



LÉA : Réseau de l'école à l'université – Grenoble et Annecy

Site : <http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-de-lecole-a-luniversite-grenoble-et-annecy>

Compte-rendu de la réunion de tous les groupes Mercredi, 22 juin 2022 – IREM de Grenoble

Rédigé par Michèle Gandit
à partir des notes prises par Nathalie Vuillod et Nataly Essonnier

Ordre du jour

- 9h-9h20 – Accueil et présentation des participants
- 9h20 – 10h – 1er temps : présentation globale, un peu de théorie (concept, conceptions, progression des problèmes,...), Michèle et Laurence
- 10h – 2ème temps : gestion de la mise en œuvre en classe d'une résolution de problèmes et outils
 - 10h – 10h20 : tableau de progression : la parole à Catherine
 - 10h20 – 10h40 : focus sur un exemple illustrant le débat : vidéo de Caroline (carrelage salle de bains)
 - 10h40 – 11h : grille d'observation sur les actions des intervenants : la parole à Thomas
- 11h – 11h15 : pause
 - 11h15 – 12 h : réflexion collective sur ces deux outils, modérée par Grégoire et Rémi : ces outils sont-ils utilisables sans formation ? dans quelle mesure ? les aspects positifs ? les aspects négatifs ?
- 12h – 13h15 : repas
 - 13h15 – 13h45 : synthèse des discussions, Grégoire et Rémi
 - 13h45 – 14h : évaluation de ces outils et évolution, Laurence, Michèle et Nataly
- 14h – 3ème temps : les connaissances en jeu
 - 14h – 15h15 : recherche d'un problème : Thomas (Observation de l'animateur de la situation, Nataly et Michèle)
 - 15h15 – 15h45 : identification des connaissances en jeu et retour sur l'utilisation de la grille
- 15h45 – 16h05 – 4ème temps : focus sur un exemple en cycle 1, Béatrice
- 16h05 – 16h30 – 5ème temps : le LÉA au niveau universitaire (licence), Rémi
- 16h30 – 16h45 : calendrier de 2022-2023, Nataly

Les participants

- Caroline Zavarise, Ecole du Parmelan, Annecy, cycle 3,
- Lilian Deronzier, Ecole du Parmelan, Annecy, cycle 3,

- Catherine Mohn, Ecole du Parmelan, Annecy, cycle 3,
- Laurence Mossuz, Ecole de la Plaine, Annecy, cycle 1, et animatrice IREM,
- Claire Perrillat, Ecole Quai Jules Philippe, Annecy, cycle 3,
- Pauline Maucci, Lycée Pablo Neruda, Saint-Martin d'Hères,
- Aurélie Sauze, Lycée Pablo Neruda, Saint-Martin d'Hères,
- Thomas Meyer, Lycée Pablo Neruda, Saint-Martin d'Hères, et animateur IREM,
- Elsa Van Straaten, Lycée Pablo Neruda, Saint-Martin d'Hères,
- Emilie Quéma, Lycée du Grésivaudan, et animatrice IREM,
- Claire Geoffroy, Lycée Aristide Bergès, Seyssinet-Pariset,
- Anne-Cécile Despinasse, conseillère pédagogique, circonscription de Grenoble 2,
- Rémi Molinier, Université Grenoble Alpes, Institut Fourier, et animateur IREM,
- Grégoire Charlot, Université Grenoble Alpes, Institut Fourier, et animateur IREM,
- Nathalie Vuillod, Maison pour la Science en Alpes Dauphiné,
- Charles Agnès, Collège Olympique, Grenoble, excusé pour l'après-midi,
- Manon Leygonie, Collège Olympique, Grenoble,
- Erwan Gonsolin, conseiller pédagogique de circonscription, Annecy-Est, chargé du blog du LÉA,
- François Lathuraz, Ecole Clos Chevallier, Menthon Saint-Bernard,
- Béatrice Danjou, Ecole Vallin Fier, Annecy, cycle 1, et maîtresse formatrice et référente mathématiques,
- Michèle Gandit, Université Grenoble Alpes, INSPE, et directrice de l'IREM, porteuse du projet de recherche,

Fanny Stacchetti, Ecole du Verderet, Grenoble, excusée pour le matin,

Jean-Christophe Salmon, Collège Geneviève Anthonioz De Gaulle, Cluses, et animateur IREM, excusé pour le matin,

Nataly Essonnier, Pôle formation UIMM Savoie, La Motte-Servolex, et animatrice IREM, excusée pour le matin.

Excusés pour la journée : Sylvain Gravier, Université Grenoble Alpes, CNRS, Institut Fourier ; Eric Sujkowski, IEN Annecy et responsable du groupe départemental mathématiques de la Haute-Savoie.

9h20 – Présentation globale, quelques éléments théoriques, Michèle et Laurence

L'intitulé de l'action de recherche de ce LÉA est « Enseigner la preuve en mathématiques pour former le citoyen au raisonnement, à l'autonomie et au débat scientifique ».

Les enseignants participant à cette recherche collaborative se répartissent en quatre groupes désignés par :

- « Annecy », groupe constitué des enseignants du premier degré des écoles d'Annecy et des environs, qui figurent dans la liste ci-dessus, dont certains ont commencé la recherche collaborative avec l'IREM, en 2018, dans le cadre d'une convention de partenariat scientifique entre l'UGA et la DSDEN 74, intitulée « Projet IREM Résolution de problèmes aux cycles 2 et 3 » ; cette recherche collaborative initiale était animée par le groupe IREM « Résolution de problèmes aux cycles 1, 2 et 3 » ;
- « Olympique », qui regroupe les enseignants (de la liste ci-dessus) du collège Olympique, de l'école du Verderet, établissements en réseau d'éducation prioritaire, et la conseillère pédagogique de la circonscription de Grenoble 2 ;

- « Neruda », groupe constitué des enseignants du lycée Pablo Neruda, qui figurent dans la liste ci-dessus ;
- « Université », constitué d'enseignants de l'université qui interviennent en première année de licence.

Tout enseignant impliqué dans le LéA est amené à participer activement à l'étude des questions de recherche, liées à l'enseignement de la preuve en mathématiques. Il peut aussi proposer des questions à étudier. Il s'agit d'une recherche collaborative, qui conduit également chaque acteur à se former et à se développer sur le plan professionnel. Certains auteurs qualifient cette démarche de démarche d'investigation-formation. Tout enseignant garde des traces personnelles de l'avancée du projet, peut être amené à communiquer sur ce projet.

Se reporter au site du LéA pour le développement des questions de recherche : <http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-de-lecole-a-luniversite-grenoble-et-annecy>.

Chaque participant est encouragé à alimenter le blog du LéA en envoyant à Erwan Gonsolin (erwan.gonsolin1@ac-grenoble.fr) des extraits d'expérimentations en classe, des photos, des ressources, des ressentis.

Pour chaque enseignant, l'objectif est de mettre en place dans la classe une pratique *adéquate* de la preuve, adéquate au sens qui va être précisé plus loin.

Dans ce qui suit sont présentés les premiers résultats, les premiers outils, concernant l'enseignement et l'apprentissage de la preuve en mathématiques du cycle 1 au cycle 3.

Certains résultats ont déjà été présentés :

- le 4 mai à Grenoble, lors de la réunion du groupe départemental mathématiques du premier degré de l'Isère, par Michèle Gandit,
- le 11 mai à Strasbourg, à la Journée Nationale de l'Innovation Pédagogique, par Michèle Gandit et Laurence Mossuz, invitées par la DGESCO,
- le 18 mai à Lyon, à la journée internationale des LéA, par Béatrice Danjou, Laurence Mossuz et Michèle Gandit,
- le 15 juin à Toulouse, lors d'une communication au colloque de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM pour l'enseignement élémentaire), par Michèle Gandit,
- le 20 juin, en visioconférence avec le groupe départemental mathématiques du premier degré de la Haute-Savoie, par Michèle Gandit, et appui à Bonneville sur des éléments apportés par Béatrice Danjou pour le cycle 1 et Erwan Gonsolin pour la recherche d'un des problèmes de la progression construite.

Quelques éléments théoriques : différentes dimensions de la preuve

Michèle présente les différentes dimensions de la preuve sur les plans épistémologique et didactique : validation/explication, processus/produit, syntaxe/sémantique, activité sociale.

La double dimension de validation et d'explication

On n'apprend pas de mathématiques si on ne cherche pas à comprendre son moyen essentiel de *validation* : la preuve. On n'enseigne donc pas les mathématiques si on ne cherche pas à faire comprendre les preuves. L'enjeu de la preuve n'est pas la vérité, mais celui de la validité des énoncés dans un cadre théorique bien défini, celui-ci étant régi par

des règles « du jeu » et contenant d'autres énoncés déjà acceptés. Ramener ainsi la preuve à la validation implique qu'on se questionne sur la construction de raisons pour accepter tel énoncé dans le cadre choisi (les « règles » du jeu). Comment s'y prendre pour construire ces raisons reste une question essentielle pour l'enseignant.

Pour un individu donné, l'entrée dans la preuve d'un énoncé mathématique se fait par la recherche d'une *explication* de la validité de cet énoncé, de son point de vue (Balacheff, 2011). Cette explication ne peut devenir une preuve que si elle est acceptée comme valide par une communauté.

La double dimension de processus et de produit

La preuve en mathématiques est à la fois un *processus* et un *produit* (Gandit, 2008). C'est un processus qui vise à lever le doute, à valider, à établir la vérité d'un énoncé dans un cadre théorique déterminé, à convaincre, mais aussi à expliquer.

La preuve est aussi un *produit* pour communiquer, oralement ou à l'écrit, des mathématiques, en tant que résultats, aboutissement d'un travail d'écriture et de verbalisation, qui accompagne le processus tout du long. La preuve se construit ainsi lentement au cours d'une période expérimentale visant la résolution d'un problème.

La double dimension de syntaxe et de sémantique

La logique fournit des outils pour établir si des raisonnements sont corrects ou non. Ces outils sont des schémas de raisonnement, des règles de déduction. Un raisonnement donné peut alors être modélisé comme une mise en relation entre des propositions, conforme ou non à ces schémas et à ces règles. La validité d'un raisonnement peut ainsi être attestée par sa conformité à une certaine structure, ainsi que celles des propositions qu'il met en jeu. Examiner ainsi la validité des raisonnements utilisés dans une preuve relève de l'aspect syntaxique de celle-ci (Deloustal-Jorrand et *al.*, 2020).

Si on peut considérer la syntaxe comme un monde de structures, de symboles, de « coquilles vides », manipulables par un ordinateur (Duparc, 2015), la sémantique quant à elle permet un retour au contenu de ces coquilles, à la signification. Un raisonnement valide du point de vue de la syntaxe permet d'obtenir en conclusion une proposition vraie (valide) qui « dit des choses », qui apporte des éléments nouveaux, qui donnent vie à des objets mathématiques.

L'enseignement-apprentissage de la preuve s'articule autour de ces trois doubles dimensions, qui, par les attitudes qu'elles encouragent, font ainsi apparaître le lien étroit entre la pratique de la preuve en mathématiques et la pratique du raisonnement, de l'argumentation, de la recherche d'explications scientifiques.

La preuve comme activité sociale

En mathématiques la pratique de preuve est aussi une *activité sociale*. La transposition en classe de cette pratique amène à développer la socialisation des élèves au sens qu'elle nécessite que la classe fonctionne comme une communauté scientifique, dans laquelle on accepte ou rejette des propositions avec des arguments fondés sur des raisons objectives. Elle nécessite de la part des élèves une attitude d'écoute au sens où, pour échanger des arguments, les élèves doivent s'intéresser aux arguments des autres et accepter le débat, le débat scientifique (Legrand, 1993). Par suite, il faut apprendre à reconnaître l'erreur dans le cas où un argument de preuve l'atteste. Il faut savoir différencier les résultats établis et les conjectures, dont on n'a pas encore construit la preuve. Cette attitude de preuve n'est pas innée ; le « pourquoi » en mathématiques ne peut pas être appris en référence à l'autorité (Brousseau, 1998, p. 39). Il faut aussi être

curieux et créatif. Ainsi la pratique de la preuve conduit à la formation de l'esprit critique, aidant à la prise de décision en dehors des mathématiques. C'est une de nos hypothèses de travail.

Michèle présente ensuite la problématique du projet de recherche.

La problématique

Elle concerne les pratiques des enseignants par rapport à la mise en place en classe d'une pratique de preuve *adéquate* et ses effets sur les apprentissages et les attitudes des élèves.

Les hypothèses de travail, c'est-à-dire ce que nous ne remettons pas en question, sont les suivantes :

1. Une pratique adéquate de la preuve a lieu dans le cadre de la résolution d'un problème.
2. Une pratique adéquate de la preuve en classe se développe dans le cadre d'une classe qui fonctionne comme une communauté scientifique, qui pratique le débat scientifique.
3. Une pratique adéquate de la preuve en classe permet le développement de la socialisation des élèves.
4. Une pratique adéquate de la preuve en classe permet le développement de l'argumentation, qui accompagne le processus de preuve, et de l'esprit critique.
5. Une pratique adéquate de la preuve en classe est difficile à mettre en œuvre, du fait, d'abord de sa nature de processus qui accompagne la résolution d'un problème, ainsi que de la nécessité d'installer un contrat didactique permettant le débat.

Une pratique *adéquate* de la preuve en classe serait ainsi liée à la mise en œuvre de la résolution d'un problème dans une classe investie d'une responsabilité scientifique par rapport aux arguments échangés et aux résultats produits sur le problème (Gandit, 2015).

Les questions de recherche sont les suivantes.

Question de recherche n°1 – Est-il possible, grâce à une progression dans l'enchaînement de situations de recherche – et de problèmes s'en approchant – d'amener les enseignants à une pratique adéquate, favorisant l'autonomie, la responsabilité scientifique des élèves et le débat scientifique ?

Question de recherche n°2 – Quels bénéfices en retirent les élèves, en termes d'apprentissages et d'attitudes ?

Par ailleurs, il existe des situations qui reposent sur des problèmes issus de la recherche en mathématiques discrètes, dont les analyses mathématique et didactique révèlent les potentialités concernant une pratique adéquate de la preuve (Da Ronch et al, 2020).

D'où notre sixième hypothèse de travail :

6. Il existe des situations de recherche adaptées à la classe qui permettent, sous réserve d'une gestion en classe pertinente, une pratique adéquate de la preuve.

Un modèle de trois conceptions de l'activité de recherche (et de preuve)

En s'appuyant sur la définition d'un concept, donnée par Vergnaud (1982) (figure 1) et d'une conception, donnée par Artigue (1988) (figure 2), Michèle présente ce modèle. Celui-ci permet de décrire les choix de l'équipe de recherche, et leur articulation, concernant la méthode employée.

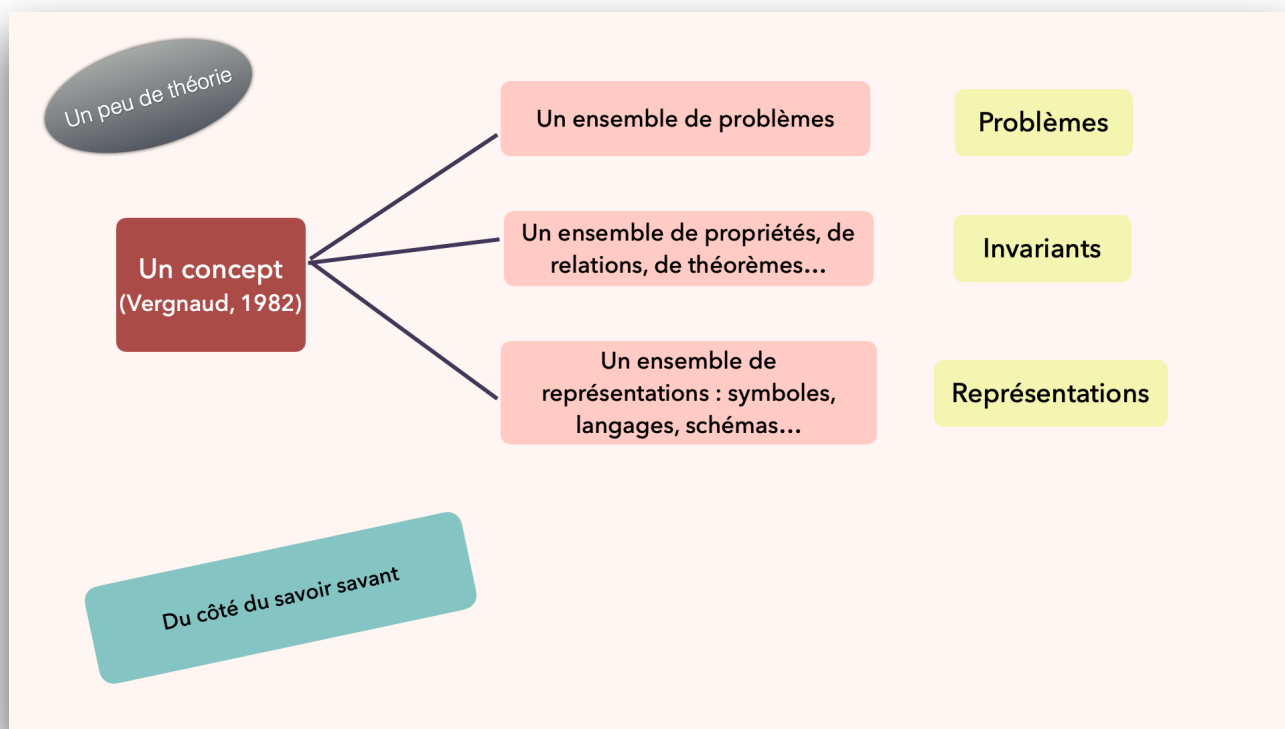


Figure 1 – Un concept, d'après Vergnaud

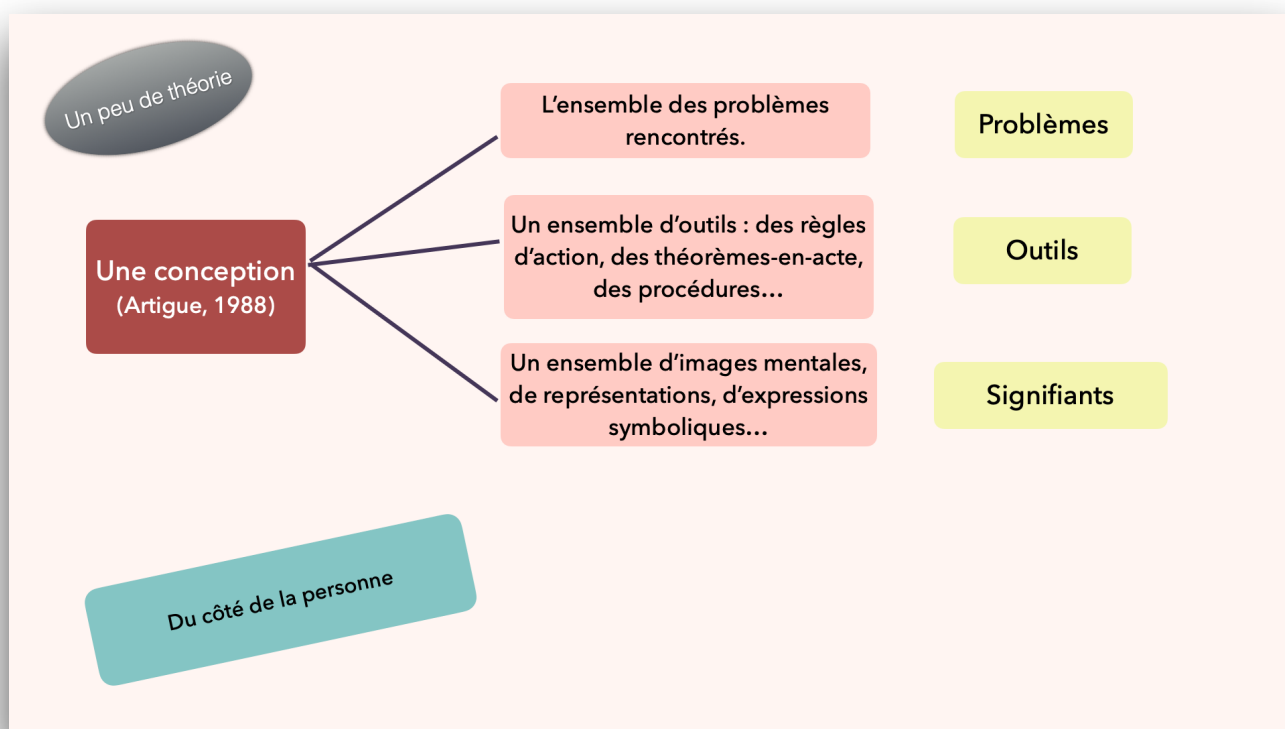


Figure 2 – Une conception (ce que conçoit une personne par rapport à un concept), d'après Artigue

Le concept en jeu ici est l'activité de recherche (et de preuve) en mathématiques.

Par rapport à ce concept, la conception du chercheur est constituée de :

* tous les problèmes ou questions de recherche que celui-ci a déjà rencontrés,

- * de sa démarche de recherche sur ces problèmes ou questions,
- * des différents systèmes de représentations qu'il a utilisés, ceux-ci dépendant des cadres dans lesquels il a étudié les questions ou problèmes.

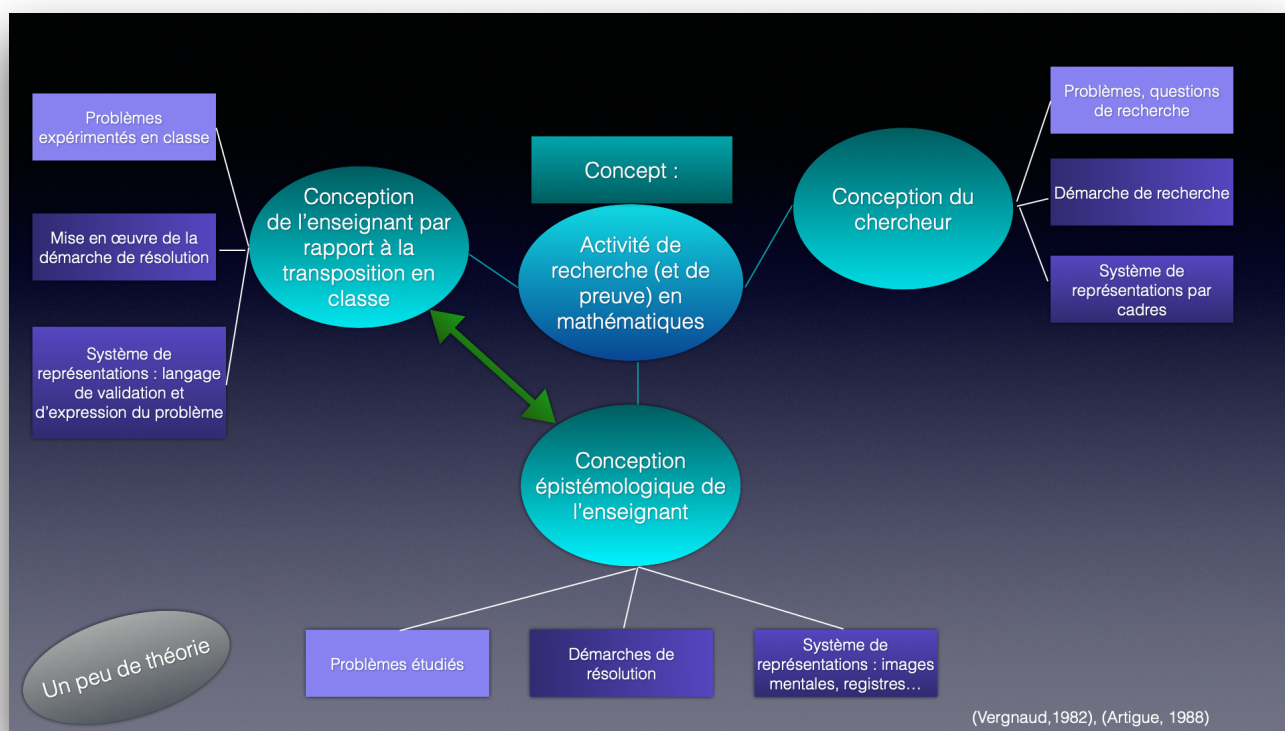


Figure 3 – Trois conceptions par rapport au concept « Activité de recherche (et de preuve) en mathématiques

Par rapport à ce concept, la conception épistémologique de l'enseignant est constituée de :

- * tous les problèmes ou questions de recherche que celui-ci a déjà étudiés, dans ses études ou ailleurs, pas nécessairement en classe,
- * des démarches de résolution qu'il a eu l'occasion de mettre en œuvre dans la recherche des ces problèmes,
- * des différents systèmes de représentations qu'il a utilisés, des images mentales qu'il s'est forgées, des registres qu'il a employés (langue naturelle, formules, graphiques...) dans les différents cadres où il a résolu les problèmes.

Enfin la conception de l'enseignant par rapport à la transposition en classe de cette activité de recherche (et de preuve) est constituée de :

- * tous les problèmes qu'il a expérimentés en classe,
- * de la mise en œuvre de la démarche de résolution de ces problèmes,
- * des différents systèmes de représentations qu'il a utilisés en classe, comme, par exemple, les langages d'expression des problèmes et de validation des productions des élèves.

Pour un enseignant donné, les deux dernières conceptions s'influencent mutuellement et sont parfois difficiles à distinguer.

Durant cette première année du projet, la méthode employée avec les groupes « Annecy » et « Olympique » a été d'agir sur les conceptions des enseignants par rapport à la transposition en classe de l'activité de recherche (et de preuve), en proposant une liste de problèmes à expérimenter. Pour le groupe « Neruda », la méthode a d'abord porté sur la conception épistémologique de l'enseignant.

Les premiers résultats : des outils

Michèle présente ensuite le premier outil constitué d'une liste ordonnée de problèmes (figure 4) :

* de complexité croissante sur le plan :

* des actions mathématiques des élèves qui peuvent être favorisées lors de la mise en œuvre en classe, à savoir expérimenter, généraliser, questionner, communiquer (<https://journals.openedition.org/educationdidactique/2857>) ;

* de la gestion de la classe, celle-ci devant notamment permettre la mise en place d'un débat scientifique ;

* respectant une progression dans les connaissances à institutionnaliser, comme :

1. savoir qu'un problème peut avoir plusieurs solutions,
2. savoir que pour démarrer la recherche d'un problème, on simplifie, on fait des essais dans des cas simples,
3. savoir prouver qu'on a trouvé toutes les solutions, qu'il n'y a pas d'autre solution,
4. savoir prouver une impossibilité,
5. savoir faire une conjecture de portée générale à partir de l'étude de plusieurs cas,
6. savoir valider ou invalider une telle conjecture,
7. savoir prouver qu'une condition est nécessaire,
8. savoir prouver qu'une condition est suffisante...

Il est proposé d'expérimenter un problème par période de classe entre des vacances successives, chacun de ces problèmes étant décliné en variantes, voire en rituels au cours de la période. Cette déclinaison permet aux élèves de s'approprier la connaissance visée en la reconnaissant comme point commun à ces variantes du problème de départ.

Cette liste débute par un problème de dénombrement simple, qui vise la compréhension de la nécessité de s'organiser pour répertorier toutes les solutions possibles différentes à un problème, et se termine par une situation de recherche pour la classe, comme *Le carrelage de la salle de bains*, dans laquelle sont en jeu tous les savoirs répertoriés ci-dessus.

Pour des précisions sur les problèmes, se reporter à : <https://cloud.univ-grenoble-alpes.fr/index.php/s/r9PCTzp97cwaQcM>

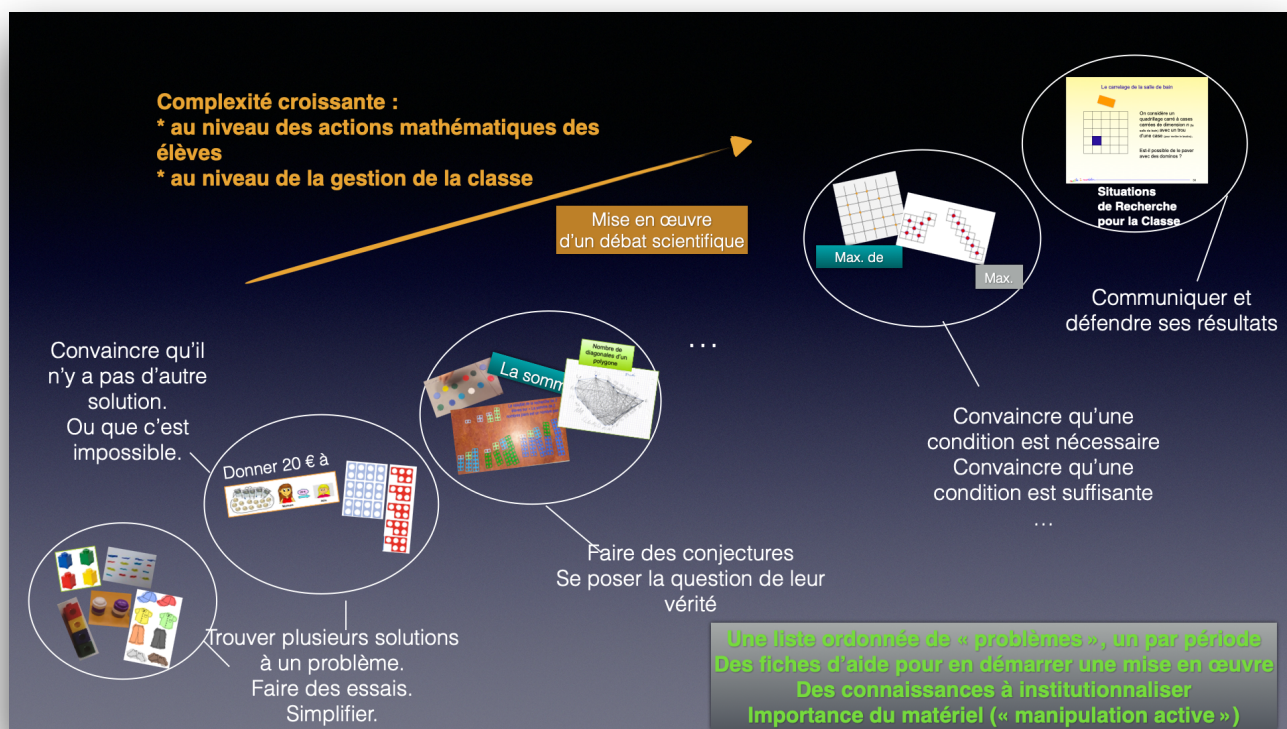


Figure 4 – Une liste ordonnée de problèmes

Laurence présente ensuite un second outil, co-construit avec le groupe « Annecy », à savoir Un tableau de progression, qui permet à l'enseignant de se situer, suivant quatre critères :

1. la désignation des connaissances en jeu et l'explicitation des objectifs visés,
2. l'observation des actions des élèves,
3. le débat scientifique et la validation,
4. la conclusion sur le problème et l'institutionnalisation.

Pour chacun de ces critères, le tableau (sur les deux pages suivantes) comporte quatre indicateurs de niveau suivant lesquels un enseignant peut se positionner au cours de la mise en œuvre de la résolution d'un problème. Le niveau le plus expert se situe dans la colonne de droite du tableau.

Les couleurs utilisées dans le tableau marquent le lien avec les stratégies d'évaluation formatives identifiées par William et Thompson (2007) et reprise dans (Lepareur, Gandit, Grangeat, 2017) <https://journals.openedition.org/educationdidactique/2857>

Les enseignants du groupe « Annecy » ajoutent que ces problèmes permettent de valoriser les élèves en difficultés, car ils ne sont pas bloqués par la non-acquisition de certaines connaissances. L'enseignant doit veiller dans sa posture à rester neutre pendant la phase de débat pour ne pas influencer les élèves, mais il reprend la responsabilité dans la phase d'institutionnalisation.

Indicateurs de niveau des actions de l'enseignant au cours de la mise en œuvre de la résolution du problème (P désigne l'enseignant)

Désignation des connaissances en jeu et explicitation des objectifs visés	P a pour seul objectif que le problème soit résolu	P s'est fixé un objectif d'apprentissage en lien avec la preuve ou la modélisation, mais n'en tient pas particulièrement compte dans la mise en œuvre.	P s'est fixé un objectif d'apprentissage en lien avec la preuve ou la modélisation, Il conduit la mise en œuvre en classe en fonction de cet objectif, qu'il explicite aux élèves.	P conduit la mise en œuvre en classe en fonction de cet objectif, qu'il explicite aux élèves et le formalise dans une trace écrite.
	P observe les actions des élèves (seuls ou en groupe) et intervient sur le problème, en guidant vers sa résolution.	P observe les actions des élèves (seuls ou en groupe). Il met en place un étayage, fixe ou adapté, influençant les représentations qu'ont les élèves du problème.	P relève dans les actions des élèves des indicateurs pour anticiper une mise au point collective ou un étayage adapté ou le démarrage du débat. P incite les élèves à être responsables de leurs apprentissages en prévoyant un espace de dialogue entre pairs.	P relève dans les actions des élèves des indicateurs pour anticiper le démarrage du débat. P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs : il renvoie le questionnement à l'élève ou à la classe. P incite les élèves à être responsables de leurs apprentissages en prévoyant un espace de dialogue entre pairs.
Observation des actions des élèves				
Débat scientifique - validation	Voir page suivante			
Conclusion et Institutionnalisation	Aucune institutionnalisation n'est prévue. P conclut la recherche autour du ressenti des élèves.	P organise la conclusion de la recherche sur les résultats du problème.	P organise la conclusion de la recherche sur les résultats du problème. P réalise une institutionnalisation locale : il explicite l'apprentissage visé relatif à la preuve (Qu'a-t-on appris ?)	P organise une présentation par les élèves des résultats sur le problème. P réalise une institutionnalisation locale : il explicite l'apprentissage visé relatif à la preuve (Qu'a-t-on appris ?) L'institutionnalisation fait l'objet d'une trace écrite. P incite les élèves à être responsables de leurs apprentissages en développant l'autoévaluation.

Indicateurs de niveau des actions de l'enseignant au cours de la mise en œuvre de la résolution du problème (*P* désigne l'enseignant)

Désignation des connaissances en jeu et explicitation des objectifs visés	Voir page précédente		
Observation des actions des élèves	Voir page précédente		
Débat scientifique - validation	Tous les élèves présentent leurs productions. P valide ou invalide.	P anticipe la mise en commun par un classement des productions des élèves suivant les stratégies de résolution ou leur validité. Les élèves présentent leurs productions, que P aide ou invalide. Aucune rétroaction de la part des élèves.	P a sélectionné des productions ou conjectures d'élèves pour mettre en place le débat avec la classe permettant de valider ou rejeter ces conjectures. P favorise les rétroactions de la part des élèves pour faire évoluer leurs stratégies. P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs. P a sélectionné des productions ou conjectures d'élèves pour mettre en place le débat avec la classe permettant de valider ou rejeter ces conjectures. P favorise les rétroactions de la part des élèves pour faire évoluer leurs stratégies. P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs. P a sélectionné des productions ou conjectures d'élèves pour mettre en place le débat avec la classe permettant de valider ou rejeter ces conjectures. P favorise les rétroactions de la part des élèves pour faire évoluer leurs stratégies. P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs. P incite les élèves à être responsables de leurs propositions. Les conjectures, avec leurs preuves, acquièrent le statut de résultats mathématiques.
	Aucune rétroaction de la part des élèves.		
Conclusion et Institutionnalisation	Voir page précédente		

10h10 – Ressenti concernant le tableau de progression précédent, de la part de Catherine du groupe « Annecy »

Les enseignants utilisent le tableau de progression pour se situer et définir des objectifs personnels pour l'année. Ce tableau peut également permettre aux enseignants de se situer dans d'autres disciplines (histoire, art, EMC..)

Il rassure les enseignants, leur permet d'avoir un autre regard sur leur propre pratique en s'appuyant sur les vidéos.

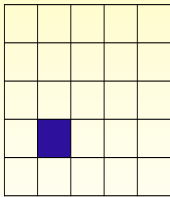
Grand intérêt trouvé par les enseignants d'échanger cette année en présentiel sur leurs pratiques, par rapport aux périodes « distanciel » du COVID.

10h40 – Pause

10h50 – Vidéo de Caroline (groupe « Annecy ») en classe sur le problème du carrelage de la salle de bain

Problème général : on a une surface quadrillée dans laquelle on a un trou d'une certaine forme, on cherche à paver cette surface quadrillée avec des formes recouvrant un certain nombre de carreaux de la surface quadrillée, un tel pavage est-il possible ?

Le carrelage de la salle de bain



On considère un quadrillage carré à cases carrées de dimension n (la salle de bain) avec un trou d'une case (pour mettre le lavabo).

Est-il possible de le paver avec des dominos ?

math à modeler 30

Dans la classe de Caroline, on étudie une surface quadrillée (la salle de bain) qui est un carré 5×5 . Le trou est d'un carreau (pour mettre le lavabo). Les formes avec lesquelles on veut paver sont des dominos (deux carreaux qui ont un côté en commun).

On peut voir sur la vidéo l'investissement et l'engagement des élèves et un débat très animé. Cela montre également la difficulté de gestion de la classe. Comment ne pas intervenir dans le débat scientifique ? Comment mettre en place

les conditions d'un débat de qualité ? Les élèves doivent s'écouter, argumenter, éviter les arguments d'autorité.

Remarque de Grégoire : Marc Legrand indique que lorsque le débat est devenu une pratique courante, les élèves ne se satisfont plus des arguments d'autorité donnés par les élèves « leader » et exigent une argumentation poussée.

L'enseignant note toutes les conjectures des élèves au tableau. Il prépare le débat ou fait un point avec les élèves à un moment de la recherche, en utilisant une fiche d'aide au démarrage du débat : les élèves recopient les conjectures, votent si elles sont vraies ou fausses et donnent leurs arguments.

Voici un exemple utilisé dans la classe de Lilian (groupe « Annecy »).

gabin

Recopie par ligne, chacune des réponses qui figurent au tableau	Réponds : -« soit je pense que c'est vrai » -« soit je pense que c'est faux »	Explique pourquoi tu penses que c'est vrai ou pourquoi tu penses que c'est faux. Ton argument doit être convaincant pour une personne qui ne partage pas ton idée.
① 	je pense que c'est vrai.	c'est vrai car dans tous les cas il ne restera aucune case vide. Exemple pour les 5:  = Parabo  = dominos
② 	je pense que c'est faux	car ils ont oublié celui du milieu. Car celui du milieu peut y être. Exemple:  = Parabo  = dominos
③ c'est pair ça ne marche pas.	je pense que c'est vrai.	$4 \times 4 = 16$ donc tu fais 16 pour le Parabo et tu divise par deux pour les dominos. Donc $16 - 1 = 15$ $15 \div 2 = 7$ $2 \times 7 = 14$ et il reste 1 donc tu ne peux pas.
④ 	je pense que c'est faux.	Se pense que c'est faux parce qu'il reste plein d'autre façon pour mettre le Parabo. Exemple:  = dominos  = Parabo
⑤ 		

Figure 5 – Une fiche d'aide au débat (CM2)

Un des objectifs de la journée est de réfléchir à l'utilisation d'outils lorsqu'on n'a pas participé à la co-construction de ceux-ci. En lien avec cet objectif, le tableau de progression présenté ci-dessus va être étudié en même temps qu'une fiche, nommée « Notice, grille d'observation », construite et utilisée par le groupe « Neruda ».

11h05 – Présentation de l'outil « Notice, grille d'observation », par Thomas, groupe « Neruda »

L'objectif de cette fiche est de donner des repères à l'enseignant pour qu'il favorise le débat des élèves. Quelle posture de l'enseignant pour favoriser le débat des élèves ?

Cette fiche (voir les deux pages suivantes) a été conçue dans la perspective d'observer des séances de ce qu'on appelle un atelier Maths à Modeler : pendant six séances de classe, les élèves, encadrés par des chercheurs, cherchent à résoudre un problème (une situation de recherche pour la classe) et préparent un séminaire où ils communiquent sur le problème cherché et les résultats obtenus, à l'université.

Un tel atelier a été organisé dans la classe de 2nde de Pauline (groupe « Neruda »), animé par Isabelle Sivignon et Romain Cravic, les chercheurs-animateurs.

Les enseignants du groupe « Neruda » ont utilisé cette fiche pour observer deux groupes d'élèves et les deux chercheurs-animateurs. Pour l'observation d'un groupe d'élèves, trois statuts sont à identifier : « Actif », « Inactif », Sollicitation ». Pour les chercheurs-animateurs, les trois statuts à observer sont : « Institutionnalisation », « Réponse à une sollicitation » et « Requête de sollicitations ».

Notice, grille d'observation atelier Màm, seconde F, lycée Pablo Neruda, mai 2022

- **3 éléments:** le problème (les cartes bicolores), (le groupe des) élèves, l'intervenant.

Dans le cadre de cette expérimentation, nous nous focaliserons uniquement sur les deux derniers éléments et observerons les interactions entre des groupes d'élèves et les deux intervenants. Parmi ces derniers, l'un est expert (Isabelle Sivignon) car il a déjà animé de nombreux ateliers (même s'il ne connaît pas bien le problème des cartes bicolores), l'autre est novice (Romain Cravic)

Il y aura a priori deux ou trois observateurs par séance. Chacun s'occupera de deux groupes différents ainsi que des deux intervenants.

Il pourra être intéressant de filmer les séances (mais ce ne sera pas possible pour la première) pour pouvoir affiner les observations par la suite.

Les observateurs ont été placés précédemment dans une situation de chercheurs sur un problème qui leur a été proposé par Sylvain Gravier. Il peut être intéressant pour eux d'essayer de retrouver dans les groupes d'élèves les phases/statuts par lesquels ils sont passés.

- Pour le groupe d'élèves, nous nous observerons dans un premier temps les trois statuts suivants: Actif, Inactif, Sollicitation.
 - Lorsque le groupe est actif:
 1. De manière individuelle.
 2. De manière collective.
 3. En manipulant des objets.
 - Lorsque le groupe est inactif:
 1. Semble inactif (a l'air de ne rien faire)
 2. Vraiment inactif (fait ostensiblement autre chose: empiler des pièces, etc.)
 - Lorsque le groupe sollicite un intervenant:
 1. « On n'a pas compris »
 2. « On a trouvé la solution »
 3. « On est coincés »
 4. « On n'est pas d'accord dans le groupe »
- Pour les intervenants, nous observerons dans un premier temps les trois statuts suivants: Institutionnalisation, Réponse à une sollicitation, Requête une sollicitation.
 - Institutionnalisation:
 1. Sous forme magistrale.
 2. Sous forme de débat.
 - Réponse aux sollicitations d'un groupe:
 1. Argumentation, Contre-argumentation (« Comment? », « Pourquoi? »)
 2. Validation
 3. Relance
 - Requête de sollicitations (groupes inactifs ou groupes n'ayant pas été vus depuis « longtemps »):
 1. Relance
 2. État des lieux

Figure 6 – Première page de la « Notice, grille d'observation »

Grille d'observation MÀM

Séance du:

Séance ... / 6

Page: .../...

Heure	Groupe A	Groupe B	Intervenant E (expert)	Intervenant N (novice)

Figure 7 – Extrait de la deuxième page de la « Notice, grille d'observation »

Les enseignants du groupe « Neruda » interviennent sur la difficulté d'exploitation de la grille, sur la façon de prendre des notes.

Le problème choisi pour cette expérimentation, *Les cartes bicolores*, était relativement nouveau au niveau de sa mise en œuvre en classe. Pour le moment manque d'expérience des enseignants du groupe « Neruda » sur la mise en œuvre de ce type de problème.

11h15 – Travail de réflexion en petits groupes sur les deux outils proposés, « Le tableau de progression » (pages 10 et 11) et la « Notice, grille d'observation » (Figures 6 et 7)

Tout le groupe, sauf Michèle, qui reste en retrait, est réparti équitablement dans deux salles différentes, les groupes de recherche sont mélangés. Les questions posées sur chacun des deux outils (un outil par salle) sont les suivantes :

- Un enseignant peut-il utiliser cet outil s'il n'a pas été formé ?
- Points positifs de l'outil ? Points négatifs de l'outil ?
- Pistes d'amélioration proposées ?

Dans chacune des salles, un temps de discussion en petits groupes, puis une synthèse est faite dans chaque demi-groupe, par Grégoire pour l'un, par Rémi pour l'autre.

12h30 – Repas

13h15 – Les synthèses sur les deux outils, par Rémi et Grégoire

Outil 1 : Tableau de progression

Utilisable en formation ? sous quelles conditions ?

- Besoin d'explicitation, sur le but, comment l'utiliser
- Si donné en formation autonome, nécessité de lever les contre-sens
- Besoin de formation (situation de recherche, sur l'animation de débat scientifique) par exemple au moment des liaisons école/collège, lycée/université
- Remarque sur le type de problème dont il est question : pas de dénomination pour le moment. Ce ne sont pas des problèmes ouverts car on peut conclure sur le problème au niveau où se sont arrêtés les élèves

Points positifs

- Progressivité : on modifie progressivement sa pratique
- Ouvrir des possibles, idée de pratiques
- Pistes de solutions
- Prendre du recul par rapport à sa pratique
- Travail et explicitation du travail sur les connaissances d'ordre 2

Points négatifs

- Ce n'est pas un outil pas clé en main, nécessité d'accompagnement
- Observation en collège pour les profs des écoles ? quelle faisabilité ?
- En maternelle impossible d'atteindre le niveau 4 pour certains indicateurs

Pistes d'amélioration

- Accompagner d'exemples...
- Donner des stratégies pour passer d'un niveau à un autre
- Stratégies à expliciter, nécessité d'une notice pour le code couleur

Outil 2 : Notice, grille d'observation

Utilisable en formation ? sous quelles conditions ?

- Oui avec une meilleure explicitation des objectifs et des exploitations possibles.
- Non, outil non abouti, trop complexe et qui manque de fonctionnalité.

Aspects positifs

- Aide à définir un profil d'encadrant
- Explicite des critères
- Met en exergue des situations qui posent problème
- Outil de conscientisation / identification
- Observation objective
- Oblige à se mettre en retrait
- Observation de l'action de l'enseignant.e

Aspects négatifs

- Trop de choses à observer
- Deux aspects à observer : les élèves et les encadrants
- Difficile de faire abstraction du problème étudié
- Pourquoi expert / novice ?
- Manque de détails : différentes façons d'être actif, différentes façons de relancer
- Pour en faire quoi ? Et après ?
- Synthèse difficile

Améliorations possibles

- Faire un outil focalisé sur les réponses aux situations d'inactivité, mais avec plus de granularité
- Un observateur pour les élèves, un observateur pour les encadrants
- Rendre plus fonctionnel : items à cocher (difficile si beaucoup d'items)
- Se focaliser sur les relances, identifier les relances possibles
- Rendre les objectifs plus clairs

Des remarques plus générales

Les enseignants de lycée et collège ressentent la nécessité de recevoir une formation sur l'animation d'un débat scientifique.

Nécessité également de chercher le problème avant d'observer sa mise en œuvre en classe.

14h – Recherche d'un problème, animée par Thomas

Les participants sont répartis en petits groupes de trois ou quatre. Thomas anime la recherche. Michèle et Nataly observent l'animateur et les participants.

Il s'agit de la situation de recherche pour la classe, qui a été expérimentée avec les élèves de seconde : les cartes bicolores.

On dispose d'un plateau sur lequel sont disposées des cartes bicolores, côte à côte, en rangées et colonnes, certaines cases pouvant rester vides. Les cartes sont blanches d'un côté (B) et noires de l'autre (N). Les cartes sont disposées avec une face visible blanche ou noire.

L'objectif est de ne plus avoir de carte sur le plateau sachant que, si on retire une carte côté B, toutes celles qui sont contigües (un côté « voisin ») sont retournée : B devient N et inversement.



On retire une carte côté B...

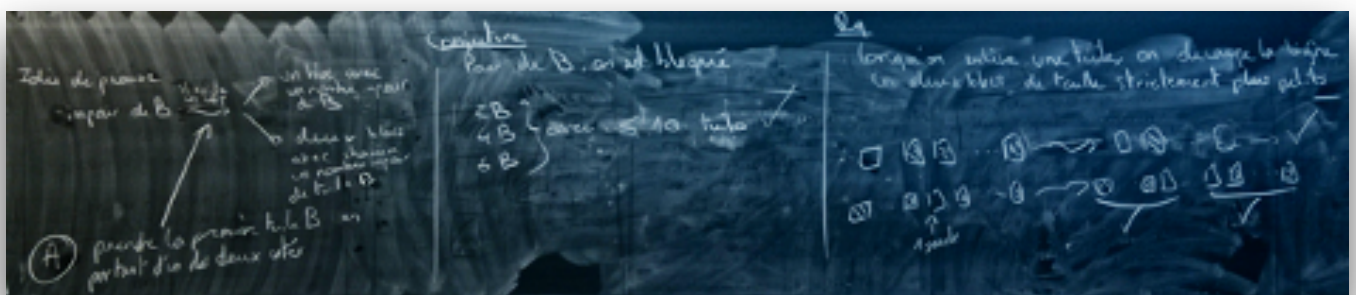
Etant donné le temps court laissé pour cette recherche, on choisit une disposition des cartes en ligne, de taille n .

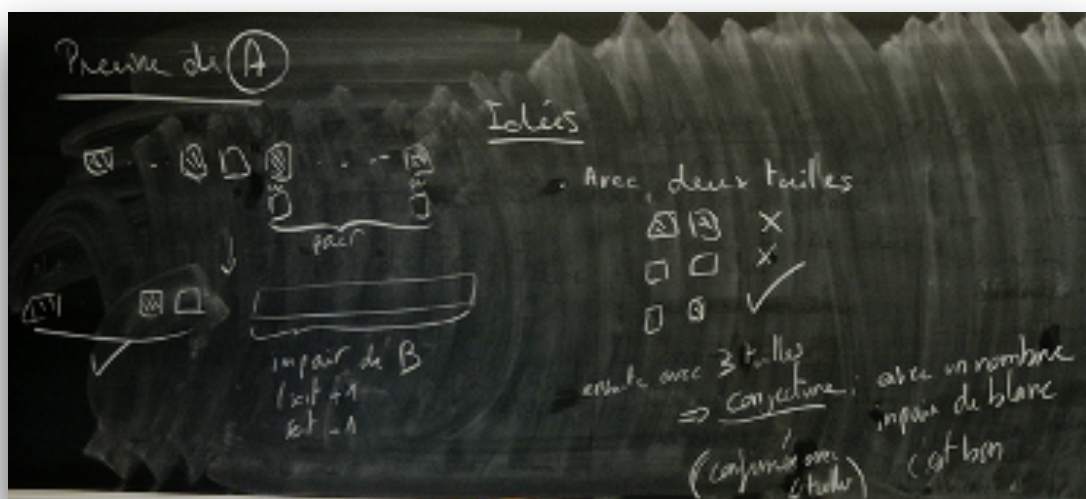
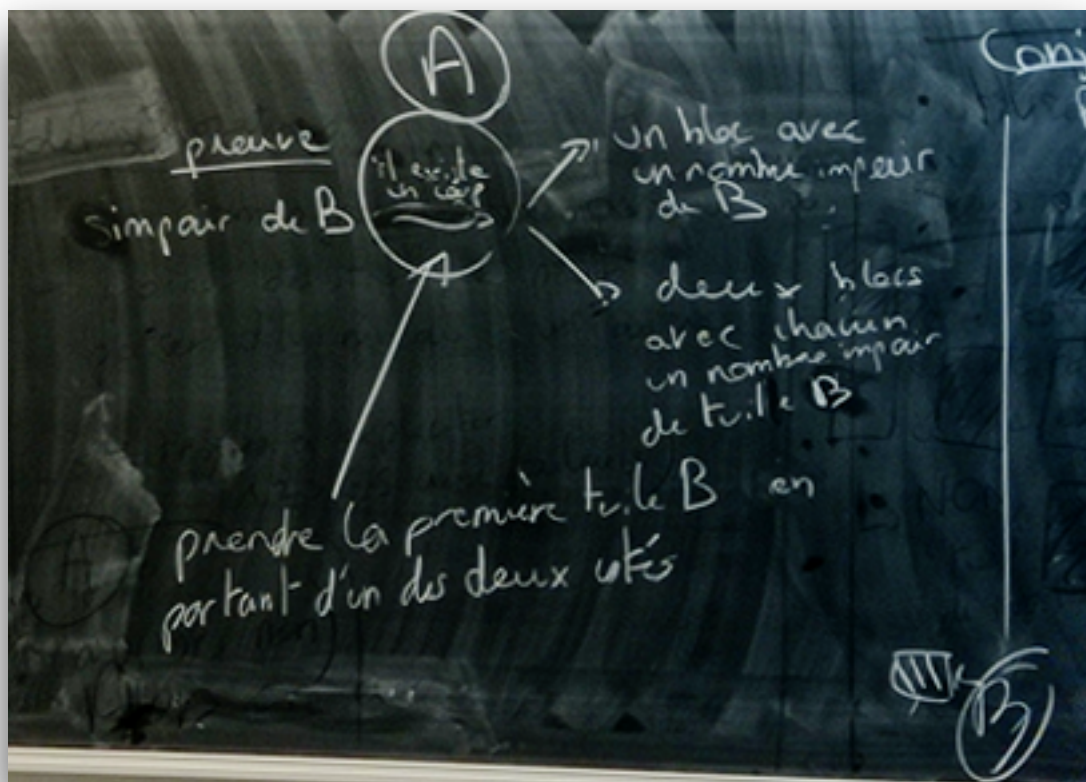
Une première mise en commun des idées et une conjecture

Une conjecture : si on a un nombre pair de B, on est bloqué.



Une deuxième mise en commun : preuve des conjectures





Les enseignants ont apprécié ce moment de recherche sur un nouveau problème.

15h15 – Les connaissances en jeu

Ces connaissances sont de deux ordres :

- * savoir ce qu'est un nombre pair, un nombre impair
- * savoir écrire une implication
- * faire la différence entre une condition nécessaire et une condition suffisante
- * savoir s'organiser dans sa recherche
- * savoir simplifier le problème pour commencer la recherche : prendre des cas simples
- * savoir faire une disjonction de cas
- * savoir tirer une conjecture de l'étude d'un certain nombre de cas particuliers
- * savoir qu'il faut garder des traces de sa recherche, surtout quand on utilise du matériel.

Quelques remarques supplémentaires concernant l'observation de la séance de recherche

Il est difficile d'utiliser la grille (outil n°2) en temps réel d'observation.

Il est important de repérer le discours tenu, par l'animateur de la séance ou les élèves, ainsi que les gestes qui accompagnent le discours et la configuration (de cartes) étudiée à ce moment-là. Cette grille est plus facile à utiliser lors du visionnaire d'une vidéo.

15h45 – Présentation d'un exemple de recherche menée en cycle 1, par Béatrice (groupe « Annecy ») : le problème des billets

La première question qui se pose est de trouver un enjeu pour des petits de maternelle. L'idée choisie par Béatrice est de recourir à des « espaces à scénario » qu'elle a mis en place dans sa classe.

Les diapositives qui figurent dans les pages suivantes donnent un aperçu de la mise en œuvre en cycle 1 de la recherche du problème des billets.

Quelques difficultés sont pointées :

- * concernant la distinction entre valeur et quantité : un billet de 5€ est UN objet qui a une valeur de 5
- * concernant la reconnaissance que deux dispositions différentes de pièces, de valeur identique, et de billets, de valeur identique, représentent la même solution à partir du moment où le nombre des pièces est le même d'une disposition à l'autre, ainsi que le nombre des billets
- * concernant la preuve qu'on a trouvé toutes les solutions.

L'intégralité du diaporama est visible à partir de ce lien :

<https://cloud.univ-grenoble-alpes.fr/s/ftxik6qfFeyMx39>

Le problème des billets est arrivé dans ma classe pour répondre à un enjeu. Les élèves avaient déjà travaillé le positionnement de bijoux sur leur couronne de roi dans un espace à scénario* : Le bijoutier. Il fallait payer cette couronne. Le temps dédié à la recherche du problème fut un temps socialisé - tous les jeudis - avec un but, celui de pouvoir payer sa couronne au bijoutier.

* « Je définis l'espace à scénario comme une trame de jeu réfléchie pour un espace précis et un domaine ciblé. Le travail est mis en scène dans un cadre motivant pour l'enfant, reprenant une situation de la vie réelle. Comme une pièce de théâtre, il se joue entre deux ou plusieurs acteurs. »

Mélanie Rambaud - Les espaces à scénario - Editions Sésames 2022

Problème

« Pouvez-vous payer le bijoutier avec l'argent qui est dans votre porte-monnaie ?

Et si oui, de quelle façon ? »

Pour certains GS, la couronne coûte 20€ : dans le porte-monnaie, il y a 5 billets de 5€ et 12 pièces de 2.

Pour les autres GS/MS, la couronne coûte 6€ : dans le porte-monnaie, il y a 2 billets de 5€, 4 pièces de 2€ et 7 pièces de 1€.



Recherche individuelle



La recherche s'est faite par manipulation de la monnaie, chaque enfant ayant un porte-monnaie contenant billets et pièces factices.

Les Numicon sont disponibles mais pas forcément utilisés par les élèves.

Les Numicon, connus aussi sous le nom de plaque Herbinière sont une représentation analogique visuelle et ludique de la quantité.

Ils permettent de lever la difficulté de la valeur de la monnaie par rapport à la quantité. Un billet de 5 € est UN objet qui a une valeur égale à la quantité 5.

La mise en parallèle de deux représentations analogiques avec du matériel différent permet de mieux comprendre que les quantités sont identiques.



Le changement d'organisation pièces et billets a amené à une grande discussion pour savoir si c'était la même solution ou pas et à la conclusion que l'ordre importait peu car dans le porte-monnaie, toute la monnaie est mélangée..
 => Première approche de la commutativité



Billets de 5€ posés sur le Numicon ou en parallèle

Une pièce de 2€ représente une rangée de 2 Numicon : on compte de 2 en 2

16h05 – Le groupe « Université » du LÉA , par Rémi et Grégoire

Il s'agit de faire travailler les élèves de licence sur la preuve, grâce à des problèmes à chercher. L'idée est de considérer des problèmes dont les preuves peuvent se faire dans différents champs des mathématiques.

Un exemple : le nombre de zones d'un disque en fonction du nombre de points sur le cercle (voir ci-dessous).



Grégoire envisage de chercher tout ce qui a déjà été fait sur ce problème (recherche bibliographique), puis de répertorier des collègues qui ont envie de travailler la preuve avec ce type de problèmes.

Un support possible pour développer la preuve avec les étudiants de licence 1ère année pourrait être le module L1 - Maths 105, dans lequel Grégoire intervient.

Un autre support pour ce groupe du LéA est une UE (unité d'enseignement) transversale sur le jeu en mathématiques, qui existe déjà depuis plusieurs années. C'est une UE optionnelle, d'ouverture, proposée à tous les étudiants de licence. Il n'est proposé dans cette UE que des situations de recherche pour la classe : le carrelage de la salle de bains, la chasse à la bête, le jeu du chocolat... L'enseignement dans cette UE est assuré par Sylvain Gravier, et d'autres personnes du LéA ou de Maths à Modeler. Les étudiants choisissent un problème sur la recherche duquel ils rédigent un rapport écrit en petits groupes ; ils présentent ensuite leur recherche et répondent aux questions de l'encadrant.

Des observations du groupe « Neruda » étaient programmées cette année dans les cours de cette UE, mais elles n'ont finalement pas pu être réalisées.

16h30 – Calendrier pour 2022-2023, par Nataly

Concernant le pilotage des groupes « Annecy » et « Olympique », Nataly prend le relais de Michèle, qui prend sa retraite.

Elle propose de fixer à la rentrée les dates de 5 réunions, avec chacun des deux groupes, une réunion par période.

Pour les groupes « Annecy » et « Olympique », la première réunion de rentrée est fixée au jeudi 29 septembre à 17h, à l'école du Parmelan, à Annecy, en visioconférence avec le groupe « Olympique » à Grenoble.

La suite du projet

Grégoire Charlot, nouveau directeur de l'IREM, prend en charge le pilotage de la recherche, avec Sylvain Gravier.