GEOMETRIE ET INFORMATIQUE : VERS LA MEDIATRICE. L'EXPERIMENTATION : LIEU D'INTERACTION ENTRE LA PROBLEMATIQUE DU CHERCHEUR ET CELLE DE L'ENSEIGNANT

Franck BELLEMAIN
Equipe de Didactique des Mathématiqueset de l'Informatique
Université Joseph Fourier - Grenoble I
Monique GERENTE
IREM de Grenoble

Cet article est le résultat d'un travail d'équipe (*) et constitue l'étape finale d'un stage de formation à la didactique des enseignants en mathématiques des collèges organisé par l'IREM de Grenoble. Outre la manipulation d'outils d'analyse et la construction de situations, les stagiaires ont eu aussi l'occasion de saisir la différence, dans la préparation et le fonctionnement, entre une séance destinée à un apprentissage et une situation expérimentale d'observation d'élèves.

L'activité présentée ici a été mise en œuvre dans une classe de sixième d'un collège de l'académie de Grenoble. Dans cette description, l'analyse didactique de la séquence effectuée au cours du stage est rapportée et complétée d'éléments concernant le rôle des observateurs au cours du déroulement de la séquence.

La mise en œuvre de la séquence a été perturbée : problèmes techniques dus à un mauvais fonctionnement du nanoréseau, intervention des observateurs dans des débats entre élèves, ... Nous avons donc dû atténuer la portée des diverses observations que nous avons pu faire quant aux difficultés et conceptions des élèves et aux modalités d'utilisation d'Euclide. Ces observations sont à prendre comme des hypothèses pour des expérimentations futures. Cela nous a permis toutefois d'observer les effets d'une différence de problématique entre l'enseignant et le chercheur en didactique dans la gestion d'une séquence d'enseignement.

(*) Cette équipe été constituée de : Franck Bellemain, Monique Gérente, Georges Léthy, Bernard Riou. Le stage était animé par Nicolas Balacheff, que nous tenons à remercier pour l'aide précieuse qu'il a apporté. Nos remerciements vont également à Jean-Claude Allard qui nous a assisté pour la partie informatique de l'activité, ainsi qu'à Georges Basset ayant participé à l'observation et l'analyse de la séquence.

Introduction

Informatique et enseignement

La part de l'informatique dans l'enseignement va grandissante. Or bien souvent les enseignants ne sont pas préparés à l'utilisation de ce nouvel outil et un grand nombre de logiciels, malgré les efforts des développeurs, ne sont utilisés que par une minorité d'entre eux.

Aussi voit-on certains enseignants se tourner vers des logiciels n'étant pas à l'origine destinés à l'enseignement, mais ayant la particularité d'être très ouverts et de fournir à leur utilisateur un environnement et un grand nombre d'outils qu'ils peuvent utiliser librement. Nous citerons comme exemple de ces logiciels un tableur comme Multiplan qui permet de résoudre des problèmes issus du calcul algébrique et de travailler sur la notion de variable. Ce type de logiciel, n'imposant pas une situation problème, permet à l'enseignant de construire ses propres situations et ainsi d'en modeler l'utilisation au sein de sa classe.

C'est dans cette optique que nous avons choisi de travailler avec le logiciel écrit par Jean-Claude Allard et Claude Pascal : Euclide (1987), amélioration du Géométriciel de l'IREM de Grenoble (1986), qui propose un ensemble d'outils permettant la construction de figures géométriques.

L'environnement

Nous avons utilisé le nanoréseau des lycées et collèges pour la mise en place de notre situation parce qu'il s'agit encore de l'outil informatique le plus répandu dans l'enseignement. Sur ce réseau, nous disposons d'un Logo dont la particularité est d'être extensible. Ainsi est-il possible dans cet environnement de construire des procédures pouvant constituer des outils utilisables dans une situation particulière. Euclide a été élaboré dans ce sens et complète le Logo de procédures permettant la construction et la représentation d'objets de la géométrie euclidienne.

Nature de la situation expérimentale

Les objectifs d'une situation expérimentale influent sur sa construction et sa mise en œuvre. En particulier, on peut construire une telle situation :

- pour l'évaluer et déterminer dans quelle mesure elle peut permettre un apprentissage dans les conditions habituelles de l'enseignement, et notamment si elle est reproductible, robuste et susceptible d'apports pour la construction des connaissances de l'apprenant,
- pour déterminer dans quelle mesure les modalités qui ont permis sa construction peuvent être réinvesties dans l'élaboration de nouvelles situations,
- pour, par l'observation et en rapport avec une analyse a priori, déterminer les conceptions des élèves au travers de la mise en œuvre de stratégies dans la résolution d'un problème.

S'agissant d'un stage de formation à la didactique, nous avons choisi d'élaborer une séquence dont l'objectif premier est de mettre en relation les éléments d'une analyse didactique effectuée a priori avec des observations d'élèves en cours de résolution de problèmes. Cependant, la mise en œuvre de cette séquence a constitué aussi l'occasion de déterminer et tester des modalités d'utilisation du logiciel Euclide.

L'objectif de l'expérimentation est donc double, il s'agit :
- d'observer les conceptions d'élèves au cours de la résolution d'un problème de géométrie à l'aide d'Euclide,
- d'observer si certaines modalités caractérisant une utilisation particulière d'Euclide ont permis effectivement au cours de la séquence la construction de connaissances chez les élèves.

La situation

Nous avons donc élaboré dans l'environnement Logo, complété d'Euclide, une séquence autour de la notion de médiatrice, dont les objectifs étaient de conduire les élèves à :
- d'une part, accéder au fait que l'ensemble des points équidistants de deux points A et B est une droite,
- d'autre part, mettre en place des procédures de construction systématique de cette droite.

La séquence est construite autour d'un jeu dans lequel les élèves ont pour tâche de rechercher des points équidistants de deux points donnés sur l'écran de l'ordinateur. Pour parvenir à la découverte des caractéristiques de ce lieu de points, les élèves peuvent utiliser l'écran comme un support graphique presque au même titre que leur feuille de dessin. Ils travaillent ainsi à l'aide des primitives graphiques du Logo, des primitives du logiciel EUCLIDE orientées vers la géométrie euclidienne et de nouvelles primitives spécifiques qui permettent en particulier :
- de résoudre certains problèmes techniques liés au fonctionnement de l'ordinateur (nous avons eu besoin d'outils pour pouvoir saisir plus précisément qu'avec le crayon optique des points de l'écran),
- à la machine d'indiquer, en tenant compte d'une marge d'erreur, par un signal sonore et une coloration particulière, si un point proposé est effectivement équidistant des deux points.

I. Analyse préalable

Le but de cette analyse est de déterminer les outils et les stratégies (correctes ou erronées) que les élèves peuvent mettre en œuvre pour résoudre le problème, ainsi que leur domaine de validité. Cette anticipation des actions des élèves permet de définir des moyens favorisant lors de la mise en œuvre de la situation leur accès des stratégies gagnantes.

I.1. L'outil logiciel

Euclide complète le langage Logo d'un répertoire de fonctions orientées vers la géométrie qui permettent la construction d'objets élaborés (la liste des procédures d'Euclide mises à la disposition des élèves se trouve en ANNEXE 1). Son analyse peut se faire par une comparaison entre la démarche de construction de figures sur papier et à l'écran à l'aide des procédures d'Euclide. Une comparaison entre les caractéristiques langagières des instructions proposées et celles du langage utilisé dans les énoncés de géométrie constitue également un moyen pour dégager certaines particularités de l'utilisation par des élèves de cet environnement.

I.1.1. La démarche de construction de figures

Les outils offerts par Euclide s'adaptent relativement bien à la démarche de construction de figures de par leur aspect fonctionnel. En effet, l'élaboration d'une figure consiste, de façon schématique, en l'application d'une succession de méthodes de construction. Elles mettent en œuvre, par une utilisation spécifique d'instrument de tracé, des relations géométriques sur des représentations pour déterminer de nouveaux objets. De la même façon, Euclide apporte des outils fonctionnels qui mettent en œuvre des relations géométriques dans le calcul de coordonnées pour permettre la définition d'objet et leur représentation à l'écran en fonction d'objets déjà déterminés.

Cependant, il existe une différence importante entre la construction d'une figure dans l'environnement Euclide et dans l'environnement papier-crayon. Ainsi la représentation d'un objet à l'écran n'est pas utilisable avec Euclide dans une construction à la différence d'une représentation sur la feuille sur laquelle cette nouvelle construction peut s'appuyer. Nous verrons aussi que l'aspect fonctionnel des instructions du logiciel joue un rôle particulier dans son utilisation qui l'éloigne encore de la démarche de construction de figures dans l'environnement papier-crayon.

I.1.2. Quelques caractéristiques langagières

Le langage Euclide reprend également certaines caractéristiques du langage mathématique que l'on trouve souvent dans les énoncés de problèmes de géométrie. Il y a en particulier une reprise de la terminologie puisque l'on retrouve dans Euclide certains termes utilisés dans ces énoncés (SOIT, MILIEU, etc). En plus de cette analogie au niveau des termes, Euclide offre comme le langage mathématique une description générique des objets géométriques. Nous avons par exemple : DRPP, qui comme le terme droite décrit non pas un objet particulier, mais une classe d'objets.

On peut également observer une ressemblance entre l'organisation d'instructions d'Euclide et l'organisation de certaines expressions des énoncés de géométrie. On a par exemple avec Euclide : SOIT "I MILIEU :M :N pour "Soit I, le milieu de M et N".

Le fait également que les deux langages ne conservent que ce qui est nommé constitue encore un point commun. En effet, dans les énoncés de géométrie, presque systématiquement les objets définis sont nommés. Cette démarche facilite la description de constructions, puisque les objets peuvent être utilisés au cours de cette description sans devoir être redéfinis. De la même façon avec Euclide, on ne peut s'appuyer dans une construction sur un objet que s'il a été nommé, sinon il est nécessaire de définir à nouveau cet objet chaque fois qu'il est utilisé. Par exemple, dans la construction du milieu de deux points M et N déjà citée précédemment, M et N doivent être les noms de points définis. Supposons que l'un de ces points, milieu de deux points A et B, n'ait pas été nommé. Pour construire le milieu de M et de ce point, on doit utiliser l'instruction : SOIT "I MILIEU :M :MILIEU :A :B pour "Soit I, le milieu de M et du milieu de A et B".

Par contre, Euclide ne prend pas en compte certaines conventions implicitement utilisées dans les énoncés de géométrie. Par exemple, si les deux points A et B sont définis, par convention (AB) est la droite passant par A et B et [AB] est le segment d'extrémités A et B. Ces écritures ne sont pas reconnues par le logiciel et l'on ne peut utiliser la droite (AB) pour une nouvelle construction à l'écran que si elle a été définie par une instruction : SOIT "AB DRPP :A :B.

La signification des instructions d'Euclide est également plus restreinte que celle des expressions utilisées en géométrie, et en particulier si un segment peut définir une direction, on ne peut construire avec le logiciel que des droites perpendiculaires à d'autres droites.

I.1.3. Aspect fonctionnel

Comme spécificité, nous noterons que les fonctions sont véritablement le centre du fonctionnement du logo et d'Euclide. On dispose d'une fonction pour nommer (SOIT), d'une fonction pour tracer (DES) et de fonctions pour décrire les objets. A chaque nouvelle construction, nous sommes amenés le plus souvent à manipuler trois fonctions : celle qui définit l'objet, celle qui le nomme et permet de le stocker, et celle qui le trace. Cette manipulation est stricte et n'accepte, nous l'avons vu, aucun implicite. De plus, elle répond à une organisation particulière due au fait que l'on est en présence d'un langage informatique, qui en plus d'une syntaxe, impose un ordre dans la mise en œuvre des différentes instructions. En particulier, nommer un objet ne peut se faire que lorsque l'on définit cet objet. Si cette opération se retrouve dans l'organisation du langage mathématique qui décrit les figures, sa principale raison d'être provient du fait qu'il est nécessaire de stocker dans une variable l'objet, le nom de cette variable en devenant une désignation.

La notion de variable apparaît donc au travers du stockage des objets, mais aussi dans les arguments des fonctions. Elle intervient à deux niveaux dans l'utilisation des instructions d'Euclide :

- d'une part, lorsqu'il s'agit de déterminer les objets auxquels la fonction s'applique, donc lorsqu'il s'agit de donner une valeur aux arguments de la fonction,
- d'autre part, parce que ces valeurs données aux arguments des fonctions sont elles-mêmes des variables.

Ainsi lorsque l'on définit une droite par DRPP :A :B, on définit la droite passant par A et par B et en même temps l'ensemble des droites passant par deux points A et B quelconques.

I.1.4. Difficultés des élèves

Les difficultés que les élèves rencontrent lors de la manipulation d'Euclide dépendent évidemment du type de tâches qu'ils ont à accomplir. Une tâche de construction de figure sur l'écran en rapport avec un énoncé entraîne des difficultés qui varient selon les différences entre le langage utilisé dans l'énoncé et le langage d'Euclide.

Ces difficultés apparaissent surtout lorsque les élèves doivent eux-mêmes déterminer les commandes à exécuter pour effectuer une construction. Dans ce cas, ils doivent considérer chacune de leurs actions en terme de fonctions ou de composées de fonctions. Ils ont à différencier les actions qui consistent à définir un objet, à le nommer ou à le représenter et on peut s'attendre à des confusions entre ces actions dans l'écriture des instructions.

Par ailleurs, ils doivent expliciter ce qui est implicite dans la construction d'une figure dans l'environnement papier-crayon :

- les arguments des fonctions sont à expliciter alors qu'ils sont quelquefois utilisés implicitement dans les constructions classiques. En particulier, pour le tracé d'une droite D2 perpendiculaire à une droite D1 donnée, la fonction utilisée est SOIT "D2 DRORT :D1 :P. Cette fonction exige comme argument une droite (D1), mais aussi un point où la perpendiculaire doit passer (P), choix qui n'est pas toujours explicite.
- certains objets doivent être définis alors que par convention ils existent implicitement. C'est le cas de la droite (AB) existant implicitement dès que A et B sont définis, et qui nécessite pourtant la mise en œuvre des instructions SOIT "AB DRPP :A :B pour être connue par le logiciel.

La manipulation des variables joue un rôle spécifique dans la construction de figures à l'écran du fait que les élèves sont confrontés simultanément à l'utilisation de valeurs et de variables. On peut ainsi établir un parallèle entre la difficulté à donner une signification aux variables manipulées dans Euclide et la difficulté en géométrie à accéder à la notion de classe de figures.

Dans toutes les instructions qu'ils utilisent avec Euclide, les élèves sont confrontés à des problèmes de syntaxe. Ces problèmes sont spécifiques à l'environnement et ont essentiellement une signification d'un point de vue informatique. Ils présentent plus d'inconvénients que d'intérêt dans la résolution de problème. Ils complexifient en particulier l'analyse par l'élève des erreurs que Euclide lui signale en interférant avec les éventuelles erreurs de formulation et de construction.

I.2. Cadre d'utilisation

Les travaux déjà effectués à propos de Logo et des langages fonctionnels font apparaître deux points de vue opposés quant à leurs utilisations possibles dans l'enseignement, qui traduisent des attentes différentes par rapport aux langages informatiques destinés à des apprentissages. Ainsi bien qu'il y ait une inadéquation des structures informatiques de Logo pour exprimer des mécanismes de résolution de problèmes (IREM d'Orléans 1983, p.3), certains chercheurs et enseignants mettent en évidence qu'au travers de situations didactiques adaptées, le Logo permet d'organiser de véritables expériences de mathématisation (Ibid., p.34).

Tout le problème de l'utilisation du Logo, comme de l'utilisation des logiciels en général, se situe évidemment dans l'élaboration de situations didactiques "adaptées". Nous avons ainsi choisi de déterminer certaines modalités d'utilisation d'Euclide dans l'organisation et la mise en œuvre d'une séquence s'appuyant sur une expérience de mathématisation. Une telle expérience est à notre sens une situation dans laquelle de nouvelles connaissances sont construites par l'élève au cours de la généralisation d'observations effectuées sur des cas particuliers. Pour nous elle consiste, dans le cas de la géométrie :

- en l'exploration de figures en vue de la mise en évidence de conjectures,
- en la validation de cette conjecture et sa transformation en une propriété connue.

Si cette démarche semble avoir certains points communs avec celle de spécialistes de la géométrie, elle ne sera pas mise en œuvre par l'élève de la même façon que par le géomètre. En effet, ce dernier, pour la construction et l'exploration de figures de géométrie possède une problématique lui permettant de dégager de cette exploration des observations pertinentes portant sur des propriétés géométriques. Cette problématique le conduit à envisager systématiquement le cas général. Il ne raisonne pas seulement sur une figure, mais considère une classe de figures et recherche des propriétés de cette classe. Ses connaissances font qu'il sait faire la part dans l'observation de figures entre ce qui semble important du point de vue de la géométrie et ce qui est, de ce même point de vue, anecdotique. L'élève ne fait pas nécessairement ce distinguo et n'est pas toujours à même de déterminer parmi un ensemble d'observations qu'il peut faire à propos d'une figure celles qui peuvent effectivement constituer une conjecture. De plus, il n'est pas guidé par une problématique de recherche d'invariants dans des classes de figures parce qu'il n'a pas nécessairement accès à cette notion de classe.

Pour conduire l'élève à faire la conjecture : les points équidistants de deux points forment une droite ayant telles propriétés, nous faisons l'hypothèse que cette émergence se fait essentiellement dans la résolution de problèmes. L'objectif est ainsi de déterminer une situation-problème dans laquelle l'élève :

- puisse au moins partiellement, par ses connaissances, repérer les propriétés géométriques des figures qu'il a à construire et explorer,
- soit conduit à dépasser la recherche empirique sur des cas particuliers et à généraliser ses observations pour résoudre le problème.

Nous avons ainsi construit un jeu dans lequel les élèves, pour déterminer les points équidistants de deux points donnés, peuvent aussi bien mettre en œuvre des stratégies basées sur une recherche empirique que sur la construction d'objets géométriques à l'aide des primitives d'Euclide. Pour favoriser l'évolution des stratégies des élèves vers des stratégies élaborées, on peut s'appuyer sur la modification de la valeur de variables didactiques caractéristiques du jeu ou de variables externes.

I.3. le jeu

Le jeu consiste pour les élèves à placer sur l'écran des croix équidistantes de deux points donnés : A et B. Ils disposent, pour se faire :

- du crayon optique leur permettant de déposer rapidement des croix sur l'écran avec une précision moyenne,

- d'un pilotage de la tortue Logo qui leur permet de faire cette dernière opération avec une bonne précision (au pixel près), et en particulier de déposer ces croix sur des points existants,

- d'une liste de primitives d'Euclide avec lesquelles ils peuvent définir des objets géométriques et notamment des points particuliers sur lesquels ils pourront ensuite déposer une croix.

Pour valider leurs différentes propositions, une procédure de validation a été écrite : POSE :M, celle-ci teste le point M qui lui est proposé en paramètre, émet une musique et colore ce point en rouge s'il est équidistant de A et de B, et le colore en vert dans le cas contraire.

I.3.1. Les stratégies envisagées

Les élèves vont mettre en œuvre des stratégies qui peuvent s'appuyer sur un tâtonnement ou être plus élaborées. Nous pouvons ainsi envisager différents moyens pour accéder aux points cherchés ; ces moyens n'étant pas toujours spécifiques de l'environnement fourni par l'ordinateur, le Logo ou Euclide :

- les élèves placent les points cherchés en évaluant au jugé les distances à A et B. Cette stratégie ne permet pas de gagner à coup sûr, mais peut être localement assez performante ;

- ils peuvent également utiliser des cercles de même rayon et de centre A ou B dont l'intersection leur fournit de bons points ;

- les élèves peuvent utiliser l'alignement des points équidistants de A et B. Cette stratégie est gagnante dès lors que deux bons points ont été trouvés. La recherche des deux points nécessaires à l'utilisation de cette stratégie peut se faire comme précédemment par tâtonnement ou par l'emploi de la méthode liée à l'utilisation des cercles. Cette recherche peut passer par la construction du milieu de (A,B) ;

Nous pouvons voir au sein de l'utilisation de l'alignement des bons points deux stratégies qui peuvent témoigner de différences conceptuelles entre les élèves utilisant chacune d'elles. Ainsi, on peut envisager qu'après avoir trouvé deux bons points, certains d'entre eux alignent chaque nouveau point de manière visuelle avec ceux-ci, et que d'autres construisent la droite avant de placer leurs points sur cette droite ;

- une dernière stratégie envisageable consisterait pour les élèves à aligner les points orthogonalement au segment [AB] pour des raisons peut-être liées à une symétrie de la figure. Il est nécessaire pour que cette stratégie soit gagnante, de disposer d'un bon point. De la même façon que dans le cas précédent, l'alignement peut être fait après avoir construit la droite orthogonale, ou simplement de manière visuelle.

Cette liste de stratégies n'est pas exhaustive, en particulier des combinaisons de stratégies, qui ne sont pas envisagées ici, peuvent être utilisées par les élèves pour rechercher les points.

Pour faire évoluer les stratégies des élèves du tâtonnement vers des méthodes de construction de la médiatrice, on peut jouer sur certaines caractéristiques du jeu que nous allons décrire ici.

I.3.2. Les variables de la situation

a) Variables internes

- Le nombre de croix.

A chaque partie, les élèves peuvent disposer d'un nombre limité d'essais. Chaque essai, réussi ou manqué constitue une référence pour les essais suivants, un nombre limité d'essais constitue donc un nombre limité de références. Cette situation est d'autant plus importante que certaines stratégies nécessitent pour être utilisées la présence d'un ou deux bons points (L'alignement des points, par exemple). Nous pouvons donc jouer sur cette variable pour orienter les élèves vers des stratégies performantes.

- Le temps de déroulement d'une partie.

De la même façon, on peut inciter les élèves à s'orienter vers des stratégies qui permettent dans un temps réduit de découvrir des objets bien placés. Ainsi la stratégie utilisant des tracés de cercles sera plus longue à mettre en œuvre que la stratégie utilisant l'alignement des points pour découvrir un nombre supérieur à deux bons points.

- La position du segment.

Pour des raisons certainement liées à la perception des figures, nous rejoignons là les travaux sur la symétrie (Grenier 1985), un bipoint (A, B) horizontal ou vertical facilitera la recherche des bons points.

Il est par exemple plus difficile de trouver par tâtonnement des points équidistants des extrémités d'un segment ni horizontal ni vertical.

- La taille du segment.

Toujours pour des raisons liées à la perception, plus les extrémités du segment [AB] sont rapprochées, et plus il est difficile de trouver par tâtonnement des points équidistants de ces deux points. Ainsi, nous pourrons également jouer sur la valeur de cette variable pour augmenter ou diminuer le coût d'une recherche par tâtonnement.

- Les primitives à la disposition des élèves.

Hormis le fait que la possibilité de construire un point, une droite et même un cercle soit mise à la disposition des élèves, on peut envisager qu'ils puissent aussi avoir besoin par exemple de représenter un milieu, une droite orthogonale à une droite donnée ou un cercle dont deux points donnés constituent un diamètre. Les outils mis à la disposition des élèves vont bien sûr orienter leur choix de stratégies, en particulier l'absence de certains outils risque très fortement d'occulter l'apparition des stratégies auxquelles ils sont liés.

b) Variables externes

- La composition des équipes.

Peut-être plus que le nombre, le rôle de chaque élève dans un groupe constitue une variable déterminante. On peut par exemple favoriser la communication entre les constituants d'un groupe en proposant qu'un élève soit le manipulateur du crayon ou de la souris, le ou les autres partenaires devant ainsi dicter et donc expliciter leurs propositions de stratégies.

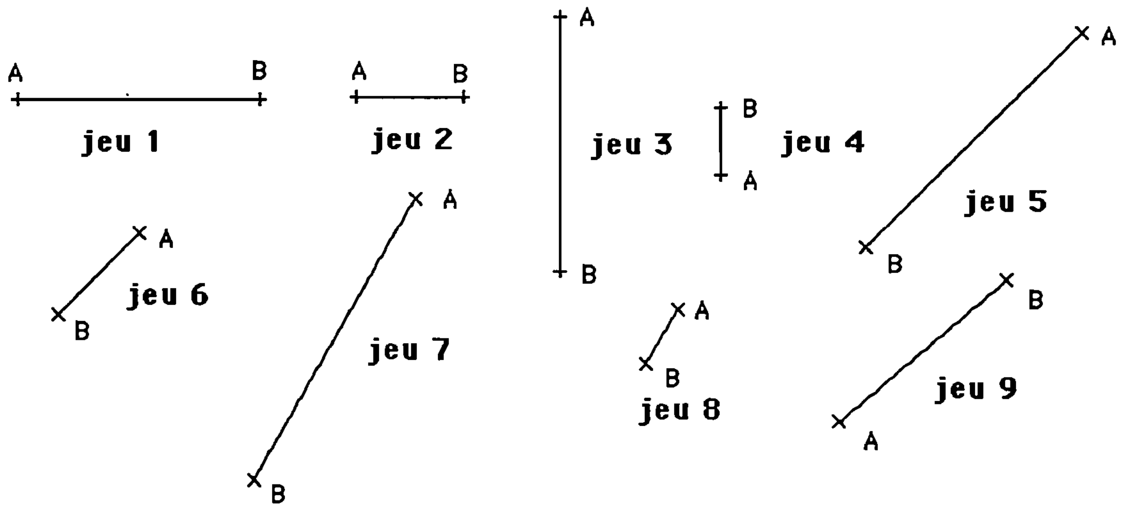
- Présence ou non de l'ordinateur

Le fait que les instructions soient élaborées en dehors ou en présence de l'ordinateur est également déterminant. L'éloignement des élèves de l'ordinateur nécessite de leur part une anticipation de l'ensemble de la construction. Ils doivent ainsi envisager d'une façon globale cette construction, puisqu'ils ne connaissent pas a priori la position des points A et B et déterminer des propriétés géométriques invariantes selon cette position pour décrire la construction avec les primitives géométriques d'Euclide.

Par contre la présence de l'ordinateur, la possibilité de faire des essais à tout moment sur la machine favorise chez les élèves la mise en place de stratégies par essais successifs et corrections d'erreurs. Cette démarche permet à l'élève, lorsqu'il ne sait pas exactement comment il va résoudre le problème, de faire des essais. Il a tout de suite un retour lui permettant d'envisager de poursuivre dans la même direction ou de mettre en œuvre de nouvelles stratégies.

Pour pouvoir jouer sur la valeur des variables en vue de faire évoluer les stratégies des élèves, plusieurs jeux du même type ont nécessité chacun l'écriture d'un programme en Logo où les valeurs des variables avaient été choisies.

Ainsi neuf jeux ont été écrits et proposaient aux élèves de trouver des points équidistants des deux points A et B dans les positions et tailles du segment [AB] suivantes :



La position et la longueur du segment [AB] dans ces jeux et l'ordre dans lequel ces derniers sont proposés a pour but de favoriser la mise en œuvre de recherches empiriques et ensuite de permettre la mise en évidence, la formulation et l'utilisation des propriétés de l'ensemble des points équidistants de A et de B.

Dans Jeu1, il est possible de trouver des croix bien placées en évaluant les distances de chaque croix à A et à B. Elle ne conduit pas toutefois les élèves à construire l'ensemble des points équidistants en utilisant le fait qu'ils sont alignés. Cette propriété pouvant faire l'objet d'une conjecture, elle pourra être ensuite utilisée pour une stratégie plus performante.

Dans Jeu2, le fait que le segment soit plus court rend plus difficile la recherche précédente et induit l'élève à utiliser implicitement ou explicitement l'alignement des croix cherchées.

Jeu3 permet à nouveau une recherche par tâtonnement et fait apparaître un lien entre la direction de la droite (AB) et celle de l'ensemble des points cherché.

Jeu4 conduit à son tour à utiliser l'alignement des croix cherchées.

Nous avons choisi des directions de (AB) horizontales et verticales dans les quatre premiers jeux ; pour des raisons liées à la perception, une recherche empirique y est plus facile. Denise Grenier (1985) a également mis en évidence le fait que les élèves éprouvent moins de difficultés à construire des symétriques par rapport à des axes horizontaux et verticaux. Ces directions peuvent aussi avoir un rôle privilégié dans notre situation, les élèves alignant les points qu'ils supposent équidistants de A et de B suivant ces axes en ne mettant pas en évidence le lien d'orthogonalité qui existe entre la direction de cet ensemble et celle de la droite (AB). Cette stratégie qui a un domaine de validité (elle peut être gagnante dans les jeux 1, 2, 3, et 4), ne permettra plus de trouver de bons points quand les directions du segment ne sont ni horizontales ni verticales.

Dans Jeu5 et Jeu7, la taille du segment [AB] permet encore de trouver par tâtonnement et alignement des croix bien placées et d'observer ainsi le lien d'orthogonalité.

Jeu6 et Jeu8 conduisent les élèves à expliciter le fait que l'ensemble des points équidistants de A et B est une droite et que cette droite est orthogonale à la droite (AB).

Aligner des croix au jugé suivant une direction orthogonale à (AB) peut s'avérer coûteux en particulier lorsque le segment [AB] est incliné et court. Pour remédier à cette situation, les élèves peuvent vouloir construire une droite orthogonale à (AB) sur laquelle se trouvent les croix qu'ils désirent placer.

II. Mise en place d'une séquence

II.1. Les phases de la situation

La séquence est composée de plusieurs phases ayant des objectifs différents. Elles ont pour objectifs :

- de familiariser les élèves avec le travail en binôme, avec les outils : l'ordinateur, Euclide, et avec le jeu.
- de les faire travailler sur une situation-problème dans laquelle ils vont mettre en œuvre des stratégies et aboutir à la conjecture : l'ensemble des points équidistants de deux points donnés est une droite et déterminer des méthodes de construction de cette droite,

- de transformer les observations et propositions des élèves en nouvelles acquisitions.

II.1.1. Phase de familiarisation

Les élèves travaillent par binôme sur un ordinateur, la consigne de recherche des points équidistants de deux points sur l'écran de l'ordinateur à l'aide du crayon optique ou du pilotage de la souris leur est donnée (voir règle du jeu de la première phase en ANNEXE 2). Ils disposent d'une liste des primitives disponibles avec Euclide, mais aucune consigne ne leur est fournie pour qu'ils s'investissent dans leur utilisation. Ils se familiarisent dans cette situation avec l'environnement : jeux, crayon optique, pilotage de la tortue, primitives d'Euclide et du Logo.

Ils peuvent jouer indifféremment plusieurs parties des huit premiers jeux, élaborer et mettre en œuvre des stratégies pour augmenter leurs chances de réussite. Bien que cela ne soit pas nécessaire dans cette situation, le dépassement des obstacles provoqués par les changements d'orientation et de longueur du segment [AB] peut entraîner la mise en œuvre de stratégies plus élaborées que celle consistant en une recherche des points par tâtonnement.

Les élèves peuvent ainsi sinon mettre en œuvre des stratégies gagnantes, au moins découvrir quelques points équidistants des deux points A et B, en procédant par essais successifs, et avoir une idée de ce que représente cet ensemble de points.

II.1.2. Phase de communication

Les binômes sont regroupés par deux, l'un de ces binômes continue de jouer sur l'ordinateur, l'autre ayant pour consigne d'écrire une suite d'ordres permettant de trouver à coup sûr les points équidistants du segment [AB]. Celui-ci est dans une position et a une longueur que les élèves n'ont encore jamais rencontrées dans la situation précédente (règle du jeu relative à cette situation en ANNEXE 2). Le choix d'un nouveau segment [AB] a été fait pour inciter les élèves à ne pas utiliser une stratégie locale qui ne fonctionne que pour une position de [AB], mais à envisager la mise en œuvre d'une stratégie dont le domaine de validité s'étend à toutes les positions de [AB]. Ils disposent à ce moment d'une liste de primitives disponibles avec Euclide qu'ils sont incités à utiliser pour écrire ces ordres.

Après une prise de décision relative à une stratégie considérée comme gagnante, les élèves formulent la suite d'ordres permettant la mise en œuvre de cette stratégie dans l'environnement d'Euclide. Le message contenant cette suite d'ordres est ensuite envoyé à l'autre binôme qui valide la stratégie par l'intermédiaire de l'ordinateur et renvoie le résultat au premier binôme.

Cette situation exige de la part des élèves d'envisager le cas général puisqu'ils ne connaissent pas a priori la position des points A et B. De plus ils seront amenés, pour résoudre le problème dans l'environnement d'Euclide, à repérer et à utiliser des propriétés géométriques de l'ensemble des points à construire.

Il y a ensuite un échange entre les deux binômes, et celui qui travaillait sur l'ordinateur doit à son tour élaborer une suite d'ordres.

II.1.3. Phase de compétition

Chaque groupe met en œuvre les connaissances qu'il a développées au cours des phases précédentes et prépare une stratégie qu'il considère comme gagnante. Les gagnants étant ceux qui trouvent le plus de bons points, une ou plusieurs stratégies apparaissent comme gagnantes. Cette activité permet de préparer la phase suivante.

II.1.4. Phase d'institutionnalisation

Il reste à la charge de l'enseignant de reprendre les stratégies gagnantes pour en faire une connaissance globale de la classe, celles-ci vont donc être institutionnalisées par l'enseignant. Cette institutionnalisation est nécessaire car les stratégies développées par les élèves qui fonctionnent localement dans l'environnement d'Euclide doivent être décontextualisées et devenir une connaissance mathématique pouvant être investie dans d'autres situations. La droite qui a pu apparaître comme le lieu des points équidistants de deux points donnés, reste une droite de l'écran et n'est en fait que l'ensemble des points qui satisfont à une condition gérée par l'ordinateur, ce dernier étant le seul à posséder le processus de décision permettant de dire si un point est bon ou non. L'enseignant doit donc dégager la médiatrice de ce contexte et en faire une connaissance globale de la classe utilisable dans d'autres contextes.

II.2. Mise en place de la séquence

Quatre heures ont été prévues pour la mise en œuvre de cette séquence. La première heure a été réservée à la situation de familiarisation, les élèves, par groupe de quatre, devaient parcourir l'ensemble des huit jeux pour éventuellement élaborer mentalement des stratégies gagnantes.

L'heure suivante a été réservée à l'écriture du message pour aboutir à une situation dans laquelle tous les groupes d'élèves ont mis en œuvre une stratégie. Nous parvenons ainsi dans la troisième heure à la situation de compétition, à la suite de laquelle une ou plusieurs stratégies vont pouvoir enfin donner lieu à l'institutionnalisation de connaissances liées à la médiatrice au cours de la dernière heure.

La constitution des groupes peut être fonction de différents choix, on peut ainsi regrouper les élèves par affinités, par niveaux, ou en faisant un équilibre avec des élèves de niveaux différents.

Le choix fait a été de regrouper les élèves par affinités, puisque nous avions en même temps dans chaque groupe des membres de niveau équivalent, ce qui favorisait l'interaction, aucun élève ne décidait seul des orientations prises par le binôme ou le groupe auquel il appartenait.

II.2.1. La situation expérimentale

Pour des raisons matérielles, seule l'une des phases pouvait être observée. Le choix a porté sur la phase de communication. Cette phase est celle durant laquelle la mise en œuvre d'Euclide est la plus importante. Par ailleurs, c'est durant cette phase que peut être observée la formulation par les élèves des conjectures à propos de l'ensemble des points équidistants de A et B.

La tâche est décrite en ANNEXE 2 (règle du jeu de la deuxième phase) et les élèves disposent d'une aide pour l'écriture de leur message. Cette aide est constituée d'une feuille sur laquelle la plupart des instructions d'Euclide utilisables sont décrites et un exemple d'utilisation est proposé pour chacune d'elles. Cette feuille donne implicitement aux élèves un éventail d'instructions dans lequel ils doivent choisir. Le fait de donner cet éventail peut :

- empêcher le développement de certaines stratégies parce que les instructions qui permettent ce développement ne sont pas décrites dans la feuille,
- induire certaines démarches que les élèves n'avaient pas envisagées a priori.

Cependant, cette feuille en proposant des exemples d'écriture d'instructions, permet, au moins de façon partielle, d'éviter aux élèves de rencontrer des problèmes syntaxiques dans l'utilisation des instructions. De plus, dans ces exemples l'utilisation systématique des fonctions SOIT et DES a pour but d'inciter les élèves à ne pas oublier de nommer et tracer les objets qu'ils définissent. Ces oublis peuvent être gênants dans la construction d'une figure. S'il peut être intéressant dans certaines situations de laisser les élèves décider eux-mêmes de ce qu'ils nomment ou tracent, ces oublis ne nous ont pas semblés pertinents dans la situation présente.

II.2.2. Le rôle des observateurs

Chaque observateur était chargé d'un groupe de quatre élèves et devait observer l'élaboration des ordres par un binôme et la mise en œuvre de ces ordres par l'autre binôme.

Son rôle dépend essentiellement de la nature de la situation expérimentale. Le seul fait de sa présence modifie le fonctionnement de la séquence et le comportement des élèves. Cependant, il ne doit pas sortir en général de ce rôle d'observateur. En situation expérimentale, le rôle essentiel d'une intervention peut être éventuellement :

- d'aider ou d'encourager l'élève à expliciter ses stratégies de résolution et non pas à le guider dans la résolution du problème,
- de recréer un débat dans un groupe d'élève lorsque l'un des protagonistes prend des décisions d'autorité.

Dans le cas de notre situation, les seules interventions d'observateur permettant d'éviter un mauvais fonctionnement du débat dans un binôme étaient envisageables. Ils n'avaient pas à intervenir pour encourager les élèves à expliciter leur stratégies, le travail en binôme favorisant l'apparition de débat et par là l'explicitation et l'argumentation des stratégies envisagées par chaque élève.

III. Observations

Trois protocoles d'observations sont décrits en ANNEXE 3 et montrent l'évolution des stratégies des élèves.

III.1. Diverses perturbations

La phase de communication a été largement perturbée. Si certaines de ces perturbations étaient relativement imprévisibles :

- des problèmes techniques du nanoréseau survenus en début de séance ont nécessité la présence d'un observateur près du réseau pour remédier à de nouvelles pannes et ont retardé la mise en œuvre des stratégies sur les machines,

- la récréation qui a interrompu la séance a provoqué une homogénéisation des méthodes de construction de la médiatrice envisagées par les élèves ;

d'autres auraient pu être évitées :

- les interventions d'observateurs ont fortement modifié les stratégies de résolutions mises en œuvre par les élèves.

Les retombées de la mise en œuvre de la phase de communication sur l'analyse effectuée a priori sont différentes de ce que l'on attendait. Cependant, d'autres observations non envisagées ont pu être faites et mettent en évidence l'efficacité des interventions d'enseignants ou d'observateurs dans la résolution de problèmes par les élèves. Plusieurs exemples montrent que ces interventions modifient les démarches des élèves dans leurs résolutions, modifications n'ayant pas toujours l'effet escompté du point de vue de la construction des connaissances.

Le plus souvent, les interventions tentent d'apporter des réponses à des questions que les élèves en fait ne se sont pas posés. Aussi, ces derniers prennent moins la résolution du problème en charge, résolution pourtant importante pour la construction des connaissances, et cherchent à coller à une démarche que l'intervenant souhaite qu'ils entreprennent. Elles apportent parfois des réponses à des questions que les élèves se sont posés, mais qu'ils interprètent dans un sens différent de celui de la réponse.

Les interventions peuvent provoquer un rejet de la stratégie mise en œuvre :

- parce qu'elle ne correspond pas à ce qui est demandé, elle se situe hors du sujet. C'est la démarche de Céline et Maude lorsqu'elles ne poursuivent pas la mise en place d'une démarche consistant à utiliser les déplacements de la tortue parce qu'elles comprennent que ce n'est pas ce qu'il faut faire. Dans ce cas, il aurait peut-être été préférable de les laisser poursuivre afin qu'elles perçoivent d'elles-mêmes dans la résolution du problème que cette démarche n'est pas généralisable.

- parce qu'elle ne peut aboutir sur la résolution du problème. Ainsi Céline et Maude envisagent la construction d'un segment identique à [AB] situé au-dessus de ce dernier. Cette proposition est rejetée par l'enseignant, alors que son exploration aurait pu aboutir à l'identification de propriétés géométriques du lieu des points recherchés et en auraient ainsi permis la construction.

Elles peuvent conduire les élèves à modifier leur démarche :

- en prenant en compte un aspect développé par l'intervention contre un autre aspect qu'ils utilisent implicitement. C'est encore le cas de Céline et Maude utilisant la construction de cercles, implicitement de même rayon, qui deviennent après intervention de l'enseignant des cercles de rayons différents. Le fait de construire des cercles suffisamment grands s'est substitué à celui de construire des cercles de même rayon.

- en les incitant à poursuivre dans une direction à propos de laquelle ils s'interrogent. l'intervention a finalement apporté une réponse, malheureusement erronée à ces interrogations. Stéphane et Patrick utilisent en la copiant intégralement une instruction donnée sur la feuille d'aide et s'interrogent sur la signification de l'une des variables qu'elle fait intervenir. L'observateur résout cette interrogation, les deux élèves comprenant que cette variable est utilisée par la machine sans que cela semble avoir de signification dans l'instruction. Cette interrogation aurait pourtant pu aboutir à une meilleure compréhension du rôle des variables dans Euclide

III.2. Quelques observations

Nous pouvons, malgré ces perturbations, à la suite de la mise en œuvre de l'expérimentation faire quelques observations quant à l'utilisation d'Euclide par des élèves.

III.2.1. Euclide exige l'explicitation des actions

La description de la géométrie proposée par Euclide contient moins d'implicite que la géométrie classique de l'enseignement. Lorsque deux points A et B sont définis, Euclide ne reconnaît pas implicitement la droite (AB) ou le segment [AB]. Bertrand et Jérôme ont pourtant supposé cette reconnaissance lorsqu'ils ont écrit l'instruction SOIT "D2 DRORT :AB :I, sans avoir auparavant défini la droite (AB).

III.2.2. Difficultés dans l'utilisation des variables

Ces difficultés apparaissent chez Céline et Maude qui utilisent A et B comme des points particuliers, alors qu'il s'agit de variables et que l'on souhaite qu'elles considèrent (A,B) comme une classe de bipoints sur laquelle la construction doit être faite. L'utilisation de A et B comme des points particuliers par les deux élèves nous semble apparaître lorsqu'elles construisent plusieurs fois et sous des noms différents le milieu de [AB] comme si elles construisaient les milieux de bipoints (A,B) différents.

De la même façon, Stéphane et Patrick ne semblent pas accéder au caractère générique des procédures d'Euclide. Lorsqu'ils veulent construire une droite orthogonale au segment [AB] en son milieu, ils utilisent l'instruction DRORT, sans véritablement donner un sens aux différentes variables qu'elle fait intervenir. Ils semblent considérer qu'il n'y a qu'une seule construction de droite orthogonale et n'accèdent pas au fait qu'une telle construction finalement dépend de variables. Ils ne se placent pas dans le cas général où A et B sont inconnus où ils doivent décrire une construction valable quelle que soit leur position.

IV. Conclusions

Cette expérimentation , malgré les perturbations, met en évidence qu'une résolution de problème par les élèves dans laquelle ils doivent effectuer une construction sur une classe de figures peut les conduire à la formulation de conjectures. Elle met aussi en évidence que l'utilisation de variables dans le cadre de la manipulation d'Euclide peut être l'indice de l'accès des élèves à la notion de classe de figures. La différence entre valeur d'une variable et variable possède certains points communs avec la différence entre figure et classe de figures.

Cette expérimentation a aussi le mérite de mettre concrètement en évidence l'importance des modifications dans les démarches des élèves dues à l'intervention d'un observateur dans un débat entre eux. Elle montre également dans quelle mesure une séance qui, de part l'homogénéité apparente des acquisitions des élèves, semble avoir bien fonctionné du point de vue de l'enseignant n'a pas bien fonctionné du point de vue de la recherche en didactique. Le grand nombre d'interventions est l'une des raisons de ce disfonctionnement ; les élèves ayant plus souvent cherché à coller à une démarche souhaitée par l'enseignant qu'à mettre en œuvre des connaissances dans la résolution du problème.

La différence de point de vue entre l'enseignant et le chercheur quant au fonctionnement de la séquence témoigne d'une différence connue de problématique entre eux qui trop souvent et à tort les sépare. En effet, la séquence présentée ici est plus le fruit d'une ingénierie didactique que celui d'une véritable analyse et mise en œuvre d'une situation didactique. Pour cette raison, les enseignants se sont trouvés implicitement face à un choix entre deux rôles : celui d'organisateur d'une séquence d'enseignement qui est leur rôle habituel et celui de simple observateur. Finalement, malgré quelques hésitations, face à la difficulté des élèves, leur métier a pris le pas sur celui de chercheur et les a conduit à intervenir. Ce qui apparaît dans l'analyse des observations est que ces interventions sont souvent loin d'avoir eu l'effet escompté et que finalement elles ont plutôt gêné les élèves dans leur résolution du problème et leur compréhension d'Euclide, alors qu'elles auraient été favorisées par les conditions mises en place par l'analyse didactique.

Bibliographie

IREM d'Orléans, (1983), Premier colloque LOGO, Enseignement et pratique active de l'informatique par l'enfant (Clermont-Ferrand 9-10-11 Décembre 1982)

BROUSSEAU Guy, (1983), Obstacles épistémologiques en mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 4.2, pages 165-198.

GRENIER Denise, (janvier 1985), Conceptions des élèves de collèges à propos de la symétrie orthogonale, *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble.*

ALLARD Jean-Claude et Claude PASCAL, (1987), *Euclide,*

IREM de Grenoble, (1986), Géométriciel, un outil pour la géométrie au lycée ou au collège.

ARTIGUE M., BELLOC J. et TOUATY S., (1989), Une recherche menée dans le cadre du projet Euclide, *publication interne de l'IREM Paris VII.*

GRAS Régis, (1987), Une situation de construction géométrique avec assistance logicielle, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol.8. n° 3, pp. 195-230.

ANNEXE 1

POINT : Si tu veux définir un point que tu appelleras M tu écris : SOIT "M DIGIT.

Tu appuies sur la touche ENTREE et tu vises un endroit de l'écran à l'aide du crayon optique ou du point que tu peux déplacer sur l'écran.

Si tu veux que la lettre M soit écrite à côté du point dessiné, tu écris : MARQUELN "M. Tu appuies sur ENTREE.

DROITE PASSANT PAR DEUX POINTS

Si tu veux définir une droite que tu appelleras par exemple D1 et qui passe par deux points M et N déjà définis, tu écris : SOIT "DRPP :M :N. Tu appuies sur ENTREE.

Si tu veux qu'elle soit dessinée, tu écris : DES :D1. Tu appuies sur ENTREE.

CERCLE DE CENTRE ET DE RAYON CONNUS

Si tu veux définir un cercle que tu appelleras C1 par exemple, tu dois avoir déjà défini son centre que tu peux appeler M par exemple et son rayon, 20 par exemple :

SOIT "C1 CLCR :M 20. Tu appuies sur ENTREE.

Si tu veux qu'il soit dessiné, tu écris : DES :C1. Tu appuies sur ENTREE.

CERCLE CENTRE O ET PASSANT PAR LE POINT M

Pour le définir, on écrit : SOIT "C2 CLCP :O :M

Pour le dessiner, on écrit : DES :C2

MILIEU DE DEUX POINTS

Pour définir le milieu I de deux points M et N, on écrit : SOIT "I MILIEU :M :N

Pour le dessiner, on écrit : DES :I

SEGMENT D'EXTREMITES M ET N

Pour définir ce segment, on écrit : SOIT "MN SG :M :N

Pour le dessiner, on écrit : DES :MN

PRENDRE UN POINT SUR UNE DROITE D1

SOIT "E DIGITSUR :D1

On vise un point de la droite D1 au crayon optique et le point choisi se dessine sur la droite D1.

DROITE PERPENDICULAIRE A UNE DROITE D1 ET PASSANT PAR UN POINT P

SOIT "D2 DRORT :D1 :P

Pour la dessiner : DES :D2

TRIANGLE DE SOMMETS M, N ET P

SOIT "T1 TR :M :N :P

Pour le dessiner : DES :T1

TRIANGLE EQUILATERAL DE SOMMETS M, N, ET P

SOIT "T2 TREQU :M :N :P

TRIANGLE ISOCELE MNP DE BASE MN
SOIT "T3 TRISO :M :N :P

INTERSECTION DE DEUX CERCLES
SOIT "X INTCC C1 C2
DES PREM :X DES DER :X

INTERSECTION DE DEUX DROITES D1 ET D2
SOIT "A INTDD :D1 :D2

INTERSECTION D'UNE DROITE D1 ET D'UN CERCLE C1
SOIT "X INTDC :D1 :C1

DISTANCE DE DEUX POINTS M ET N
SOIT "L DISPP :M :N

SYMETRIQUE D'UN POINT I PAR RAPPORT A UNE DROITE D1
SOIT "J SYM :D1 :I

ANNEXE 2

Règles du jeu (première phase) :

Voici une série de 8 jeux (appelés JEU1, JEU2, ...JEU8). Pour chacun de ces jeux, tu vas essayer de placer, sur l'écran de l'ordinateur, des croix à égale distance de deux points donnés A et B. Pour cela, désigne à l'écran un point où tu veux placer une croix. Si la croix est à égale distance de A et de B, l'ordinateur la dessine en rouge, sinon il la dessine en vert.

Un point peut être désigné à l'écran :

- soit **avec le crayon optique** (dans ce cas, avant de demander le jeu, écris : RAMENE "CRAYON).
- soit au clavier, **en déplaçant la tortue** avec les touches B, H, D, G (la tortue avance par pas de 5) ou les touches b, h, d, g (la tortue avance par pas de 1) et en validant (la tortue se trouve dans le coin en haut et à droite de l'écran et y retourne à chaque validation de point) ; si tu as utilisé le crayon optique dans le jeu précédent écris : RAMENE "CLAVIER.
- soit **à l'aide d'une primitive** du langage d'Euclide.
- soit **comme intersection de** deux **courbes** définies à l'aide du langage d'Euclide (une droite est une courbe particulière).

Dans les deux derniers cas :

- Si tu veux écrire à l'écran, il faut interrompre le jeu avec CNT C. Si tu veux reprendre le cours du jeu, écris SUITEINF.
- Si tu veux savoir si le point, que tu as appelé M, par exemple, est à égale distance de A et de B, écris : POSE :M ; la croix se trouvant au point M est dessinée en rouge si elle est à égale distance de A et de B, sinon elle est dessinée en vert.

Règles du jeu (deuxième phase) :

Vous faites ici le JEU9. Vous disposez du même matériel et des mêmes consignes que pour les 8 jeux précédents. Cette fois, le nombre de croix est limité à 10.

Deux élèves de l'équipe sont dans une autre salle : ils cherchent, par écrit, ce que les deux élèves restés devant le micro-ordinateur doivent faire pour placer le maximum de croix rouges. Lorsqu'ils ont terminé, ils donnent leur feuille à leurs camarades qui essayent les instructions données. Puis on échange les rôles des deux groupes.

Règles du jeu (troisième phase) :

Les équipes concourent les unes contre les autres. Vous avez tous les mêmes points A et B. Vous ne pouvez faire qu'une seule partie, dans laquelle vous disposez de dix croix.

Gagne l'équipe qui a placé le maximum de croix à égale distance de A et B (en un minimum de temps en cas d'ex æquo).

ANNEXE 3

Céline et Maude

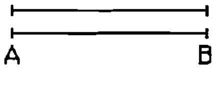
La première stratégie envisagée par Maude et Céline a été d'utiliser le déplacement de la tortue ; l'enseignant ayant rejeté cette proposition, elle n'a donc pas été développée. Cette stratégie est certainement apparue suite à la situation de familiarisation, l'utilisation du pilotage de la tortue étant considérée comme nécessaire pour résoudre le problème.

Maude et Céline ont ensuite écrit les procédures de construction du milieu de A et B, ce dernier étant un bon point. Elles ont ensuite envisagé la construction de plusieurs points de noms différents et définis à partir de la même procédure que celle permettant la construction du milieu de [AB] :

SOIT "I MILIEU :A :B
DES :I ,
suivi de :
SOIT "G MILIEU :A :B .
DES :G ,

Maude remarque la superposition des points ainsi construits, remarque qui est ensuite appuyée par l'enseignant pour conduire à la remise en cause de cette stratégie.

Maude et Céline ont ensuite envisagé la construction d'un segment, identique au segment [AB] et se situant "au-dessus" de ce dernier, dont elles prendraient le milieu :



Cette stratégie constitue une reprise de la stratégie précédente. La construction de ce deuxième segment n'a pas pu être faite, cependant Maude et Céline ont envisagé cette construction à partir d'une symétrie par rapport à une droite. L'enseignant est intervenu pour mettre en évidence la difficulté à construire un tel segment, ce qui a provoqué immédiatement l'abandon de cette stratégie.

Maude et Céline ont ensuite proposé la construction de cercles centrés en A et B, pour en prendre les intersections. D'après les schémas des deux élèves, ces cercles devaient implicitement être de même rayon et se couper en deux points.

L'intervention de l'enseignant, qui a insisté sur le fait que les cercles devaient impérativement se couper, a conduit Maude et Céline a construire des cercles de rayons différents (le deuxième cercle construit ayant un rayon supérieur au premier cercle), la consigne étant devenue celle de construire des cercles se coupant. D'ailleurs, les dessins que ces élèves ont produit au brouillon confirme cette situation : ces cercles pour se couper ont été un peu décentrés et déformés (figure 2)

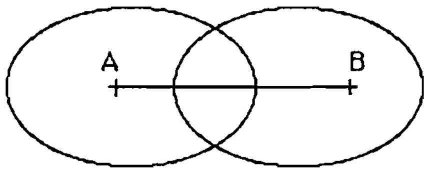


figure 2

Après une pause dans le déroulement de la séance, ces deux élèves ont repris leur travail avec l'idée d'une stratégie nouvelle : construction de la droite orthogonale passant par le milieu des points A et B sur laquelle on prendra les points cherchés. Ce changement a peut-être été provoqué par la récréation durant laquelle il a pu y avoir des échanges entre les élèves. L'écriture du message correspondant ne rencontre pas de difficultés, Maude et Céline utilisent correctement les quelques procédures d'Euclide fournies et élaborent le texte suivant :

```
SOIT "D1 DRPP :A :B
DES :D1
SOIT D2 DRORT :D1 :I
DES :D2
SOIT "E DIGITSUR :D2
```

Le point I n'étant pas défini dans ce texte, elles ajoutent cette définition au début du texte.

Stéphane et Patrick

Ces élèves décident en premier lieu de tracer le segment [AB] et son milieu : SOIT "AB SEG :A :N SOIT "I MILIEU :A :N, la lettre N provient des feuilles d'instructions que les élèves ont partiellement recopiées.

Puis ils choisissent de construire la perpendiculaire à AB, passant par le centre C du segment (le milieu et le centre ne sont peut-être pas nécessairement la même chose, ou SOIT "I n'a pas la signification qui est de nommer le milieu dans l'instruction SOIT "I). Pour cela ils recopient intégralement l'instruction fournie par l'enseignant : SOIT "D2 DRORT :D1 :P, ils s'interrogent sur la signification de P, mais une intervention de l'observateur va clore le débat, et en tout cas d'une certaine manière satisfaire les élèves : "P, c'est un point qui était déjà donné.

Après une deuxième intervention de l'observateur qui demande aux élèves de nommer les objets de la figure qu'ils ont faite sur un brouillon, les élèves cherchent à nommer la perpendiculaire au segment [AB]. Pour effectuer cette opération, ils envisagent d'utiliser l'instruction SOIT "D1 DRPP, mais cette proposition est rejetée car le nom ici ne va être donné à la "bonne droite".

Après une nouvelle intervention de l'observateur qui signale que N n'est pas défini, les élèves rectifient et remplacent N par B. Ils s'interrogent à nouveau sur la construction de la droite perpendiculaire et résolvent le problème en nommant cette perpendiculaire D1 : SOIT "D1 DRORT :D1 :P. Ce choix a été fait après lecture de la feuille d'instructions sur laquelle on pouvait lire ...perpendiculaire à une droite D1. L'enseignant intervient à nouveau mais ne repère pas cette erreur, il demande aux élèves de continuer en écrivant les instructions nécessaires à la saisie des points. Les élèves repèrent aussitôt la procédure DIGITSUR qui leur permet de saisir des points sur une droite : SOIT E DIGITSUR :D1.

Ils s'interrogent ensuite sur la construction d'un symétrique qu'ils décident de construire par : SOIT "J SYMD :D1 :D2, que l'on retrouve littéralement sur les feuilles d'instructions (ANNEXE 1).

Les instructions écrites ne permettant pas à l'ordinateur de signaler si un point est bien équidistant de A et de B, l'enseignant demande à nouveau aux élèves de fournir l'instruction permettant cette validation. Les élèves s'exécutent et écrivent POSE :P.

Le message est envoyé et pendant ce temps l'observateur demande aux élèves de relire ce qu'ils ont écrit. Ces derniers ne sont pas prêts à faire cette relecture, ils désirent manipuler l'ordinateur et ne remettent pas en doute ce qu'ils ont écrit. L'observateur intervient pour inciter les élèves à faire cette relecture et met en évidence le fait que ce qui a été écrit ne fonctionne pas.

L'enseignant montre une erreur : SOIT "D1 DRORT :D1.... L'observateur propose aux élèves d'utiliser un codage pour repérer les différents points et droites. Les élèves s'interrogent sur la possibilité d'avoir A et B sur une droite, l'enseignant donne une réponse qui satisfait les élèves mais qui ne leur permet pas d'obtenir une droite sur laquelle se trouvent A et B : "tu peux tracer une droite avec ces deux points".

Ils choisissent toutefois d'utiliser la procédure : SOIT "D1 DRPP... , mais s'interrogent à nouveau sur la présence de M et N dans l'exemple fourni par la feuille d'instructions. Ils utilisent à nouveau : SOIT "D2 DRORT :D1 :P, ce qui provoque aussitôt une explication de la part de l'observateur sur le statut des variables dans l'écriture des fonctions d'Euclide. Dans la fonction DRORT :D1 :P, le point P est l'intersection du segment [AB] et de la droite perpendiculaire qui va être tracée.

Un autre observateur intervient et explique ce qu'il faut faire. Cette intervention changent le sens de la situation et les observations qui l'ont suivi n'ont plus d'intérêt par rapport aux objectifs fixés.

Jérôme et Bertrand

Ces deux élèves commencent par dessiner le milieu de (A,B) et écrivent : SOIT "I MILIEU :A :B, puis DES :I. Puis ils poursuivent par le tracé de la droite orthogonale en I à (AB) : SOIT "D2 DRORT :AB :I, malgré une courte hésitation à propos de l'écriture "AB". Ils envisagent ensuite de prendre des points sur cette droite et se rendent compte qu'elle n'est pas tracée, ce qu'ils font : DES "D2. Ils écrivent les instructions nécessaires à la saisie des points :

SOIT "E DIGITSUR :D2

....

SOIT "M DIGITSUR :D2.

Puis ils désirent marquer les points qu'ils ont désignés avec l'instruction MARQUE.

Après une observation de l'enseignant à propos de la présence de AB qui n'est pas défini dans une instruction, les élèves rectifient et définissent le segment [AB] : SOIT "AB SG :A :B. L'instruction DRORT définit une droite perpendiculaire à **une droite,** ce que signale l'enseignant. Les élèves définissent donc la droite D1 : SOIT "D1 DRPP :A :B et rectifient après un refus d'exécution de l'ordinateur l'instruction SOIT "D2 DRORT :AB :I, et écrivent : SOIT "D2 DRORT :AB :I.

Après que le message ait été exécuté sur l'ordinateur par l'intermédiaire du deuxième binôme, l'enseignant procède à l'échange entre les deux binômes. Xavier et Laurent vont reprendre l'écriture du message de Jérôme et Bertrand. Le problème est désormais de valider les points qui ont été construits. Une longue discussion s'engage entre ces deux élèves à propos de la signification de différentes instructions : SOIT, c'est pour définir, MARQUE, c'est pour marquer les points, DES, c'est pour les dessiner. Mais cette discussion n'aboutit que difficilement sur la détermination de l'instruction qui permet de valider les points : POSE.