et souvent encore pour des élèves de 9ème (14-15 ans, même appartenant à une section scientifique pré-gymnasiale). Elle pose à l'enseignant un dilemme : soit abandonner les élèves aux mesures les plus triviales, mais sans espoir d'en arriver à des activités de formalisation, soit les guider vers un aspect sélectionné de la situation par une stratégie appropriée.

Dans certains cas, les élèves ont été guidés vers la mesure de la croissance d'un (ou de plusieurs) *segments de la hampe*. Ce choix a permis d'éliminer les effets de la poussée bulbaire.

Références

- ACKERMANN-VALLADAO E. (1987). Que deviennent les idées à propos d'un phénomène une fois retraduites à travers différents médias? Le rôle du dessin, du récit et du geste dans la construction d'une connaissance. *Archives de Psychologie*, 55
- APOSTEL L. (1973). Remarques sur la notion d'explication, in Apostel et al (1973)
- APOSTEL L. et al (1973). *L'explication dans les sciences* (Colloque de Genève, 1970). Paris : Flammarion
- ATLAN H. (1990): Postulats méthaphysiques et méthodes de recherche, in K.Pomian (ed.) : *La querelle du déterminisme*. Paris: Gallimard
- BAIN D., BERTAND F. (1985). La matière, comment c'est fait ? Représentations des élèves et présentations des manuels. « *petit x* », no.7, pp.29-56;no.8
- CAUZINILLE-MARMÈCHE E., MATHIEU J., WEIL-BARAIS A. (1983). Les savants en herbe. Berne : Lang
- CHEVALLARD Y. (1984-1990). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège, « *petit x* », no.5, 1984 ; no.19, 1989 ; no.23, 1990
- DIONNET S., CORNU-WELLS A., VITALE B. (1985). Figuration du mouvement de rotation: forme et symétrie. *Archives de Psychologie*, 53
- DIONNET S., MARTÍ E., VITALE B. (1986). Régularités spatiales dans la figuration du mouvement de rotation. *Archives de Psychologie*, 54
- diSESSA A., HAMMER A., SHERIN B., KOLPAKOWSKI T. (1991). Inventing graphing ; Meta-representational expertise in children. *Journal of Mathematical Behavior*, 10
- DUCKWORTH E. (1986). Teaching as research. *Harvard Educational Review*, 56
- DUCKWORTH E. (1987). Some depths and perplexities of elementary arithmetic. *Journal of Mathematical Behavior*, 6
- DUCKWORTH E. (1991). Twenty-four, forty-two, and I love you; Keeping it complex. *Harvard Educational Review*, 61
- EHRlich S. (ed.) (1985). Les représentations. *Psychologie Française*, 30, n.3/4
- GAGLIARDI M., GIORDANI E. (1993). Pupil's representations about physical transformations and their evolution in classroom situations, in J.Montangero et al

- GELMAN S.A. (1993). Early conceptions of biological change, in J.Montangero et al
- von GLASERSFELD E. (1987). Preliminaries to any theory of representation, in Janvier
- von GLASERSFELD E. (1991). Abstraction, re-presentation, and reflexion; An interpretation of experience and Piaget's approach, in L.P.Steffe (ed.) : *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer
- von GLASERSFELD E. (1993). Notes on the concept of change, in J.Montangero et al
- GURTNER J.-L., LEÓN L., NÚÑEZ ERRÁZURIZ R., VITALE B. (1993). Representation and modelisation of change over time in 12-13 year-olds in a school context, in J.Montangero et al
- JANVIER C. (ed.) (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale: Erlbaum
- JANVIER C. (1987). Representation and understanding; The notion of function as an example, in Janvier
- JANVIER C. (1987a). Conceptions and representations; The circle as an example, in Janvier
- JANVIER C. (1991). Contextualisation et représentation dans l'utilisation des mathématiques, in C.Garnier, C., Bednarz, N. et Ulanovskaya, I. (eds.) : *Après Vygotsky et Piaget; Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*. Bruxelles: De Boeck
- JANVIER C., MARY C. (1991). Systèmes à rétroaction, représentations, jeu interactifs et expérimentation (Rapport de recherche). Montréal: CIRADE
- JOHSUA S., DUPIN J.-J. (1989). *Représentations et modélisations; Le "débat scientifique" dans la classe et l'apprentissage de la physique*. Berne: Lang
- MARTINAND J.L. (1986). *Connaître et transformer la matière; Des objectifs pour l'initiation aux sciences et aux techniques*. Berne : Lang
- MONTANGERO J., CORNU WELLS A., TRYPHON A., VONÈCHE J. (eds.) (1993). Conceptions of change over time. *Cahiers de la Fondation Archives J.Piaget*, no.13
- NÚÑEZ ERRÁZURIZ R. (1993). *En deçà du transfini; Aspects psychocognitifs sous-jacents au concept d'infini en mathématiques*. Fribourg: Editions Universitaires
- OW&OC (1991). Data visualization. Utrecht: Freudenthal Institute
- PIAGET J. (1970). L'explication en psychologie et le parallélisme psychophysologique, in P.Fraisse et J.Piaget : *Traité de psychologie expérimentale*, vol.I. Paris: PUF

PIAGET J. (1973). Le problème de l'explication; Remarques finales, in Apostel et al (1973), pp.7-18; pp.215-232

PIAGET J., GARCÍA R. (1971). *Les explications causales* (Etudes d'épistémologie génétique, no.26). Paris: PUF

TIERNEY C.C., NEMIROVSKY R. (1992). Mystery graphs. *Hands On!*, spring 1992

TIERNEY C.C., NEMIROVSKY R. (1992a). Young children spontaneous representations of changes in population and speed. Cambridge (USA) : TERC

TIERNEY C.C., WEINBERG A.S., NEMIROVSKY R. (1992b). Telling stories about plant growth; Fourth grade students interpret graphs. Cambridge (USA) : TERC

VITALE B. (1984). Du système dynamique chez le physicien à la représentation du mouvement chez l'enfant. *Fundamenta Scientiae*, 5

VITALE B. (1987). "Guignol"; Une expérience de perception haptique du mouvement. *Archives de Psychologie*, 55

VITALE B. (1990-1995). L'intégration de l'informatique à la pratique pédagogique; vol. 1: Considérations générales pour une approche trans-disciplinaire; vol. 2: Les projets: cahiers 1. Genève : CRPP-DIP, 1990-1994 and in press.

VITALE B. (1991). Pratiques et perspectives nouvelles de la stratégie expérimentale; Elargissement de la pratique expérimentale dans des cadres interprétatifs. *Cahiers d'Observation Scientifique*, no.5

VITALE B. (1992). Processes ; A dynamical integration of informatics into mathematical education, in C.Hoyles and R.Noss (eds.): *Learning mathematics and LOGO*. Cambridge (USA) MIT University Press

VITALE B. (1995). From local to global ; Local modeling, programming and the unfolding of local models in the exploratory learning of mathematics and science, in A.diSessa, C.Hoyles, R.Noss and L.Edwards (eds.): *The design of computational media to support exploratory learning*. New York : Springer