UNE INTRODUCTION A LA PERSPECTIVE CAVALIÈRE EN CLASSE DE SIXIÈME
Observation didactique des premières activités

Paulette LAUR et Robert NOIRFALISE
IREM de Clermont-Ferrand

Un des paradoxes de l'enseignement de la géométrie, c'est qu'il est très important de faire de la géométrie de l'espace, et qu'en réalité, on en fait très peu.

G. VERGNAUD

Introduction

Si la représentation du pavé en perspective cavalière est une capacité exigible de l'actuel programme de 6ème, les manuels sont très peu explicites sur l'introduction de cette représentation codée des objets de l'espace. Certains se bornent à donner un dessin du pavé, disant que cette représentation est en «perspective cavalière». D'autres énoncent la conservation du parallélisme sur le dessin, règle admise sans que pour autant y soient associées des activités de découverte ou d'appropriation. La réduction sur les fuyantes (non obligatoire, mais usuelle) est rarement citée, et les conservations des alignements, ainsi que la proportionnalité des segments parallèles sont toujours absentes. Si ces dernières peuvent, en toute rigueur, se déduire de la conservation du parallélisme, c'est avec des outils mathématiques non accessibles en sixième. Elles ne sont pas évidentes pour des élèves de cette classe, et cependant, elles sont très utiles dès lors qu'il s'agit de dessiner un assemblage de cubes, ou de réduire et agrandir des solides donnés.

C'est pour faire fonctionner, et rendre explicites ces règles, qu'ont été proposés, dans une classe de 6ème[1] les exercices dont on trouvera la description ci-après, de façon que les élèves soient non seulement capables de dessiner un cube ou un pavé, mais aussi un assemblage de cubes, et que cette capacité ne soit pas seulement un savoir faire empirique peu stable, mais un savoir utilisable dans des situations plus complexes de la géométrie de l'espace (en 5ème, 4ème ou 3ème).

[1] Dans la classe de l'un des auteurs - P. Laur - les séquences décrites ont été réalisées sous sa conduite.

«petit x» n° 28 pp. 5 à 17, 1991-1992

Voici le déroulement prévu et réalisé des activités :

• transfert d'un dessin modèle sur un plan horizontal (table) ;

• débat pour dégager les règles de transformation du dessin ;

• transfert d'un dessin «modèle» sur un plan vertical «fuyant» (exercices des paravents) ;

• retour sur les règles ;

• d'autres séances de dessin en perspective de vrais objets en bois ont suivi ; elles ne sont pas relatées ici.

Alors que l'un des auteurs conduisait la classe où ont été proposées les activités ci-dessous, l'autre était en observation, circulant dans la classe et essayant de relever les stratégies utilisées par les élèves, les unes correctes, les autres erronées. On trouvera donc, ci-dessous, les activités proposées et les procédures, les conduites qu'elles ont engendrées chez les élèves. Nous essaierons, dans cette description, d'illustrer la pertinence de quelques concepts didactiques, comme ceux de *variable didactique*, du lien entre *théorème en acte* et procédures...

Nous verrons, en particulier, que le choix de paramètres, comme la forme de la figure, certaines données numériques, ne sont pas neutres et déterminent la mobilisation, chez les élèves, de telles règles plutôt que de telles autres, et consécutivement, d'une procédure appropriée ou non selon les élèves.

I. Transfert d'un dessin modèle sur un plan horizontal : une table

Les exercices 1, 2, 3, 4 et 5 décrits ci-après ont été donnés dans l'ordre aux élèves, avec le contrat suivant : les trois premiers sont obligatoires. Il fallait avoir fini le 1er pour avoir accès au 2ème etc.[2].

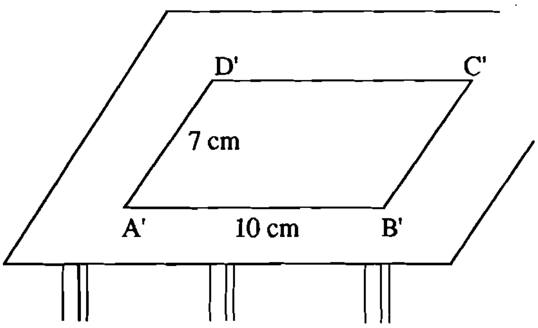
La première question de chaque exercice, reproduction du dessin à l'échelle 2, vise à améliorer la perception du modèle, de sa structure géométrique. C'est la deuxième question qui a fait l'objet d'observations. Le document élève ne portait ni lettre, ni cote. Nous les avons introduits pour faciliter l'exposé.

Exercice 1 : transfert du damier sur la table

1 - Reproduire ce damier à l'échelle 2

[2] Les exercices du damier, et les suivants, ont été empruntés, ou inspirés, d'un travail de l'IREM de Nancy

2 - Reproduire ce damier sur la table. J'ai dessiné le contour



Tous les élèves, sauf un, réalisent l'exercice en utilisant une procédure que l'on qualifiera de «proportionnalité». Ils utilisent, implicitement, le fait que l'image d'un segment est un segment et que si M est un point d'un segment AB, tel que $\frac{AM}{AB} = K$ alors les points images A', B', M', sur le dessin en perspective vérifient $\frac{A'M'}{A'B'} = K$. Nous avons, ici, l'exemple de ce que G. Vergnaud appelle «un théorème en acte». Les élèves n'ont pas conscience d'utiliser ces théorèmes, mais ils les utilisent *dans l'action,* d'où l'usage de la terminologie «en acte». Par ailleurs, les propositions utilisées ont un caractère de vérité, et donc fonctionnent, au moins localement dans l'exercice, comme des théorèmes. On verra, plus loin, l'exemple d'un théorème en acte faux. L'usage en acte de ces propriétés apparaît quand les élèves divisent en 10 segments égaux les segments A'B' et C'D' et tracent alors les images des segments «verticaux» du damier, et aussi surtout lorsqu'ils font de même avec les segments A'C' et B'D' pour tracer les images des segments horizontaux.

Remarquons que la procédure de proportionnalité est justifiée dans le cas d'un dessin en perspective cavalière : elle aurait été erronée dans le cas d'un dessin en perspective conique (la règle de proportionnalité étant alors fausse sur les fuyantes).

Il est donc à noter, que cet exercice mobilise, chez presque tous les élèves de cette classe, une représentation de la tâche faisant apparaître, spontanément, dans l'action, une règle «correcte» du dessin en perspective cavalière.

Quelques élèves utilisent bien la procédure décrite ci-dessus, mais des maladresses de report ou de mesurage font que la dixième rangées est plus petite. Il y a là une erreur ne remettant pas en cause les théorèmes en acte mobilisés, ni même la procédure en tant que telle, mais son exécution : les élèves constatent, bien volontiers, leur manque de précision et refont l'exercice avec la même procédure, mais en prenant soin de la mettre en œuvre plus correctement.

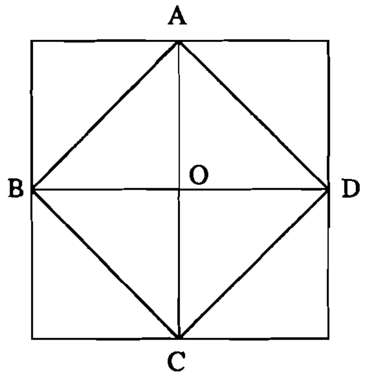
Une élève, une seule, a été en difficulté : elle a bien tracé les images des segments «verticaux» en divisant A'B' en 10. Puis, elle a tracé des points équidistants de 1 cm sur A'D' et sur B'C', se retrouvant alors avec 7 lignes sur le damier image au lieu de 10.

On peut supposer qu'elle a utilisé, pour piloter cette procédure, un théorème en acte (faux celui-là) du type : «si 2 segments sont égaux sur le modèle, alors leurs images sont aussi des segments égaux». Les «petits» segments sur A'B' font 1 cm, elle en a déduit que les «petits» segments sur A'D' font aussi 1 cm.

Cette élève n'est pas restée en situation de difficulté longtemps : après lui avoir fait remarquer qu'elle n'avait que 7 lignes, elle s'est trouvée devant une contradiction (conservation du nombre de lignes) qu'elle a levée en utilisant elle aussi la procédure de proportionnalité.

Exercice n° 2

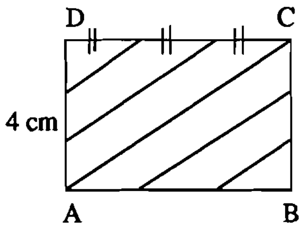
Même exercice que le précédent avec la figure de départ suivante :



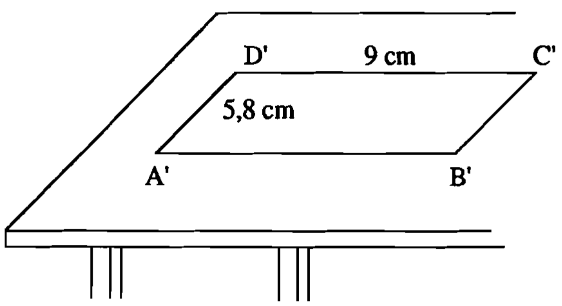
L'exécution du dessin en perspective ne semble pas avoir posé de problème : les élèves utilisent le fait que l'image du milieu d'un segment est le milieu de l'image du segment (cas particulier de la proportionnalité) toujours alliée au fait que l'image d'un segment est un segment.

Toutefois, un élève a manifesté de l'étonnement en voyant que l'image du carré ABCD n'était plus un carré : il a pensé un moment que ce qu'il avait fait était faux. Cet élève a donc, dans cet exercice, mobilisé une procédure correcte, mais il mobilise également, *en contrôle* de son activité un théorème «en acte» faux du type : «l'image du carré est un carré».

Exercice n° 3 : transfert de parallèles



1 - Reproduire ce dessin à l'échelle 2
2 - Reproduire ce dessin posé sur la table. J'ai dessiné le contour

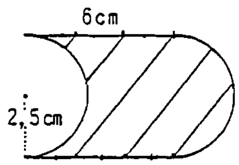


Cet exercice avait été conçu pour que les élèves utilisent en acte, la conservation du parallélisme. En particulier, les dimensions, 4 cm pour la mesure de AD, 8 cm en longueur du côté du dessin à l'échelle 2, et les 5,8 cm dans le cas du dessin sur la table ont été choisis volontairement «non divisibles» par 3. On espérait ainsi que les élèves n'utiliseraient pas la procédure de proportionnalité. Il n'en a rien été. Les élèves ont utilisé cette procédure : ils ont arrondi pour les mesures non divisibles par 3.

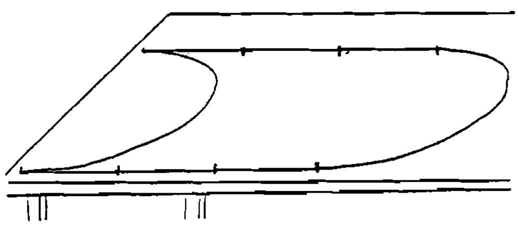
Cet exercice, destiné donc à faire apparaître la conservation du parallélisme dans le dessin en perspective, n'a pas fonctionné correctement par rapport à l'objectif visé.

Nous proposons l'exercice suivant, modifié du précédent ; toujours avec l'espoir de voir apparaître une procédure de tracé de parallèles, ce qui implique, bien sûr, l'usage de la conservation du parallélisme.

Exercice n° 3'



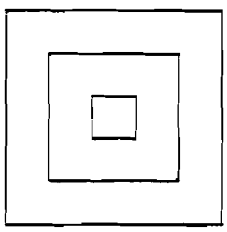
1 - Reproduire ce dessin à l'échelle 2
2 - Reproduire ce dessin posé sur la table

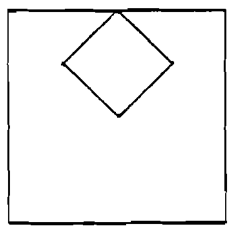


Si la modification du contour ne permet plus d'utiliser la division par 3, cette figure est cependant un peu compliquée et l'exercice satisfaisant reste à trouver.

Cet exercice montre qu'il convient de jouer sur des variables de situation (variable didactique) pour commander l'activation de théorèmes pertinents ou intéressants.

Exercices 4 et 5





Ces exercices n'ont été faits que par les plus rapides. Les élèves ont utilisés correctement des prolongements des droites (AB), (AC), (DE), (DF) avec un théorème en acte du type : «*si un point* M *est l'intersection de* 2 *segments* D_1 *et* D_2, *alors* M' *son image est l'intersection des images* D'_1 *et* D'_2». Il en découle une procédure qui, alliée à la procédure de proportionnalité, permet de régler le problème.

II. Phase d'institutionnalisation sous forme de débat scientifique

Après la première phase d'activités, il convenait d'énoncer «les règles de la perspective cavalière» à retenir, *d'institutionnaliser* le savoir pour reprendre une expression de G. Brousseau. En effet, si les élèves ont su, parfois après corrections d'erreurs, utiliser des propriétés vraies de la perspective, ils l'ont souvent fait de façon implicite ; il convient donc de formuler, explicitement, les règles formant le cours ou une partie du cours.

Pour ce faire nous avons tenté d'utiliser le principe du «débat scientifique» proposé par Marc Legrand : l'enseignant, ou les élèves, énoncent des propositions et la classe est invitée à débattre et à prendre position sur le caractère de vérité de ces propositions.

C'est ainsi que, à propos du premier exercice[3], par examen des cases du damier, les élèves ont été d'accord sur le fait que «des cases égales, superposables sur le modèle ont des images superposables sur le dessin». Cette propriété, spécifique de la perspective du damier, a été utile pour contrôler certains tracés imprécis et donnant des résultats inexacts.

Le professeur énonce alors, à propos de l'exercice n° 2, la proposition suivante :
«8 triangles superposables sur le modèle donnent 8 triangles superposables sur le dessin sur la table».

Les élèves votent à l'unanimité que l'énoncé est faux. Cependant, les argumentations proposées ne manquent pas de surprendre : c'est ainsi que pour un élève : «c'est faux, car les triangles ne sont plus isocèles» et cet élève de montrer au rétroprojecteur que le triangle A'B'O' n'est plus isocèle.

Le débat, les imprécisions des arguments conduisent le professeur à clarifier quelques règles de base du tracé en perspective cavalière.

En effet, c'est en imposant le contour du dessin que l'on impose un tracé dans cette perspective, (d'autres types de contour auraient conduit à d'autres types de perspectives), qui transforme ainsi des triangles isocèles en triangles non isocèles. Le professeur est amené à énoncer les deux règles suivantes qui ont servi aux tracés des contours :

$\mathbf{R_0}$: un carré, un rectangle devient un parallélogramme.

$\mathbf{R_1}$: les longueurs sur les fuyantes sont réduites.

---

[3] Les figures sont rétroprojetées au tableau avec des solutions proposées par les élèves. Chacun peut aller au tableau montrer des éléments de la figure pour argumenter sa position.

Les élèves se souviennent avoir rencontré ces règles en E.M.T. avec un coefficient de réduction de 1/3.

Après avoir introduit $\mathbf{R_0}$ et $\mathbf{R_1}$, les explications de vote n'étant toujours pas très satisfaisantes à ses yeux, le professeur propose alors au débat la proposition suivante :

$\mathbf{P_1}$: *Des segments de même longueur sur le modèle donnent des segments de même longueur sur le dessin horizontal.*

Résultats du vote

Enoncé vrai	7
Faux	5
Je ne sais pas	1

9 élèves n'ont pas voté car pour eux *cet énoncé est à la fois vrai et faux.*

«C'est vrai et faux, car on peut trouver des segments tels que cela soit vrai et des segments tels que cela soit faux».

Le débat est animé : les questions, les réponses fusent de tous les côtés :

«C'est tous les segments ou quelques-uns ?».

«Si c'est tous, c'est faux !».

«Si c'est quelques-uns c'est vrai».

«Des, c'est certain, parce qu'autrement ça serait les».

Intéressant, fatigant ! L'enseignant a du mal à gouverner son bateau poussé par vent de force 8. (Les interactions, centrées sur le sujet du débat, sont nombreuses et vont vites).

Cependant, de nouvelles propositions sont soumises au vote.

$\mathbf{P_2}$: *Certains segments égaux sur le modèle deviennent égaux sur le dessin.*

Vrai	19
Faux	0
?	3
Vrai et faux	0

$\mathbf{P_3}$: *Tous les segments égaux sur le modèle deviennent égaux sur le dessin.*

Vrai	2
Faux	19
?	1
Vrai et faux	0

Ces réflexions montrent que, en situation, les élèves seraient prêts à débattre sur l'usage de quantificateurs.

La classe arrive à un accord sur le fait que «quelques segments égaux sur le modèle restent égaux sur le dessin». Un examen des dessins montre que ce sont les segments parallèles, ce qui amènera l'institutionnalisation de la règle :

$\mathbf{R_2}$: Tous les segments parallèles et de même longueur sur le modèle se dessinent parallèles et de même longueur sur le plan horizontal.

L'observation des dessins conduit à la règle :

R_3 : Toutes les droites parallèles sur le modèle se dessinent parallèles sur le dessin.

Nous conclurons cette partie par quelques remarques sur la méthode du débat scientifique proposé par Marc Legrand, car si elle est intéressante, elle n'est pas sans difficulté.

- Elle est intéressante car elle permet aux élèves de défendre des positions éventuellement contradictoires et surtout de débattre en termes de vérité ou de fausseté s'appliquant à des propositions. Ici, il est intéressant de constater que des formulations ambiguës ne permettent pas de conclure : cela pourrait ainsi débuter un travail plus systématique sur la formulation d'énoncés.

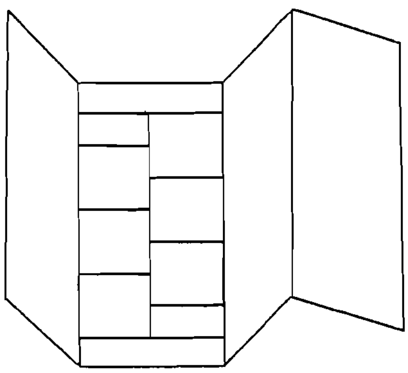
- Elle est difficile car *le choix des propositions à suggérer au débat* semble primordial pour l'intérêt de celui-ci et il n'est pas aisé de retenir, sans les déformer, les propositions des élèves et d'opérer un choix pertinent parmi l'ensemble des formulations proposées. Elle est aussi difficile car les arguments fusent, avec la maladresse de formulation, et il n'est pas simple de ralentir le rythme des interactions : (on a plus l'impression de rouler en TGV que d'être dans un omnibus). Ceci justifie cette impression de l'enseignant d'être à la barre d'un voilier par un temps de force 8 : c'est la classe qui pilote et l'enseignant tente de suivre.

III. Transfert d'un modèle sur un plan vertical «fuyant» : les paravents

Le principe des exercices suivants est toujours le même : sur un dessin représentant un paravent, un panneau vu de face est décoré : il est demandé aux élèves de reproduire le décor sur les panneaux vus en obliques. Les exercices n° 6, 7, 8 et 9 sont donnés dans l'ordre, les trois premiers sont obligatoires, le dernier facultatif, pour les élèves les plus rapides.

Exercice n° 6

Voici un paravent. Tous les panneaux sont décorés de façon identique. Compléter leur décoration.



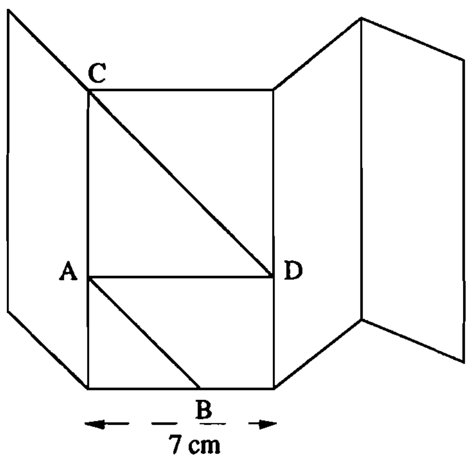
Pour réaliser cet exercice, beaucoup d'élèves ont utilisé les théorèmes en acte suivants :

- L'image d'un segment est un segment (donc pour tracer l'image d'un segment, il suffit de déterminer les images des extrémités).
- Conservation des distances sur les «verticales». Ceci permet de placer beaucoup de points.
- Conservation du milieu.

L'usage de ces théorèmes en acte et des procédures en découlant conduisent les élèves les utilisant à un résultat rapide.

D'autres élèves se sont servi des procédures utilisant le parallélisme pour tracer les segments du décor parallèles au bord du panneau. Parmi ceux-ci, quelques-uns ont appliqué aussi *une conservation des distances sur les obliques*. (Ces mêmes élèves n'avaient pas eu de difficulté par rapport à la réduction des fuyantes dans la première gamme d'exercices).

Exercice n° 7



Le tracé du segment oblique AB a posé des problèmes à beaucoup.

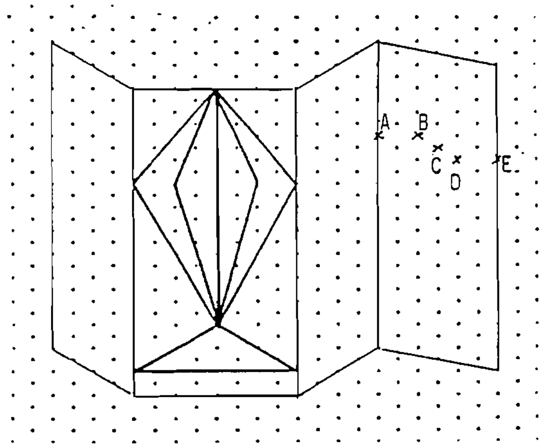
Il est à noter ici que peu ont pensé à utiliser systématiquement la procédure de proportionnalité : peut-être que celle-ci, dans cet exercice, était perçue comme trop coûteuse à appliquer. Beaucoup, en revanche, ont tenté d'utiliser le parallélisme entre AB et CD, mais pas toujours heureusement.

C'est ainsi que souvent les élèves ont prolongé le segment CD pour avoir une des images de AB : peut-être l'usage d'un théorème en acte du type «les images de deux segments parallèles sont des segments parallèles aux deux premiers».

Face à la difficulté rencontrée (à vue d'œil, en contrôle, l'usage de la procédure précédente n'est pas satisfaisante), les élèves ont imaginé des procédures originales : c'est ainsi que l'un remarquant que AB est bissectrice, a tenté d'utiliser «une conservation des bissectrices» qui, bien sûr, n'a pas marché.

Un autre a imaginé prolonger l'oblique AB de façon à obtenir un point sur la verticale du paravent, mais prolonge les autres panneaux du paravent de telle sorte que les bases prolongées soient alignées.

Exercice n° 8



Le papier pointé triangulaire, qui permet d'éviter certaines mesures, a cependant davantage brouillé la perception des élèves plutôt que l'inverse. C'est ainsi que l'on trouve des non-alignements d'images de points alignés (ce qu'on n'avait jamais observé jusqu'alors), des non-conservations de distance sur des segments verticaux ! On peut penser qu'un théorème en acte faux, du type suivant a joué : «l'image d'un point A sur le papier pointé a pour image nécessairement un point du papier pointé».

Débat

De la même façon qu'après la première série d'exercices, un temps a été consacré à débattre sur les propositions, et à institutionnaliser quelques règles.

Le débat a permis de revoir des règles applicables aussi au dessin sur un plan vertical fuyant : $\mathbf{R_0}$, $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$. Ces règles sont énoncées par les élèves facilement.

De plus, l'exercice n° 8 et l'analyse des erreurs commises a permis d'énoncer la règle de conservation des alignements.

$\mathbf{R_4}$: les points alignés sur le modèle restent alignés sur le dessin en perspective.

L'analyse de l'exercice n° 7 a permis de repérer une règle en négatif :

$\mathbf{R_5}$: la bissectrice d'un angle sur le modèle, n'est pas toujours la bissectrice de l'angle sur le dessin en perspective.

Cette règle n'a pas été écartée bien qu'en mathématiques il soit peu orthodoxe d'énoncer des propositions en négatif. Il est à noter, toutefois, que ce type de règles n'est pas inutile : elles permettent de savoir ce qu'il ne faut pas faire et ainsi sont sûrement utiles pour le contrôle de l'usage de certaines procédures.

Débattre deux fois des mêmes règles pourrait paraître inutile : il apparaît, cependant, que le transfert de règles vues pour un plan horizontal fuyant à un plan vertical fuyant ne va pas de soi pour un élève de 6ème. Enoncer deux fois les règles permet de mieux en spécifier les conditions d'application.

IV. Commentaires

Le déroulement de cette activité introductive à la représentation en perspective de solides et son observation, nous conduisent à dégager les remarques suivantes.

Dans la détermination d'une activité à proposer aux élèves, il y a un certain nombre de variables (qu'on appelle *variables didactiques*) pouvant paraître a priori négligeable et, cependant, dont l'affectation de valeur entraîne, chez les élèves, le choix d'une procédure plutôt qu'une autre. C'est ainsi que dans l'exercice n° 7, le choix d'un rapport 5/7 de proportionnalité est pertinent pour bloquer une procédure basée sur la proportionnalité et appeler une procédure liée au parallélisme.

En revanche, le choix de rapport de proportionnalité dans l'exercice n° 3 n'a pas pour autant empêché les élèves d'utiliser une telle procédure de proportionnalité. Cela invite à modifier le contour du dessin à reproduire de telle sorte que cela oblige les élèves à recourir à des tracés de parallèles.

On le voit donc, rapport de proportionnalité, type de contour, peuvent prendre des valeurs distinctes. Le choix de valeurs à affecter à ces variables dépend donc des procédures que l'enseignant voudrait voir utiliser.

Le choix, dans l'exercice n° 8, de papier pointé au lieu de papier blanc entraîne, certes, des difficultés chez les élèves, mais permet de mettre en évidence une règle intéressante, celle de l'alignement des points, images de points alignés, qui allait de soi avec le papier blanc.

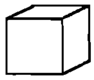
L'intérêt de jouer sur des valeurs de *variables didactiques* est donc que celles-ci déterminent le choix, par les élèves, de procédures, mais il convient de noter que cela est intéressant car ces procédures sont liées à l'utilisation *en acte* de propriétés, de relations, relativement à la situation. C'est ainsi que la procédure de la proportionnalité est liée à l'utilisation en acte de la conservation du rapport de proportionnalité ; ou encore qu'une procédure liée au parallélisme est liée à l'utilisation de la conservation du parallélisme. Procédures et théorèmes en acte, vrais ou faux, sont donc étroitement liés ; il est possible d'activer ou d'inhiber ceux-ci par le jeu des variables didactiques. Ce sont quelques-uns de ces théorèmes qui sont l'objet *d'explicitation* dans des phases d'institutionnalisation du savoir mis en œuvre.

Pour déterminer une activité, on peut alors, partant des *propriétés* constituant le savoir à transmettre, examiner les procédures liées à ces propriétés, et à partir de là, construire une situation mobilisant ces procédures.

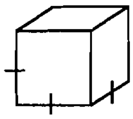
L'usage en acte, dans une situation donnée, d'un théorème de façon correcte n'implique pas, même après institutionnalisation, l'usage correct de ce même théorème dans une autre situation. C'est ainsi que, dans la première série d'exercices, quasiment tous les élèves ont utilisé, sans problème, la réduction des distances sur les fuyantes. Cependant, on trouve, dans la deuxième gamme d'exercices, quelques-uns de ces élèves qui utilisent de façon erronée une conservation de distance sur des fuyantes.

Relativement à cela, on peut aussi citer les résultats de l'exercice suivant qui a été proposé à la classe dans une séquence ultérieure et qui ne fait pas l'objet du présent article.

On proposait aux élèves le dessin d'un cube unité :



Voici le dessin en perspective
du cube unité cm^3



Quelles sont les dimensions
du cube ci-contre ?

Certains élèves prennent leur règle et répondent : c'est un cube de dimensions 2 ; 2 et 1,7 cm ! Là encore, on rencontre des élèves qui auparavant n'appliquaient pas la conservation des distances et qui, ici, l'appliquent en acte dans ce nouvel exercice.

On peut en déduire qu'il convient d'être attentif à la variété des situations mettant en jeu des théorèmes et des procédures : il n'y a pas transfert d'apprentissage de l'une à l'autre.

L'exercice n° 8 illustre cela également : dans les exercices précédents, les élèves avaient toujours respecté la conservation des alignements. L'introduction de points sur le papier, nouvelle situation, perturbe cette conservation.

Conclusion

Signalons tout d'abord que les activités décrites ne couvrent pas le programme «ESPACE» de 6ème. Nous avons également proposé aux élèves des activités de représentation en perspective cavalière de vrais objets en bois, mais aussi des dessins de patron, des activités calculatoires (calcul d'aire, de volume, longueur de ficelle sur un solide). Nous avons aussi utilisé le logiciel de l'IREM de Poitiers «Géométrie dans l'espace : parallélépipède rectangle», une demi-classe travaillant sur le nanoréseau du collège, pendant que l'autre moitié travaillait par écrit avec permutation des groupes l'heure suivante.

Ainsi, la géométrie dans l'espace peut tenir une place tout à fait honorable dans le programme, elle peut, en particulier ne pas se traiter uniquement en fin d'année, et les tracés en perspective cavalière constituent une véritable activité de nature mathématique. Assurant le passage de la vision d'objets dans l'espace à leur représentation plane et inversement, il nous semble important, conformément aux programmes, d'entraîner nos élèves dès la sixième à son utilisation et en ce sens, elle nous semble occuper trop peu de place dans beaucoup de manuels.

Bibliographie

M. ARTIGUE, 1990, Ingénierie didactique, *in RDM, Vol. 9/3, pp. 281-308.*

M. ARTIGUE et R. DOUADY, 1986, La didactique des mathématiques en France, *in RFP n° 76, pp. 69-88.*

F. BONAFE, 1986, Représentation d'un objet de l'espace : la construction d'un problème, *petit x n° 11, pp. 37-64.*

IREM de Clermont-Ferrand (coll), 1987, L'espace 6ème-5ème, *Ed. IREM de Clermont-Ferrand.*

IREM de Lorraine : fiches IREM n° 2 : Géométrie dans l'espace (1987) ; fiches IREM n° 5 : Dessiner l'espace - livre du maître (1988).

IREM de Poitiers, Logiciel de géométrie dans l'espace ; «le parallélépipède rectangle», *IREM de Poitiers.*

M. LEGRAND, 1989, Atelier circuit ; initialisation dans la classe de mathématiques de la distinction entre différents types de rationalité. *Annales de la cinquième école d'été de didactique des mathématiques.*

M. LEGRAND, 1990, Rationalité et démonstration mathématique, *in RDM Vol. 9/3, pp. 365-406.*

G. VERGNAUD, 1981, *L'enfant, la mathématique et la réalité,* Ed. Peter Lang.