

LA NUMERATION

- LES DIFFICULTES SUSCITEES PAR SON APPRENTISSAGE
- UNE STRATEGIE DIDACTIQUE CHERCHANT
A FAVORISER UNE MEILLEURE COMPREHENSION.

Nadine BEDNARZ, Bernadette JANVIER
Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage
et le Développement en Education (CIRADE)
Université du Québec à MONTREAL

La 1ère partie de cet article est parue dans le numéro précédent de IN : novembre 1984 ; n° 33 ; pages 5 à 31.

2ème partie :

LA NUMERATION

UNE STRATEGIE DIDACTIQUE CHERCHANT

A FAVORISER UNE MEILLEURE COMPREHENSION

Dans un premier article sur la numération paru dans IN n° 33, nous avons caractérisé l'enseignement actuel de la numération au primaire et avons identifié les difficultés et les conceptions erronées qu'il développait chez les enfants. Nous avons terminé l'article en formulant des recommandations précises sur ce que devrait être un apprentissage adéquat de la numération au primaire.

Le présent article fait état d'un enseignement en accord avec ces recommandations. Nous donnerons d'abord un aperçu de la démarche d'apprentissage que nous avons poursuivie pendant les trois ans au cours desquels nous avons pris en charge l'enseignement des mathématiques avec un même groupe d'enfants du primaire, de 6 à 10 ans (1980-1983). Pour expliciter davantage notre démarche, nous donnerons ensuite quelques exemples de situations exploitées à l'occasion de cette expérimentation. Nous restreindrons nos exemples à des situations construites autour d'un même matériel. Ceci nous permettra de bien décrire le matériel, son rôle dans l'apprentissage et de faire ressortir les aspects les plus caractéristiques de notre démarche.

A – APERCU DE NOTRE DEMARCHE D'APPRENTISSAGE

Nous plaçons l'enfant successivement dans ce que nous appelons des "environnements contextuels d'apprentissage", sortes de "mini-mondes" adaptés à l'enfant, à partir desquels il construit une symbolisation du nombre ayant un sens et utilisable au niveau des opérations. Dans chaque environnement contextuel d'apprentissage, on retrouve un ensemble de situations élaborées à partir d'un même matériel, matériel choisi de telle sorte que des groupements y soient présents implicitement ou explicitement. L'ensemble des mises en situations qu'un matériel donné nous permet d'exploiter constitue le cadre provisoire d'apprentissage à l'intérieur duquel l'enfant fait une partie de la démarche de numération. De plus, dans le choix et l'organisation séquentielle des environnements contextuels, nous faisons en sorte que les conditions appropriées soient présentes pour amorcer et mener à terme la démarche de numération.

Environnement contextuel, situation, matériel, quel est leur rôle respectif dans cet apprentissage ?

Rôle du matériel

Avec le matériel, l'enfant exécute des actions (faire des groupements, en défaire, enlever des éléments, en ajouter, etc.), il agit sur des collections et constate les effets des transformations effectuées. De là naissent les premières représentations du nombre attaché à des collections et des actions faites sur ces collections.

Dans ses premières représentations, l'enfant essaie de reproduire tous ses actes et les effets qu'il a observés. Nous organisons alors l'apprentissage de telle sorte que peu à peu, il construise et utilise des représentations moins descriptives et plus efficaces. Le matériel est un support constant lors de ce cheminement.

Les différents matériels sont utilisés comme tremplins successifs dans la construction d'un système de représentation du nombre. D'un environnement contextuel au suivant, nous avons recours à du matériel dans lequel la relation entre les groupements est à la fois moins évidente et plus conventionnelle. L'enfant est ainsi contraint d'éliminer peu à peu de ses représentations les éléments spécifiques à chacun des environnements contextuels appréhendés jusqu'alors, et progresse vers une représentation du nombre utilisable et efficace pour n'importe quelle collection. Un exemple de matériel se situant au début de cette démarche sera présenté par la suite.

Rôle des situations

Rappelons que dans le cadre d'un environnement contextuel, les situations se réfèrent toujours au même matériel dans lequel des groupements sont présents implicitement ou explicitement. Elles sont toujours des situations de traitement et/ou de communication d'informations sur des collections provoquant ainsi un processus de représentation du nombre. Ainsi, dès le début de leur apprentissage de la numération, les enfants opèrent sur des collections, ils effectuent des actions sur les groupements et ce faisant, ils accordent de plus en plus de sens aux opérations. De plus, nos situations obligent continuellement les enfants à communiquer de l'information, tant sur les collections que sur les transformations opérées sur celles-ci. Divers moyens

sont utilisés et développés à cette fin par les enfants et par nous (langage parlé, langage écrit, simulation des actions, symbolisation diverses de celles-ci, etc.). Pour mener à bien ces tâches de communication et d'opération que nous lui soumettons dans les situations, l'enfant utilise et développe des habiletés propres à la numération telles que : voir la pertinence des groupements, trouver la règle de groupement, faire ou défaire des groupements, faire ou défaire des groupements de groupements, coder, décoder, etc. . .

Rôle des environnements contextuels

Le même environnement contextuel est exploité sur une longue période (jamais moins de trois mois). Les situations choisies dans un même environnement deviennent de plus en plus complexes et, par conséquent, les besoins de communication et d'opération plus exigeants. Nous faisons ainsi en sorte que l'enfant remette en question les représentations qu'il a développées et celles des autres. Dans ces conditions, nous favorisons une progression dans la démarche de construction d'une représentation du nombre.

Cependant les conditions doivent être telles que l'enfant puisse appréhender et mener à terme les tâches de plus en plus complexes que nous lui soumettons. Nous devons donc être très attentifs lors du choix d'un environnement contextuel si nous voulons que les enfants puissent y évoluer.

Choix du matériel et d'un environnement contextuel

a) Un environnement contextuel sera jugé approprié pour des enfants si le matériel leur est accessible au moment où ils en sont dans leur apprentissage de la numération.

Trois critères nous permettent de décider de l'accessibilité d'un matériel :

- 1) la possibilité d'**identifier** plus ou moins **rapidement** le nombre de groupements distincts présents ainsi que l'ordre de préséance de ces groupements l'un par rapport à l'autre ;
- 2) la possibilité de **déduire** plus ou moins **directement** la relation entre les groupements ;
- 3) la possibilité d'**opérer** plus ou moins **directement** sur les groupements sans avoir recours à des intermédiaires (par exemple, échanger).

b) Non seulement le matériel est l'élément déterminant de l'accessibilité d'un environnement contextuel, mais c'est aussi de lui que dépend la plus ou moins grande variété de mises en situations possibles. Nous choisissons de préférence un environnement contextuel qui soit le plus près possible du "réel". Nous suscitons ainsi l'intérêt de l'enfant, mais surtout nous pouvons miser et construire sur des connaissances déjà acquises. De plus, puisque des éléments de cet environnement avec ses règles et ses contraintes se retrouvent dans la société, les consignes artificielles sont éliminées et l'enfant n'aura à mémoriser qu'un minimum de consignes.

c) Une autre condition imposée (voir l'analyse des difficultés rencontrées par les enfants, article dans IN n° 33) dans le choix du matériel, dès le début de l'apprentissage, est qu'au moins deux groupements y soient présents : un groupement et un groupement de groupements (groupement du 2ème ordre).

On réalise donc ici combien

} le matériel joue un rôle de premier plan dans le choix et l'exploitation d'un environnement contextuel.

B – UN EXEMPLE D'ENVIRONNEMENT CONTEXTUEL EXPERIMENTE AVEC LES ENFANTS : LES "BOITES DE CEREALES".

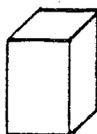
Quelques mises en situation provenant de cet environnement seront présentées pour illustrer la démarche que nous venons d'exposer rapidement. Nous dégagerons, lorsqu'il y a lieu, les principes directeurs qui ont guidé cette démarche. Arrêtons-nous d'abord au matériel.

Le matériel "boîtes de céréales"

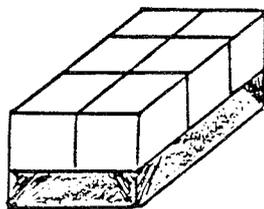
Il s'agit d'un matériel "maison" construit par nous et en partie par les enfants. Nous l'avons utilisé un peu en 1ère année (6-7 ans) mais surtout en 2ème année (7-8 ans) assez régulièrement pendant environ cinq mois, tout en menant parallèlement d'autres apprentissages en mathématiques. Nous avons fait occasionnellement référence à ce matériel en 3ème année lorsque, dans une situation, les enfants avaient à faire des traductions entre diverses représentations provenant d'environnements contextuels déjà vécus (boîtes de céréales, fleurs, etc.)

Présentation du matériel

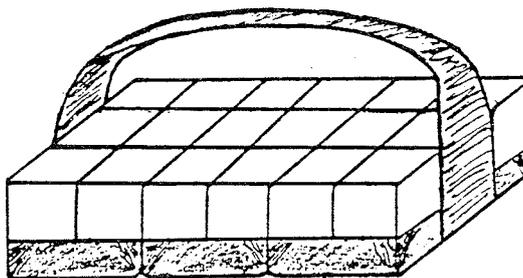
Dans le matériel "boîtes de céréales", nous disposons de petites boîtes, de caisses et de paniers. Les petites boîtes sont des répliques exactes de véritables boîtes de céréales :



Ces boîtes sont regroupées par six dans des caisses en carton :



A leur tour, ces caisses sont regroupées par trois dans les paniers également en carton :



Pourquoi ce matériel ?

Nous avons choisi ce matériel car il est **accessible** à des enfants de 1ère (dernier semestre) et de 2ème année, il leur est **familier** et **deux groupements** y sont présents.

a) Le matériel est accessible à des enfants très jeunes, dès le début de la démarche de numération car :

1) il est possible **d'identifier rapidement** les deux groupements et de voir que le "panier" est le "plus gros" groupement suivi du groupement "caisse", suivi des éléments "boîtes" ;

2) il est clairement **apparent** que la règle pour former le groupement caisse est de prendre SIX boîtes et que la règle pour former le groupement panier est de prendre TROIS caisses ;

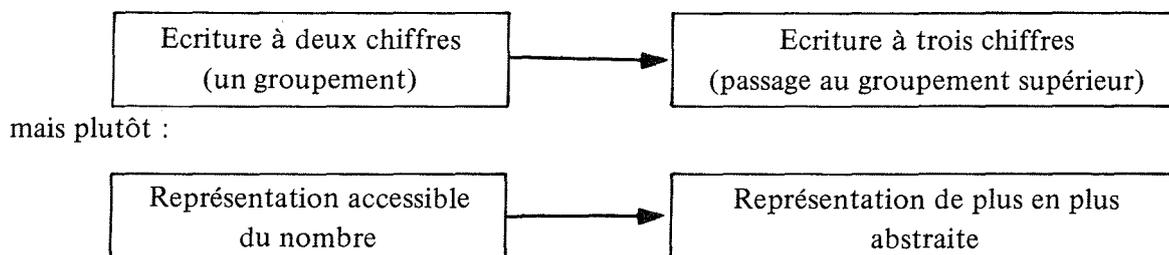
3) il est possible de **faire** ou de **défaire directement** paniers et caisses lorsqu'on veut opérer sur les collections regroupées. Les enfants pourront donc opérer facilement sur les groupements.

b) Le matériel leur est **familier** car il correspond effectivement à une façon dont les boîtes de céréales (très appréciées par les enfants) sont vendues en magasin par paquet de SIX. Avec ce matériel, de "vraies" mises en situation sont donc possibles, par exemple : vente dans un magasin, usine d'emballage, préparation d'une commande, consommation, etc. . . Les opérations faites sur le matériel répondent à des demandes réelles et ceci contribue à leur donner un sens.

c) Dans la plupart des situations reliées à cet environnement contextuel, les enfants travaillent simultanément avec deux groupes différents. Il nous semble en effet essentiel que les enfants soient confrontés très tôt à ce problème qui est une difficulté majeure dans l'apprentissage de la numération (voir article IN n° 33). Le choix du matériel a cependant contribué grandement à rendre les tâches accessibles aux enfants et à faire en sorte qu'ils les mènent à terme.

{ La complexité du travail sur les nombres (numération) n'est pas seulement reliée à la grandeur des nombres mis en jeu, mais à l'accessibilité plus ou moins grande d'un système de représentation de ceux-ci, mettant en jeu dès le départ deux groupes distincts.

Notre progression dans l'apprentissage de la numération n'est pas comme dans l'enseignement actuel :



Avec l'environnement contextuel "boîtes de céréales", nous développons des attitudes, avec des habiletés, des façons de s'organiser, qui se consolideront, se développeront, se raffineront lors de l'exploitation d'autres environnements contextuels. Dans ce cadre, l'enfant fait un bout de la démarche de numération à un niveau qui lui est accessible. Les environnements contextuels suivants devront le faire progresser dans sa construction d'un système de représentation du nombre significative et opérante.

C – QUELQUES EXEMPLES DE SITUATIONS EXPLOITEES DANS CET ENVIRONNEMENT CONTEXTUEL

1) Etude de divers matériels mettant en jeu des groupements

Assez régulièrement et en particulier quand les enfants sont placés dans un nouvel environnement contextuel, nous discutons de divers matériels réels mettant en jeu des groupements. Nous nous interrogeons sur la raison d'être des groupements et sur la nature de la règle de formation des groupements, par exemple : "Pourquoi les barres de chocolat sont toujours groupées par quatre ?". Ces interrogations viennent naturellement quand on travaille avec de "vrais" exemples. Les enfants doivent trouver des exemples de choses regroupées autour d'eux (au magasin, à la maison, . . .), les décrire et, si possible, les apporter. Nous disposons ainsi d'une banque de marchandises "regroupées" qui seront utilisées à l'occasion : bouteilles de jus de fruits, boîtes de "toasts Melba", boîtes de céréales (regroupées par six ou par dix), paquets de boîtes contenant des chocolats, paquets de rouleaux de bonbons, pages de tickets d'autobus attachées en livrets, etc . . . Nous avons eu l'occasion en plusieurs circonstances de discuter de la pertinence de recourir au groupement des groupements puisque certaines de ces marchandises vont jusqu'au groupement de 2ème ordre.

Toutes ces discussions sont fort utiles car elles amènent les enfants à :

- **identifier** de mieux en mieux **les groupements** (une certaine confusion existant au départ entre éléments, groupements, collections, etc.) ;
- **voir les avantages et les raisons** qu'il y a de regrouper ;
- **formuler la règle de groupement.**

Ces préoccupations sont très peu présentes dans l'enseignement actuel que nous avons caractérisé dans le premier article. Ce n'est pas le cas dans notre démarche. A l'occasion de plusieurs situations dont celles évoquées précédemment, nous cherchons à :

{ sensibiliser l'enfant tôt et continuellement à l'idée de regrouper par le biais de
 { "vrais" exemples, lui faire vivre des situations où il voit la pertinence de recourir
 { au regroupement.

2) Emballage d'une collection donnée de boîtes de céréales

Mise en situation : nous sommes dans une usine où on emballe des boîtes de céréales.

Nous exposons successivement trois situations qui sont des variations de cette mise en situation. Il ne faut pas en déduire pour autant qu'elles ont été proposées dans le temps essentiellement de cette façon.

a) **Chaîne de montage** : Quatre tables sont placées en avant de la classe en une rangée avec un espace entre chacune et à la vue de tous les élèves. Sur une table, à une extrémité de la rangée, il y a une collection de boîtes de céréales en vrac. Trois élèves désignés viennent s'asseoir face aux autres élèves. On assigne à chacun un rôle. Celui qui est à la table voisine de la collection de boîtes est le **préposé aux boîtes**. Sa fonction est d'accumuler des boîtes une à une jusqu'à ce qu'il en ait assez pour faire une caisse ; il les passe alors à son voisin, le **préposé aux caisses**. Celui-ci accumule les caisses jusqu'à ce qu'il y en ait assez pour faire un panier et il les passe alors à son autre voisin, le **préposé aux paniers**.

Les autres élèves observent le déroulement. L'enseignant nomme à tour de rôle parmi eux un **commentateur**. Celui-ci doit décrire verbalement les actions et les effets des actions qu'il observe. L'enseignant arrête le déroulement à diverses occasions et pose des questions précises sur l'état de la collection emballée au moment de l'arrêt, sur l'action qui vient d'être exécutée, demande quelle action a provoqué tel changement précis dans la collection regroupée, quelles actions doivent être entreprises pour obtenir une collection regroupée donnée, etc. . . Par ces questions, l'enseignant oblige les enfants à refaire mentalement ce qu'ils ont observé, dit ou entendu. Les élèves qui ont de la difficulté à faire cette réflexion seront acteurs ou commentateurs à nouveau.

b) **Chaîne de montage cachée** : Le même scénario précédent est repris mais cette fois les acteurs tournent le dos aux autres élèves, de telle sorte que les autres élèves ne peuvent voir en aucun moment du déroulement l'état de la collection regroupée. Dans cette situation, quand les préposés aux boîtes et aux caisses passent ce qu'il faut à leur voisin pour faire un groupement d'ordre supérieur, ils disent selon le cas : "Voilà pour une caisse" ou "Voilà pour un panier".

Les élèves observateurs **voient donc seulement les actions et entendent** les commentaires qui les accompagnent.

Comme dans la situation "a", il y a des arrêts dans le déroulement. L'enseignant pose alors des questions sur ce qui s'est passé ou sur ce qui se passera ensuite. Certains de ces arrêts sont nécessaires pour vérifier l'état de la collection regroupée, les acteurs se déplacent alors pour laisser voir ce qu'il y a sur leur table. Les arrêts sont demandés soit par l'enseignant, soit par un enfant.

Cette situation est beaucoup plus exigeante que la précédente pour les enfants qui ne sont pas acteurs. Ici, ils utilisent leurs doigts ou des objets pour enregistrer l'état de la collection emballée chaque fois qu'elle se modifie. Remarquons qu'ils se donnent alors des conventions qu'ils peuvent utiliser pour communiquer de l'information **sur la collection**. Nous avons observé que petit à petit, de plus en plus d'enfants avaient recours au crayon et au papier pour enregistrer en plus les actions. Ils voulaient se donner ainsi les moyens de communiquer les informations demandées par l'enseignant tant sur l'état de la collection emballée que sur les actions qui avaient entraîné ou entraîneraient divers états.

Nous assistons ici à l'élaboration d'une symbolisation écrite, à l'aide de signes, de mots, de dessins, etc. . . L'enfant s'est organisé pour mettre sur papier les éléments et les relations qu'il a perçus importants dans ce déroulement.

c) **Comparaison de collections de boîtes de céréales** : Cinq feuilles de couleurs différentes sont épinglées sur le mur devant la classe. Sur chaque feuille est dessinée une collection de boîtes de céréales (en nombre suffisant pour qu'après regroupement, il y ait au moins un panier).

Nous disons aux élèves, en désignant successivement chacune des feuilles : "Voici ce qui a été emballé à l'usine par M. Rouge. Voici ce qui a été emballé à l'usine par M. Jaune. . . . M. Vert. Pouvez-vous me dire qui en a emballé le plus ? Le moins ? Pouvez-vous les placer en ordre ?". Les enfants doivent rester à leur place. Certains essaient de compter, d'autres n'essaient même pas et essaient plutôt de deviner. Ils disent qu'ils ne peuvent pas répondre "pour sûr", ils auraient besoin des feuilles.

Nous acceptons de leur remettre à chacun une feuille (suffisamment de feuilles de chaque couleur ont été reproduites) avec la mise en garde "Tout à l'heure, je vais ramasser vos feuilles, j'en épinglerai cinq comme celles-ci (celles déjà épinglées). Organisez-vous comme vous voulez, mais il faudra que vous puissiez, de votre place, m'écrire en ordre le nom des emballeurs en commençant par celui qui en a emballé le plus".

La presque totalité des enfants organise la collection en groupements. Leur façon de s'organiser n'est pas uniforme du tout. Même si cette activité de regrouper correspond à la même manipulation que dans les situations précédentes, elle se situe à un tout autre niveau de difficulté. En effet, sur papier, on ne peut déplacer les objets pour les disposer suivant le "pattern rectangulaire" caisse ou panier, de plus on ne peut rassembler en un même lieu les regroupements caisses ou paniers.

Le discours mis au point dans les situations précédentes est toutefois d'un grand recours pour diriger de nouvelles actions et organiser le travail.

Les feuilles des enfants sont épinglées au tableau ou reproduites sur transparents. Chacune des diverses procédures utilisées pour regrouper est discutée avec les enfants, en faisant ressortir les similarités, les éventuelles difficultés d'organisation manifestées et l'efficacité de certaines procédures. Quant aux codes, nous remarquons que pour une même collection de boîtes, ils ne sont pas tous équivalents. Des enfants s'interrogent, d'autres semblent trouver normal que les procédures différentes aient mené à des codes différents. Nous devons trouver avec les enfants les causes des erreurs. Elles peuvent être diverses : bonne procédure pour regrouper la collection mais erreur dans le codage, mauvaise procédure pour regrouper la collection mais production de code correcte, codage fait indépendamment de la collection regroupée.

A l'occasion de ces discussions, les enfants doivent exposer leurs idées. Ils en ont parfois de nouvelles, ils découvrent d'autres façons de s'organiser, ils apprennent à être plus ouverts et plus critiques face à des suggestions venant de l'extérieur.

Signalons que dans cette situation, aucune consigne explicite de production de code n'a été donnée et encore moins un instrument de codage (par exemple, tableau en colonnes) fourni. De plus, aucune méthode, procédure précise ou algorithme n'a été dicté ou appris formellement aux enfants pour qu'ils puissent mener à terme l'opération de regroupement. Par exemple, nous n'avons pas l'attitude (voir article dans IN n°33) de leur dire "regroupez par . . ." puis "par . . .", puis "écrivez le nombre obtenu" en leur présentant un tableau bien ordonné.

Au contraire, dans notre démarche :

{ face à une tâche donnée, l'enfant aura souvent à s'organiser seul. L'apprentissage doit être tel qu'il soit en mesure de mener cette tâche avec le minimum d'interventions ponctuelles.

Ceci n'a pas exclu pour autant la possibilité pour certains enfants de produire un code, jugeant que celui-ci était un bon moyen de communiquer l'information sur la taille de la collection et qu'il lui permettrait ensuite de comparer celle-ci aux autres collections regroupées par les enfants.

Dans cette situation, les enfants ont constaté la pertinence de recourir au regroupement pour comparer rapidement de grosses collections. Lorsqu'il a fallu ensuite comparer les collections, ils ont eu à décoder les diverses productions des enfants et ce faisant à bien distinguer le rôle de chaque groupement.

Ils réalisent de plus que la réalité de la collection regroupée est encore présente dans les codes utilisés et que les groupements y sont signifiés de diverses façons. Ainsi

{ l'enfant est confronté à la nécessité de regrouper et le processus de représentation du nombre est provoqué.

3) Répondre à une commande écrite

Mise en situation : on reçoit à l'usine d'emballage des commandes écrites provenant de divers magasins. Ces commandes doivent être préparées et expédiées.

Il y a eu plusieurs variations de cette mise en situation. Nous en exposerons trois d'entre elles.

Situation a :

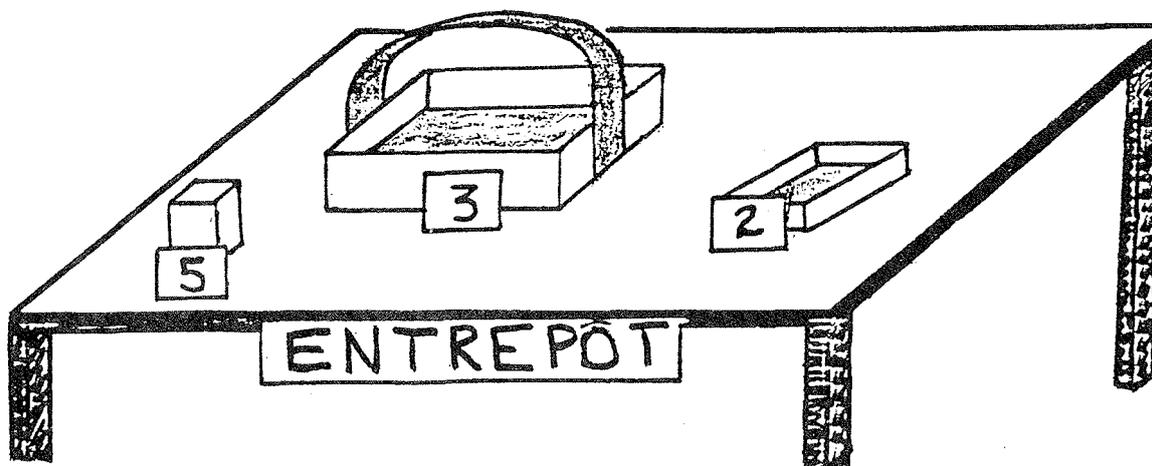
Nous répondons aux commandes à partir de l'entrepôt où il y a en stock : des paniers, des caisses et des boîtes. Les commandes à préparer sont écrites soit par l'enseignant, soit par les enfants. Nous utilisons uniquement des codes que les enfants ont développés et utilisés dans les situations précédentes.

Ainsi,

{ les représentations du nombre utilisées dans le cadre d'un environnement ne sont jamais présentées par nous a priori.

Sur une table en avant identifiée ENTREPOT, on voit : un panier vide, une caisse vide et une boîte. Devant chaque objet, une étiquette avec un nombre. Ce nombre indique la quantité du groupement donné dont on dispose dans l'entrepôt.

Exemple :



Les élèves viennent à tour de rôle prendre un papier sur lequel est écrit une commande. L'élève dont c'est le tour écrit au tableau la commande à laquelle il doit répondre. Ensuite, il vient à la table et dit comment il fera pour la préparer. A mesure qu'il opère, il corrige sur l'étiquette le nombre inscrit de manière à garder son stock à jour.

On voit ici que la situation met en jeu dans un contexte réel l'opération de soustraction et que l'enfant est appelé à lui associer des actions effectives sur les groupements.

D'autres situations (compilation de différentes commandes, partage, etc.) amèneront l'enfant de la même façon à travailler avec différentes opérations.

Ainsi,

les opérations (procédures de calcul) ne sont pas détachées de l'enseignement de la numération. Toutes les opérations sont traitées dès le départ et font partie intégrante de la démarche de numération.

Dans cette situation, l'absence de caisses dans le panier et de boîtes dans les caisses, oblige l'enfant à mémoriser les règles de groupement et ceci tout en opérant. Le matériel est toutefois un grand support. Au début, les actions des enfants démontrent qu'ils "voient" les caisses dans les paniers et les boîtes dans les caisses. Quand ils miment "je défais un panier", leurs mains vont successivement aux trois endroits physiques où se trouvent les caisses et font mine de les ôter une à une. Il en est de même pour les caisses dont ils font souvent mine de sortir deux à deux les boîtes. Ces gestes précis disparaissent graduellement pour laisser placer presque essentiellement au discours.

Les actions ne sont pas véritablement faites et les collections regroupées résultant de chacune de ces actions ne sont pas observées réellement mais doivent être enregistrées par l'enfant à mesure qu'il prépare sa commande.

Situation b :

Un tas de boîtes de céréales est placé sur une table en avant dans la classe. La même collection de boîtes de céréales est dessinée sur un transparent et tous les enfants la voient à l'écran. Un élève A vient en avant, prend un bon de commande et écrit sur le transparent la commande. Il va la préparer réellement en puisant dans le tas de boîtes. Il doit de plus en même temps commenter tout ce qu'il fait pour répondre à cette commande. Un autre enfant désigné B doit faire simultanément avec la "collection de boîtes dessinées" sur le transparent ce que l'enfant A exécute avec le matériel. Les autres enfants écoutent et surtout regardent ce qui se passe à l'écran. Ils doivent arrêter B dès qu'une erreur est commise, dès qu'ils estiment que B ne traduit pas bien ce que A décrit, ou encore s'ils ont une meilleure façon de procéder pour faire les groupements ou pour les mettre en évidence. Chaque fois qu'un enfant de la classe intervient pour une de ces trois raisons, il doit exposer ses arguments et l'élève au rétroprojecteur doit répondre. L'enseignant est médiateur : il tranche le débat après que les autres élèves ont émis leurs opinions. S'il est décidé que l'intervention est justifiée, l'élève au rétroprojecteur laisse sa place à celui qui est intervenu, sinon il y reste et on continue à préparer la commande.

Dans cette situation comme dans d'autres décrites précédemment, l'accent est mis sur la communication. On travaille à améliorer la représentation écrite pour qu'elle soit efficace tant pour produire la commande que pour mettre en évidence le plus clairement possible la collection regroupée obtenue.

La situation suivante en est aussi un exemple.

Situation c :

On dispose de plusieurs boîtes de céréales. Un élève vient en avant, prend un bon de commande et lit la commande. Il doit mettre sur la table la collection de boîtes nécessaire pour répondre à cette commande et **commenter** à mesure **ce qu'il fait**. Les autres élèves ont chacun un transparent. Ils doivent d'abord **écrire** la commande qui leur est lue et produire sur transparent la collection de boîtes requise, en même temps que l'élève qui exécute avec le matériel. Ensuite, nous projetterons plusieurs de ces transparents et les procédures seront étudiées et discutées.

Dans cette situation, les enfants doivent écrire un code puisque la commande leur est lue. Depuis quelques mois déjà l'apprentissage de la numération se fait dans l'environnement contextuel "boîtes de céréales". L'évolution dans l'écriture des codes s'est faite **très lentement**. La plupart des notations des enfants sont ordonnées en commençant par le groupement d'ordre le plus élevé. Les plus fréquents sont : ... paniers ... caisses ... boîtes et ... 
...  ... 

Quelques enfants utilisent encore une notation relativement descriptive dans laquelle on dessine autant de signes  que l'on veut signifier de paniers, de même pour les caisses et les boîtes qui sont représentées par les lignes  et . Les signes ne sont **jamais alignés** mais les signes identiques sont rassemblés et les rassemblements sont **ordonnés**. De gauche à droite, on a d'abord rassemblé les paniers, ensuite les caisses et ensuite les boîtes. Cette représentation peut sembler primitive, mais il y eu déjà une évolution. Au début, en effet, les enfants REPRODUISAIENT dans la mesure de leurs possibilités les paniers, les caisses, les boîtes et sans ordre, il va s'en dire.

L'évolution des représentations est étroitement liée au traitement des collections. Certains enfants qui ont évolué au niveau du code vont recourir à un code plus descriptif en cas de difficulté dans le traitement. On voit aussi des enfants qui "collaient" à la représentation de toute la collection dessinée décider d'utiliser un code plus abstrait le considérant moins lourd pour faire un calcul.

Même si dans ces trois situations, l'objectif est de produire une collection correspondant à un code, on est loin des exercices scolaires typiques (voir article IN n°33) dans lesquels la plupart du temps on a seulement à faire une correspondance directe entre deux codes. Les tâches ici sont beaucoup plus exigeantes. Elles obligent à opérer sur les collections et mettent en jeu des habiletés spécifiques telles que faire ou défaire des groupements (caisses) et des groupements de groupements (paniers), ordonner les deux groupements, coder ou décoder. Pour mener à bonne fin ces tâches, l'enfant doit s'organiser, surtout quand il travaille avec la collection illustrée.

C'est ainsi que dans son évolution vers une aisance à faire, défaire les groupements, à coder des collections, l'enfant s'approprie peu à peu les groupements, l'écriture des nombres acquiert pour lui une plus grande transparence et les procédures de calcul correspondent à des actions effectives en termes de groupements.

Les quelques exemples que nous venons de donner nous ont permis d'illustrer partiellement la démarche d'apprentissage de la numération que les enfants font dans le cadre de l'environnement contextuel "boîtes de céréales". En leur proposant des environnements contextuels de moins en moins accessibles, ils progresseront dans la construction d'un système de représentation du nombre significatif et opérant.

CONCLUSION

La démarche que nous venons d'exposer a été orientée par l'analyse du développement historique de la numération que nous avons faite. Nous avons retenu de cette analyse que l'évolution des systèmes de numération s'est faite à travers plusieurs représentations, dans la recherche d'une représentation du nombre de plus en plus efficace pour répondre à des besoins de communication et de traitement (opérations) de plus en plus exigeants. Les représentations développées et utilisées sont autant de jalons posés dans le cheminement de construction du nombre. Dans cette progression, l'utilisation du regroupement est une étape très importante.

Nous considérons la numération comme un réseau complexe d'habiletés mises en jeu dans un système caractérisé par une collection initiale, une collection regroupée et une représentation du nombre associé. Les situations expérimentées avec les enfants leur font faire des démarches variées dans ce système et leur font développer ces habiletés.

Fondée sur cette conception de la numération, notre démarche est beaucoup plus qu'une variation pédagogique. Elle est une remise en cause totale de la conception habituelle que l'on a de la numération, comme le mettent en évidence les quatre points suivants :

1) Dans la conception traditionnelle de la numération, toute représentation est conforme à l'écriture positionnelle (aspect positionnel) alors que nos situations mettent l'accent sur l'utilisation des groupements.

2) Dans la conception traditionnelle, on travaille presque essentiellement sur une représentation du nombre où la règle de groupement est une convention attachée à la position alors que nous travaillons avec des représentations où la règle de groupement est plus accessible.

3) Dans la conception traditionnelle, les démarches se limitent à du travail sur la représentation du nombre et plus particulièrement l'écriture conventionnelle et l'écriture centaine, dizaine ... (voir article dans IN n°33). Nos situations font faire des démarches beaucoup plus variées. Elles font travailler sur des collections et des collections regroupées. Elles provoquent le processus de représentation et font évoluer les représentations très diverses des enfants vers une représentation du nombre de plus en plus conventionnelle.

4) Dans l'enseignement traditionnel, les opérations sont détachées de l'apprentissage de la numération et traitées pour elles-mêmes (calcul pur : on additionne, on soustrait . . .) alors que les opérations font partie intégrante de notre démarche d'apprentissage de la numération et sont toujours rattachées à un contexte qui leur donne un sens. Il en résulte que les procédures de calcul appliquées sur les codes (représentations écrites) ont toujours un sens en terme d'actions effectuées sur du matériel.

On retrouve dans notre démarche didactique un souci constant de proposer aux enfants des situations dans lesquelles ils ont à communiquer et opérer. En proposant des situations plus complexes, on appelle à une plus grande efficacité poussant ainsi les enfants à améliorer leurs représentations. Soulignons toutefois que le processus de représentation n'est pas vu par nous comme un objet en soi. Il contribue à donner du sens au concept lui-même ainsi qu'aux opérations.

L'enfant est continuellement en situation de résolution de problèmes. Il a recours au matériel naturellement, il se questionne, il modifie ses conceptions. Il apprend que les mathématiques ne sont pas un ensemble de règles, de lois à retenir, de consignes à suivre, mais qu'elles se construisent et se comprennent.

