

## *Le musée de «petit x»*

---

### *ELEMENTS DE GEOMETRIE DE CLAIRAUT*

---

*Nous reproduisons ci-après les premières pages des éléments de géométrie de CLAIRAUT. Le lecteur désireux d'en poursuivre la lecture pourra commander son ouvrage réédité aux Editions Siloë (22 rue du Jeu de Paume, 53000 Laval). Les éléments de géométrie de CLAIRAUT, publiés pour la première fois en 1741, sont souvent cités comme une étape historique : en effet, CLAIRAUT entend se démarquer de la présentation rigoureuse des éléments d'EUCLIDE, qui convainc le lecteur sans toujours l'éclairer. Il tente d'établir une nouvelle présentation plus éclairante et qui serait à la portée de commençants. En soi, ces éléments sont donc d'une lecture intéressante car ils marquent une étape historique dans l'enseignement de la géométrie. Cependant, nous invitons le lecteur qui voudra bien nous suivre dans cette voie, à y voir aussi en miniature, un phénomène didactique à savoir, une tentative faite pour faire entrer un élève débutant dans un système de pensée organisé en un tout cohérent. Le texte de CLAIRAUT est particulièrement intéressant car, sans nécessiter une lecture trop longue, il se prête à la perception de ce phénomène.*

## REFLEXION SUR LES ELEMENTS DE *CLAIRAUT*

Robert NOIRFALISE  
IREM de Clermont-Ferrand

CLAIRAUT, dans ses éléments de Géométrie écrit pour "des commençants", débute par une première partie intitulée "*Des moyens qu'il était le plus naturel d'employer pour parvenir à la mesure des terrains*"

CLAIRAUT se propose d'exposer une méthode permettant de calculer, au moins de façon approchée, l'aire d'un terrain.

Or, il n'est qu'à regarder la table des matières de cette partie, CLAIRAUT ne débute pas par une présentation de la problématique qui est la sienne. Il aborde le problème central de cette première partie, page 13 ; auparavant il a déjà introduit tout une série d'objets et des propriétés de ceux-ci :

- la ligne droite
- la mesure de la distance entre deux points
- la perpendiculaire à une ligne
- le rectangle
- le carré
- la manière d'élever une perpendiculaire
- le cercle
- la manière d'abaisser une perpendiculaire
- couper une ligne en deux parties égales
- faire un carré ayant son côté
- faire un rectangle
- les parallèles
- mener une parallèle à une ligne en un point nommé
- la mesure d'un rectangle (son aire)
- les figures rectilignes
- le triangle

Le problème auquel se trouve confronté CLAIRAUT est celui d'un enseignant. Comment faire entrer un sujet débutant *dans un monde culturel* ? Ici, la culture de nature géométrique s'ordonne autour du problème de la mesure des terrains. Or, pour simple et "naturel" comme le dit CLAIRAUT, que soit ce monde, il se présente a priori, pour celui qui le connaît, comme un tout ayant *une organisation*.

Ainsi, les instruments que CLAIRAUT se donnent le droit d'utiliser sont *la règle* et *le compas* : matériellement, on peut effectivement admettre que pour mesurer un terrain à l'époque de CLAIRAUT, on pouvait disposer d'un cordeau qu'on pouvait tendre de façon rectiligne et dont on pouvait mesurer la longueur; ce même cordeau avec des piquets pouvait aussi servir de compas.

Remarquons ici qu'un sujet ignorant pourrait légitimement se demander pourquoi de tels instruments : pourquoi un compas ? Pourquoi faire ? Pourquoi une

règle alors que les terrains sont de nature irrégulière ? On le voit, ces questions simples ne trouvent véritablement leurs réponses que si l'on connaît les méthodes de résolution que va exposer CLAIRAUT.

Par exemple, le compas ou le cordeau qui en tient lieu sur le terrain, est indispensable pour tracer des perpendiculaires. Tracer une perpendiculaire est indispensable pour pouvoir accéder à la mesure de la hauteur d'un triangle. La mesure de la hauteur d'un triangle est indispensable pour calculer son aire. Calculer l'aire d'un triangle est une clé de la solution du problème, car on peut décomposer un terrain aux bords rectilignes en de tels triangles, et enfin, on peut se contenter uniquement de régler le problème pour de tels terrains, car on peut toujours approcher l'aire d'un terrain irrégulier par l'aire d'un terrain aux bords rectilignes.

Si donc, un commençant était là et demandait à CLAIRAUT : "Mais à quoi sert un compas pour mesurer un terrain ?"<sup>1</sup> il ne pourrait lui donner de réponse totalement satisfaisante sans référer à la totalité du modèle culturel qu'il cherche à faire passer. Peut-être, pourrait-il s'en tirer en répondant : "Vous verrez ça plus tard".

Imaginons que dans une attitude critique de CLAIRAUT nous tentions de débiter en présentant le problème énoncé, à savoir la mesure des terrains. (Notons au passage que nous sommes alors dans une position différente de celle de M.J. Perrin et R. Douady qui, en classe de CM abordent le problème avec des surfaces de figures dessinées sur du papier : de telles entités, matériellement, peuvent se tracer, mais aussi se découper, se recomposer, se comparer par superposition...).

Un des passages contraints par la méthode que CLAIRAUT présente est celui de se ramener à un terrain aux bords rectilignes. Ce passage se justifie quand on connaît la méthode. Si un commençant posait la question "Pourquoi fait-on comme cela ?" on pourrait toujours emporter son adhésion sur le fait que si on sait mesurer un terrain aux bords rectilignes, alors on pourra répondre à la question générale, certes, de manière non parfaite, mais de façon approchée, satisfaisante pour les usages courants. Cependant, le sujet sera mis en position de faire confiance à celui à qui il pose la question, et il devra attendre alors que celui-ci lui montre qu'effectivement l'organisation culturelle proposée répondra bien à ce qui est annoncé.

Si ce même sujet, poseur de question du type : "Pourquoi fait-on comme cela et pas autrement", accepte l'idée de la mesure des terrains aux figures rectilignes, il pourra alors poser une question du même type quand on lui proposera, par une méthode simple certes, de décomposer le terrain en triangles ! Pourquoi en triangles, là encore la réponse est dans le fait que l'on sait calculer l'aire d'un triangle, dès lors qu'on sait en tracer une hauteur. Là aussi, on le voit, une réponse claire à la question "Pourquoi en triangles" nécessiterait alors des anticipations sur la suite de l'exposé.

Que fait alors CLAIRAUT : il n'aborde pas d'entrée le problème annoncé en titre, mais il va commencer par apporter à ses lecteurs la mesure des longueurs. Très

---

<sup>1</sup> On pourrait imaginer, par exemple, un jeune agriculteur qui sait mesurer un champ au nombre de boisseaux de blé nécessaire pour l'ensemencer. Il ne s'agit pas d'une fiction mais bien d'une pratique réelle qui fonctionnait autrefois dans les milieux agricoles.

rapidement, il aborde la question de la construction de la perpendiculaire à un point nommé, mais il ne va pas se référer à la problématique : astucieusement, ou faisant preuve d'une mauvaise foi didactique (peu importe les moyens pour faire avancer vers le but), il énonce un problème nécessitant effectivement la construction présentée : "*Outre la nécessité de mesurer la distance d'un point à un autre, il arrive souvent qu'on soit encore obligé de mesurer la distance d'un point à une ligne. Un homme, par exemple, placé en D sur le bord d'une rivière, se propose de savoir combien il y a du lieu où il est à l'autre bord...*"

Nous avons employé le terme de "mauvaise foi didactique"<sup>2</sup> car CLAIRAUT avance une méthode pour résoudre un problème qu'il présente comme tel. Or, ce problème n'est qu'un sous-problème de celui posé par la mesure des terrains, mais il ne l'annonce pas comme tel à ses lecteurs. Nous venons de voir, ci-dessus, la difficulté qui aurait été la sienne s'il avait voulu procéder ainsi. Ainsi, contraint par l'exercice de "textualisation du savoir" (expression d'Y. Chevallard), il ne peut donner à voir, à ce moment de l'exposé, à son lecteur le spectacle du monde culturel qui gravite autour du problème annoncé, et il s'en sort en éclairant une partie de ce monde et en y greffant un sous-problème qu'il donne comme intéressant en soi.

Ce texte de Clairaut nous paraît instructif car il met en évidence, rapidement, un problème didactique majeur : **faire entrer les élèves dans un système culturel organisé**, qui a une cohérence interne telle que les moyens d'étude et les problèmes résolus s'ordonnent en un tout **idoine**, pour reprendre une expression du philosophe suisse Gonseth. Ce dernier utilise en effet ce terme pour désigner un système culturel où fins et moyens se sont équilibrés en un tout cohérent; la fin y commande certes les moyens, mais les moyens rétroactivement agissent aussi sur les fins du système. En définitive, est donné à voir non pas la démarche historique qui partant d'un problème conduit à des moyens qui vont à leur tour modifier le problème initial pour délivrer de nouveaux moyens, mais un système équilibré et donc organisé. C'est alors qu'une contrainte didactique forte apparaît, celle de la linéarisation imposée par la textualisation et le caractère linéaire du temps dans lequel se moule le travail de l'élève. Clairaut manifeste en quelques pages tout un travail pour faire entrer son lecteur dans un monde culturel organisé en créant de petits problèmes de façon à reproblématiser les pas de la progression empruntée.

## Bibliographie

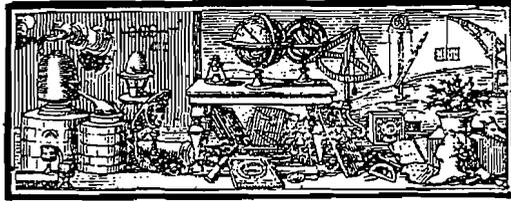
CHEVALLARD Y. (1991) *La transposition didactique*, La pensée sauvage, Grenoble, 2<sup>ème</sup> édition.

DOUADY R., PERRIN-GLORIA M.J. (1984-1985) Aires de surfaces planes 1<sup>ère</sup> partie et 2<sup>ème</sup> partie in "*Petit x*" n° 6 p 5-33 et n° 8 p 5-30 IREM de Grenoble.

GONSETH F. (1945) *la géométrie et le problème de l'espace*, Ed du Griffon, Neuchatel.

---

<sup>2</sup> En vérité, si nous avions à juger Clairaut, nous serions amené à l'absoudre de cette faute apparente, car il ne s'agit point d'une tromperie délibérée mais bien d'une nécessité didactique pour reproblématiser les pas de l'entrée dans un monde de pensée organisé.



# ÉLÉMENTS DE GÉOMETRIE.

## PREMIERE PARTIE.

*Des moyens qu'il étoit le plus naturel d'employer pour parvenir à la mesure des Terrains.*



Comme qu'il semble qu'on a dû mesurer d'abord, ce sont les longueurs & les distances.

I.

POUR mesurer une longueur quel-  
A

2 ÉLÉMENTS  
conque, l'expédient que fournit une sorte de Géométrie naturelle, c'est de comparer la longueur d'une mesure connue à celle de la longueur qu'on veut connoître.

II.

A l'égard de la distance, on voit que pour mesurer celle qui est entre deux points, il faut tirer une ligne droite de l'un à l'autre, & que c'est sur cette ligne qu'il faut porter la mesure connue, parce que toutes les autres faisant nécessairement un détour plus ou moins grand, sont plus longues que la ligne droite qui n'en fait aucun.

III.

OUTRE la nécessité de mesurer la distance d'un point à un autre, il arrive souvent qu'on est encore obligé de mesurer la distance d'un point à une ligne. Un homme, par exemple, placé en D sur le bord d'une rivière, se propose de sçavoir combien il y a du lieu

La ligne droite est la plus courte d'un point à un autre, & par conséquent la mesure de la distance entre deux points.

PLANCHE  
PREMIERE  
Fig. 1.

DE GÉOMETRIE. 3  
où il est à l'autre bord A B. Il est clair que, dans ce cas, pour mesurer la distance cherchée, il faut prendre la plus courte de toutes les lignes droites DA, DB, &c. qu'on peut tirer du point D à la droite A B. Or il est aisé de voir que cette ligne la plus courte dont on a besoin, est la ligne D C qu'on suppose ne pancher ni vers A, ni vers B. C'est donc sur cette ligne, à laquelle on a donné le nom de perpendiculaire, qu'il faut porter la mesure connue, pour avoir la distance D C, du point D, à la droite A B. Mais on voit aussi que pour poser cette mesure sur la ligne D C, il faut que cette ligne soit préalablement tirée. Il étoit donc nécessaire qu'on eût une méthode pour tracer des perpendiculaires.

Une ligne qui tombe sur une autre sans pancher sur elle d'aucun côté, est perpendiculaire à cette ligne.

IV.

ON avoit encore besoin d'en tracer dans une infinité d'autres occasions. On sçait, par exemple, que la régula-

A ij

## 4 ELEMENS

FIG. 2. & 3. rité des figures telles que  $ABCD$ ,  $FGHI$ , appellées rectangles, & composées de quatre côtés perpendiculaires les uns aux autres, engage à donner leurs formes aux maisons, à leurs dedans, aux jardins, aux chambres, aux pans de murailles, &c.

Le rectangle est une figure de quatre côtés perpendiculaires les uns aux autres.  
Et le carré est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux.

La première  $ABCD$  de ces figures, dont les quatre côtés sont égaux, s'appelle communément carré. L'autre  $FGHI$ , qui n'a que ses côtés opposés égaux, retient le nom de rectangle.

## V.

DANS les différentes opérations qui demandent qu'on mène des perpendiculaires, il s'agit, ou d'en abaisser sur une ligne d'un point pris au dehors, ou d'en élever d'un point placé sur la ligne même.

FIG. 4. Manière d'élever une perpendiculaire.  
Que du point  $C$ , pris dans la ligne  $AB$ , on veuille élever la ligne  $CD$  perpendiculaire à  $AB$ , il faudra que cette ligne ne panche ni vers  $A$ , ni vers  $B$ .

## 6 ELEMENS

ou la pointe du compas, & faisant tourner l'autre pointe, ou l'autre extrémité de la corde, vous tracerez l'arc  $PDM$ . Puis, sans changer de mesure, vous opérerez de même par rapport au point  $B$ , & vous décrirez l'arc  $QDN$ , qui coupant le premier au point  $D$ , donnera le point cherché.

Car puisque le point  $D$  appartiendra également aux deux arcs  $PDM$ ,  $QDN$  décrits par le moyen d'une mesure commune, sa distance au point  $A$  égalera sa distance au point  $B$ . Donc  $CD$  ne panchera, ni vers  $A$ , ni vers  $B$ . Donc cette ligne sera perpendiculaire sur  $AB$ .

FIG. 5. Si le point  $C$  ne se trouve pas à égale distance de  $A$  & de  $B$ , il faut prendre deux autres points  $a$  &  $b$ , également éloignés de  $C$ , & s'en servir, à la place de  $A$  & de  $B$ , pour décrire les arcs  $PDM$ ,  $QDN$ .

## V I.

FIG. 4. Si l'une des traces, telle que  $PDM$ ,

## DE GÉOMETRIE. 5

Supposant donc d'abord que  $C$  soit à égale distance de  $A$  & de  $B$ , & que la droite  $CD$  ne panche d'aucun côté, il est clair que chacun des points de cette ligne sera également éloigné de  $A$  & de  $B$ ; il ne s'agira donc plus que de trouver un point quelconque  $D$ , tel que sa distance au point  $A$  soit égale à sa distance au point  $B$ : car, alors tirant par  $C$ , & par ce point une ligne droite  $CD$ , cette ligne sera la perpendiculaire demandée.

Pour avoir le point  $D$ , on pourroit le chercher en tâtonnant; mais le tâtonnement ne satisfait pas l'esprit, il veut une méthode qui l'éclaire. La voici.

Prenez une commune mesure, une corde, par exemple, ou un compas d'une ouverture déterminée, suivant que vous travaillerez, ou sur le terrain, ou sur le papier.

Cette mesure prise, vous fixerez au point  $A$ , ou l'extrémité de la corde,  $A$  iij

## DE GÉOMETRIE. 7

étoit continuée en  $O$ , en  $E$ , en  $R$ , &c. jusqu'à ce qu'elle revint au même point  $P$ , la trace entière s'appellerait circonférence du cercle, ou simplement cercle.

Qu'on ne trace qu'une partie  $PDM$  de la circonférence, cette partie sera appellée arc de cercle.

Le point fixe  $A$  son centre, ou celui du cercle.

Et l'intervalle  $AD$ , son rayon.

Toute ligne, comme  $DAE$ , qui passe par le centre  $A$ , & qui se termine à la circonférence, est appellée diamètre; il est évident que cette ligne est double du rayon, ce qui fait que le rayon est quelquefois nommé demi-diamètre.

## V I I.

LA manière d'élever une perpendiculaire sur une ligne  $AB$ , fournit celle d'en abaisser une d'un point quelconque  $E$ , pris hors de cette ligne; car, plaçant en  $E$ , ou l'extrémité d'un fil,  $A$  iv

Le cercle est la trace entière que décrit la pointe mobile d'un compas pendant qu'elle tourne autour de l'autre pointe.

Le centre est le lieu de la pointe fixe.

Le rayon est l'intervalle dont le compas est ouvert.

Le diamètre est le double du rayon.

FIG. 6. Manière d'abaisser une perpendiculaire.

§ E L E M E N S

ou la pointe du compas, & d'un même intervalle  $E b$ , marquant deux points  $a$  &  $b$  sur la ligne  $AB$ , on cherchera, comme dans l'article précédent, un autre point  $D$ , dont la distance au point  $a$  & au point  $b$ , soit la même, & par ce point & par  $E$ , on mènera la droite  $DE$ , qui ayant chacune de ses extrémités également éloignée de  $a$  & de  $b$ , & ne penchant pas plus vers l'un de ces points que vers l'autre, sera perpendiculaire sur  $AB$ .

V I I I.

DE l'opération précédente, suit la solution d'un nouveau Problème.

**FIG. 7.** Couper une ligne en deux parties égales. Qu'il s'agisse de partager une ligne droite  $AB$  en deux parties égales; des points  $A$  &  $B$ , pris comme centres, & d'une ouverture de compas quelconque, on décrira les arcs  $REI$ ,  $GEF$ , ensuite des mêmes centres, & de la même, ou de telle autre ouverture qu'on voudra, on décrira aussi

**10** E L E M E N S  
res  $FI$  &  $GH$ , chacune égale à  $L$ , puis on tireroit  $HI$ .

X I.

**FIG. 8.** Les parallèles sont toujours également distantes les unes des autres. DANS la construction des ouvrages, comme des remparts, des canaux, des rues, &c. on a besoin de mener des lignes parallèles, c'est-à-dire, des lignes dont la position soit telle que leurs intervalles ayent par-tout pour mesure des perpendiculaires de même longueur. Or pour mener ces parallèles, rien, ce semble, n'est plus naturel que de recourir à la méthode dont on se fert pour tracer des rectangles. Que  $AB$ , par exemple, soit un des côtés ou de quelque canal, ou de quelque rempart, &c. auquel on voudra donner la largeur  $CA$ ; ou pour énoncer la question d'une manière plus géométrique & plus générale, supposons qu'on veuille mener par  $C$ , la parallèle  $CD$  à  $AB$ , on prendra à volonté un point  $B$  dans la ligne  $AB$ , & l'on opérera de la même façon que

DE G É O M E T R I E. 9

les arcs  $PDM$ ,  $QDN$ , alors la ligne  $ED$  qui joindra les points d'intersections  $E$  &  $D$ , coupera  $AB$  en deux parties égales au point  $C$ .

I X.

LA manière de tracer des perpendiculaires étant trouvée, rien n'étoit plus aisé que de s'en servir pour faire ces figures qu'on appelle rectangles & carrés, dont on a parlé dans l'Article IV. On voit que pour faire un carré  $ABCD$ , dont les côtés soient égaux à la ligne donnée  $K$ , il faut prendre sur la droite  $GE$ , un intervalle  $AB$ , égal à  $K$ , puis élever (Article V.) aux points  $A$  &  $B$ , les perpendiculaires  $AD$ ,  $BC$ , chacune égale à  $K$ , ensuite tirer  $DC$ .

X.

SI on vouloit tracer un rectangle  $FGHI$ , dont la longueur fût  $K$ , & la largeur  $L$ , on feroit  $FG$  égale à  $K$ , ensuite on élèveroit les perpendiculaires

DE G É O M E T R I E. 11

si, ayant la base  $AB$ , on vouloit faire un rectangle  $ABCD$ , qui eût  $AC$  pour hauteur. Alors les lignes  $CD$ ,  $AB$ , étant prolongées à l'infini, seroient toujours parallèles, ou, ce qui revient au même, elles ne se rencontreroient jamais.

X I I.

LA régularité des figures rectangulaires les faisant souvent employer, comme nous avons déjà dit, il se trouve bien des cas où l'on a besoin de connoître leur étendue. Il s'agira, par exemple, de déterminer combien il faut de tapisserie pour une chambre, ou combien un enclos de maison ayant la forme d'un rectangle, doit contenir d'arpens, &c.

On sent que pour parvenir à ces sortes de déterminations, le moyen le plus simple & le plus naturel, est de se servir d'une mesure commune qui appliquée plusieurs fois sur la surface à

12 ELEMENS

mesurer, la couvre toute entière : Méthode qui revient à celle dont on s'est déjà servi pour déterminer la longueur des lignes.

Or il est évident que la mesure commune des surfaces, doit être elle-même un surface, par exemple, celle d'une toise carrée, d'un pied carré, &c. Ainsi mesurer un rectangle, c'est déterminer le nombre de toises carrées, ou de pieds carrés, &c. que contient sa surface.

Prenons un exemple, pour soulager l'esprit. Supposons que le rectangle donné ABCD ait 7 pieds de haut sur une base de 8 pieds, on pourra regarder ce rectangle comme partagé en 7 bandes, *a, b, c, d, e, f, g*, qui contiendront chacune 8 pieds carrés; la valeur du rectangle sera donc 7 fois 8 pieds carrés, ou 56 pieds carrés.

Maintenant si on se rappelle les premiers élémens du calcul arithmétique, & qu'on se souvienne que multiplier

FIG. 9.

Les figures rectilignes sont celles que terminent des lignes droites.

FIG. 10.

FIG. 11.

Le triangle est une figure terminée par trois lignes droites.

14 ELEMENS

déterminer l'étendue des rectangles, on ajoutât celle de mesurer les figures qui ne sont pas rectangulaires.

On voit d'abord, que pour la pratique, la difficulté ne tombe que sur la mesure des figures rectilignes, telles que ABCDE, c'est-à-dire, des figures terminées par des lignes droites; car si dans le contour du terrain, il se trouve quelques lignes courbes, comme dans la figure ABCDEFG, il est évident que ces lignes partagées en autant de parties qu'il sera nécessaire pour éviter toute erreur sensible, pourront toujours être prises pour un assemblage de lignes droites.

Cela posé, on voit que, malgré l'infinie variété des figures rectilignes, on peut les mesurer toutes de la même façon, en les partageant en figures de trois côtés nommées communément triangles; ce qu'on fera de la manière la plus simple & la plus commode, si, d'un point quelconque A du contour

DE GÉOMETRIE. 13

deux nombres, c'est prendre l'un autant de fois que l'unité est contenue dans l'autre, on trouvera une parfaite analogie entre la multiplication ordinaire, & l'opération par laquelle on mesure le rectangle. On verra qu'en multipliant le nombre des toises, ou des pieds, &c. que donne sa hauteur, par le nombre des toises ou des pieds, &c. que donne sa base, on déterminera la quantité de toises carrées, ou de pieds carrés, &c. que contient sa superficie.

La mesure d'un rectangle est le produit de sa hauteur par sa base.

XIII.

Les figures qu'on a à mesurer, ne sont pas toujours régulières, comme les rectangles, cependant on a souvent besoin d'avoir leur mesure; tantôt il s'agira de déterminer l'étendue d'un ouvrage construit sur un terrain qui manquera de régularité, tantôt on voudra sçavoir ce qu'une terre irrégulièrement bornée contiendra d'arpens: il étoit donc nécessaire qu'à la méthode de

DE GÉOMETRIE. 15

de la figure ABCDE, on mène les lignes droites AC, AD, &c. aux points C, D, &c.

FIG. 10.

XIV.

Il ne s'agira donc plus que d'avoir la mesure des triangles qu'on aura formés. Or on sçait que pour trouver ce qu'on ignore, le moyen le plus sûr est de chercher si dans ce qu'on connoît, rien ne se rapporteroit à ce qu'on veut connoître; mais on a déjà vû que tout rectangle ABCD, est égal au produit de sa base AB par sa hauteur CB. D'ailleurs, il est aisé de s'appercevoir que cette figure coupée transversalement par la ligne AC, nommée diagonale, se trouve partagée en deux triangles égaux, & de-là on infère que chacun de ces triangles égalera la moitié du produit de leur base AB ou DC, par leur hauteur CB ou DA.

FIG. 12.

La Diagonale d'un rectangle est la ligne qui le partage en deux triangles égaux.

Il est vrai qu'il n'arrive guères que les triangles à mesurer, aient deux de

## 16 E L E M E N S

Les triangles rectangles sont ceux qui ont deux de leurs côtés perpendiculaires l'un à l'autre. leurs côtés perpendiculaires l'un à l'autre, comme les triangles  $ABC$ ,  $ADG$ , qu'on appelle triangles rectangles; mais rien n'empêche qu'on ne les réduise tous à des triangles de cette espèce.

PLAN. II.

FIG. 1.

Car que du point  $A$ , sommet d'un triangle quelconque  $ABC$ , on abaisse la perpendiculaire  $AD$ , sur la base  $BC$ , le triangle  $ABC$  se trouvera partagé en deux triangles rectangles  $ABC$ ,  $ADC$ .

Un triangle est la moitié du rectangle qui a même base, & même hauteur.

Donc sa mesure est la moitié du produit de sa hauteur par sa base.

Reprenant donc ce qui vient d'être dit, il est évident que comme les deux triangles  $ABD$ ,  $ADC$  seront les moitiés des rectangles  $AEBD$ ,  $ADCF$ , le triangle proposé  $ABC$ , sera, de même, la moitié du rectangle  $EBCF$ , qui aura  $BC$  pour base, &  $AD$  pour hauteur : mais puisque la surface du rectangle  $EBCF$  égalera le produit de la hauteur  $EB$  ou  $AD$  par la base  $BC$ , le triangle  $ABC$  aura pour mesure la moitié du produit de la base  $BC$  par la perpendiculaire  $AD$ , hauteur du triangle.

On a donc la maniere de mesurer  
tous

## DE G É O M E T R I E. 17

tous les terrains terminés par des lignes droites, puisqu'il ne s'en trouve aucun qu'on ne puisse réduire à des triangles, & que des sommets de ces triangles, on sçait abaisser des perpendiculaires sur leurs bases.

