REFLEXIONS SUR LES REPRESENTATIONS, LES CONCEPTIONS ET LES COMPETENCES

à partir d'une évaluation à grande échelle
des programmes de mathématiques de l'Enseignement Secondaire
(EVAPM)

Antoine BODIN
I.R.E.M de Besançon

Texte d'une intervention faite au colloque INRP :
"Recherche en Didactique des disciplines - contribution à la formation des maîtres"
PARIS 13 février 1992[1]

Le texte principal de cet article résulte d'une commande : les organisateurs du colloque *"Recherche en Didactique des disciplines - contribution à la formation des maîtres"* me proposaient en effet de présenter les éventuels apports des évaluations organisées par l'APMEP (EVAPM), relativement aux conceptions et représentations des élèves.

L'exposé à été préparé pour un public de formateurs d'enseignants et de chercheurs en Sciences de l'Education et Didactique des disciplines (non limitées aux mathématiques). La nature du public, comme le temps disponible rendait nécessaire une présentation générale de la question, sans permettre pour autant d'aborder une étude approfondie dans le cadre, par exemple, d'un champ conceptuel particulier.

Pour une publication de cet article dans "petit x", il m'a d'abord semblé souhaitable de le remanier légèrement pour l'adapter aux lecteurs de cette revue ; je souhaitais en particulier introduire davantage d'exemples.

Alors que le travail de remaniement était déjà bien avancé, je réalisais, qu'en fait, j'étais en train d'écrire une autre article de portée beaucoup plus générale : le présent article souffre en effet d'un défaut d'origine, il est trop centré sur une évaluation particulière (EVAPM). Je réalisais simultanément que ce nouvel article finirait par

[1] *Les actes du colloque sont en cours de publication. Nous remercions les responsables de l'INRP de nous avoir donné l'occasion d'écrire cet article et d'avoir accepté sa publication dans "petit x".*

demander beaucoup plus de temps et beaucoup plus de place que ce qui était prévu à l'origine.

Il aurait fallu étendre la réflexion à d'autres évaluations à grande échelle telles que les évaluations de début d'année de la DEP, les évaluations internationales... tout en insistant sur le fait (évoqué dans l'article) que ces évaluations gardent souvent un caractère normatif, et cela, à l'insu de leurs auteurs ou malgré leur désir d'y échapper.

A propos du caractère normatif, il faudrait plutôt parler de caractère pluri-normatif : d'une part ces évaluations se calent sur la norme de l'Institution (norme I : ce que les élèves devraient savoir faire d'après les textes officiels), d'autre part, elles sont très sensibles à la norme du groupe (norme G : ce que les élèves dans leur ensemble sont capables de réaliser) et enfin elles prennent largement en compte les attentes (norme E : ce que les enseignants dans leur ensemble attendent des élèves). Il est clair que ces diverses normes sont partiellement contradictoires et que pourtant, bien souvent, elles interfèrent sans qu'il soit possible de distinguer ce qui revient à chacune d'elles.

Sous l'influence manifeste des recherches en didactique, les évaluations dont il est question ci-dessus cherchent cependant, de plus en plus souvent, à échapper à ces diverses normes pour viser une étude plus qualitative du savoir des élèves.

Il reste qu'une étude sur les conceptions et représentations devrait prendre beaucoup plus largement en compte les recherches en didactique que cela n'est fait dans le présent article.

La prise en compte des résultats de ces recherches dans les procédures d'évaluation est de nature à augmenter leur intérêt tandis que, de leur côté, les évaluations à grande échelle sont de nature à fournir de nouvelles hypothèses à la recherche.

La réflexion devrait aussi s'étendre à des évaluations plus locales, au niveau d'un établissement, d'une classe ou d'un individu. Il serait en effet particulièrement regrettable de laisser croire que seules des évaluations à grande échelle permettent d'étudier les conceptions et représentations des élèves.

Ces précautions étant prises, et compte tenu de l'ambition affichée par l'observatoire EVAPM de devenir une source fiable et permanente d'informations sur l'état du système d'enseignement des mathématiques dans notre pays (au moins au niveau de l'enseignement secondaire), il nous a semblé préférable de publier l'article sous sa forme originale en le faisant précéder de la présente introduction et en le complétant par quelques remarques que l'on trouvera en fin d'article.

Objet de l'exposé

L'exposé cherchera à mettre en évidence ce qu'une observation à grande échelle peut apporter en ce qui concerne les connaissances que nous pouvons avoir des représentations et conceptions des élèves et des enseignants.

Pour cela je commencerai par présenter l'évaluation EVAPM sur laquelle s'appuient la plupart des exemples qui seront donnés. Je serai ensuite amené à préciser dans quel sens seront pris ici les termes de *représentation* et de *conception.* Enfin, après avoir pris quelques exemples dans le domaine des mathématiques, je chercherai à montrer comment une meilleure connaissance des conceptions peut permettre l'amélioration de la régulation des apprentissages (et en particulier des divers modes d'évaluation) et la façon dont ces connaissances peuvent être prises en compte dans la formation des enseignants.

Les exemples sont pris dans le domaine mathématique mais il me semble que nombre de remarques peuvent être étendues à d'autres disciplines. Je n'essayerai cependant pas de forcer cette extension, laissant le lecteur non mathématicien juge des analogies qu'il pourra faire.

Présentation d'EVAPM

Mise en place depuis 1987, l'opération EVAPM a pour objet le suivi et l'évaluation continue des programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire. Elle fournit en particulier des outils pédagogiques très utilisés par les enseignants : épreuves d'évaluation éprouvées, indicateurs de compétence, analyses d'erreurs... Ces documents sont de nature à faciliter le travail en commun des enseignants et l'harmonisation de leurs critères d'évaluation.

EVAPM est organisé par l'Association des Professeurs de Mathématiques (APMEP), avec l'aide de l'IREM de Besançon, de l'INRP, de l'IREM de Poitiers et du G.R. Didactique du C.N.R.S, ainsi qu'avec le soutien de la D.L.C et de l'Inspection Générale de Mathématiques.

Les rapports d'évaluation, publiés sous forme d'une collection de brochures, contiennent des analyses des programmes, leur découpage en objectifs, les épreuves d'évaluation, les résultats et des analyses.

Les évaluations EVAPM portant principalement sur les programmes, cela leur impose un certain nombre de contraintes et en particulier la nécessité de prendre en compte l'intégralité des instructions officielles.

EVAPM cherche à être un observatoire avec ce que ce mot sous-entend comme volonté d'engranger des observations dont on sait à l'avance qu'elles seront d'intérêt inégal mais avec la crainte de laisser perdre des possibilités d'observation. Ainsi, on utilise peu les dépendances que l'on pourrait connaître ou prévoir, puisque l'un de nos soucis est justement de les étudier. Dans un premier temps, l'observatoire a été essentiellement dirigé vers le savoir manifesté par les élèves et vers l'opinion des enseignants (déclaratif concernant les programmes et l'enseignement des mathématiques).

La question des représentations et des conceptions n'a pas été posée en ces termes, mais dès le début des opérations, nous avons cherché à nous dégager de l'emprise "mesure" qui caractérise la plupart des études à grande échelle, pour nous attacher à l'observation et au suivi des procédures utilisées par les élèves, ce qui est sans doute une façon d'aborder la question des conceptions.

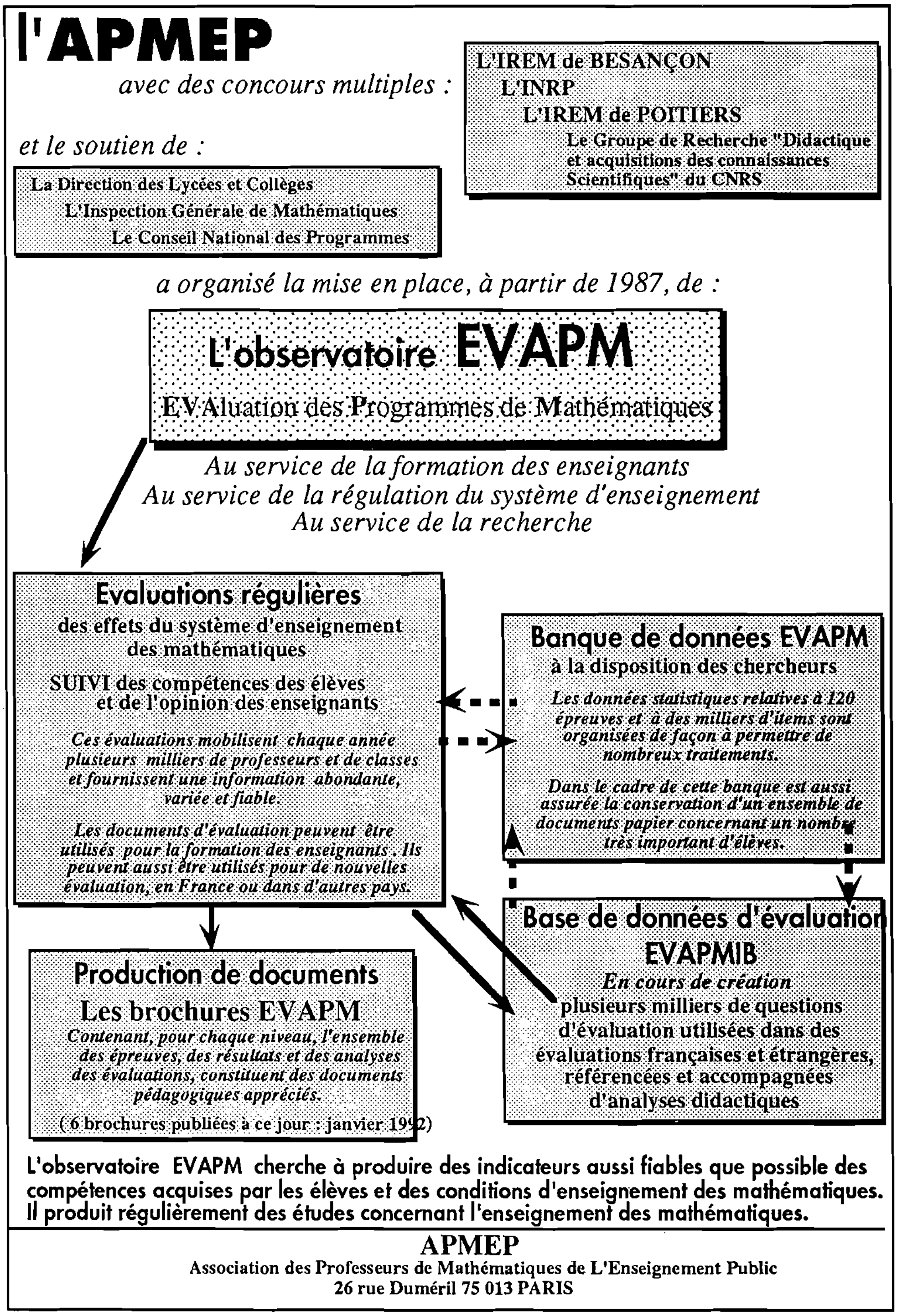

l'APMEP
avec des concours multiples :
L'IREM de BESANÇON
L'INRP
L'IREM de POITIERS
Le Groupe de Recherche "Didactique et acquisitions des connaissances Scientifiques" du CNRS
et le soutien de :
La Direction des Lycées et Collèges
L'Inspection Générale de Mathématiques
Le Conseil National des Programmes
a organisé la mise en place, à partir de 1987, de :
L'observatoire EVAPM
EVAluation des Programmes de Mathématiques
Au service de la formation des enseignants
Au service de la régulation du système d'enseignement
Au service de la recherche
Evaluations régulières
des effets du système d'enseignement des mathématiques
SUIVI des compétences des élèves et de l'opinion des enseignants
Ces évaluations mobilisent chaque année plusieurs milliers de professeurs et de classes et fournissent une information abondante, variée et fiable.
Les documents d'évaluation peuvent être utilisés pour la formation des enseignants. Ils peuvent aussi être utilisés pour de nouvelles évaluation, en France ou dans d'autres pays.
Banque de données EVAPM
à la disposition des chercheurs
Les données statistiques relatives à 120 épreuves et à des milliers d'items sont organisées de façon à permettre de nombreux traitements.
Dans le cadre de cette banque est aussi assurée la conservation d'un ensemble de documents papier concernant un nombre très important d'élèves.
Production de documents
Les brochures EVAPM
Contenant, pour chaque niveau, l'ensemble des épreuves, des résultats et des analyses des évaluations, constituent des documents pédagogiques appréciés.
(6 brochures publiées à ce jour : janvier 1992)
Base de données d'évaluation
EVAPMIB
En cours de création
plusieurs milliers de questions d'évaluation utilisées dans des évaluations françaises et étrangères, référencées et accompagnées d'analyses didactiques
L'observatoire EVAPM cherche à produire des indicateurs aussi fiables que possible des compétences acquises par les élèves et des conditions d'enseignement des mathématiques.
Il produit régulièrement des études concernant l'enseignement des mathématiques.
APMEP
Association des Professeurs de Mathématiques de L'Enseignement Public
26 rue Duméril 75 013 PARIS

Figure 1

Méthode de travail

A partir des questions que les enseignants posent habituellement, nous faisons un premier travail de dépersonnalisation et de chasse à l'implicite et autres biais et nous cherchons une formulation des questions qui soient acceptables par le plus grand nombre possible d'enseignants.

Nous obtenons ainsi une première catégorie de questions dans lesquelles les enseignants et les élèves se reconnaissent (situations largement présentes dans les classes).

Nous repérons ensuite d'autres questions que des enseignants souhaiteraient poser, que certains posent effectivement, mais qui sont rarement présentes dans les classes. Un travail est fait sur ces questions de façon à les rendre acceptables au prix d'une légère modification éventuelle du contrat didactique. EVAPM fournit un cadre dans lequel ce type de modification est acceptable, aussi bien par les enseignants que par les élèves.

L'analyse quasi exégétique des programmes et instructions officielles conduit à fabriquer d'autres questions de façon à tenir le contrat : évaluer le programme dans l'intégralité de ses objectifs et intentions annoncés.

D'autres questions encore plus inhabituelles, provenant de préoccupations de recherche, sont aussi posées de façon prudente et négociée.

D'une certaine façon, ce qui précède montre la façon pragmatique dont, dans un premier temps, nous abordons la question des conceptions et des représentations des enseignants et des élèves.

Précisons que le modèle d'évaluation utilisé est voisin de celui de l'évaluation répondante de R. Stake. Il implique au maximum les acteurs et cherche à répondre à leurs questions en temps réel. De ce fait, les résultats et analyses produites dans le cadre d'EVAPM sont largement utilisés par les enseignants, spontanément, ou dans le cadre d'actions de formation.

L'assujettissement de l'observatoire aux institutions noosphériennes et enseignantes qui a pu nous être reproché est ainsi partiellement confirmé, il est même partiellement revendiqué. Toutefois il ne s'agit pas d'un asservissement et le développement d'EVAPM s'est accompagné du développement de son autonomie.

Représentations et conceptions des notions de... Conception et de Représentation

Dans la mesure où la question des conceptions ou des représentations était partiellement étrangère à EVAPM, un travail préalable n'a pas été fait : celui qui consiste à cerner les divers aspects sémantiques de la question.

La didactique et en particulier la didactique des mathématiques a cependant développé un grand nombre de réflexions et d'éléments théoriques autour de cette question. Elle a aussi à son actif un grand nombre de travaux de recherche et de résultats.

EVAPM s'est surtout posé en consommateur de ces résultats, posant certaines questions dans ses évaluations parce que des travaux de didactique l'avait fait auparavant en en tirant quelque enseignement. Notons que de nombreux résultats peuvent apparaître liés aux conditions d'enseignement (à l'état du curriculum) et que les modifications de programme conduisent à remettre en cause les résultats et dépendances antérieurement observées.

La préparation de cet exposé m'a conduit à chercher à clarifier le vocabulaire et les concepts utilisés. J'ai dû me rendre à l'évidence : il s'était développé de nombreuses façons de parler de notre sujet sans pour autant que les champs sémantiques se superposent exactement.

La figure 2 met en évidence, sans chercher à relier ou à hiérarchiser, différentes façons de parler des représentations et des conceptions dans divers champs de recherches.

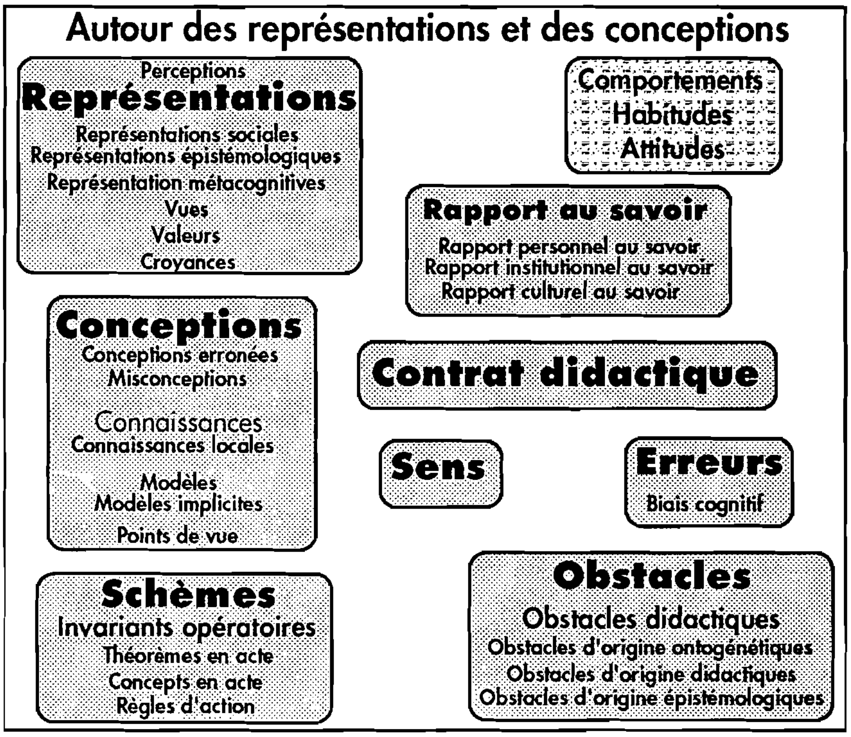


Figure 2

Il faudrait sans doute hiérarchiser : conceptions ou représentations générales, conceptions ou représentations métacognitives, conceptions cognitives particulières concernant les objets d'enseignement, mais il y a là continuité et non rupture.

Il faudrait aussi distinguer des conceptions accidentelles, liée à un contexte précis (se traduisant par des comportements instables), des conceptions provisoirement stables mais destinées à évoluer, des conceptions (erronées ou non) qui s'érigent ou s'érigeront en obstacle, des conceptions connues et reconnues comme telles par les enseignants de celles qu'ils ignorent en tant que conception....

A propos d'un même objet, diverses conceptions peuvent s'affronter et il faudrait sans doute aussi distinguer conception unique et conceptions multiples.

Pour les didacticiens des mathématiques, il est clair que les conceptions s'identifient à des connaissances et que les conceptions dites erronées sont plutôt des conceptions dont le champ de validité se trouve dépassé par les situations rencontrées.

Citons G. Brousseau (1983) :

"Nous admettrons ...que la constitution du sens, tel que nous l'entendons, implique une interaction constante de l'élève avec des situations problématiques, interactions dialectiques (car le sujet anticipe, finalise ses actions) où il engage des connaissances antérieures, les soumet à révision, les modifie, les complète ou les rejette pour former des conceptions nouvelles.

L'objet de la didactique est justement d'étudier les conditions que doivent remplir les situations ou les problèmes proposés à l'élève pour favoriser l'apparition, le fonctionnement et le rejet de ces conceptions successives."

Pour D. Grenier (1988), qui a fait une étude très approfondie des conceptions des élèves de Quatrième en ce qui concerne la symétrie orthogonale et qui se réfère à G. Vergnaud (1984), ***"la notion de conception rend compte de l'état des connaissances d'un élève relativement à un concept. Elle s'exprime en particulier sous la forme d'un ensemble de règles d'action mises en oeuvre dans une classe de situations problèmes"*** .

C'est cette position que j'adopterai pour la suite de cet exposé, de même que j'adopterai le point de vue de G. Vergnaud pour qui ***: "Dans l'apprentissage de la rationalité scientifique, le métacognitif fait partie du cognitif".*** J'aurai l'occasion d'illustrer plus loin les raisons de ce choix.

On peut sans doute aussi aborder la question des conceptions en terme de "rapport au savoir". A propos des tâches qui figurent dans les programmes officiels sous la dénomination de "compétences (ou capacités) exigibles", A. Mercier et M. Arthaud, utilisant la théorie développée par Yves Chevallard écrivent par exemple (communication personnelle) :

"L'élève aura ...dû, au cours de l'enseignement, se forger un rapport personnel aux objets de savoir enseignés, idoine à l'accomplissement de ces tâches ; et dualement, le professeur aura dû créer les conditions favorables pour qu'un tel rapport personnel émerge chez l'élève.

En analysant les productions de tel élève en particulier, on pourra recueillir des éléments de réponse à la question : en quoi son rapport personnel est-il adéquat - ou inadéquat - au rapport institutionnel qui prévaut ? En analysant les productions des élèves en général, on va pouvoir obtenir des renseignements sur le rapport institutionnel aux objets mathématiques dans la position d'élève...

On pourrait également, en analysant les questions posées, avoir des informations sur le rapport des enseignants au rapport des élèves aux objets de savoir enseignés pendant l'année..."

D'autres didacticiens des mathématiques ont largement abordé la question des représentations et des conceptions. On consultera par exemple D. Coquin-Viennot (1985), M. Artigue (1991), M. Artigue et J. Robinet (1980), A. Robert et J. Robinet (1989).

De son côté, la littérature anglo-saxonne s'intéresse de très près à la question des représentations qu'elle désigne souvent sous le terme de perceptions, terme sous lequel elle semble classer aussi, d'un façon parfois indistincte, les conceptions "cognitives".

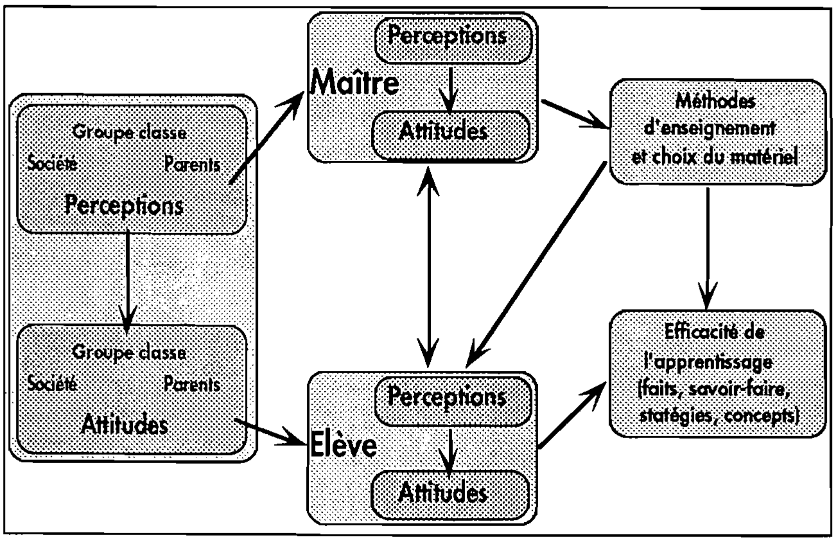
L'intérêt d'étudier les perceptions des enseignants et de les relier à celle des élèves (qu'elles déterminent par ailleurs) est fortement affirmé.

"Si les caractéristiques du comportement des enseignants sont, comme on le croit, fonction de leur représentations, de leurs croyances, et de leurs préférences concernant la matière enseignée et son enseignement, alors toute tentative d'amélioration de la qualité de l'enseignement des mathématiques doit commencer par chercher à comprendre les conceptions des enseignants et le lien de ces conceptions avec leurs pratiques.

La non reconnaissance du rôle que les conceptions des enseignants peuvent jouer dans la détermination de leurs comportements ne peut que conduire à des efforts mal orientés (misguided) en ce qui concerne l'amélioration de la qualité de la formation mathématique dispensée dans les établissements scolaires.

...Plus l'on apprend de choses relatives aux conceptions des enseignants en ce qui concerne les mathématiques elles -mêmes et en ce qui concerne leur enseignement, plus il apparaît important de comprendre la façon dont ces conceptions se forment et se modifient. Ce n'est que dans ces conditions que les connaissances obtenues seront utiles à ceux qui, ayant la charge de former les enseignants, essaient d'améliorer la qualité de l'enseignement des mathématiques dispensé dans les salles de classe".

(Thompson A.G , in the monitoring of School Mathematics - Rapport 1984 du Wisconsin Center for Education Research par T. Romberg et D. M. Steward pour la National Science Fondation / U.S.A).



Place de la perception dans le procesus de formation mathématique
adapté de "Monitoring school mathematics : Teachers' perceptions of mathematics"

Figure 3

Le texte qui précède concerne surtout les représentations ***générales*** *mais j'en étend volontiers la portée aux conceptions particulières liées aux objets d'enseignement.*

La question des compétences

Le mouvement des objectifs avait cru pouvoir définir les capacités sans décrire les tâches. En fait on sait que ce ne marche pas trop bien (Bodin, A - 1985, 1989, 1992 - Nutall, D.L - 1987).

La notion de compétence ne fait qu'embrouiller les choses. Alors qu'elle porte en elle, depuis Chomsky au moins, la marque du virtuel, du non atteignable, du seulement inférable, elle a pris dans une certaine littérature pédagogique une signification quasi contraire, correspondant aux capacités dans le sens le plus étroit de ce mot.

Avec EVAPM, les "compétences exigibles" étaient imposées par les textes officiels. Nous n'avions plus qu'à les opérationnaliser de façon aussi variée que possible. La critique faite à partir des premières observations faites (Bodin. A. 1988) a d'ailleurs conduit, à partir de la classe de Quatrième, à remplacer dans les instructions officielles le mot "compétences" par le mot "capacités", ce qui, on en conviendra, ne suffit pas à régler le problème de la définition des compétences.

Avec Vergnaud. G (1990), il est possible de distinguer deux types de situations :

Type A : *"des classes de situations pour lesquelles le sujet dispose dans son répertoire, à un moment donné de son développement et sous certaines circonstances, des compétences nécessaires au traitement relativement immédiat de la situation".*

Type B : *"des classes de situations pour lesquelles le sujet ne dispose pas de toutes les compétences nécessaires, ce qui l'oblige à un temps de réflexion et d'exploration, à des hésitations, à des tentatives avortées, et le conduit éventuellement à la réussite, éventuellement à l'échec".*

Pour l'auteur, *"le concept de "schème" est intéressant dans l'une et l'autre des classes de situations mais ne fonctionne pas de la même manière dans les deux cas".*

Remarquons aussi que, dans ce texte, la notion de compétence ne semble pas poser de problème. Mais, dans la théorie des champs conceptuels, une compétence est justement définie comme étant *"associée à une classe de situations"* et il est précisé que *"cette classe devait être soigneusement caractérisée".* (Vergnaud 1984). Ce qui règle peut-être la question sur le plan théorique, mais non de façon opérationnelle. Les caractérisations restant en effet à faire dans chaque champ conceptuel.

Un regard en arrière sur l'ensemble de nos évaluations met en évidence le fait que nous avons très souvent voulu présenter aux élèves des situations du type A..., mais qu'ils se sont très souvent trouvés en face de situations du type B. Il semble d'ailleurs que bien souvent, dans le cadre de la classe, l'évaluation feint de se situer en A alors qu'elle est déjà en B et que, de plus, elle rejette A lorsqu'il apparaît accidentellement.

EVAPM, les représentations et les conceptions

Nous avons vu qu'EVAPM pouvait constituer un observatoire privilégié des représentations et des conceptions des enseignants et des élèves. Par la voie de l'information et de la formation, et de façons bien entendu différentes selon qu'il s'agisse des élèves ou des enseignants, il constitue aussi un lieu de mise en question de ces représentations et conceptions.

Les observations faites permettent d'éprouver et de quantifier nombre de faits bien connus concernant les conceptions cognitives des élèves. Celles liées par exemple aux valeurs prises par diverses variables didactiques intervenant dans les situations proposées. Elles permettent aussi d'en découvrir d'autres.

Les observations permettent de même d'étudier non seulement les représentations métacognitives des enseignants, mais aussi leurs conceptions cognitives. On découvre ainsi, par exemple chez beaucoup d'enseignants une conception des relations fonctionnelles identifiées à celles représentables par une courbe ou par une formule algébrique.

On peut encore citer la conception fréquente de la réciproque d'une assertion identifiée à celle de contraposée, ou encore conception du mode de "raisonnement par l'absurde" réduite à celle de l'utilisation de la contraposée d'une assertion.

Depuis 1987, de la Sixième à la Seconde, nous avons analysé plus de 2 000 questions et nombre d'entre elles confirment ou fournissent des informations sur les conceptions des élèves et dans bien des cas, nous l'avons vu, sur les représentations des enseignants. Nous ne pouvons donner ici que quelques exemples.

Exemple 1 : Section du cube

La question présentée figure 4 a été proposée successivement en Cinquième, en Troisième et en Seconde. Dans une représentation en perspective, la section d'un cube par un plan diagonal apparaît comme un parallélogramme. En fait, "nous" savons que c'est un rectangle : mais quel est le savoir de référence qui permet d'établir ce résultat ?

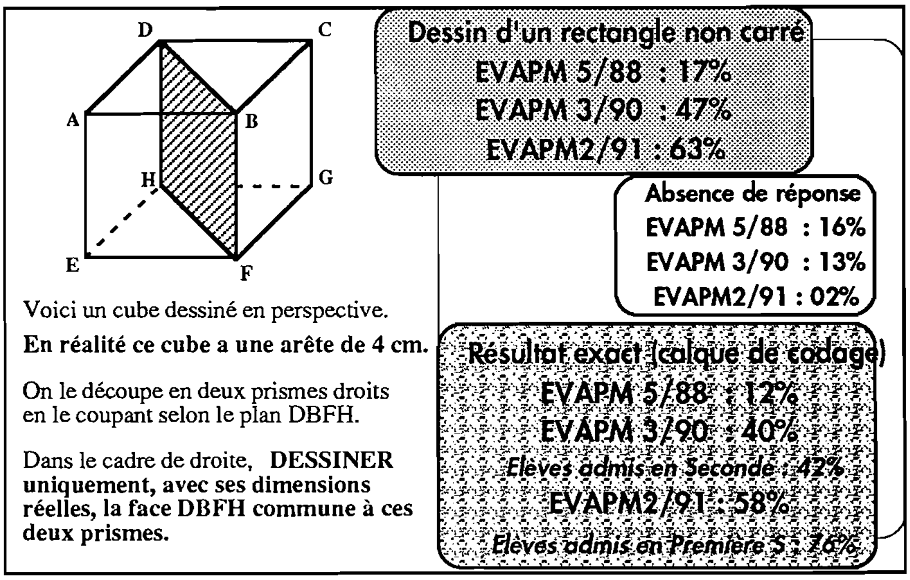


Figure 4

Le théorème qui permettrait de résoudre la question : *"si une droite est perpendiculaire à un plan, elle est perpendiculaire à toute droite du plan"* n'est connu ni en Cinquième, ni en Troisième, et n'est certainement pas disponible en Seconde. On remarquera sans doute qu'annoncer que l'on obtient des prismes droits revient à affirmer implicitement que la section est un rectangle, mais nous avons constaté que cet indice n'était pas saisi par les élèves.

L'identification de la forme rectangulaire de la section par les élèves, qui passe de 17% en Cinquième à 47% en Troisième, puis à 63% en Seconde, correspond à l'expression d'une conception, dont on peut ainsi suivre l'évolution, et non à l'utilisation d'une connaissance formelle. Il est clair qu'il revient au même de parler ici de la mise en oeuvre d'un théorème en acte.

Les élèves qui échouent dessinent généralement un parallélogramme et reportent les angles de la figure donnée en perspective. Concernant les conceptions, cette question est intéressante pour une autre raison : du point de vue du "savoir savant", il s'agit en effet d'une question classique de construction géométrique (figure 5). Il en a longtemps été de même pour le savoir scolaire officiel, mais ce n'est plus exactement de cas. Précisons que les taux de réussite présentés ci-dessus ne tiennent pas compte de la méthode utilisée.

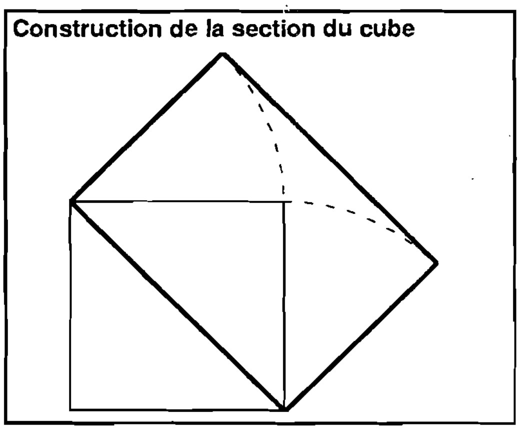


Figure 5

En Troisième et Seconde la tendance calculatoire l'emporte largement et les élèves utilisent généralement le théorème de Pythagore (ils calculent la longueur de la diagonale, trouvent une valeur approchée...). En Cinquième, ce théorème n'étant pas connu, les élèves qui réussissent (12%) passent effectivement par une construction. Le pourcentage d'élèves qui font une construction en Troisième ou en Seconde reste de l'ordre de 10%.

Cette remarque concerne les représentations que les élèves se font de la nature même des mathématiques. Nous avons de nombreux exemples qui illustrent le fait que, **pour les élèves, faire des mathématiques c'est avant tout calculer.** Cet exemple montre aussi la continuité existant entre les représentations métacognitives et les conceptions liées aux contenus de savoir.

Nous avons par ailleurs pu vérifier que, pour beaucoup d'enseignants la conception calculatoire était aussi prioritaire. Dans la situation du cube, beaucoup d'enseignants de collège et de lycée, surtout parmi les plus jeunes, ne pensent qu'à l'utilisation du théorème de Pythagore (et non à une construction). Cela amène d'ailleurs des enseignants de collège à estimer qu'il n'est pas envisageable de poser cette question en Cinquième.

Exemple 2 : L'emprunt

Dans un autre domaine, voici une question empruntée au SPRESE et que nous avons posée aux niveaux Cinquième, Quatrième, Troisième et Seconde. Le lecteur pourra suivre (figure 6) l'évolution des réussites au fil des années (taux de réponses exactes) mais nous allons plutôt nous intéresser aux procédures utilisées par les élèves.

La question est lue, par les enseignants comme par les élèves à partir du niveau Troisième, comme une question d'algèbre (en plaçant l'utilisation des équations dans le cadre algébrique, ce qui est déjà une question de ...conception). Il convient de remarquer qu'à aucun moment on ne demande aux élèves d'écrire une équation ; pourtant, concernant les procédures, les consignes de codage du SPRESE ne prévoyaient rien d'autre que la "mise en équation correcte".

Domaine numérique - Calcul littéral - Résolution de Problèmes

Question posée par le **SPRESE** (Ministère de l'Education Nationale) en **fin de Troisième 1984** et par **EVAPM** (APMEP) en **fin de Cinquième 1988, Fin de Quatrième 1989, fin de Troisième 1990 et fin de Seconde 1691.**

Une personne a emprunté sans intérêt 1000 F.
Elle a déjà remboursé une somme S.
Il lui reste à rembourser une somme égale aux $\frac{2}{3}$ de la somme S déjà rendue.
Calculer S en laissant le détail des calculs.

Explications **Mise en équation correcte**

EVAPM 4/89 : 25%
SPRESE 3/84 : 26%
EVAPM 3/90 : 47%
Admis en Seconde : 60%
EVAPM 2/91 : 68%
Admis en 1ère S : 90%
Futurs doublants : 49%

Réponse exacte

EVAPM 5/88 : 04%
EVAPM 4/89 : 12%
SPRESE 3/84 : 23%
EVAPM 3/90 : 31%
Admis en Seconde : 48%
EVAPM 2/91 : 58%
Admis en 1ère S : 81%
Futurs doublants : 31%

Non réponses : **EVAPM5/88 : 51% - EVAPM4/89 : 32%**
EVAPM3/90 : 22% - EVAPM2/91 : 19%

Figure 6

Dans cette question, il suffirait de remplacer "S" par "une certaine somme" pour que les élèves y voient moins facilement une question d'algèbre. Il suffirait aussi, comme nous l'avons fait pour d'autres questions de ce type, de demander de faire un schéma pour éloigner les élèves de la piste "équation", sans pour autant leur faciliter la tâche, pour cause de perturbation apportée au contrat didactique habituel. Il suffirait enfin, comme nous l'avons aussi fait pour certaines questions, de remplacer **S** par x

ou (et) de demander explicitement : *"écrire une équation traduisant cette situation"* pour orienter définitivement la plupart des élèves sur la mise en équation et faciliter considérablement la réussite des élèves des niveaux Troisième et Seconde.

Signalons que cette mise en équation fait partie des compétences dites "exigibles" dès la classe de Cinquième. Ne s'agit-il pas en effet de (instructions officielles) :

"Mettre en équation un problème dont la résolution conduit à une équation à coefficients numériques de l'un des types :

$a + x = b$; $ax = b$ $(a > 0)$; *où a et b sont des nombres décimaux relatifs".*

Dans le cas de la question posée, on s'attend donc à obtenir successivement les équations :

$$S + \frac{2}{3}S = 1\,000 \quad , \text{ puis : } \quad \frac{5}{3}S = 1\,000 \quad ,$$

qui est bien de l'un des types possibles.

De façon évidente, le contrat didactique tend à faire produire ce type de procédure et cela de façon de plus en plus impérieuse au fur et à mesure du déroulement du temps scolaire.

Mais le contrat didactique ici n'est que le reflet des représentations métacognitives des enseignants, elles mêmes modelées par celles du système.

La figure 7 devrait convaincre le lecteur, s'il en est encore besoin, que la réponse attendue peut être obtenue par un simple schéma ou par une procédure purement arithmétique, et que l'affectation de la question au domaine algébrique n'est tout au plus justifiée que par des habitudes que j'ai qualifiées plus haut de représentations du système.

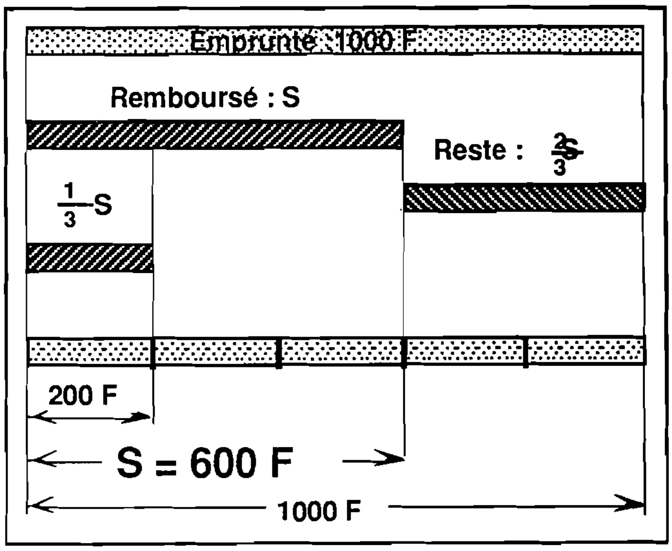


Figure 7

Par la grâce du contrat didactique, les représentations métacognitives des enseignants semblent peu à peu devenir les conceptions cognitives des élèves. La procédure équation passe en effet de 00% en Cinquième (malgré son caractère "exigible" rappelé ci-dessus) à 68% en Seconde (90% chez les futurs "Scientifiques").

Toutefois les élèves résistent à cette transformation.

En Cinquième on ne rencontre à peu près aucune procédure faisant penser à une mise en équation.

En Quatrième on observe environ 20% des élèves qui utilisent une procédure résolument arithmétique (voir ci-dessous) et encore 20% qui utilisent une procédure mixte avec présence d'une écriture symbolique faisant intervenir "S" comme inconnue mais mélangée avec une argumentation de type arithmétique.

En Seconde, les procédures de type arithmétique deviennent rares (moins de 5%) mais elles subsistent.

De la Quatrième à la Seconde, la réussite est fortement liée à la mise en équation qui apparaît ainsi comme une procédure économique minimisant les risques. Mais il est certain que les élèves qui utilisent une autre procédure n'ont aucun retour (feed-back) sinon celui qui leur impose d'en changer.

Soulignons que nous n'avons jamais rencontré, même dans les brouillons, des schémas du type de celui proposé figure 7. Cela ne signifie pas pour autant que les élèves ne pourraient y avoir accès, mais plutôt que ce type de représentation est absent des pratiques d'enseignement.

Pour illustrer ce qui précède, voici quelques productions significatives.
Un élève de quatrième écrit :

"Si S est la somme déjà rendue et qu'il faut que l'emprunt soit de 1 000 F, les $\frac{2}{3}$ de la somme S vont s'écrire $\frac{2}{3}$ S... "

avant d'effectuer des calculs où il est difficile d'identifier une mise en équation (procédure mixte).

Toujours en Quatrième, voici deux autres résolutions correctes de type arithmétique.

"Si il a rendu 600F, il lui reste $\frac{2 \times 600}{3}$ à rendre, donc 400 F.

Or, 600 + 400 = 1 000, donc S = 600"

$S \longrightarrow \frac{3}{3}$	
$\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$	2 x 1000 = 2 000
	2 000 : 5 = 400
$\frac{5}{3}-\frac{3}{3}=\frac{2}{3}$	1000 - 400 = 600
	Réponse : S = 600 F

Enfin voici une procédure d'élève de **Seconde** que l'on peut encore considérer comme une procédure mixte :

$S=\frac{3}{3}$	Il reste $\frac{2}{3}$ de S à payer.	
	$1\,000 - S - \frac{2}{3}S$	$1000 - \frac{5}{3}S$
	$1\,000 = \frac{5}{3}S$	
	$3\,000 = 5\,S$	Réponse : S = 600 F

Rien ne prouve qu'une partie des élèves qui réussissent cette question en posant d'emblée une équation ne seraient pas capable d'imaginer une autre procédure. Par contre, au fur et à mesure que les années passent, les élèves qui se trouvent en difficulté devant cette situation n'imaginent plus aucune autre procédure : sauf dans quelques rares cas, c'est la mise en équation ou rien.

Exemple 3 : Diverses conceptions du théorème de Thalès

Dans le curriculum français, le résultat connu sous le nom de "théorème de Thalès" a connu de nombreux avatars. Les plus anciens se souviennent de l'énoncé *"des droites parallèles déterminent, sur deux sécantes, des segments correspondants proportionnels"*. D'autres présentations se sont succédées et en particulier, aux environs des années 70, la présentation "conservation de l'abscisse" (pas nécessairement dans une configuration triangulaire).

En classe de Troisième, les situations liées à l"énoncé de Thalès, sous une forme ou une autre, sont depuis longtemps considérées comme plus susceptibles que d'autres de mettre les élèves en échec. Les mauvais souvenirs de beaucoup d'élèves sont aussi très souvent en relation avec cette situation. Ce n'est pas le cas pour le théorème de Pythagore dont l'aspect purement calculatoire est beaucoup plus immédiat.

Les nouveaux programmes de Troisième ont voulu supprimer ce point de rejet sans pour autant faire disparaître la notion. D'où la décision de ne laisser subsister à ce niveau que la présentation "triangle -dilatation".

En Seconde par contre, tout en demandant que le lien soit fait avec la présentation préconisée en Troisième, le programme insiste davantage sur la présentation "vecteurs" non limitée au cas du triangle.

Il est clair que les différentes présentation possibles de l'énoncé de Thalès constituent autant de conceptions possibles dont on s'attend à ce qu'elles puissent entrer en conflit.

Même si, formellement, les diverses conceptions sont équivalents, les images mentales associées ne le sont aucunement. La conception "projection" concerne la possibilité même de projeter, et les activités associées seraient plutôt du type transport de graduation d'une droite sur une autre par utilisation d'un quadrillage. Cette forme a été partiellement rencontrée en quatrième avec le cosinus de l'angle de deux droites. La conception "dilatation" est proche d'une conception que l'on appelera "similitude". Les activités associées seraient plutôt du type “agrandissements et réductions de figures” et préparent l'introduction ultérieure de l'homothétie.

Une analyse rapide des manuels semble montrer que, sur ce point, ils respectent assez bien l'esprit du programme et, en Troisième, aussi bien sous sa forme directe que réciproque, le théorème est toujours présenté sous la forme “dilatation”.

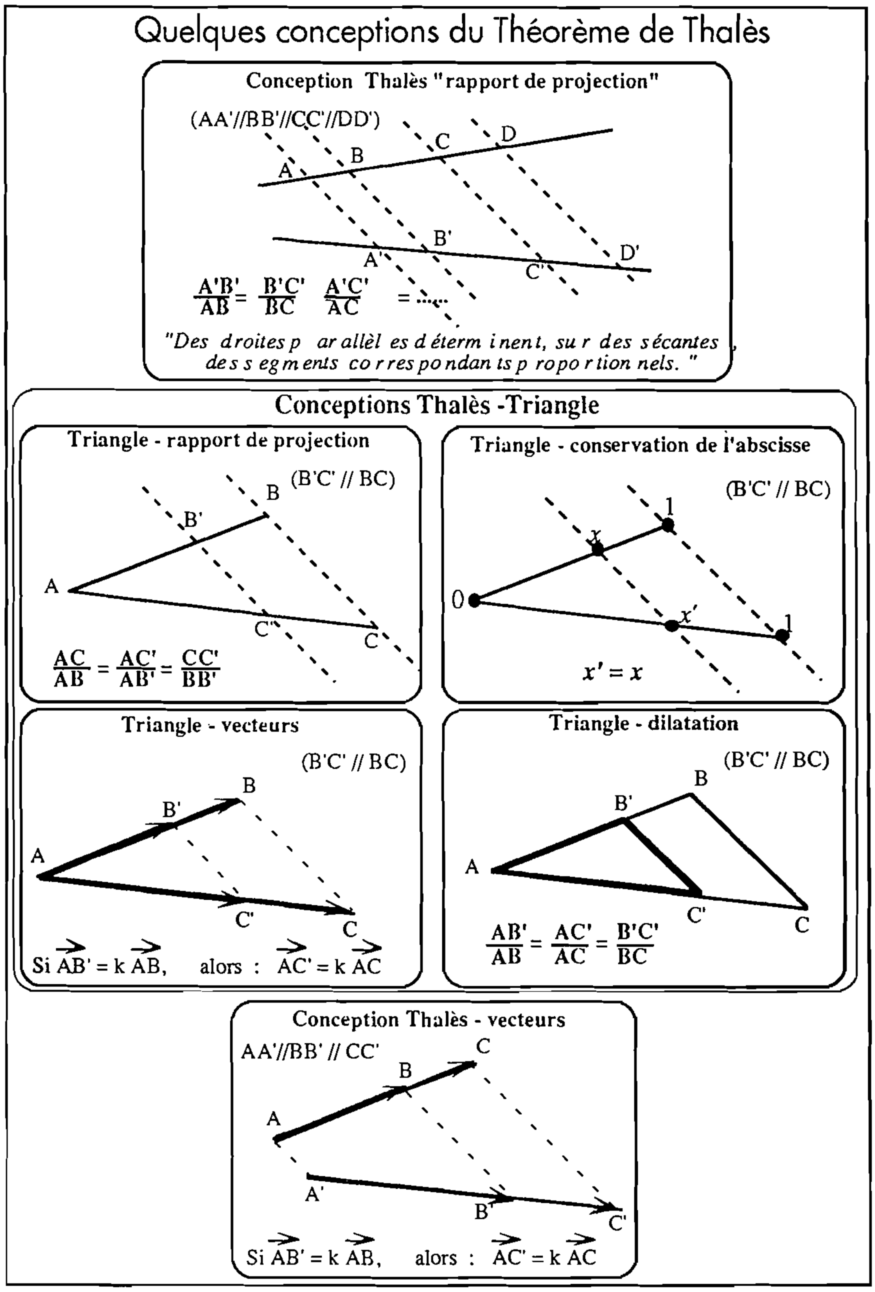


Figure 8

Dans nos évaluations, en Troisième comme en Seconde, nous avons posé un ensemble assez varié de questions pour essayer de savoir comment les représentations des élèves concernant l'accessibilité de la notion et leurs conceptions cognitives avaient été modifiées. La place disponible ici ne permet pas de présenter ces questions (voir brochures EVAPM3/90 et EVAPM2/91) et nous nous contenterons de quelques remarques.

En Troisième, comme en Seconde, les taux de non-réponse aux questions relatives aux situations de Thalès sont assez faibles (de 10% à 25%) et témoignent d'une bonne intégration de ce type de questions à l'univers familier des élèves. De même, les taux de réussite aux questions directement modélisables à partir d'une conception "triangle - dilatation" sont assez élevées : de l'ordre de 50% à 70%. Cela est nettement supérieur à ce que l'on aurait pu prévoir dans le cadre des programmes précédents.

Avec la nouvelle présentation, le théorème de Thalès ne constitue donc plus le point de cristallisation des difficultés que nous observions antérieurement.

Toutefois lorsque la situation est plus immédiatement modélisable à partir d'une conception "triangle - rapport de projection", en principe non présente dans l'enseignement, on observe une perturbation. Les taux de réussite baissent nettement et l'observation des procédures montrent que les élèves mélangent la conception apprise avec la conception "projection" qu'ils semblent utiliser comme un théorème en acte. Ainsi, dans une situation de type "Thalès - projection" (voir figure 9), de nombreux élèves utilisent implicitement le théorème (faux) : "...$\frac{AC'}{AB'} = \frac{C'C}{B'B} = \frac{B'C'}{BC}$", relation qu'ils étendent d'ailleurs volontiers au cas du trapèze.

En Seconde, la conception "Thalès - vecteurs", dans le cas triangle ou non, est enseignée et majoritairement attendue par les enseignants. L'observation montre qu'elle est rarement disponible ou qu'elle entre en conflit avec la conception héritée de l'enseignement donné en Troisième.

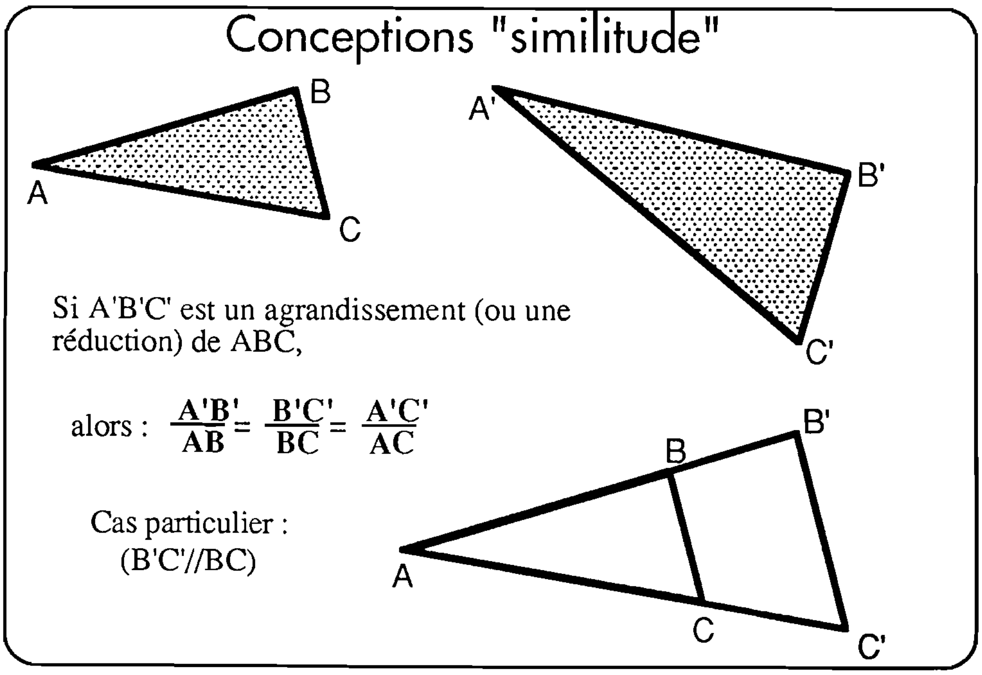


Figure 9

Pour en finir avec cette question, signalons que, comme le boeuf bourguignon, le théorème de Thalès semble être une spécialité bien française. On cherchera en vain la trace d'une telle dénomination dans les manuels anglo-saxons. Cela n'empêche pas les situations correspondantes d'être présentées et traitées, mais elles le sont à partir d'une conception beaucoup plus générale qui est la "conception - similitude" sans que le besoin d'un théorème particulier se fasse sentir. On pourrait plutôt parler de l'institutionnalisation d'un théorème en acte. Le seul problème concernera les limitations de son domaine de validité.

De façon indéniable, il s'agit là d'une question de conception étendue à tout un système d'enseignement.

Exemple 4 : bissectrice d'un angle

Parmi les nombreux exemples que nous pourrions encore donner, en voici un dernier (figure 10). En Sixième, la différence importante entre la réussite concernant le tracé de la bissectrice d'un angle selon que cet angle est isolé (70%) où qu'il appartient à un triangle (28%) n'a pas manqué d'attirer notre attention.

Dans les deux cas, les élèves utilisent un intermédiaire qui est un milieu, mais dans le second cas ils préfèrent prendre le milieu du côté opposé, ce qui en particulier leur permet d'utiliser une règle graduée plutôt que le compas qui leur paraît moins sûr. Insistons sur le fait que pour les élèves les deux procédures sont équivalentes. Nous avons sans doute là un bel exemple de conception "erronée" mais qui a son domaine de validité propre (triangle isocèle), et qui de plus reste souvent inaperçue. En effet, pour que la différence médiane-bissectrice apparaisse nettement sur la figure, il faut que l'angle B soit assez grand par rapport à l'angle C, ce qui est rarement le cas dans les situations rencontrées par les élèves.

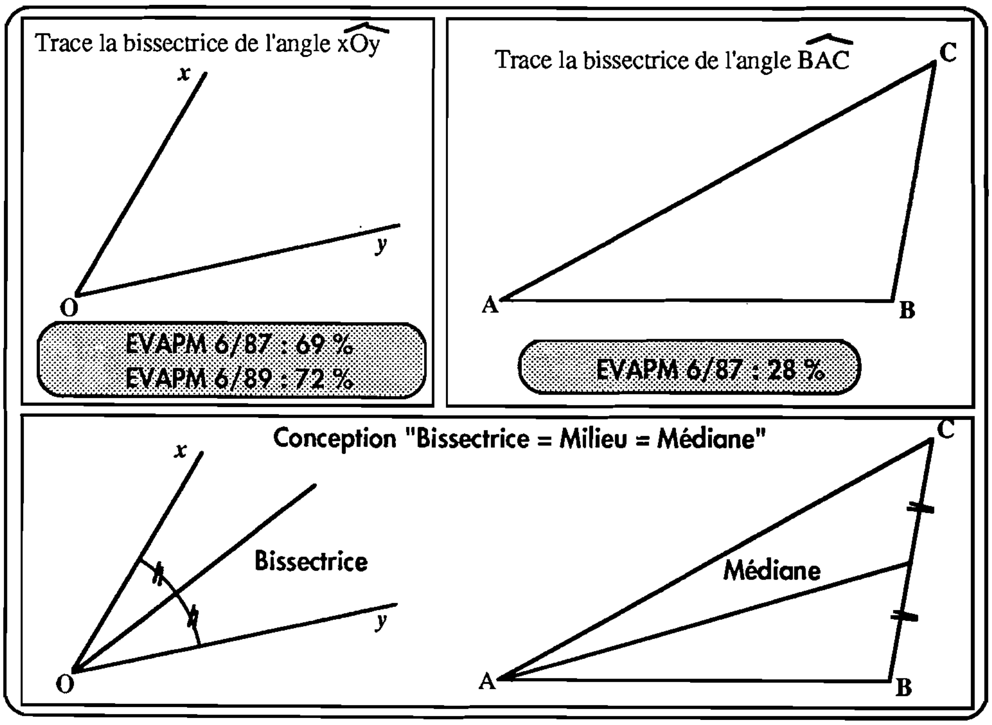


Figure 10

Vers une nouvelle articulation conceptions-compétences

La recherche en évaluation s'est souvent davantage intéressée aux questions de fidélité qu'aux questions de validité. Par principe, elle s'est encore moins intéressée aux questions de pertinence interne (de nature épistémologique). Pour donner une signification opératoire à la notion de compétence, il est nécessaire de définir les compétences en y intégrant la notion de conception. La théorie des champs conceptuels constitue pour nous un cadre rendant possible cette intégration.

"La thèse sous-jacente à la théorie des champs conceptuels est qu'une bonne mise en scène didactique s'appuie nécessairement sur la connaissance de la difficulté relative des tâches cognitives, des obstacles habituellement rencontrés, du répertoire des procédures disponibles, et des représentations possibles". (Vergnaud. G - 1990).

Mais, nous l'avons rappelé, ces classes de situations demandent à être soigneusement identifiées, comme demandent à être identifiés les champs conceptuels eux mêmes. Il est certain que des études à grande échelle comme EVAPM peuvent faciliter ces diverses identifications, au moins en fournissant des hypothèses que des recherches plus fines et plus localisées seront chargées d'éprouver.

L'identification et la différenciation des champs conceptuels (sans qu'il y ait ici l'idée d'une partition possible), de même que l'identification de classes de situations auxquelles il serait légitime d'associer des compétences, suppose une structuration de l'ensemble du domaine ainsi qu'une structuration des champs identifiés.

L'analyse épistémologique au sens large ne peut manquer d'intervenir dans cette structuration. Diverses méthodes de traitement de données peuvent aussi être utilisées. Appliquées à des données du type de celles recueillies par EVAPM, elles permettent de mettre en évidence des proximités, des dépendances et des hiérarchies.

L'une des voies qui semblent les plus prometteuses est sans doute l'analyse implicative de classes développée par R. Gras. Citons sur ce sujet R.Gras et Laher.A.(1991) :

*"Si le problème de la concomitance de deux événements a et b trouve une partie de sa réponse dans l'étude symétrique de la corrélation ou dans celle de la similarité, celui de l'implication (si **a** alors **b**) passe, en revanche, par l'examen d'une relation dissymétrique. Par rapport à une problématique psychologique de complexité, R. Gras, dans sa thèse, a apporté une contribution qui a permis de nombreuses applications de ce type de relation dans des travaux de recherche en psychologie génétique et en didactique des mathématiques, domaines non exclusifs d'autres champs d'application. Mais les variables considérées dans sa recherche se limitent aux variables binaires, présence-absence d'un caractère chez un individu donné. ...[Les récents développements permettent] d'étendre l'étude de l'implication statistique (ou quasi-implication) à d'autres types de variables et, surtout, à des classes de telles variables. Cette extension nous permet de construire un arbre de classes orientées".* (Voir fig. 11).

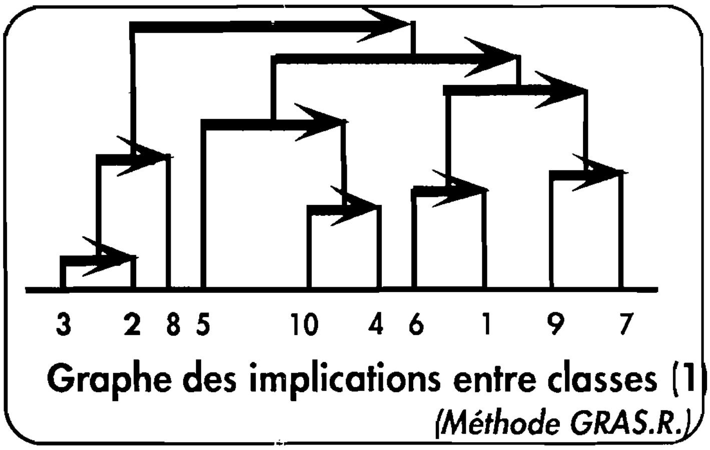


Figure 11

La méthode a déjà été utilisée pour structurer des domaines ou sous domaines tels que "les radicaux" ou "les vecteurs". Les informations que nous prenons sur les comportements des élèves font que ce sont aussi bien les diverses modalités des conceptions que les variables réussite-échec qui interviennent dans l'analyse.

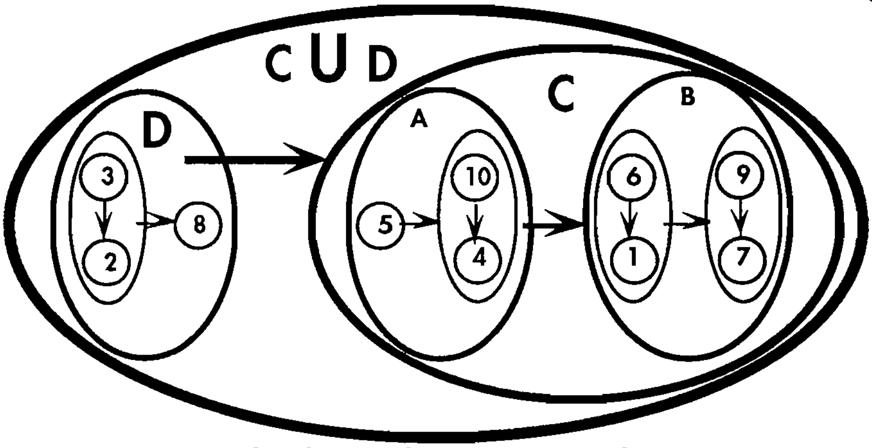
L'identification de parties stables (ou quasi-stables) relativement à différentes variables susceptibles a priori d'affecter leur robustesse :

- variation des conditions d'enseignement,
- opérationnalisation (traduction en terme de tâches à accomplir),
- comportement des élèves,
- reconnaissance d'une cohérence épistémologique et didactique,

est de façon évidente susceptible d'améliorer notre connaissance sur les état possibles du savoir des élèves relativement à un domaine conceptuel donné, donc sur l'état de leurs conceptions.

L'identification simultanée de dépendances dotées des mêmes stabilités est susceptible de donner un sens à la notion de "niveau de compétence" en munissant l'ensemble des compétences (toujours dans un champ conceptuel donné) d'une relation d'ordre (nécessairement partiel).

Ce point est à relier à la théorie de zone proximale de développement de Vigotsky L.S (1935) dont les thèses ont été largement reprises ces derniers temps dans les travaux anglo-américains relatifs à l'évaluation. Devant la figure 12, on sera en effet amené à se demander si la compétence CUD est bien l'état ultérieur de compétence la plus probable pour un élève qui possède déjà la compétence C. On se demandera aussi quelle est la "distance" entre C et CUD, c'est à dire, quel est la quantité d'*énergie* à déployer (par l'élève, par l'enseignant, par le système...) pour passer de C à CUD.



Graphe des implications entre classes (2)
(Méthode GRAS.R.)

Figure 12

Les méthodes d'évaluation instrumentées sont, à ce jour, essentiellement statiques ; elle ne permettent pas de faire la différence entre le savoir d'un élève à l'état C avec un état CUD proche et un élève à l'état C se trouvant beaucoup plus éloigné de l'état CUD. C'est peut-être pour cela que la validité prédictive des appréciations des enseignants est souvent plus élevée que la validité prédictive de leurs notes. Tout se passe comme si le physicien se limitait à enregistrer la position instantanée d'un objet sans chercher à connaître sa vitesse et son accélération.

L'insistance, dans l'évaluation pédagogique, sur les qualités des mesures (fidélité, validité, ..) propre à l'utilisation des théories classiques de la mesure telle qu'elles ont surtout été utilisées outre-atlantique, au détriment de l'analyse didactique reléguée au second plan sinon oubliée, peut en partie expliquer ce qui précède.

Il en est sans doute de même de la tendance des psychométriciens (même lorsqu'ils se dénomment édumètres !) à assimiler l'évaluation du savoir à l'évaluation psychologique, je veux dire à transposer directement des techniques qui ont sans doute fait leurs preuves en psychométrie mais qui s'appuient sur des hypothèses qui limitent sérieusement leur champ de validité.

Toutefois, ce que nous proposons consiste à articuler les différentes techniques d'analyses quantitative et qualitative des données à l'analyse didactique, sans rejeter a priori aucune technique d'analyse. Les développements récents des théories de la mesure telles que la théorie de la généralisabilité (J. Cardinet - Y. Tourneur - 1985), (qui s'inscrit en continuité avec la théorie classique) et l'"Item Response Theorie" (I.T.R.) (R. K. Hambleton - H. Swaminathan - 1990) (qui s'inscrit plutôt en rupture), semblent en effet de nature à permettre la mise à l'épreuve des dépendances hiérarchisées dont il est question ci-dessus.

Conclusion

Une meilleure connaissance des conceptions des élèves est donc nécessaire à une meilleure structuration en termes de compétences de l'ensemble des connaissances qu'ils sont susceptibles d'acquérir. La théorie des champs conceptuels et l'analyse implicative, en particulier, sont de nature à faciliter cette structuration.

Nous avons essayé de montrer dans cet exposé que des enquêtes à grande échelle et la disposition d'un observatoire permanent tel qu'EVAPM étaient, de leur côté, des éléments indispensables dans une stratégie d'opérationnalisation des diverses théories pour les mettre au service de l'amélioration de l'enseignement en général et de la formation des enseignants en particulier.

Notes et remarques complémentaires

1 - Pour aller plus loin dans l'étude des relations entre conceptions, évaluation, et compétences, il faudrait, pour chaque domaine d'étude ou champ conceptuel, faire un inventaire précis des représentations et conceptions observables. Cela reviendrait à se donner un modèle de l'ensemble des états possibles du savoir des sujets relativement à ce domaine. Il faudrait ensuite repérer des dynamiques, ou changements d'états possibles, en fonction des apprentissages.

Des recherches comme celles de Vergnaud.G sur les structures multiplicatives, de Coquin-Viennot D. sur les relatifs, de Grenier. D. sur la symétrie orthogonale, ouvrent sans doute la voie, mais il est clair qu'il reste beaucoup à faire.

2 - La tendance actuelle qui consiste à chercher à relier les erreurs des élèves à leurs conceptions et représentations est sans doute une bonne chose. Il faudrait toutefois éviter de systématiser et il est vraisemblable que d'autres facteurs interviennent dans la production de l'erreur. On peut par exemple penser aux erreurs dues à une "attention trop concentrée", telles que celles évoquées par Jacques Hadamard dans son "Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique".

Il ne faudrait pas non plus sous-estimer cette fonction génératrice d'erreur qu'est ... l'ignorance, surtout lorsque la situation conduit l'élève à feindre le savoir.

3 - Les notions de concept-outil, concept-objet auraient peut-être mérité de figurer dans la figure 2. En fait, il est possible que, chez un élève, seul l'aspect outil (opérationnel ou procédural) soit présent, ou bien au contraire que ce soit l'aspect objet seul qui puisse être mobilisé. Il se peut encore que les deux aspects soient présents sans pour autant être unifiés. A ce propos on pourra consulter l'article d'Anna Sfard : "Sur la nature duale des conceptions mathématiques : réflexions sur les processus et les objets comme différentes faces d'une même pièce de monnaie", Educationnal Studies N°22/1991 (article en anglais).

Références

A.P.M.E.P (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public)

Evaluation du programme de Sixième 1987 (Paris 1987)
Evaluation du programme de Cinquième 1988 (Paris 1988)
Evaluation du programme de Quatrième 1989 (Paris 1989)
Evaluation du programme de Troisième 1990 (Paris 1990)
Evaluation du programme de Seconde 1991 (Paris 1991)
Réplication et compléments 1991 des évaluations Sixième et Cinquième (Paris 1991)

Etude coordonnée par BODIN A. (Université de Besançon - IREM).

ARTIGUE M (1991), Epistémologie et Didactique. *Recherches en didactique des Mathématiques,* Vol 10/2.3. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

ARTIGUE M., ROBINET J. (1980), Conceptions du cercle chez des enfants de l'Ecole Elémentaire. *Recherches en didactique des Mathématiques,* Vol 3/1. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BODIN A. (1985), Problèmes de l'évaluation des savoirs mathématiques - *petit x* n°7/1985 - IREM de Grenoble.

BODIN A. (1988), l'évaluation du savoir mathématique. - exposé au 6ème congrès international sur l'enseignement des mathématiques (ICME.6). Budapest Août 1988 - *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques* (APMEP) N°368/1989 pp 195-219.

BODIN A. (1989), Est-il possible ? est-il souhaitable ? de spécifier les "compétences" attendues en fin de formation. Le cas de l'enseignement des mathématiques - *Actes de la 41ème rencontre C.I.E.A.E.M* - Bruxelles Juillet 1989.

BODIN A. (1992), What does to assess mean - *ICMI study on Evaluation and Assessement* - ICME 7 - Québec 1992 - (en cours de publication).

BROUSSEAU G (1983), Obstacles épistémologiques en Mathématiques. *Recherches en didactique des Mathématiques,* Vol 4/2. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

CARDINET J. - TOURNEUR Y., *Assurer la mesure* - Peter Lang.

COQUIN-VIENNOT D (1985), Complexité mathématique et ordre d'acquisition : une hiérarchie de conceptions à propos des relatifs. *Recherches en didactique des Mathématiques,* Vol 6/2.3. Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.

GRAS R - LARHER A. (1991), *L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse des données* - IRMAR , Université de Rennes.

GRENIER D. (1988), Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième. *Thèse - Université Joseph Fourier*, Grenoble.

HAMBLETON R. K. - SWAMINATHAN H.(1990), *Item Response Theory - Principles and Applications* - KLUWER - NIJHOFF publishing

NUTTALL D. L. (1987), The validity of assessments - *Europeen Journal of Psychology of Education* - 1987 Vol II.

ROBERT A.et ROBINET J. (1989), Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement - *Cahiers de DIDIREM* - PARIS VII.

ROMBERG T.A. - STEWART D.M. (1988), The Monitoring of School Mathematics - *Wisconsin Center for Education Research.*

STAKE R. (1975), *Evaluating the Arts of Education : A responsive Approach,* Colombus, Merrill.

VERGNAUD G.(1984), Interactions sujets situations - *3ème école d'été de didactique des mathématiques* - édité par IMAG - Université de Grenoble 1.

VERGNAUD G. (1990), La théorie des champs conceptuels - *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol 10/ 2.3 - Ed La Pensée Sauvage Grenoble.

VIGOTSKY L.S. (about 1935) : *Mind in society - The developpement of higher psychological processess* - Harvard University Press (1978).