L'article qui suit et l'article **"Courses chronométrées"** paru dans le n° 24 reprennent le thème de la proportionnalité. Ils sont des exemples de liaison entre les activités sportives et mathématiques à l'école primaire.

Alors que **"Courses chronométrées"** permet la mise en place de la notion de proportionnalité tout en mettant l'accent sur le symbolisme **"Qui court le plus vite"**, exemple de situation de problème, utilise la notion tout en visant de nouvelles acquisitions comme la représentation graphique.

QUI COURT LE PLUS VITE

(I.R.E.M. de LYON – Ecole Normale de BOURG
Groupe "Liaison Math - Eveil"
Roland CHARNAY – Mathématique
Jean-Claude BLANC – Physique
Bernadette BRAZIER – Institutrice CM 2)

Ce document retrace les activités conduites dans une classe de CM 2, pendant une dizaine de séances. A travers ce travail, de nombreux objectifs du programme de mathématique de cette classe ont pu être abordés : fonctions numériques, linéarité, représentations graphiques, manipulation des nombres naturels, décimaux et "sexagésimaux", mise en relation de deux grandeurs (espace - temps), vitesse, vitesse moyenne (avec le caractère "théorique" de celle-ci) ; . . . . .

Cette démarche a permis également :

– d'utiliser des outils mathématiques déjà étudiés et d'en contrôler la disponibilité,

– de mettre en évidence et d'étudier de nouvelles notions mathématiques (notamment la notion de linéarité).

Peut-on ajouter que l'intérêt porté par les enfants à ce travail a été notre plus grande satisfaction !

TEST PRELIMINAIRE

Les trois questions suivantes ont été soumises à chaque enfant :

1 – Pour courir un 100 m :

	a mis	
Alain	20 s	
Olivier	22 s	
Franck	19 s	
J. Philippe	21 s	Qui a couru le plus vite ?
Corinne	19 s	
Murielle	23 s	
Nathalie	25 s	

2 – En 14 s :

	a couru	
Magali	65 m	
Florent	72 m	
Christine	58 m	
Sophie	70 m	Qui a couru le plus vite ?
Philippe	63 m	
Laurent	74 m	
Brigitte	69 m	

3 –

	a couru	a mis	
Nathalie	300 m	1 mn 35 s	
Valérie	600 m	2 mn 40 s	
Catherine	430 m	2 mn	
Eliane	200 m	55 s	Qui a couru le plus vite ?
Jean-Paul	550 m	2 mn 15 s	
Laurent	500 m	1 mn 55 s	
Alain	1000 m	3 mn 05 s	

Les deux premières questions ont donné lieu à des réponses généralement bonnes.

Par contre, aucun enfant n'a répondu correctement à la 3ème question. Certains ont choisi l'enfant qui a parcouru la plus grande distance, d'autres celui qui a couru le moins longtemps.

DEPART DU TRAVAIL.

Les enfants sont invités à parler de ce qu'ils ont fait en éducation physique les jours précédents.

"Vous avez couru. Je voudrais savoir qui court le plus vite dans la classe".

→ Brigitte ..... Franck .....

Pourquoi ?

Toutes les "affirmations" des enfants sont notées au tableau :

- C'est celui qui arrive le premier.
- C'est celui qui est le plus grand.
- Ce sont les garçons qui courent le plus vite.
- C'est celui qui a le plus de souffle.
- C'est celui qui est le plus entraîné.
- Ce sont ceux qui font du sport en dehors de l'école.
- C'est celui qui a le plus de résistance.
- C'est celui qui a les plus grandes jambes.
- C'est celui qui est le moins lourd.

....

Retour sur les différentes propositions. Discussion. Difficultés.

On ne peut pas affirmer → Comment faire pour répondre à la question posée "Qui court le plus vite ?" et en même temps voir dans les propositions ci-dessus celles que l'on peut retenir.

Une fillette propose de faire des expériences dans la cour.

* Par groupe, on cherche à définir ces expériences en précisant :

– ce que l'on pourrait faire
– comment le réaliser
– avec quel matériel.

* Les idées sont ensuite mises en commun :

– il faut parcourir une certaine distance et mesurer le temps de chacun

– il faut que chacun courre dans les mêmes conditions (vêtements, chaussures, ...)

– il faut que chaque groupe possède un décamètre, un chronomètre et une fiche pour relever les résultats.

* On discute sur la distance à parcourir et les propositions sont variées : 20 m, plus de 100 m, 80 m, ...

Un élève remarque que la course aura lieu dans la cour et qu'il faut donc tenir compte de sa longueur (que certains évaluent jusqu'à 250 m !). On la mesure : 50 m. La distance à parcourir est alors fixée à 40 m. Les enfants n'ont aucune idée du temps nécessaire pour la parcourir.

* A la fin, un élève propose une autre expérience : fixer le temps et mesurer la distance parcourue par chacun pendant ce temps. L'expérience est retenue.

EXPERIENCES

On cherche à s'organiser dès le début pour les deux expériences :

– distance fixée, on évalue le temps

– temps fixé, on évalue la distance (un groupe choisit de fixer le temps à 12 s, un autre à 15 s).

Pour la distance, on marque un repère tous les 10 m (pour la 2ème expérience, on évite ainsi de mesurer chaque fois depuis le départ).

Pour le temps, il faut apprendre à manier le chronomètre et à le lire (une graduation équivaut à deux dixièmes de seconde).

Autres difficultés :

– un enfant pour donner le départ, un autre pour chronométrer, un troisième pour noter les résultats.

– pour la 2ème expérience, les enfants se disposent tout au long du parcours pour pouvoir préciser la position du coureur au bout de 12 s ou de 15 s.

Remarques :

– L'organisation mise au point par les enfants au cours de la séance précédente, a été précisée par eux sur le terrain.

– La présence des normaliennes a été très précieuse !

EXPLOITATION DE LA PREMIERE EXPERIENCE.

On rappelle :

– les conditions de l'expérience (distance fixée à 40 m)

– les causes d'erreurs (déclenchement et arrêt du chrono, départ de l'enfant, mesure de la distance, ...).

Chaque groupe d'enfants reçoit la fiche de résultats :

I Noms	Temps	II Noms	Temps
Catherine Guigue	8"	Philippe Ducret	8" 4
Eliane Nallet	7" 3	Nathalie Durand	7" 3
Laurence Perrin	7" 6	M. Capelli	6" 8
J. Philippe Belgy	6" 6	Christine Boulanger	7" 2
Murielle Brazier	8"	Magali Garçon	6" 6
Corinne Etienne-Martin	7" 3	Nathalie Curtil	7"
III Noms	**Temps**	**IV Noms**	**Temps**
Brigitte Karsia	6" 4	Alain Innocenti	7" 8
Florent Stora	7" 7	M. Noëlle Merlin	7"
Olivier Martin	7" 2	Franck Martin	6" 8
Nathalie Donnard	7" 6	Valérie Hullein	7" 8
Nathalie Boutry	7" 8	Laurent Touroucooli	7" 6
Laurent Brunaud	7" 2	J. Paul Nallet	7" 3

Rangement des élèves (du plus rapide au moins rapide).

– Les enfants n'ont pas de difficulté à voir qu'il revient au même de ranger les concurrents suivant "les temps croissants".

– La présence d'ex-aequo conduit à dresser le tableau de répartition suivant :

temps (en s)	nombre d'enfants
6,4	1
6,6	2
6,8	2
7	2
7,2	3
7,3	4
7,6	3
7,7	1
7,8	3
8	2
8,4	1

– Les remarques suivantes sont formulées :

- 7,3 s est le temps qui correspond au plus grand nombre d'enfants.
- Il y a autant d'enfants (10) qui ont mis moins de 7,3 s que d'enfants qui ont mis plus de 7,3 s.
- Le mot "moyenne" est prononcé par certains.

Ces remarques auraient pu être exploitées et nous conduire à préciser quelques moyens de représentations et quelques notions de statistiques. Cette piste n'a pas été retenue ici (au moins pour les notions).

Représentations

On demande alors aux élèves de dessiner, de faire un schéma, un graphique .... pour traduire ces résultats. Sur notre réalisation, nous devons bien voir qu'à 6"4, par exemple, il n'y a qu'un élève, qu'à 7"3 il y en a 4, ... (recherche de modes de représentations).

Les élèves, par groupes de quatre, disposent d'une grande feuille de dessin à carreaux. On les laisse "faire".

– Voici quelques exemples de représentations proposées :

(1)

...... a mis	6,4	6,6	6,8	7	7,2	7,3	7,6	7,7	7,8	8	8,4
C. Guigue										×	
E. Nallet						×					
L. Perrin							×				

Dans un groupe, le même type de représentation est choisi, mais les enfants sont donnés du plus rapide au moins rapide.

(2)

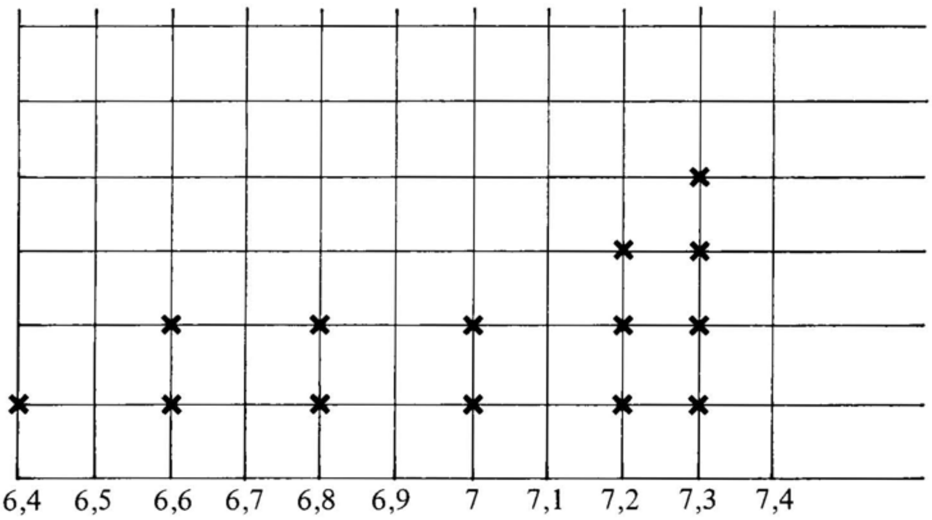
6,4	B.K.			
6,6	J.P. B.	M.G.		
6,8	M.C.	F.M.		
.....	.....	.....		

(3)

1		2		2		2		3	4	.....
6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7	7,1	7,2	7,3	......

Ici, les enfants ont représenté tous les temps de dixième en dixième.

(4)



Lorsque tout ce travail est terminé, tous les élèves sont groupés devant le tableau noir et un élève de chaque groupe affiche la réalisation tout en donnant des explications, ou en répondant aux questions des autres.

Analyse des différentes réalisations : ce qu'apporte telle ou telle représentation (réponses aux questions : Combien d'enfants ont fait tel temps ? – Qui a fait tel temps ?).

Quelles sont celles qui paraissent les plus intéressantes, qui répondent le mieux au problème posé ?

Quelles sont celles qui n'apportent rien de nouveau par rapport à la fiche polycopiée ?

Classer les représentations (mettre ensemble celles qui sont semblables).

EXPLOITATION DE LA DEUXIEME EXPERIENCE

Temps : 15 s		Temps : 12 s	
Noms	Distance parcourue en m	Noms	Distance parcourue en m
Catherine Guigue	63,65	Alain Innocenti	
Eliane Nallet	76,30	M. Noël Merlin	59,45
Laurence Perrin	63,05	Franck Martin	62,70
J. Philippe Belgy	80,60	Valérie Hullein	63,40
Murielle Brazier	69,30	Laurent Touroucoou	60,30
Corinne Etienne-Martin	72,50	J. Paul Nallet	57,15
Philippe Ducret	71,50	Brigitte Karsia	70,45
Nathalie Durand	74	Florent Stora	57,90
Muriel Capelli	82,50	Olivier Martin	65,90
Christine Boulanger	68,30	Nathalie Donnard	64,10
Magali Garçon	68,40	Nathalie Boutry	53,25
Nathalie Curtil	75,50	Laurent Brunaud	59,25

Il est facile de ranger les enfants de chaque liste du plus rapide au moins rapide. Mais comment comparer tous les enfants de la classe ? On trouve que c'est possible pour certains en regardant les résultats. Mais pour les autres ?

La maîtresse demande aux enfants, par groupes de quatre, de trouver un "procédé" pour pouvoir effectuer ce rangement.

Après des discussions entre les enfants de chaque groupe ou avec la maîtresse, des solutions s'esquissent (pas toujours faciles à mettre en œuvre) dans trois directions :

* Ramener tout le monde à 15 secondes (ajouter la distance parcourue en 3 s par les enfants du 2ème groupe)

– "il faut ajouter 3 m !"

– "mais on ne parcourt peut-être pas 3 m en 3 s"

– "pour trouver la distance parcourue en 3 s, il faut diviser la distance parcourue en 12 s par 3" (cette idée sera difficilement abandonnée au profit de la division par 4).

* Ramener tout le monde à 1 seconde.

* Ramener tout le monde à 3 secondes (car 15 et 12 sont multiples de 3).

La mise en œuvre des 2ème et 3ème solutions présentera les mêmes difficultés que celles de la 1ère solution (pourquoi diviser ? "par 1", "par 3", . . .) nécessitant l'intervention de la maîtresse.

Il faut noter que cette recherche constitue le premier contact avec le concept de linéarité, et remarquer que les enfants ne sont pas gênés par la situation (qui n'est en fait pas linéaire !), mais bien par le concept lui-même.

– Chaque groupe s'organise pour effectuer les calculs nécessaires (faute d'une calculatrice, il nous sera impossible de tous les contrôler !) et proposer son rangement des élèves.

– La mise en commun provoquera d'autres remarques :

* On aurait pu ramener tout le monde à 12 secondes.

* On aurait pu chercher pour chacun la distance parcourue en 60 secondes (ou 1 mn) car 60 est à la fois multiple de 15 et de 12.

* On n'arrive pas au même rangement selon les méthodes utilisées.

L'exploitation n'a pu être menée à son terme, à cause des erreurs de calcul. Il aurait été intéressant de se demander pourquoi on obtenait le même rangement avec les 2ème et 3ème méthodes (se ramener à 1 s ou à 3 s) et un rangement différent pour la 1ère méthode (se ramener à 15 s) !

A PROPOS DE LINEARITE.

Il s'agit d'une séance de travail "théorique". Dans la séance précédente, les enfants ont utilisé implicitement certaines propriétés de la linéarité qu'on se propose maintenant d'expliciter.

Il est à noter que les enfants vont supposer spontanément que la situation est linéaire. C'est seulement à la fin de cette séance qu'un enfant va réagir, motivant une nouvelle expérience ...

"Nous avons vu, dans le travail précédent, que Nathalie a parcouru 15 m en 3 s."

Calcul mental (La Martinière)

– Quelle distance aurait-elle parcourue en 9", en 1", en 4", en 12", ... ?

– Quel temps aurait-elle mis pour parcourir 30 m, 60 m, 20 m, ... ?

Les procédés sont multiples, chacun expliquant sa méthode.

Tableau à compléter (individuellement).

Si elle met en s.	3	6	7	4	9	12			18	
elle parcourt en m	15						60	40		75

Là encore, les propriétés de la linéarité sont utilisées implicitement. Il faut noter que peu d'enfants utilisent "l'opérateur" (distance parcourue en 1 s).

Remarques.

Les enfants sont invités à formuler par écrit, individuellement ou par deux, des remarques sur le tableau complété.

Ce travail est très riche, les remarques foisonnent, codées de différentes manières. Il est d'ailleurs intéressant, au niveau de la mise en commun, de voir les enfants reconnaître leurs propres remarques codées différemment ... ou ne pas les reconnaître !

Les remarques suivantes sont ainsi faites :

(1) découvertes des opérateurs $\xrightarrow{\times 5}$ $\xrightarrow{:5}$

(2) tous les nombres de la 2ème ligne sont des multiples de 5.

(3)

X 4 X 3

3	6	7	4	9	12	...
15	30	35	20	45	60	...

X 4 X 3

Les enfants ne parviennent pas à une formulation orale correcte.

(4)

−

3	6	7	4	9	12	...
15	30	35	20	45	60	...

−

noté aussi $9 - 6 = 3$, $45 - 30 = 15$

(5)

+

3	6	7	4	9	...
15	30	35	20	45	...

+

(6)

+ 1

+ 1

3	6	7	4	9	...
15	30	35	20	45	...

+ 5

+ 5

Cette remarque concernant la multiplication des écarts n'a pas été formulée pour d'autres écarts que 1 sur la 1e ligne.

(7)

: 2

3	6	7	4	9	
15	30	35	20	45	

: 2

N.B. – Une séance de travail systématique sur ces propriétés sera faite le lendemain.

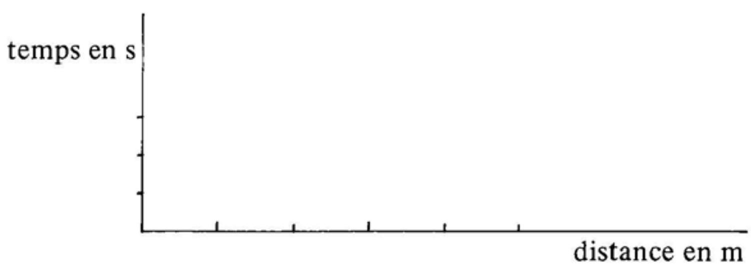
Représentation graphique.

* La maîtresse propose le travail suivant :

"Dans ce tableau, on a relié la distance parcourue au temps mis.

Comment pourrait-on représenter ce tableau ou réaliser un dessin, un graphique reliant la distance parcourue au temps mis ? (où l'on verrait bien, par exemple, qu'à 3 s → 15 m
7 s → 35 m ...)".

* Les enfants ont à leur disposition de grandes feuilles à carreaux.
Ils travaillent par groupes de quatre. Tous vont s'orienter vers un tableau du type suivant :



Mais, seul, un groupe a choisi une graduation régulière des deux axes. Il remarque que les points obtenus sont alignés sur une droite passant par l'origine.

On décide que chaque groupe doit adopter une graduation régulière ... ce qui pose des problèmes matériels résolus différemment (coller deux ou plusieurs feuilles ou choisir sa graduation pour que "tout tienne" sur une seule feuille).

* La mise en commun des schémas fait apparaître des points communs :

– les points sont alignés

– la droite passe par l'origine (on explique pourquoi),

mais aussi des différences :

– les droites sont plus ou moins "penchées" (l'explication est difficile à découvrir).

* Le schéma est utilisé pour obtenir de nouveaux résultats :

– distance correspondant à un temps donné

– temps correspondant à une distance donnée.

Vérification par le calcul

L'introduction de nombres décimaux amène les enfants à travailler sur des encadrements.

Où le travail rebondit .....

Un enfant pense que dans la réalité, si l'on met 3 s pour parcourir 15 m, on ne met sûrement pas 9 s pour parcourir 45 m, 18 s pour parcourir 100 m ... On n'a pas une vitesse régulière tout le long du parcours (fatigue, essoufflement, démarrage plus ou moins rapide). C'est une situation "parfaite".

(Olivier)

"Que pourrait-on faire pour voir ce qui se passe dans la réalité ?".

Troisième expérience à prévoir :

Certains élèves ont d'emblée l'idée de l'expérience à faire : courir une certaine distance, et prendre le temps plusieurs fois sur le parcours (intervalles réguliers). Discussion à propos de la distance, du nombre de chronos, de la place des chronos .... Ils pensent que la cour de l'école (40 m) est trop réduite. Il faut avoir un certain nombre de résultats, et une distance suffisamment importante entre chaque chrono : 100 m avec chronos tous les 10 m.

Certains élèves ont des difficultés pour "se représenter" cette expérience → deux élèves viennent la "dessiner" au tableau.

EXPERIENCE (Cour de l'E.N.)

- Préparation du parcours : (chaîne d'arpenteur - lecture du chrono : rappel)

0 10 20 30 40

- Expérience : Elle avait été bien prévue par les enfants, mais on rencontre des difficultés d'organisation sur le terrain. C'est seulement après trois essais, qu'elle s'est déroulée normalement.

(Remarque des enfants : "C'est difficile une expérience, on l'avait bien préparée et pourtant on a eu de la peine".).

- On a fait courir un enfant dans chaque équipe de 4 enfants.

EXPLOITATION

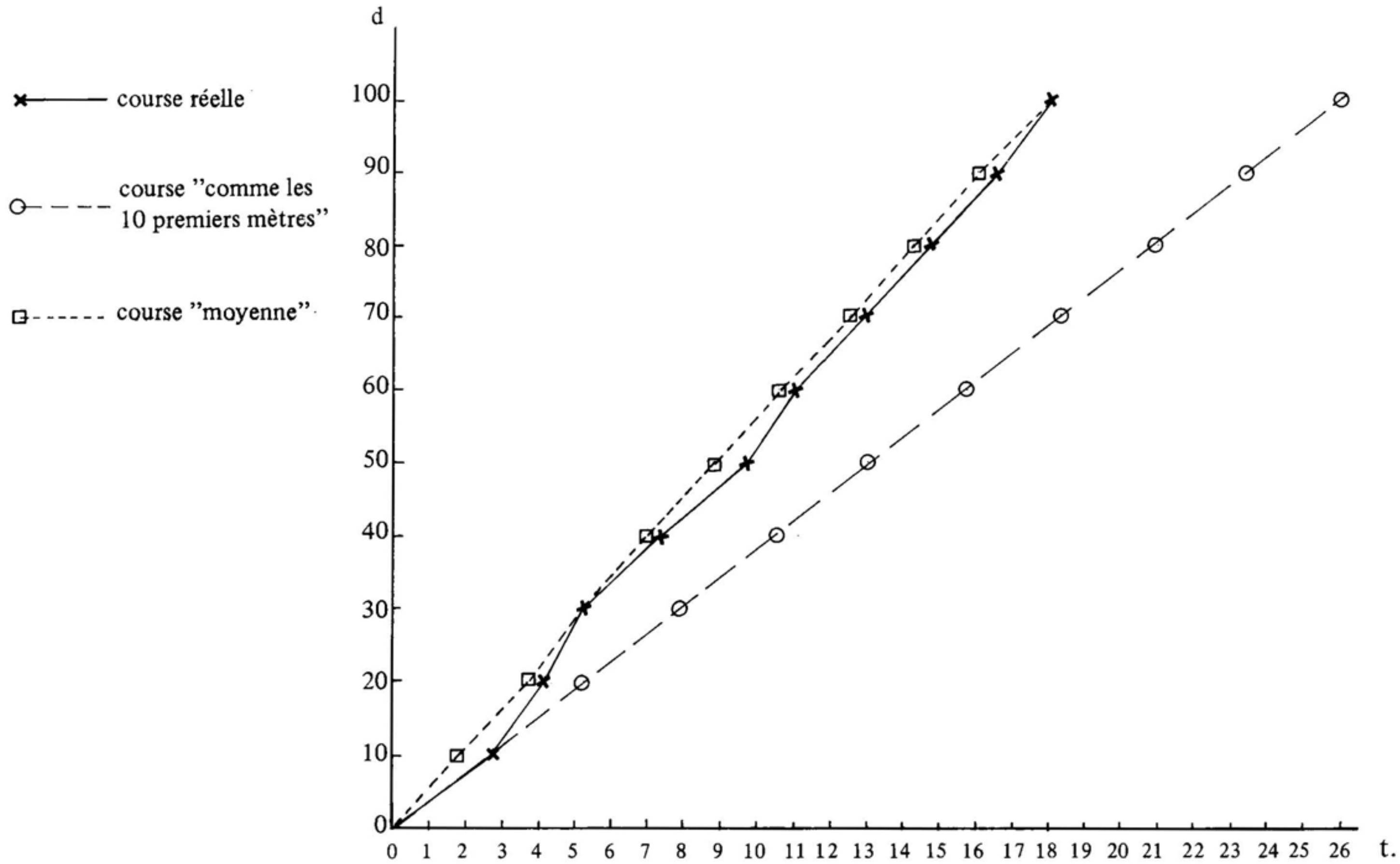
Dans la suite du travail, on se propose deux objectifs de recherche :

– comparer la course réelle à une course fictive pour laquelle on suppose que l'enfant a couru chaque portion de 10 m comme les 10 premiers mètres ;

– comparer la course réelle à une course fictive pour laquelle l'enfant a couru régulièrement (en mettant le même temps que dans la course réelle → vitesse moyenne).

Dans un premier temps, chaque équipe consigne dans un tableau et sur un graphique les résultats du représentant de l'équipe. Pour le graphique, une échelle commune est choisie pour toute la classe (afin de permettre des comparaisons ultérieures).

d en m	t en s
10	2,6
20	4,2
30	5,2
40	7,6
50	10
60	11,2
70	12,8
80	15
90	16,6
100	18



(les enfants ont gradué avec des nombres décimaux)

La lecture du graphique pose quelques problèmes intéressants :

– Comment lit-on le temps mis pour parcourir la distance [20, 30]?

"longueur" (expliciter ce terme) du segment BC ?

"longueur" (expliciter ce terme) du segment bc ?

– Comment lit-on la distance correspondant à un intervalle de temps ?

– Que signifie "l'inclinaison" différente de chaque segment ?

"plus incliné"	"plus de temps"	"moins vite"
"moins incliné"	"moins de temps"	"plus vite"

– Analyse de la course d'un enfant.

– Comparaison des courses de deux ou plusieurs enfants.

N.B. : La mise en place de la représentation a été l'occasion de revoir quelques notions :

– choix d'une graduation pertinente par rapport aux résultats

– obtenir une graduation régulière avec des nombres décimaux, signification de l'écriture décimale ....

– Si on avait couru "comme les 10 premiers mètres".

* Aucune idée, à priori, du type de courbe que l'on obtiendra.

* Il faut refaire un tableau, puis un schéma (sur la même feuille). De nombreux enfants vont utiliser les propriétés de la linéarité pour construire ce tableau.

d en m	t en s
10	2,6
20	5,2
30	7,8
40	10,4
50	13
60	15,6
70	18,2
80	20,8
90	23,4
100	26

* On essaie d'expliquer quelques constatations :

– les points sont alignés sur une droite passant par l'origine.

– cette droite "monte régulièrement"

– la courbe réelle est "au dessus" de la courbe ainsi obtenue.

Cette courbe est donc peu "représentative" de ce qui s'est passé réellement ... et l'on reparle du travail "théorique" sur la course de Nathalie dans une séquence précédente ! ...

– Vers la vitesse moyenne.

* Le problème est formulé ainsi par la maîtresse :

"Pour parcourir 100 m, on a mis un certain temps sans courir toujours à la même vitesse (cf. temps sur 10 m, sur 20 m, ...) → trouver quel temps on aurait mis sur 10 m si on avait eu une vitesse régulière, constante, en faisant la course dans le même temps".

– Calcul dans chaque groupe.

– Contrôle.

– Un groupe vient expliquer au tableau.

* Avec cette nouvelle hypothèse, on établit à nouveau tableaux et graphiques (toujours sur la même feuille).

d en m	t en s
10	1,8
20	3,6
30	5,4
40	7,2
50	9
60	10,8
70	12,6
80	14,4
90	16,2
100	18

Dans certaines équipes, ils sont conduits à travailler sur des centièmes de seconde ... ce qui pose quelques problèmes d'approximation pour la traduction graphique.

A nouveau, on utilise les propriétés de linéarité.

* On note que cette nouvelle hypothèse est plus satisfaisante que la précédente.

Pour certains, la courbe "réelle" est toujours "en-dessous" de la courbe "moyenne", pour d'autres les deux courbes se coupent en plusieurs points ... Les enfants expliquent toutes ces constatations.

* En conservant cette hypothèse, la maîtresse propose à chaque équipe de calculer :

– la distance (en m) parcourue en une seconde
– la distance (en m) parcourue en une minute
– la distance (en m) parcourue en une heure
– la distance (en km) parcourue en une heure.

Ce n'est pas simple pour tout le monde ! (conversions, "quel nombre faut-il multiplier ?", "que représente le résultat ?", ...). Une séance de travail systématique sera nécessaire pour surmonter toutes ces difficultés.

On arrive ainsi aux notations conventionnelles (m/s, km/h) et à la signification de la vitesse moyenne.

CONTROLE FINAL.

Jean-Philippe a parcouru 175 m en 28 s

distance parcourue en m en 1 s ....
en m en 1 mn ....
en m en 1 h ....
en km en 1 h ....

		Vitesse moyenne	
		en m/s	en km/h
Auto	500 m en 20 s		
Cycliste	510 m en 1 mn		
Piéton	0,9 km en 10 mn		

		Distance (en km) parcourue en 1 h en km/h
Piéton	6 km en 1 h 20 mn	
Avion	1260 km en 1 h 30 s	
Cycliste	65 km en 2 h 20 mn	
Auto	91 km en 1 h 40 mn	

Animaux	Vitesse moyenne	Temps	Distance
Autruche	46 km/h	2 h 30 mn	
Tortue	0,04 m/s		492 m
Cheval	58 km/h		72,500 km
Tigre	80 km/h	24 mn	