LANGAGE MATHEMATIQUE ET LANGAGE DE LA VIE COURANTE AU COURS PREPARATOIRE

par Madame ROBERT
Directrice de l'Ecole Normale de Chambéry

Considérons un ensemble E de quatre fleurs : une tulipe, une rose, une marguerite, un œillet.

$$E = \{t, r, m, o\}.$$

Et prenons le «moule à phrases» à une place suivant :

je cueille...

Chaque élément de l'ensemble E introduit dans ce moule, à la place du pointillé, permet de former une phrase.

Nous obtenons ainsi un ensemble de quatre phrases.

E	je cueille...
t	je cueille une tulipe
r	je cueille une rose
m	je cueille une marguerite
o	je cueille un œillet

Attribuons maintenant à chaque phrase une valeur de vérité : vrai (1) ou faux (0).

E	je cueille...	
t	je cueille une tulipe	0
r	je cueille une rose	1
m	je cueille une marguerite	1
o	je cueille un œillet	0

Le procédé nous permet de construire les parties de l'ensemble E. Ici, ce serait la partie A = {r, m}, sous-ensemble des éléments de E qui, introduits dans le moule, forment des phrases vraies. En faisant varier les valeurs de vérité des phrases, on obtiendrait les seize parties de E.

Lorsque les enfants du Cours Préparatoire sont très familiarisés avec ce mode de construction, essayons de leur faire illustrer l'exemple que nous avons choisi par une «histoire». Il s'agit, en fait, de passer du langage mathématique à celui de la vie courante. Un tel passage ne va pas de soi.

Après un moment de réflexion, une élève propose :

Je descends dans mon jardin ; je cueille une tulipe, faux : je cueille une rose, vrai ; je cueille une marguerite, vrai ; je cueille un œillet, faux.

Nous lui faisons remarquer qu'elle ne parle pas ainsi quand elle raconte une histoire.

Les élèves se rendent bien compte, mais comment faire ? Le moule nous a donné, à l'aide de l'ensemble E, quatre phrases construites de la même façon et nous avons attribué une valeur de vérité à chacune d'elle. Il faut briser cette rigidité pour utiliser la langue ordinaire. D'une part, les phrases fausses ne peuvent être utilisées telles quelles, d'autre part, l'énoncé précédent est trop sec pour un récit.

Ce n'est qu'après un moment de tâtonnements que nous obtenons :

C'est l'anniversaire de mon frère. Je veux faire un bouquet. je descends dans mon jardin. Je vois une rose, elle est jolie, je la cueille. Je vois une tulipe, elle est en bouton... (un moment d'hésitation)... je la laisse. Je vois une belle marguerite, je la cueille, je vois un œillet, il est fané, je le laisse.

Etoffé par l'anecdocte, le premier récit se fait sans peine. La difficulté a été de trouver «je la laisse».

Nous reprenons ce travail sur d'autres exemples : un ensemble d'enfants et le moule : ... va à la patinoire, un ensemble de fournitures scolaires et le moule : Annie met ... dans son cartable.

Tout ceci, en fait, n'est qu'exercice préparatoire. Car ce qui nous intéresse, c'est l'exercice inverse, la «mathématisation» d'une situation pratique. Il s'agit d'offrir aux élèves une situation qui peut se traduire mathématiquement par «partie d'un ensemble». A eux de trouver l'ensemble et la partie, et, pour ce faire, le moule, les phrases et leur valeur de vérité.

Nous disons donc aux élèves l'histoire suivante :

Je vais dans la cour, j'ai des ballons. Je rencontre Pierre, il a une auto, je ne lui donne rien. A Catherine non plus, car elle a une poupée. François n'a rien, je lui donne un ballon, ainsi qu'à Daniel qui n'a pas de jouet. Mais je n'en donne pas à Michel puisqu'il en a déjà un.

Comment «faire des mathématiques» avec cette histoire ? les élèves pensent qu'il faut former un ensemble. C'est exact, mais lequel ?

Une hésitation d'abord, un élève propose de former un ensemble de jouets, mais très vite, constate que «ça ne va pas», parce qu'il y a «beaucoup d'enfants». Les camarades veulent un ensemble d'enfants.

Soit $E = \{p, c, f, d, m\}$ cet ensemble.

Maintenant, il nous faut trouver un moule à phrases. Un élève suggère :

... n'a rien eu

un autre :

... a reçu un ballon

Nous allons les essayer tous les deux. Faisons fonctionner le premier :

E	... n'a rien eu
p	Pierre n'a rien eu
c	Catherine n'a rien eu
f	François n'a rien eu
d	Daniel n'a rien eu
m	Michel n'a rien eu

L'histoire nous donne sans difficulté les valeurs de vérité de ces phrases.

E	... n'a rien eu	
p	Pierre n'a rien eu	1
c	Catherine n'a rien eu	1
f	François n'a rien eu	0
d	Daniel n'a rien eu	0
m	Michel n'a rien eu	1

Utilisons maintenant le second moule :

E	... a reçu un ballon
p	Pierre a reçu un ballon
c	Catherine a reçu un ballon
f	François a reçu un ballon
d	Daniel a reçu un ballon
m	Michel a reçu un ballon

L'histoire nous donne, sans difficulté encore, les valeurs de vérité de ces phrases.

E	... a reçu un ballon	
p	Pierre a reçu un ballon	0
c	Catherine a reçu un ballon	0
f	François a reçu un ballon	1
d	Daniel a reçu un ballon	1
m	Michel a reçu un ballon	0

Les élèves remarquent, avec un certain étonnement, que dans le passage de la première table à la seconde, chaque valeur de vérité a été changée. A cette période de l'année, ils n'ont pas encore abordé la négation. Pour eux, manifestement, une telle situation est l'effet du hasard, et non d'une nécessité logique. Ils croient qu'il n'en serait pas ainsi avec un autre exemple.

La référence à l'histoire vécue ne les éclaire pas.

Remarquons que l'histoire ainsi «mathématisée» est celle de la distribution des ballons. Elle a d'ailleurs bien été racontée dans cet esprit, les jouets possédés ou non antérieurement par les enfants n'y figurent qu'à titre accessoire pour justifier la décision ou le refus de la remise d'un ballon.

Mais si un élève remarque : «alors, maintenant, chaque enfant a un jouet», nous constatons que nous ne pouvons pas «mathématiser» cet état final. En effet, il s'agit alors d'une relation entre l'ensemble E des enfants et l'ensemble F de tous les jouets. Elle exigerait l'introduction d'un moule à deux places dont l'étude n'est pas encore commencée. Ou alors, il nous faudrait plusieurs moules à une place. Avant de les chercher et d'en faire l'inventaire, mieux vaut demander aux élèves de trouver eux-mêmes des histoires susceptibles d'être «mathématisées» par un moule à une place.

Certains essais, au début du moins, ne sont que des imitations de l'histoire précédente où seule la nature des objets est changée. Cependant une certaine liberté vis à vis du modèle apparait assez vite.

> *«Maman demande : qui veut venir à la piscine ? Michel dit : je suis enrhumé, je reste à la maison. Sylvie répond : moi, j'aime bien nager, François dit : moi aussi. Catherine dit : je n'y vais pas, j'ai peur de l'eau».*

Un élève propose :

> *«je vais chez le marchand de fruits, j'achète des bananes, des oranges et des dattes».*

Il est satisfait de son histoire. Ses camarades, pour la plupart, le sont moins. Et ils cherchent pourquoi. Enfin la raison est trouvée «on ne connait pas les autres fruits qui sont chez le marchand».

La difficulté de ce travail est d'une portée plus vaste qu'il n'apparait peut être à première vue. Il s'agit d'inventer un récit, dans la langue habituelle, qui permette de former un ensemble et une de ses parties, et pour cela de tirer du récit un ensemble de phrases, construites à partir d'un même moule, qui sont vraies ou fausses. Et il s'agit, surtout, de trouver une histoire qui «entre» dans ce cadre mathématique sans le déborder.

Si un enfant propose :

«Jean porte un pantalon et un pull, Brigitte, une robe, Catherine une jupe et un pull»,

la classe s'aperçoit très vite qu'on ne peut épuiser ce récit à l'aide d'un ensemble et d'un moule à une place. Si l'on forme un ensemble d'élèves et le moule :

... porte un pull

un certain nombre de renseignements échappent. Il en est de même si l'on prend un ensemble de vêtements et le moule

Jean porte ...

En fait, pour épuiser l'histoire il faudrait 3 moules du premier type ou 4 moules du second, car il s'agit d'une relation d'un ensemble de 3 enfants vers un ensemble de 4 vêtements.

Une telle situation ne sera éclaircie qu'au CE quand nous aurons formé l'outil mathématique adéquat. Pour le moment nous ne la retenons pas, notre travail consiste à bien reconnaître les histoires qui s'adaptent à l'instrument que nous possédons. Et aussi à bien utiliser la langue habituelle. Ainsi, avec l'histoire qui débute par : dans mon jardin, il y a une rose, une tulipe, une marguerite et une pensée, nous rencontrerons les expressions :

«je cueille toutes les fleurs»
«je n'en cueille aucune»
«je ne cueille que la rose»
«je ne laisse que la pensée»
«je les cueille toutes sauf la pensée»

Une telle précision dans l'emploi de la langue courante, la maîtrise de ces expressions s'ajustent à l'outil mathématique qui a été forgé par l'enfant et c'est lui qui permet de dominer l'emploi de ces phrases.

On remarquera que nous ne partons pas de la langue courante, d'histoires telles qu'on les raconte pour forger la notion mathématique, mais que nous faisons la démarche inverse. C'est là un point capital. Nous estimons en effet, impossible, pour la majorité des enfants du moins, de former une notion mathématique à partir de la description d'une action ou d'une situation de la vie courante. Car concept et description du vécu ne sont pas sur le même plan. Il n'y a pas continuité entre eux, mais rupture. Nous formons donc l'outil logique pour lui-même, en tant qu'instrument de pensée. Nous «l'habillons» ensuite par des histoires, c'est à ce moment que nous rencontrons les problèmes de l'emploi de la langue courante. Et c'est lui qui nous permet de trier, parmi les histoires que nous pouvons inventer, celles qu'il permet de «mathématiser». Sans lui nous ne pourrions les reconnaître.

L'objet de cette étude est précisément de parvenir à dire, en bon français, de telles histoires, en donnant tous les renseignements nécessaires et rien que ceux-là.

On peut, évidemment, se dire que l'enseignement des mathématiques n'a pas besoin de ce passage à la langue de la vie courante. On sait bien que la langue mathématique est spécifique, intraduisible dans le langage habituel. Si le «profane» écoute la conversation de deux mathématiciens il ne comprend pas, non parce qu'il s'agirait d'une langue étrangère comme l'anglais ou le russe qu'il ne connaitrait pas. Aucun dictionnaire, aucune grammaire ne peut lui en donner l'accés. Seule une longue formation mathématique peut lui permettre d'entendre.

Est-ce à dire que notre travail de départ, au cours préparatoire est inutile ? Il suffit de le faire pour en savoir l'importance. Si la question est simple, la réponse est loin de l'être.