PLACE ET ROLE DES PROBLEMES DANS L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE A L'ECOLE ELEMENTAIRE ET AU COLLEGE *

 $(Janine\ BOET-Professeur-E.N.\ du\ Bourget)$

Ce sujet était le thème de réflexion d'un atelier lors de la journée sur la liaison élémentaire-collège, organisée par l'IREM Paris-Nord le 3/12/80.

Les échanges ont tourné autour des points suivants :

- les problèmes ont occupé une place importante dans l'enseignement mathématique. On apprenait à traiter des classes de problèmes (les fameux problèmes de robinets, de trains, de partages, . . .).
- avec les "maths modernes" les problèmes semblent avoir disparu ; ils sont remplacés par des exercices sur les notions, proposés en général en fin des chapitres consacrés à ces notions.
- maintenant, au vu des nouvelles instructions du cours moyen (BO numéro 31 du 11/9/80) les problèmes reviennent à l'école élémentaire ; sont-ils par contre absents du premier cycle ?

PLAN

- I Evolution de la notion de problème Fonctions du problème.
 - 1. 1. Le problème traditionnel Ses fonctions.
 - 1. 2. D'autres fonctions aux problèmes Situations problèmes.
- II Classification des activités mathématiques en fonction de leurs objectifs : extraits du
 "Livre du problème" de l'IREM de Strasbourg.
- III Les problèmes à l'école élémentaire d'après les nouvelles instructions du cours moyen.
- IV Les problèmes dans le premier cycle, d'après les programmes de 6ème et de 5ème, et les pratiques.
- V Conclusion
- **VI** Bibliographie.

^{*} Extrait de la brochure "LIAISON MATHEMATIQUE ELEMENTAIRE – COLLEGE" éditée et vendue par l'IREM de Paris-Nord (C.S.P., avenue J.B. Clément - 93430 - VILLETANEUSE).

I – EVOLUTION DE LA NOTION DE PROBLEME – FONCTIONS DU PROBLEME

1-1 Le problème traditionnel – Quelle était sa fonction ?

Traditionnellement les problèmes présentés aux élèves l'étaient sous forme d'énoncés écrits.

Exemple : "Un pré rectangulaire a produit 240 kg de foin à l'are. Ce foin est vendu 110 F le quintal. Quelle est la valeur de la récolte sachant que le terrain a pour dimensions 150 m et 45 m?"

Quelle peut être la fonction d'un tel problème ? Essentiellement celle de contrôle de connaissances :

- 1) contrôler la connaissance de la formule donnant l'aire d'une surface rectangulaire ;
- faire le point des connaissances sur les systèmes de mesure : conversions kg → quintal, m² → are ;
- 3) contrôler la compréhension de l'énoncé et la capacité à emboîter des tâches élémentaires : calcul de l'aire, calcul de la production, puis calcul de la valeur de la récolte, réponse à la question posée. De plus, dans l'énoncé, les données sont présentées dans un ordre différent de leur utilisation.

D'une manière générale, les objectifs de tels problèmes sont inclus dans la progression mathématique (pour l'exemple précédent, après l'étude du système métrique et des formules sur les aires). Ils ont pour fonction de contrôler, à long terme ou à court terme, l'acquisition de certains "outils mathématiques" ou de certaines notions étudiées antérieurement. Les élèves sont alors amenés à reproduire la méthode de résolution présentée lors de séquences d'apprentissages antérieurs, ce qui a pour effet, pense-t-on, de renforcer ces acquisitions.

Du point de vue du contenu, cela consiste en la présentation, par écrit, d'une suite d'informations toujours nécessaires et suffisantes dont l'ordonnancement varie. La faible latitude laissée à l'initiative de l'élève dans la résolution du problème valorise plus l'accès au résultat, sanctionné par bien ou mal, associé à juste ou faux, que l'aptitude de l'élève à organiser lui-même sa recherche et le pousse moins à comprendre le problème qu'à trouver la ou les formules à utiliser.

Les modalités pédagogiques adoptées par les maîtres font une large part au travail individuel ou encore à la conduite collective de classe.

La correction comporte en général les phases suivantes :

- présentation individuelle du résultat au maître qui sanctionne par un "oui" ou par un "non", stoppant l'activité dans le premier cas, renvoyant à une nouvelle recherche dans le second ;
- la présentation à la classe par le maître ou par l'un des élèves, choisi par lui souvent, de la solution.

Enfin, soulignons que c'est ce type de problème que l'on retrouve dans les examens.

Quelles sont effectivement les tâches demandées aux élèves dans ce type d'activités :

- en premier temps, il s'agit d'un décodage de l'énoncé, la situation, les informations présentées, leur formulation linguistique constituent un message élaboré par le maître que l'élève doit décoder, avec souvent des difficultés.
- une fois ce décodage réalisé, l'élève va chercher à reproduire des structures mathématiques antérieurement acquises, dans un processus d'exécution individuelle de la tâche dont la vérification et la validation seront assurées par le maître.

L'important n'est pas tant de chercher que de trouver!

A l'extrême, on peut trouver les problèmes types qui déclenchent chez les élèves des modèles de comportements précédemment acquis. La réussite à de tels problèmes ne permet pas de conclure valablement sur une réelle compréhension.

1-2 D'autres fonctions aux problèmes — Situations-Problèmes.

Les problèmes évoqués précédemment ont toujours leur place dans les activités mathématiques, mais ils ne constituent qu'un cas parmi d'autres. On voit apparaître la notion de situations-problèmes, de formes et de natures différentes, révélant des objectifs pédagogiques plus larges et plus fondamentaux : citons les commentaires du programme de mathématique pour l'enseignement élémentaire du 2 janvier 1970 :

La classe avec sa vie propre, l'enseignement que l'on y donne en toutes matières, le monde extérieur fourniront de nombreuses occasions d'exercer, à chaque niveau et selon les possibilités des enfants, cette activité privilégiée qu'est la résolution des problèmes, qu'ils soient numériques ou non numériques.

Les thèmes seront des plus divers. Ils permettront en particulier une certaine initiation des élèves à la vie courante de leur époque, que l'enseignement élémentaire se doit de leur donner. Toutefois, les situations retenues dans ce domaine correspondront aux proccupations et aux intérêts réels des enfants. Elles seront, suivant les cas, soit des motivations pour l'introduction de nouvelles notions, soit des applications de propriétés ou de relations préalablement étudiées par les élèves.

Il y a problème si, connaissant un certain nombre d'informations concernant une situation, on se propose de déduire de ces informations des renseignements non explicités initialement.

Résoudre un problème, c'est analyser la situation et les informations données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, les schématiser afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements cherchés.

Les élèves doivent apprendre à passer d'une situation à un schéma mathématique qui la décrit : inversement, un bon exercice consiste à imaginer des situations décrites par un schéma donné.

C'est dans de telles activités que s'affermit la pensée mathématique des élèves et qu'ils prennent mieux conscience du pouvoir qu'elle: leur donne sur le monde extérieur.

De même, dans de nombreux manuels, sont apparus, à côté des problèmes traditionnels et des exercices d'application, des énoncés de situations-problèmes nouvelles :

- des problèmes à solutions multiples
- des énoncés de problèmes ne présentant pas de questions, mais où la seule question est : quelle question peux-tu poser ?
- des énoncés qui exigent des élèves l'utilisation de plusieurs modes de schématisation . . .

Exemples:

- · comment ranger les livres de la bibliothèque ?
- · combien de morceaux de sucre dans un kg?
- · combien de grains de riz dans un kg ? (problème de la série Nuffield)
- · comment construire un rectangle?
- quelle décision prendre pour l'achat d'une voiture ?
- · quel itinéraire prendre pour aller visiter tel quartier ?

Prenons l'exemple : "comment construire un rectangle ?"

On peut penser qu'un tel énoncé vise un contrôle de connaissances (savoir construire un rectangle). En réalité, la formulation doit être distinguée de celle consistant à demander de construire un rectangle.

Le "comment construire" appelle toute une série de réflexions sur la stratégie à adopter pour la construction, sur les données que l'on peut choisir, sur les conditions dans lesquelles on va être amené à réaliser cette construction :

- de quels supports dispose-t-on ?
 papier quadrillé, feuille blanche rectangulaire ou non . . .
- quels outils va-t-on utiliser?

la règle seule, la règle et l'équerre, la règle et le compas . . .

- quelles données va-t-on choisir ?

les deux dimensions, une seule dimension, le périmètre, l'aire, une diagonale . . .

- quelle stratégie adopter ?

quel ordre des opérations ? quelles sont les propriétés mises en œuvre par chacune ?

- tous les rectangles ainsi construits sont-ils identiques ?

La correction portera davantage sur les méthodes que sur les résultats. La question posée n'appelle pas de réponse automatique, elle laisse une liberté de choix de stratégie à l'élève, lui permet de se poser des questions.

L'objectif pédagogique de ces situations problèmes n'est plus seulement comme dans les problèmes traditionnels de vérifier l'acquisition d'une connaissance précédemment acquise, mais de développer chez les élèves, face à des situations qui leur font problème, un certain nombre de comportements intellectuels qui les rendront aptes à faire un usage adapté et correct du langage mathématique qu'ils ont construit par ailleurs, et ceci, dans les situations les plus variées.

En ce sens, la "situation-problème" renvoie à une pédagogie du développement des attitudes scientifiques chez l'élève.

II – CLASSIFICATION DES ACTIVITES MATHEMATIQUES EN FONCTION DE LEURS OBJECTIFS.

Voici quelques extraits du volume 1 du "Livre du problème" : "Pédagogie de l'exercice et du problème", publication de l'IREM de Strasbourg, éditeur CEDIC.

1) Classification proposée dans cet ouvrage.

Classification des énoncés.

Aux diverses activités de l'élève et du professeur correspondent des énoncés dont la finalité est différente. Nous en distinguons sept catégories, sans nous dissimuler que cette classification n'est ni exhaustive, ni non-disjonctive.

Cependant le tableau de la page ci-après nous semble fondamental.

- 2) Quelques précisions sur chacune des catégories.
 - Exercices d'exposition.

"L'intérêt de ces énoncés se concentre sur leur contenu mathématique : ici, l'objectif mathématique est une transmission de connaissances . . . La difficulté de résolution de l'exercice reste donc à l'arrière-plan . . . C'est pourquoi la technique la plus usitée de "mise en exercices" consiste à opérer un découpage en une succession de questions très faciles".

- Les problèmes.
- "... Contrairement aux exercices d'exposition, le contenu mathématique importe peu dans un problème. L'important est de susciter un élan de curiosité et de déclencher un comportement de recherche ..."

Catégorie d'énoncés	Comportement de l'élève	Comportement du professeur		
Exercices d'exposition	Apprendre Acquérir des connaissances	Exposer incomplètement Transmettre des connaissances		
Problèmes	Chercher Trouver	Susciter la curiosité Encourager la persévérance dans la recherche		
Exercices didactiques	S'entraîner Acquérir des mécanismes	Fixer des connaissances, des aptitudes, des habitudes		
Exécution de tâches techniques	Prendre ses responsabilités Mener un travail à bonne fin en prenant l'engagement de ne pas laisser subsister d'erreurs	Inciter à la minutie, au soin Exiger un "travail bien fait"		
Exemples d'illustration Exercices d'application	Transférer des connaissances théoriques dans un contexte pratique	Rattacher l'abstrait à d'autres centres d'intérêt		
Manipulations	Observer Expérimenter Bricoler	Motiver les résultats d'une étude abstraite ultérieure		
Tests. Sujets de compositions, d'examens, de concours	Vérifier la valeur de ses connaissances Faire valoir ses aptitudes	Contrôler les résultats de l'enseignement sur chaque élève		

Chacune de ces catégories relève d'une pédagogie différente. Les énoncés correspondants se rédigent conformément à des principes variés, parfois opposés.

- Les exercices didactiques.

"La pédagogie traditionnelle insistait surtout sur l'acquisition des mécanismes de base. La pédagogie nouvelle s'attache d'abord à la compréhension des notions étudiées ; mais elle ne néglige pas l'apprentissage de l'automatisme dans l'emploi des notions comprises. Les exercices didactiques doivent être spécialement composés pour s'y entraîner . . . Les manuels contiennent en fin de chapitre de longues listes d'exemples numériques qui sont des applications immédiates du cours . . . "

- Exécution des tâches techniques

"... A côté des problèmes nobles dont la solution fait appel à l'intelligence, il convient d'entraîner nos élèves à exécuter des tâches techniques avec suffisamment de soin et de minutie pour qu'ils puissent assumer la "responsabilité" de leur réponse ... De même, la pédagogie des tâches techniques cherche à obtenir, en premier lieu, une prise de position "morale": il s'agit d'adopter une attitude de respect et d'exigence vis-à-vis du travail bien fait ..."

- Les manipulations.

"Dans l'historique de n'importe quelle découverte mathématique, la phase finale de mise en forme déductive est la partie émergée de l'iceberg. On méconnaît souvent le long processus de maturation où le "bricolage" est l'activité essentielle. Les énoncés des théorèmes se présentent généralement sous forme de conjectures, devinées avant d'être démontrées, plausibles avant d'être certaines . . . La phase expérimentale est foncièrement différente de la phase de mise en forme logique. L'important est de ne pas confondre : lorsqu'on manipule, on fait de la physique expérimentale, lorsqu'on démontre, on pratique la mathématique déductive.

On rencontre, dans les manipulations mathématiques, à peu près les mêmes variantes que dans les autres sciences expérimentales, telles que Claude Bernard les décrit dans "l'introduction à la médecine expérimentale": l'observation, l'expérience "pour voir", la contre épreuve, l'expérience cruciale . . . Ces opérations ont pour objet de suggérer des conjectures, ou des méthodes de démonstration . . . "

- Applications des mathématiques.

"Des théories mathématiques —abstraites par définition— trouvent leur emploi dans la résolution des difficultés pratiques . . . Rappelons que l'application des mathématiques à un phénomène pratique comporte trois phases :

- 1) la phase de mathématisation. On substitue des symboles aux choses. Autrement dit, on construit un modèle mathématique abstrait, assorti d'un dictionnaire qui permet de formuler la réalité en termes mathématiques . . .
- 2) on traite ensuite le problème de mathématique obtenu . . .
- 3) on confronte expérimentalement les résultats théoriques obtenus avec le point de départ pratique . . . "

Les tests.

"Ce chapitre distingue deux catégories de questions de contrôle dont les finalités sont différentes, et parfois opposées : les tests pédagogiques et les épreuves à sanctions sociales.

Ces dernières, à usage extra-scolaire, attribuent des attestations de compétence (notes, classement, diplôme . . .) destinés à orienter les individus dans leur vie professionnelle ultérieure. Les tests pédagogiques, au contraire, sont des instruments du processus d'enseignement. Ils organisent le "feed-back" du maître par les élèves et leurs résultats sont en général sans conséquence hors des murs de l'école. Ils fournissent constamment au professeur et à l'élève des informations sur la façon dont l'enseignement est reçu. Sous sa forme la plus naïve, ce test se réduit à la question : "avez-vous compris ?" . . . "

III – LES PROBLEMES DE L'ECOLE ELEMENTAIRE SELON LES NOUVELLES INSTRUCTIONS DU COURS MOYEN (B.O. n° 31 du 11.9.80).

1 -Les fonctions des problèmes

Instructions pédagogiques

"D'une façon générale, on continuera à privilégier les démarches pédagogiques qui placent les élèves dans des situations où les notions et techniques à introduire ou à réinvestir leur apparaissent comme réponses à des problèmes, sans jamais perdre de vue qu'au cycle moyen, comme plus tard, toute nouvelle notion ou technique se construit sur des acquisitions antérieures (éventuellement remises en question) et sur les expériences dont disposent les élèves.

Situations-problèmes

Les problèmes peuvent être envisagés selon trois points de vue :

- situations-problèmes utilisées pour l'approche et la construction de nouveaux outils mathématiques,
- situations-problèmes permettant aux enfants de réinvestir des acquis antérieurs, d'en apercevoir les limites d'utilisation (situation contre-exemple) et au maître d'en contrôler le degré de maîtrise,
- situations-problèmes plus complexes, plus globales dans lesquelles l'enfant devrait pouvoir mettre en œuvre son pouvoir créatif et affiner la rigueur et la sûreté de son raisonnement.

Ces trois aspects doivent être exploités pour tous les thèmes du programme. Cependant, le cycle moyen se prête particulièrement à des activités de type "réinvestissement" ou "situations complexes", la qualité d'outils mathématiques disponibles étant plus étendue qu'au cycle précédent. Ces activités peuvent ou non s'appuyer sur des données numériques".

2 – Objectifs poursuivis

Ils sont indiqués explicitement dans le texte des objectifs de l'enseignement mathématique, au même titre que ceux concernant le domaine numérique, ce qui est nouveau.

Objectifs

- "Au cycle moyen, comme aux cycles précédents, les activités mathématiques doivent permettre aux enfants :
- de réorganiser, d'enrichir et d'approfondir des connaissances antérieures (dans le domaine des nombres naturels, par exemple);
- d'acquérir de nouvelles connaissances (dans le domaine des nombres décimaux, de la division, par exemple);
- d'accumuler des expériences qui serviront de support à des formulations ultérieures (dans le domaine de la géométrie, des nombres décimaux, par exemple);
- de développer des savoir-faire et des comportements (procédure de recherche, de preuve . . .) dans tous les domaines.

L'ordre dans lequel sont présentés les objectifs qui suivent ne constitue ni un ordre chronologique pour le travail dans les classes, ni une progression. Il appartient aux maîtres d'établir, pour chacune des rubriques mentionnées, (qui comportent de nombreuses interférences), une programmation portant sur les deux années du cycle moyen, par référence à ces objectifs qui doivent être atteints à la fin de la scolarité primaire.

Situations-problèmes

Dans des situations vécues ou décrites, savoir :

- associer une question qu'on se pose, ou qui est posée, et l'information pertinente qui lui correspond;
- organiser et exploiter cette information;
- communiquer les résultats obtenus et la démarche suivie, et en établir la validité".

3 – Apprentissage aux problèmes

Dans les instructions pédagogiques, il est dit que les objectifs précédents doivent faire l'objet d'un apprentissage et des exemples d'activités sont proposés :

"Il ne suffit pas de demander aux élèves de résoudre des problèmes (même en multipliant les exemples) pour qu'ils progressent dans leur capacité à le faire. Un apprentissage spécifique, d'ordre méthodologique, est nécessaire. Les objectifs de cet apprentissage sont le plus souvent présents, simultanément, dans les situations proposées aux enfants. Il y a néanmoins intérêt à travailler plus particulièrement tel ou tel d'entre eux dans certaines séquences, selon les perspectives suggérées ci-dessous.

1 – Rechercher, sélectionner et organiser l'information.

Les enfants éprouvent souvent des difficultés pour analyser une situation où des informations sont données et une question posée (les informations fournies sont-elles toutes nécessaires? Sont-elles suffisantes? Comment les coordonner et les réorganiser? etc.). Aussi, les maîtres proposeront-ils aux enfants des situations impliquant de leur part la collecte, la constitution et l'organisation des données grâce auxquelles ils pourront répondre à la question. Ce peut être:

— une question posée à partir d'une situation effectivement rencontrée ou en projet (par exemple : l'organisation d'une sortie ; la construction d'une maquette ; etc.). Les enfants doivent réunir et choisir les informations dont ils estiment avoir besoin et rechercher les valeurs numériques correspondantes ;

— une question posée à partir d'une documentation (textes écrits, dépliants d'information, films, photos, graphiques . . .) fournissant en général une information surabondante par rapport à la question. Les enfants doivent alors sélectionner, organiser et exploiter les informations pertinentes.

Dans ces deux cas, le choix des informations se fait, en fonction du type de résolution envisagé, en traduisant la question posée en un ensemble de sous-questions. Les premières informations collectées peuvent se révéler insuffisantes ou non pertinentes au cours de la résolution : une nouvelle collecte ou un nouveau tri sont alors nécessaires

2 – Résoudre des problèmes.

Dans la résolution d'un problème, un grand nombre d'enfants procèdent au hasard, effectuent n'importe quelle opération ou choisissent le résultat qui leur semble le mieux adapté après plusieurs essais, ou encore traitent une petite partie du problème sans se préoccuper de l'enchaînement avec le reste.

Le maître favorisera la recherche d'une démarche raisonnée. Il pourra par exemple :

- dissocier, dans certaines activités, les démarches et les calculs : un groupe d'enfants joue le rôle de centre de calcul en effectuant (éventuellement à l'aide d'une calculatrice) tous les calculs demandés par les autres groupes qui se consacrent alors exclusivement à la recherche des procédures de résolution ;
- proposer des problèmes dont le contexte, la formulation, les nombres sont très différents, mais qui sans qu'il s'agisse de familles de problèmes-types relèvent d'une même procédure générale de résolution ; alors, celle-ci s'élucidera plus facilement et pourra, éventuellement, se traduire sous la forme d'un organigramme simple, élaboré par les élèves.

Pour un même problème, les procédures de résolution peuvent être diverses, notamment en fonction des outils mathématiques disponibles selon les élèves. On s'appuiera sur cette diversité pour confronter les différentes propositions des enfants : les étapes du raisonnement ; la possibilité d'effectuer mentalement certains calculs ; la technique écrite nécessitée pour d'autres calculs ; le caractère suffisant, dans certains cas, d'une estimation approchée du résultat.

3 – Valider les solutions

Quand les enfants proposent une solution, ils sont souvent très peu sûrs de sa validité. Il est très important de développer chez eux l'aptitude à prouver ce qu'ils avancent : selon les cas, par une argumentation de type mathématique, par la mise en évidence d'un contre-exemple, ou par la confrontation avec la réalité. On s'efforcera de développer ces différents types de validation, celle-ci devant toujours rester objective, c'est-à-dire ne pas reposer uniquement sur l'approbation ou la parole du maître.

4 – Communiquer les démarches et les résultats

Dans une activité de résolution de problème, il est important que les enfants s'expriment à différents moments du travail et pas seulement lors de la présentation des résultats.

Le travail par groupes est particulièrement propice aux échanges : à l'intérieur du groupe (recherche des informations, choix de la procédure, de la présentation, etc); entre les groupes (communication de pistes de recherche, demande ou apport d'aide); au niveau de la classe (explication, confrontation et validation des démarches et des résultats). Ces échanges permettent de faire évoluer l'analyse que les enfants font de la situation et les procédures de résolution qu'ils envisagent de mettre en œuvre. Lors d'un travail individuel, l'échange peut prendre la forme d'un dialogue (entre deux élèves qui confrontent leurs démarches; entre un élève et le maître, à des fins d'évaluation).

Cette communication (avec ses diverses modalités) est un élément important de l'activité de résolution de problèmes. Elle peut même constituer l'objectif majeur de certaines séquences.

Le maître évitera de stéréotyper la mise en forme de la démarche ou des résultats. La forme doit, au contraire, s'adapter à la situation et à l'interlocuteur, selon les moments ou les activités : part de l'oral et de l'écrit, du langage courant et du langage mathématique ; détail de l'explication ; présentation ; etc."

4 – Des exemples qui montrent la nécessité d'apprentissage méthodologique.

a) Extrait de l'enquête I.N.R.P. faite en 1977 sur le comportement des élèves (ouvrage cité dans la bibliographie).

Au cours de cette enquête le problème suivant a été proposé à des élèves de CM 2 :

Un automobiliste prend l'autoroute à Mâcon.

L'autoroute est payante, le tarif est indiqué dans le tableau.

Il sort à Auxerre Nord.

Sa voiture consomme 8 litres de Super aux 100 km.

Le litre de Super coûte 2,30 F.

Combien lui a coûté son trajet ?

PARIS
si vous sortez à :
Fontainebleau
- Nemours
- Auxerre Nord
- Auxerre Sud
- Avallon
- Pouilly
- Châlon Nord
- Tournus
- Mâcon
- Belleville
- Villefranche
\
LYON

VOUS PA	AIEREZ EN I	FRANCS	Distance				
Voitures	Camions	Motos	à partir de Paris				
30	51	15	69				
29,50	51	14	72				
22,50	40	11	154				
21,50	38	10	165				
17,50	31	8	204				
12	21	6	264				
6,50	10,50	3	329				
4	6	1	355				
VOUS	ETES ENTR	ΕA	394				
			412				
'	•	l	,				

Il a été assez peu réussi comme le prouvent les résultats suivants donnés dans la brochure citée :

"L'autoroute

On demande aux enfants de calculer le prix de revient d'un voyage en auto. Certaines données (distance parcourue, prix du péage) sont à rechercher dans le tableau.

1) Lecture du tableau des distances.

Les enfants devaient extraire du tableau les distances à Paris des villes d'entrée et de sortie de l'autoroute et en déduire la distance parcourue entre ces deux villes.

Bon calcul de la distance Donne la distance entre Paris et l'une des deux villes	15 11	(pourcentages)
Additionne tout entre les deux villes	06	
Autres cas	46	
N'a rien fait	22	

EFFECTIF: 913

913

Peu d'enfants ont su faire un calcul correct de la distance parcourue. On remarque que 28 % des enfants n'indiquent pas de distance bien qu'ils fassent des calculs (prix de l'essence pour 100 km ou prix du péage).

2) Calcul du prix de l'essence consommée.

Calcul correct Calcul du prix de l'essence pour 100 km Autres cas	08 19 49
N'a rien fait	27

EFFECTIF:

Une partie des enfants qui n'ont pas donné de distance parcourue ont essayé de calculer le prix de l'essence pour 100 km. Très peu d'enfants ont fait un calcul correct.

3) Calcul du prix de revient du voyage

Ajoute le prix de l'essence et le péage correct	17
Ne tient pas compte du péage	24
Additionne tous les péages et ajoute le prix de l'essence	07
Autres cas	28
N'a rien fait	24

EFFECTIF: 913

Seulement 17 % des enfants ont su trouver le prix du péage et 24 % des enfants pensent à ajouter la dépense en essence qu'ils ont calculée (correctement ou non) pour trouver le prix de revient du voyage.

Dans ce problème (entièrement réussi par seulement 4% des enfants) il y a deux difficultés majeures :

- étant donné la question posée (prix de revient du voyage) il faut envisager toutes les dépenses et savoir les calculer.
- il faut analyser un tableau très complexe pour en retirer les données manquantes.

Aux difficultés portant sur le traitement des données (il n'est guère aisé de lire une carte de péage) s'ajoute certainement le fait que la situation "autoroute" ne fait pas partie de l'expérience vécue de beaucoup d'enfants".

A propos des problèmes, l'INRP donne les conclusions suivantes, suite à l'analyse des résultats :

"Remarque sur la résolution des problèmes

De 55 à 60 % des élèves du CM 2 résolvent correctement les problèmes d'identification. Les problèmes numériques classiques sont réussis par 40 à 50 % des enfants. La performance dans ces derniers problèmes chute aux environs de 15 à 30 % lorsqu'il y a un traitement de données préalabl à la résolution numérique proprement dite : lecture de tableaux, utilisation d'une carte, conversion d'unités de mesure. Les problèmes logico-numériques sont réussis par une proportion de 20 à 30 % des élèves. Pour les problèmes d'invention le taux de résolution correcte est de l'ordre de 30 à 50 %.

Ainsi, ce sont les problèmes d'identification qui sont les plus faciles et les problèmes logico-numériques sont parmi les plus difficiles. On peut noter à ce propos que dans le premier cas le traitement des données peut se faire même si les procédures de résolution ne sont pas clairement explicitées. Par contre, dans les problèmes logico-numériques après analyse du texte, la procédure doit être explicitée et c'est à ce moment seulement que le traitement numérique peut avoir lieu. On peut rapprocher de ce cas la résolution de certains problèmes numériques où un traitement préalable n'est pas clairement indiqué, par exemple : lire un tableau dont la structure peut être très complexe (tarif autoroutier) ou mesurer une distance sur une carte et utiliser une échelle".

b) Une enquête faite par l'équipe E.L.E.M. de l'I.R.E.M. de Grenoble et publiée sous le titre "L'âge du capitaine" dans le numéro 19 de la revue Grand IN éditée par le C.R.D.P. de Grenoble.

Le point de départ de cette enquête a été les résultats obtenus à propos de l'énoncé suivant :

"Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine?"

Cet énoncé fut proposé à 97 élèves de CE 1 et CE 2. Sur ces 97, 76 ont donné l'âge du capitaine !

L'équipe a alors proposé une série d'énoncés analogues à 7 classes de CE et 6 classes de CM et a obtenu les résultats suivants : 3/4 des élèves de CE environ donnent des réponses, tandis qu'il n'y en a plus qu'environ 1/3 au CM!

Les auteurs de l'article posent alors les questions suivantes : "On peut aussi se demander ce qui motive chez l'enfant le choix d'une opération : quel rôle jouent les mots inducteurs ? Quelle est l'influence des apprentissages scolaires récents ? Quel rôle joue la vraisemblance du résultat ? "

A ce sujet, ils relatent un extrait d'interview d'élève de CM 1 à propos de l'énoncé suivant : "Dans une bergerie il y a 125 moutons et 5 chèvres. Quel est l'âge du berger ?" :

"(Après un temps d'hésitation)

Elève – Ce problème est difficile . . . J'avais pas réfléchi qu'on pouvait faire 125 divisé par 5.

Maître — Tu aurais pu faire une addition?

Elève – Oui

Maître - Combien tu aurais trouvé?

Elève – 130

Maître — Tu aurais pu faire une soustraction?

Elève – J'aurais trouvé 120

Maître — Quel est l'âge du berger ? (silence) Pourquoi fais-tu une division ? (silence)

Elève — Je sais pas (silence) parce que 125 + 5 = 130 et c'est un peu gros et 125 - 5 = 120 c'est gros aussi tandis que 125 : 5 = 25 ça va mais je ne sais pas si c'est juste.

Maître – Pourquoi tu hésites? Tu es sûr que c'est 25 ans?

Elève – Je pense que c'est 25 ans".

Ces résultats nous ont conduits à nous poser des questions sur la façon dont un énoncé de problème est perçu par les élèves. En particulier, nous nous sommes demandés pourquoi dans les conditions où cette épreuve s'est déroulée, c'est-à-dire en classe et sous forme d'un travail écrit, un si grand nombre d'enfants (127 sur 171 au CE et 23 sur 118 au CM) a pris au sérieux nos énoncés de problèmes "absurdes".

Il faut bien admettre soit que celui-ci ne leur a pas semblé absurde, soit qu'ils ne se sont pas occupés de la pertinence des données par rapport à la question posée. La deuxième hypothèse semble confirmée par le fait que, lorsqu'on demande à des enfants d'inventer des problèmes, on constate qu'ils respectent toujours la cohérence de la forme, mais pas toujours la cohérence logique.

Les exemples qui précèdent justifient amplement les objectifs donnés aux apprentissages relatifs aux problèmes dans les instructions du Cours Moyen, et tout particulièrement ceux concernant la correspondance entre les opérations et les informations ainsi que l'établissement de la validité de la solution.

IV – Les problèmes dans le premier cycle.

Le programme de 6ème et 5ème ne mentionnent pas explicitement les activités se rapportant aux problèmes. On peut néanmoins considérer qu'elles sont sous-jacentes dans la partie du programme se rapportant aux objectifs généraux de l'enseignement mathématique dans les collèges, en particulier dans le paragraphe $3 \ (\rightarrow)$.

Objectifs
(Circulaire n° 77-157 du 29 avril 1977)

"Les mathématiques doivent la place importante qu'elles occupent dans l'enseignement des collèges à la contribution appréciable que leur étude peut apporter à la réalisation des objectifs assignés à ce niveau. Il est donc essentiel de préciser le rôle dévolu à l'enseignement des mathématiques dans la formation de l'élève de collège, de définir en conséquence la matière mathématique susceptible de se prêter à cette exigence, de déterminer enfin les méthodes et les types d'activités qui permettent d'atteindre les buts recherchés.

Rôle de l'enseignement des mathématiques dans les collèges.

- 1) Il convient d'abord de consolider les acquis de la scolarité élémentaire, en assurant spécialement la compréhension et la pratique des quatre opérations sur les nombres entiers ou décimaux, ainsi que l'usage des diverses unités de mesure.
- 2) Il s'agit ensuite de fournir à l'élève un bagage de connaissances pratiques, de techniques usuelles, de méthodes opératoires lui permettant de résoudre —en les ramenant (si besoin est) à des modèles mathématiques— les problèmes simples qui se posent dans la vie courante, ou même à l'occasion d'autres enseignements (sciences expérimentales, géographie, etc.).
- \rightarrow 3) On attend également de l'enseignement mathématique qu'il contribue pour une large part à la formation intellectuelle de l'élève de collège. Cet enseignement doit notamment :

- a) Cultiver les qualités d'observation et d'analyse (identifier, par exemple, les éléments simples qui interviennent dans une situation donnée, plus ou moins complexe, et distinguer les relations qui les unissent);
- b) Exercer l'élève à donner des objets tangibles du monde réel une représentation concrète (figure, schéma, signe . . .) puis conceptuelle : développer ainsi, progressivement, ses capacités d'abstraction ;
- c) Entraîner l'élève à la pensée déductive, l'inciter à la rigueur logique, lui apprendre à bâtir une chaîne de déductions, à déceler éventuellement une faille dans un raisonnement; développer —de façon constructive— son esprit critique : lui montrer par exemple les incertitudes que comporte une induction non contrôlée;
- d) Stimuler l'imagination (induire, généraliser ; concevoir une méthode ; trouver des exemples pour illustrer une propriété, ou des contre-exemples pour infirmer une proposition . . .) ;
- e) Habituer l'élève à s'exprimer clairement, avec un vocabulaire simple mais dans un langage précis (décrire un objet mathématique, formuler une hypothèse, énoncer une définition ou une propriété, exposer une démonstration . . .);
- f) Développer chez lui des qualités de soin et d'ordre, en l'incitant à apporter la plus grande attention au tracé de figures géométriques qu'il dessine et à l'exécution des calculs qu'il effectue.
- 4) Il importe enfin que la formation mathématique donnée dans les collèges permette aux élèves qui se sentent attirés par ce type d'activité intellectuelle de mettre leurs aptitudes à l'épreuve. Elle doit leur fournir une base solide, sinon étendue, pour les études approfondies qu'ils sont susceptibles de mener ultérieurement, sans toutefois anticiper sur le contenu de ces futures études".

Il est fait référence de façon explicite aux problèmes dans la partie concernant les méthodes et types d'activités, toujours dans les objectifs généraux :

Méthodes et types d'activités

"Les objectifs visés par l'enseignement des mathématiques dans les collèges ne seraient que très partiellement atteints si cet enseignement se bornait à faire acquérir un certain savoir. Un élève pourrait certes en tirer un profit intellectuel, en participant activement à la formation des concepts et à l'élaboration des raisonnements qui conduisent aux résultats mathématiques à connaître. Mais ces connaissances risquent d'être mal assurées si on ne les fait pas "fonctionner". Un vernis cognitif s'écaille vite ; le savoir s'estompe, s'il n'est pas utilisé.

L'enseignement doit donc se donner aussi pour but de faire acquérir des techniques d'utilisation du savoir, de développer ainsi chez l'élève des savoir-faire, des capacités d'action. C'est par l'action, et par la satisfaction qu'elle leur procure, que beaucoup d'élèves prennent goût aux mathématiques, et parviennent de surcroît à une meilleure compréhension des concepts.

L'ambition d'un enseignement de mathématiques ne peut pas se mesurer à l'étendue du contenu des programmes, mais à l'usage qui en est fait. L'éducation mathématique n'a de sens que si l'élève est formé à exploiter, dans les circonstances et les péripéties quotidiennes de la vie, et en quelque sorte spontanément, les connaissances que cette éducation lui a apportées et les qualités qu'elle a développées en lui.

Il est donc essentiel que les élèves de collège soient exercés à résoudre des exercices et des problèmes nombreux et variés. C'est dans cette recherche qu'on éprouvera leur aptitude à mettre en œuvre les connaissances acquises, aptitude dont le développement est l'une des finalités d'un enseignement de culture".

Au niveau des pratiques, si, dans de nombreux manuels de 6ème, l'on trouve plutôt des exercices d'exposition pour la partie cours, des exercices en fin de chapitre, exercices didactiques, certains manuels proposent l'ensemble du travail en mathématique sous forme de situations problèmes, que ce soit au niveau du cours pu des exercices d'application suivant le cours.

Il s'agit alors, soit de problèmes avec une question assez vague permettant un choix de stratégies, soit de problèmes pouvant se présenter sous forme de jeux et donnant lieu à une véritable recherche.

Voici quelques exemples extraits du livre ''Faire des Mathématiques'' par André DELEDICQ et C. LASSAVE — chez CEDIC 1977.

CALCULER

C 40 Choix d'une commande

Pour cet été choisis-toi un salon de jardin, comprenant une table et des sièges pour 4 personnes! un fauteuil ou une chaise correspond à une place, un canapé à 2 places.

Voici un tarif de juin 1976:

- 1 Fauteuil pliant «luxe». Bois laqué blanc. Sièges et dossiers cintrés à lattes. Accoudoirs forme crosse. Réf. 640115 275,00 F
- 2 Canapé pliant «luxe».Bois laqué blanc, assorti au fauteuil précédent. Réf. 640116 350,00 F
- Table pliante «luxe». Bois laqué blanc. Forme tonneau 140 x 90. Plateau en lattes épaisses, réglable 2 hauteurs. Trous pour parasol. Réf 640106 415,00 F
- Fauteuil pliant. Bois laqué orange. Siège et dossier cintrés à lattes. Réf. 640518 145,00 F
- Fauteuil. Bois laqué blanc. Siège et dossier cintrés à larges lattes. Réf. 640166 140,00 F
- Canapé pliant. Bois laqué blanc. Siège et dossier cintrés à petites lattes. Réf. 640515 199,00 F
- 8 Fauteuil pliant. Bois laqué blanc. Siège et dossier cintrés à petites lattes. Réf. 640103 120,00 F
- 9 Chaise pliante. Bois laqué blanc. Siège et dossier cintrés à petites lattes. Réf. 640516 99,50 F

- 12 Table pliante. Bois laqué blanc.
 Dessus à lattes de 21 mm
 d'épaisseur. Plateau 80 x 80. Hauteur
 72 cm. Réf. 640520 199,00 F

Tu vas faire plusieurs choix de « salons » et pour chacun établir une facture bien présentée.

(Des élèves très courageux peuvent chercher tous les « salons » possibles ?)

C 38 Une facture d'eau

Contrôle la facture ci-dessous. En particuller, écris le calcul dont 127,76 est le résultat.

RELEVÉ D'EAU

	DU P	ATE	VÉ	REL DES CON	EVÉ IPTEURS		CONSOMMA		FOND	VANCE		sainissement	FRAIS ENTRETIEN	SOMMES
	l		- 1	ANCIEN	NOUVEAU	M ³	PRIX	MONTANT	PRIXM	MONTANT	PRIX M ³	MONTANT	LOCATION	DUES
F* C*	24	11	5	781	838	57	1 20	0 68 40	01065	3 70	0 800	45 60	1006	127,76
						Ť		•			MONTAN	IT TOTAL A	.	12776

A PROPOS DE PROPORTIONNALITE

P 5 Dans une revue

[« 50 millions de consommateurs » août 1976] Nous avons relevé une relation prix d'achat — poids net total. Saurais-tu comparer les différentes marques de sardines à ce double point de vue ? Comment ? Fais-le!

	F. POTIN	SAUPIQUET	AMIEUX	CASINO	IMPERATOR	NEW PC	LES LUXUEUSES	PARMENTIER
Prix d'achat	3,25 F	3,15 F	3,50 F	3,60 F	2 F	2,65 F	3,50 F	2,50 F
Poids net total/ Nombre de sardines	132 g/4	124 g/6	134 g/5-4	137 g/4	129 g/4	123 g/4	132 g/4	125 g/4

P 18 En vacances

Bernard et sa famille arrivent au camping « Les Nuits Blanches ». Voici le tarif affiché.

		Par jour		
adulte	voiture	emplacement	électricité	chien
3,20 F	0,90 F	1,05 F	0,60 F	1,00 F

Les enfants ayant moins de 7 ans paient demi-tarif adulte. Les redevances ci-dessus sont diminuées de moitié « hors-saison », c'est-à-dire hors des mois d'août et de juillet. Une réduction de 5 % est consentie aux familles résidant au camping plus de 25 jours.

Voici la famille de Bernard: Papa, Maman, Bernard (12 ans), Stéphanie (9 ans), René (6 ans). Ils n'ont pas de chien et ne prennent pas d'électricité.

Ils sont arrivés le 12 août et repartis le 8 septembre.

Etablir leur note de camping en la présentant de la manière la plus détaillée et la plus claire possible.

PROBLÈME OUVERT

Quel dessert?

Voici quatre emballages de desserts :

lait fermenté	crème à glacer		
poids net 225 g protides 6,7 g lipides 22.5 g glucides 6,3 g calories 254 calcium 259 mg	10 cl calories 142 calcium 77 mg protides 2,1 g lipides 8 g glucides 15,4 g		
Petits suisses Poids net 180 g (30g×6)	yaourt poids net 150 g		
Teneur moyenne pour 30 g calories 63 calcium 29 mg lipides 5,5 g glucides 0,9 g protides 2,5 g	14,5 cl protides 6 g lipides 5,3 g glucides 7,1 g calories 100 calcium 270 mg	浴	

Mon fils Jean-Marc, me demande lequel « est le plus riche ». Lui ferais-tu une seule réponse ? Que lui répondrais-tu ?

A PROPOS DE RELATIONS

POUR SE DISTRAIRE

1. Que penses-tu de ce patron disant à un ouvrier : « Les années bissextiles ont 366 jours. Vous ne travaillez que 8 h par jour, c'est-à-dire le tiers du temps. Cela fait 122 jours. Mais il y 52 dimanches; reste 70 jours. Le samedi vous disposez de la 1/2 journée, ce qui fait 26 jours en moins ; reste 34 jours. Enlevez quatre semaines de congés payés, il reste 6 jours. Avec le jour de l'an, le 1er mai, le 14 juillet, la Toussaint et Noël, il ne reste qu'un jour. Un jour de travail! Et encore, les années bissextiles! Trois années sur 4 vous ne faites rien!»?

2. Voici un problème d'André Roumanet:

Trois personnes de trois nationalités différentes habitent les trois premières maisons d'une rue : chaque maison a une couleur différente et chaque personne un métier différent.

- Le Français habite la maison rouge

Combien y a-t-il de juges?

B — L'Allemand est musicien
C — L'Anglais habite la maison du milieu

D - La maison rouge est à côté de la verte

E - L'écrivain habite la première maison à gauche

Quelle est la nationalité de l'écrivain et qui habite la maison jaune ?

3. Voici un problème de Jacqueline Viennot :

Jack, Joé, Georges, Jim et Jerry sont journalistes ou juges. Les journalistes ne mentent jamais, et les juges mentent toujours. Jim dit que Jerry est un journaliste. Joé dit que Jack est un juge. Georges dit que Jim n'est pas un juge. Jerry dit que Joé n'est pas un journaliste. Jack dit que Georges et Jim ont des métiers différents.



4. Dans un journal de mode, comme « Femmes d'aujourd'hui », tu trouveras un tableau des « tailles » en fonction des mensurations d'un enfant. Quelles activités allez-vous inventer avec ce tableau?

STATURES			90	96	102	108	114	120	128	132	138	144	150	156	162	168	17
TAILLES	3.à 6 mois	6 mois à 1 an	1 1 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1
Contour F poitrine : G.	44	48	52 52	54 54	56 56	58 58	60 60	82 82	84 64	88 68	70 68	74 71.5	78 75	78 78.5	79,5	81	82
Contour F. aille : G.		****	52 52	53 53	54 54	55 55	56 58	57 57	58 58	59 59	60 61	61 63	62 65	63 67	68	69	70
Contour F nanches: G.			58 56	60 58	62 60	64 62	68 64	68 66	70 68	72 70	78 73.5	80 77	82 80	84 84	85	86	88
ongueur ta orise de la ba			19 19	21 21	22 22	23 23	24 24	25 25	28 28	27 27	28 28	29 29	30 30	31 31	32	33	34
arrure F. los : G.			23 24	23.5 24.5	24 24.5	25 24,5	25.5 26.5	25,5 26.5	25.5 28,5	27.5 28.5	27.5 28.5	27.5 28.5	30,5 31	30,5 31	31	31	
Carrure F. devant : G.			22 22.5	22.5 23	23 23	24 23	24,5 25	24,5 25	24,5 25	28,5 27	28.5 27	28.5 27	29,5 30	29.5 30	30	30	36

Pour commander un patron de blouse, de robe, de veste ou de manteau, choisir la taille qui correspond au contour de la poitrine. Pour les jupes séparées et les pantalons, choisir la taille qui correspond au contour hanches.

TROUVER DES REGLES

TROUVER DES RÈGLES

L 4 Numération romaine

 Ecris, en « chiffres » romains : un ; cinq ; dix ; cinquante ; cent ; cinq cents ; mille (Tu peux t'aider d'une encyclopédie)

	(1)	(2)	(3)	(4)
Ecris	trois	six	quarante	quatorze cent quarante soixante quatorze
en chiffres	vingt	onze	quatre	
romains	trois milles	vingt deux	quatre vingt dix	
Lis	CC	VIII	XLV	LXIV
	xxx	CCLXV	CM	CDIII
	II	XVII	CD	XIX

2. Enonce, en français, la règle correspondant à la colonne (1). Enonce celles correspondant aux colonnes (2), (3) puis (4).

3. Pourquoi « quatre » s'écrit-il IV et non IIII ? Il y a donc une règle de priorité des règles les unes sur les autres. Enonce-la!

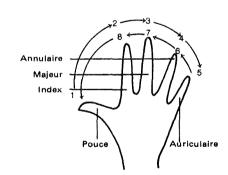
L 5 Compter sur ses doigts

Compte sur les doigts de ta main gauche en changeant de sens chaque fois que tu arrives à un bout. Comme ceci :

- 1 → Pouce
- $2 \rightarrow Index$
- 3 → Majeur
- 4 → Annulaire
- 5 → auriculaire
- 6 → Annulaire 7 → Majeur

. . .

Quel doigt correspond à 1978 ? à 1789 ? à 1 000 000 ? As-tu trouvé une règle ? Laquelle ?



Quelques suites de nombres

L 6 Les nombres carrés

1. Ecris la suite des carrés des naturels jusqu'à 20².

2. Complète le schéma suivant :

Pourquoi n'a-t-on pas mis d'autres lignes « d'opérateurs » ?

CONCLUSION

Dans les programmes l'on voit donc que les problèmes ont aussi leur place dans l'enseignement mathématique au collège, la notion de situation problème étant la base de cet enseignement, aussi bien dans l'acquisition des connaissances que dans le réinvestissement et aussi dans l'éducation du raisonnement. La différence avec le cours moyen réside dans le fait que les problèmes figurent explicitement dans les programmes, avec des objectifs d'apprentissage.

Peut-on considérer qu'à la fin du cycle moyen les enfant savent faire des problèmes ? Ne faudrait-il pas envisager la poursuite de l'apprentissage au collège de façon explicite et non pas seulement en en faisant faire ?

Et au-delà du premier cycle ? Les nouveaux programmes de seconde (BO spécial 1 du 5/03/81) mentionnent aussi les problèmes comme ayant leur place dans les activités mathématiques; on peut lire dans l'introduction aux programmes de mathématiques :

"La pratique fondamentale sur quoi repose pour l'élève l'entraînement au travail personnel est celle des problèmes ; il ne faut pas craindre d'en poser de peu formalisés et d'énoncés concis. On s'attachera d'autre part dans l'étude d'un problème, à éclaircir ses différentes facettes et on n'hésitera pas à comparer sur une même question l'efficacité de plusieurs méthodes".

BIBLIOGRAPHIE

Niveau des élèves

- I.N.R.P. Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire :
 - tome 1 : Comportement des élèves, mai 1979.
 - tome 2 : Opinion des maîtres, sept. 1979.

Ces deux brochures sont disponibles à l'I.N.R.P., 29 rue d'Ulm, Paris.

- I.N.R.P. Coordination de l'enseignement des mathématiques entre le CM2 et la classe de 6ème, Recherche Pédagogique n° 102, 1979.
- COLOMB/RICHARD Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire —
 Revue Française de Pédagogie n° 49, (résumé des brochures citées plus haut).

Réflexions sur les problèmes

- I.R.E.M. de Strasbourg "Le livre du problème, Volume 1, Pédagogie de l'exercice et du problème CEDIC.
- Revue GRAND IN, C.R.D.P. de Grenoble :
 - $-n^{\circ}$ 5, fév. 75 : "Dossier sur le problème du problème" :
 - * Le rôle du problème dans l'enseignement mathématique rénové à l'école élémentaire, FABRE.
 - * Les problèmes élémentaires dans l'enseignement mathématique au CM, RYCKBOSCH.
 - n° 6, mai 75 : "Réflexion sur le problème à l'école élémentaire", DANIAU. (épuisé)
 - $-n^{\circ}$ 7, oct. 75 : "Exercices, problèmes, situations, recherche", DANIAU. (épuisé)
 - n° 19, déc. 79 : "Quel est l'âge du capitaine?", équipe ELEM. de l'I.R.E.M. de Grenoble.
- A.P.M.E.P. Aides pédagogiques pour le cours élémentaire, Elem. Math IV.
- ERMEL : Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire :
 - cycle élémentaire, tome 1, 1ère partie, chapitre 3.
 - cycle moyen, tome 1, chapitre 1, partie A objectifs.

Suggestions d'activités

- ERMEL Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire :
 - cycle élémentaire, tome 1, 2ème partie, chapitre 3.
 - cycle moyen, tome 1, chapitre 1, partie B.
- NUFFIELD Problèmes séries orange, bleue, verte, violette, rouge Fichiers et livres du maître, O.C.D.L., (les séries sont dans l'ordre croissant de difficultés, la série verte convient bien au cours moyen, les violette et rouge au premier cycle).
- BANWELL/SAUNDERS/TANTA Points de départ CEDIC.
- E. CASTELNUOVO Mathématiques dans la réalité Traduit de l'italien par M. BARRE, CEDIC.
- M. HOCQUENGHEM Histoire des mathématiques pour les collèges CEDIC.
- I.R.E.M. de Poitiers Situations-Problèmes au Cycle Moyen, février 81.