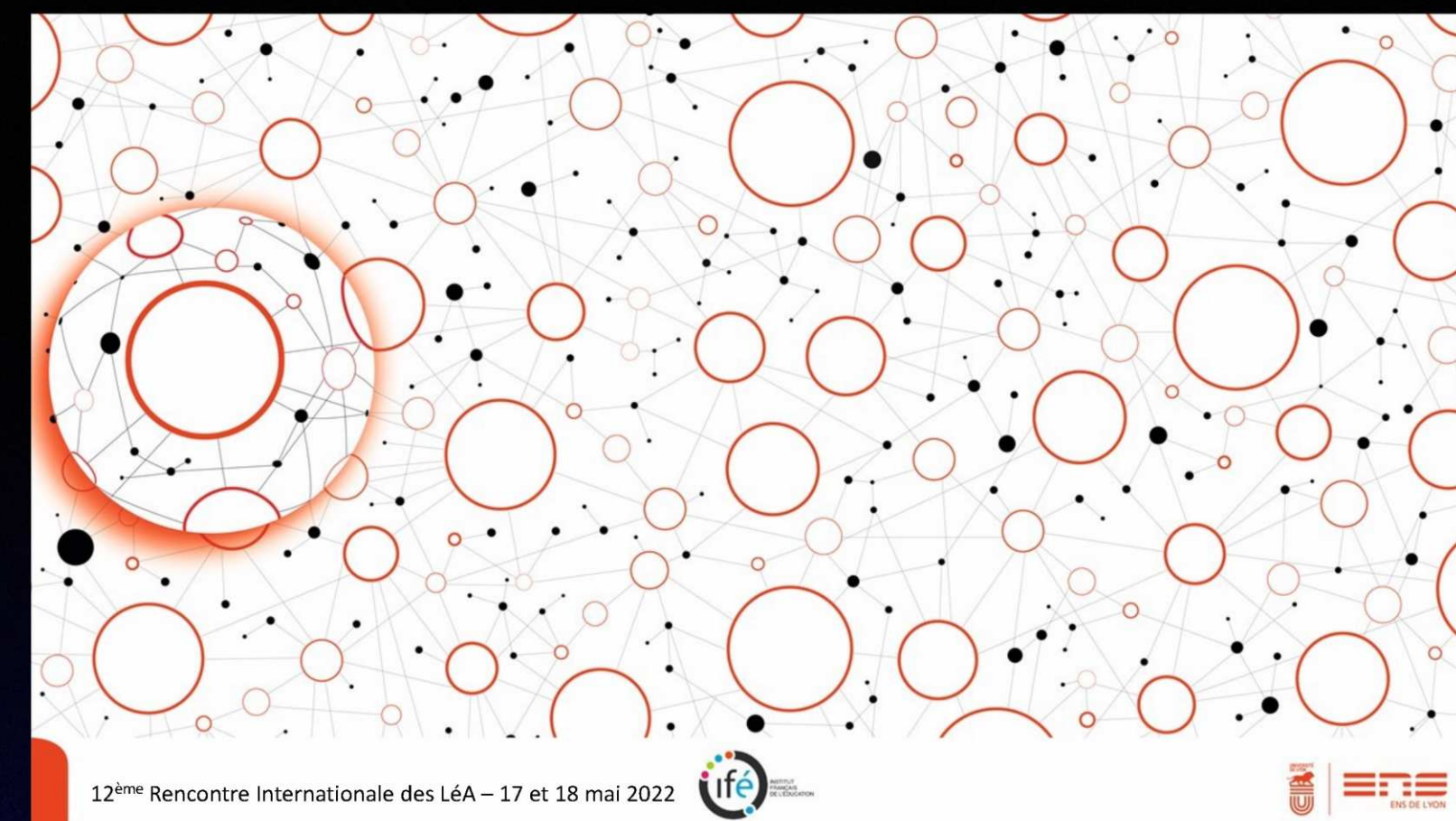


Enseigner la preuve en mathématiques pour former le citoyen au raisonnement, à l'autonomie et au débat scientifique



LéA : Réseau de l'école à l'université – Grenoble et Annecy



Béatrice DANJOU - Michèle GANDIT - Laurence MOSSUZ
beatrice.danjou@ac-grenoble.fr
michele.gandit@univ-grenoble-alpes.fr
laurence.mossuz@ac-grenoble.fr

Lyon, 18 mai 2022

Les porteurs du projet
Recherche : Michèle Gandit, IREM
Lieu : Véronique Baudère, lycée Pablo Neruda

Enseigner la preuve en mathématiques
pour former le citoyen
au raisonnement, à l'autonomie et au
débat scientifique

Recherche
Michèle Gandit
Sylvain Gravier
Grégoire Charlot
...

20 enseignants

Lycée Pablo **Neruda**
Grenoble
2nd degré

Annecy
1er degré

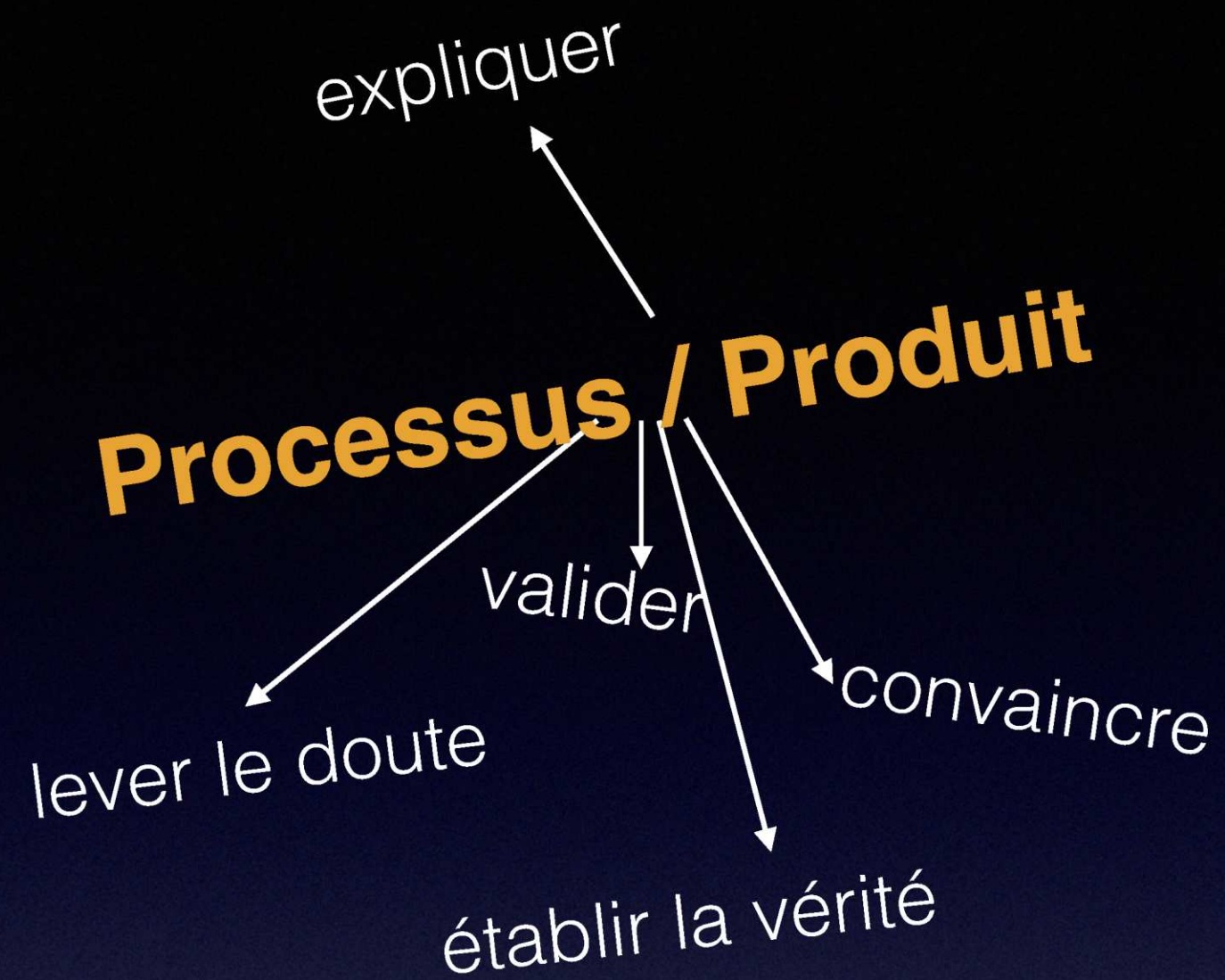
REP **Olympique**
Grenoble
1er et 2nd degré

Université Grenoble
Alpes
Licence



maths à modeler





Validation / Explication

débat
scientifique

résolution
d'un problème

Une pratique **adéquate**
de la preuve en classe

Syntaxe / Sémantique

Activité sociale

Difficile à mettre en œuvre

Objets mathématiques

Développement de
l'esprit critique

Développement de
la socialisation

Développement de
l'argumentation

Notre problématique concerne les pratiques des enseignants et leurs effets sur les apprentissages et les attitudes des élèves.

Un concept
(Vergnaud, 1982)

Un ensemble de problèmes

Problèmes

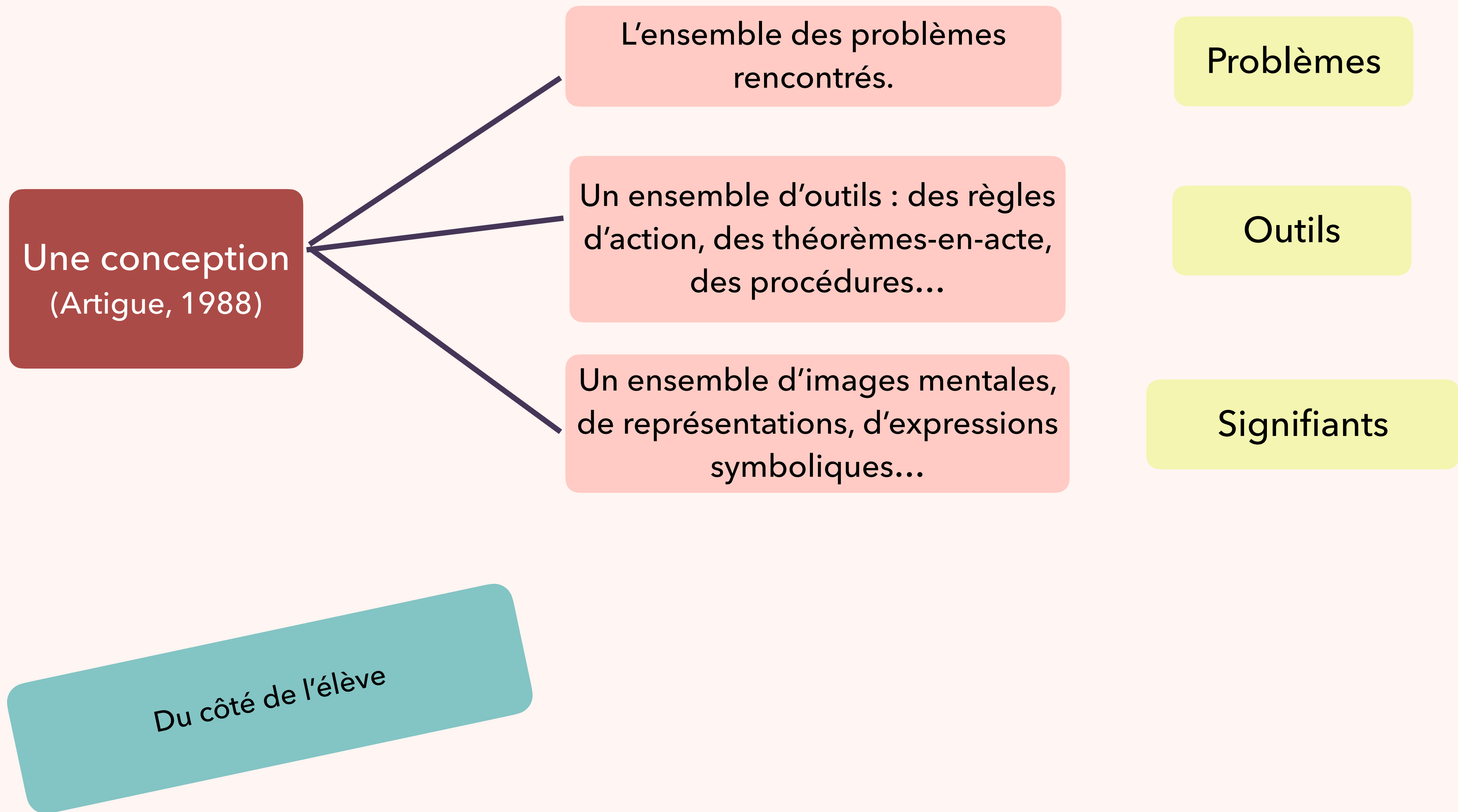
Un ensemble de propriétés, de
relations, de théorèmes...

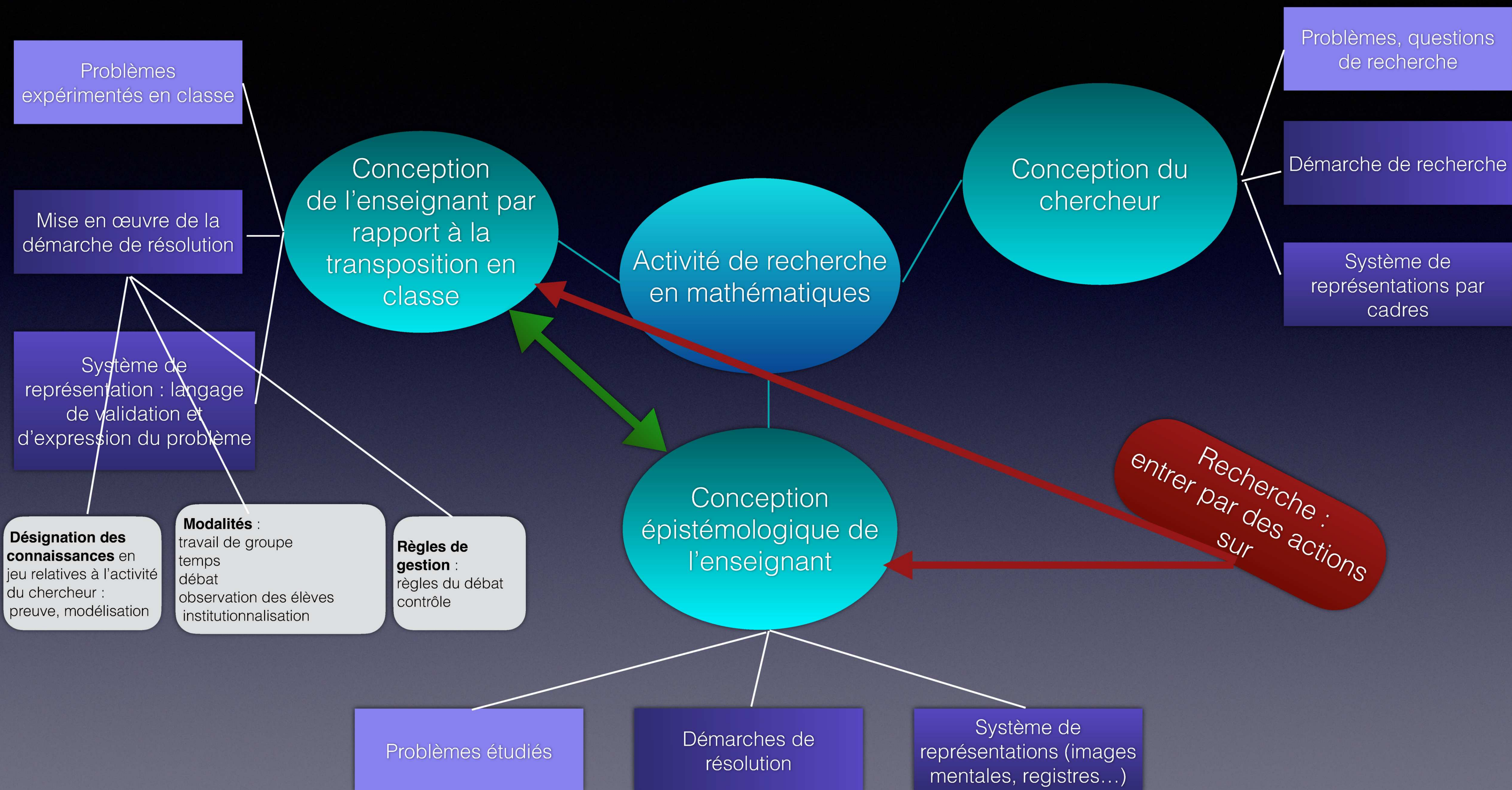
Invariants

Un ensemble de
représentations : symboles,
langages, schémas...

Représentations

Du côté du savoir savant

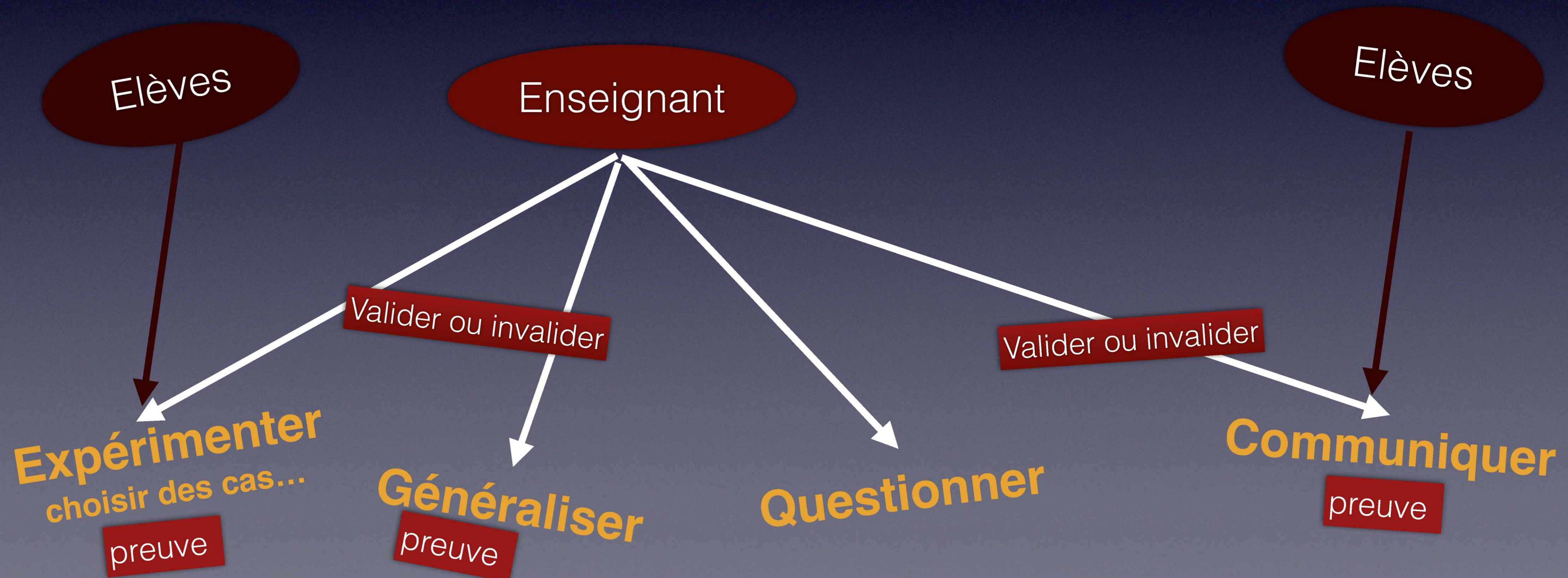


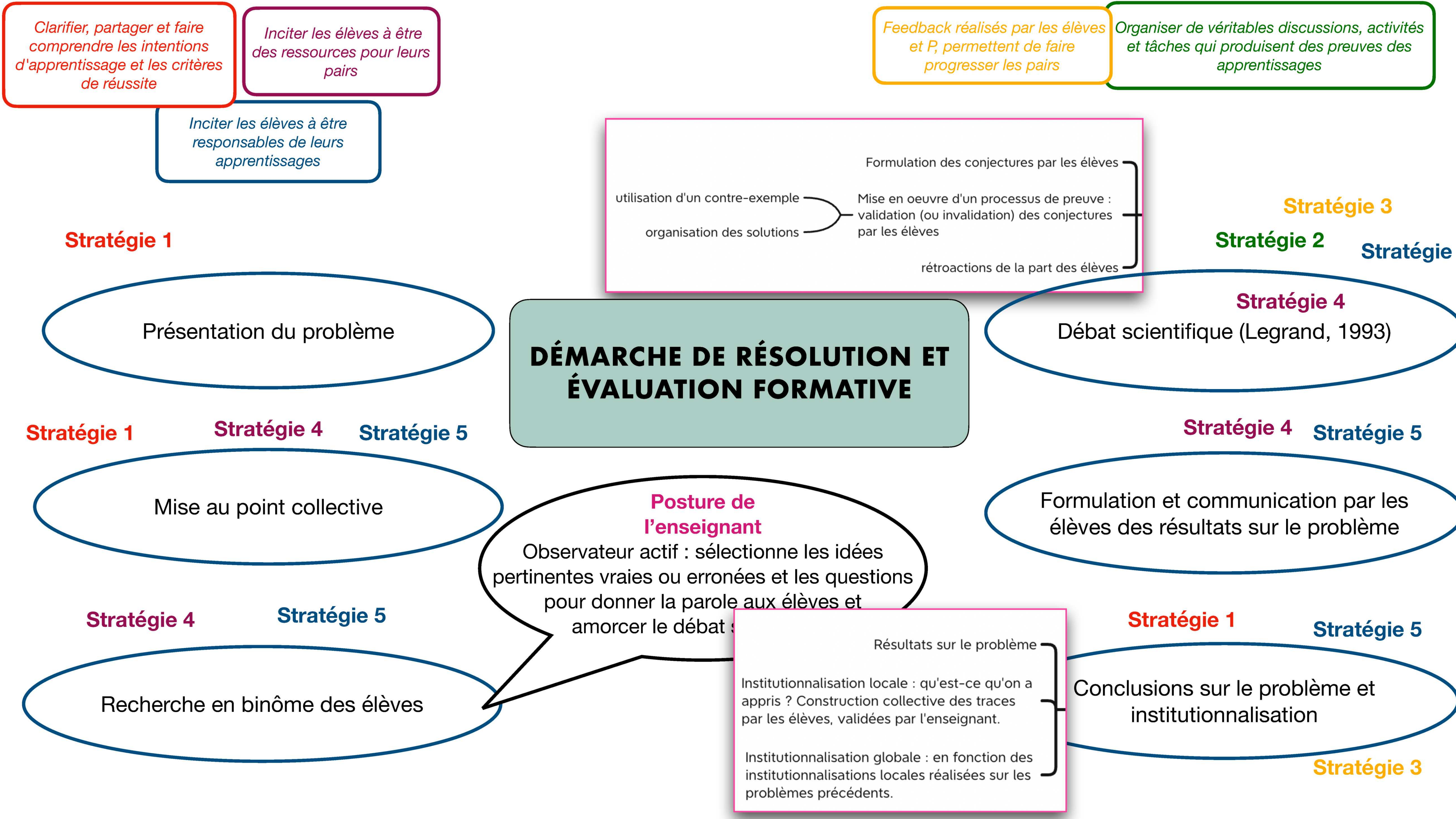


Activité de recherche en mathématiques

Conception **répandue** de l'enseignant par rapport à la transposition en classe

Nécessité d'une rupture de contrat pour que ce soient les élèves qui aient la responsabilité scientifique d'expérimenter, généraliser, questionner, communiquer.





- Un tableau de progression pour permettre à l'enseignant de se situer

Indicateurs de niveau des actions de l'enseignant au cours de la mise en œuvre de la résolution du problème <i>P désigne l'enseignant</i>				
Désignation des connaissances en jeu et explicitation des objectifs visés	P a pour seul objectif que le problème soit résolu	P s'est fixé un objectif d'apprentissage en lien avec la preuve ou la modélisation, mais n'en tient pas particulièrement compte dans la mise en œuvre.	P s'est fixé un objectif d'apprentissage en lien avec la preuve ou la modélisation, Il conduit la mise en œuvre en classe en fonction de cet objectif, qu'il explicite aux élèves.	P conduit la mise en œuvre en classe en fonction de cet objectif, qu'il explicite aux élèves et le formalise dans une trace écrite.
Observation des actions des élèves	P observe les actions des élèves (seuls ou en groupe) et intervient sur le problème, en guidant vers sa résolution.	P observe les actions des élèves (seuls ou en groupe). Il met en place un étayage, fixe ou adapté, influençant les représentations qu'ont les élèves du problème.	P relève dans les actions des élèves des indicateurs pour anticiper une mise au point collective ou un étayage adapté ou le démarrage du débat. P incite les élèves à être responsables de leurs apprentissages en prévoyant un espace de dialogue entre pairs.	P relève dans les actions des élèves des indicateurs pour anticiper le démarrage du débat. P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs : il renvoie le questionnement à l'élève ou à la classe. P incite les élèves à être responsables de leurs apprentissages en prévoyant un espace de dialogue entre pairs.
Débat scientifique - validation				
Conclusion et Institutionnalisation	Aucune institutionnalisation n'est prévue. P conclut la recherche autour du ressenti des élèves.	P organise la conclusion de la recherche sur les résultats du problème.	P organise la conclusion de la recherche sur les résultats du problème. P réalise une institutionnalisation locale : il explicite l'apprentissage visé relatif à la preuve (Qu'a-t-on appris ?)	P organise une présentation par les élèves des résultats sur le problème. P réalise une institutionnalisation locale : il explicite l'apprentissage visé relatif à la preuve (Qu'a-t-on appris ?) L'institutionnalisation fait l'objet d'une trace écrite. P incite les élèves à être responsables de leurs apprentissages en développant l'autoévaluation.

stratégie 1

stratégies 3,4, 5

stratégies 1, 3, 5

Indicateurs de niveau des actions de l’enseignant au cours de la mise en œuvre de la résolution du problème
P désigne l’enseignant

Désignation des connaissances en jeu				
	Observation des actions des élèves			
Débat scientifique - validation	Tous les élèves présentent leurs productions. P valide ou invalide. Aucune rétroaction la part des élèves.	P anticipe la mise en commun par un classement des productions des élèves suivant les stratégies de résolution ou leur validité. Les élèves présentent leurs productions, que P aide ou invalide. Aucune rétroaction la part des élèves.	P a sélectionné des productions ou conjectures d’élèves pour mettre en place le débat avec la classe permettant de valider ou rejeter ces conjectures.	P a sélectionné des productions ou conjectures d’élèves pour mettre en place le débat avec la classe permettant de valider ou rejeter ces conjectures.
			P favorise les rétroactions de la part des élèves pour faire évoluer leurs stratégies.	P favorise les rétroactions de la part des élèves pour faire évoluer leurs stratégies.
			P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs.	P incite les élèves à être des ressources pour leurs pairs.
			Mais c’est P qui, finalement, valide ou rejette les conjectures.	P incite les élèves à être responsables de leurs propositions.
Conclusion et Institutionnalisation				Les conjectures, avec leurs preuves, acquièrent le statut de résultats mathématiques.

stratégies 2, 3,4, 5

Complexité croissante :

* au niveau des actions mathématiques des élèves

* au niveau de la gestion de la classe

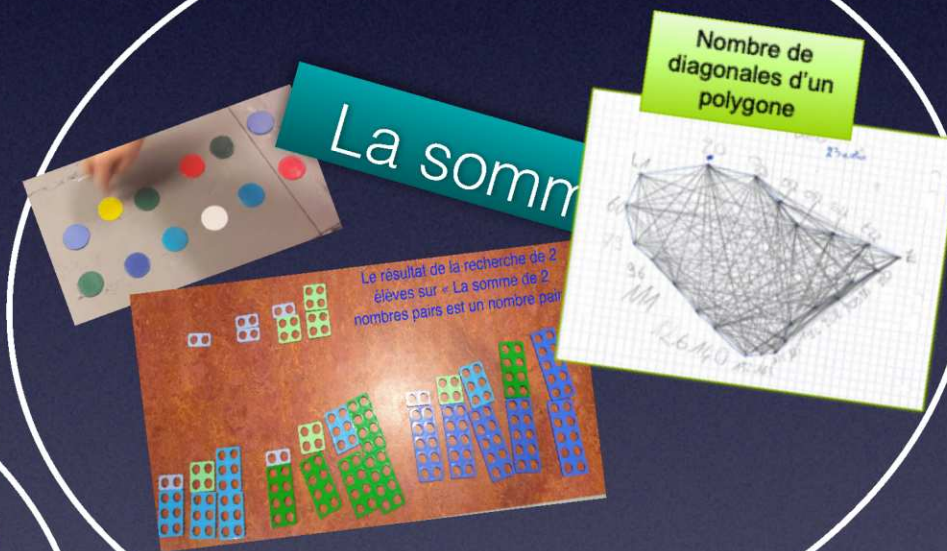
Mise en œuvre
d'un débat scientifique

Convaincre qu'il
n'y a pas d'autre
solution.
Ou que c'est
impossible.

Donner 20 € à



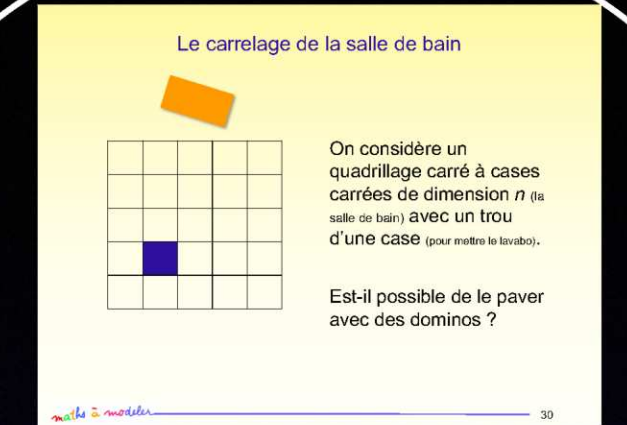
Trouver plusieurs solutions
à un problème.
Faire des essais.
Simplifier.



Faire des conjectures
Se poser la question de leur
vérité

Max. de

Max.



Situations
de Recherche
pour la Classe

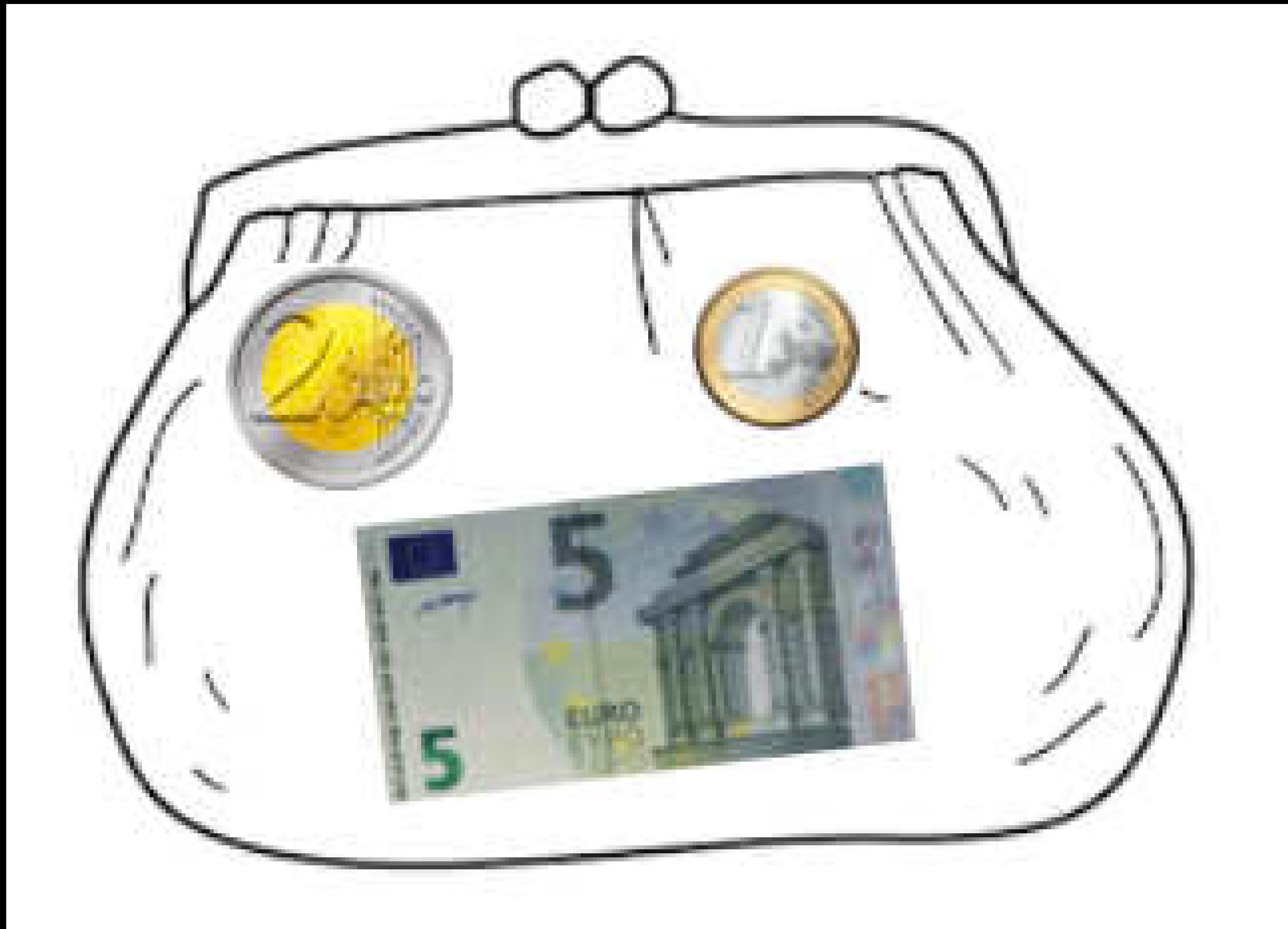
Communiquer et
défendre ses résultats

Convaincre qu'une
condition est nécessaire
Convaincre qu'une
condition est suffisante

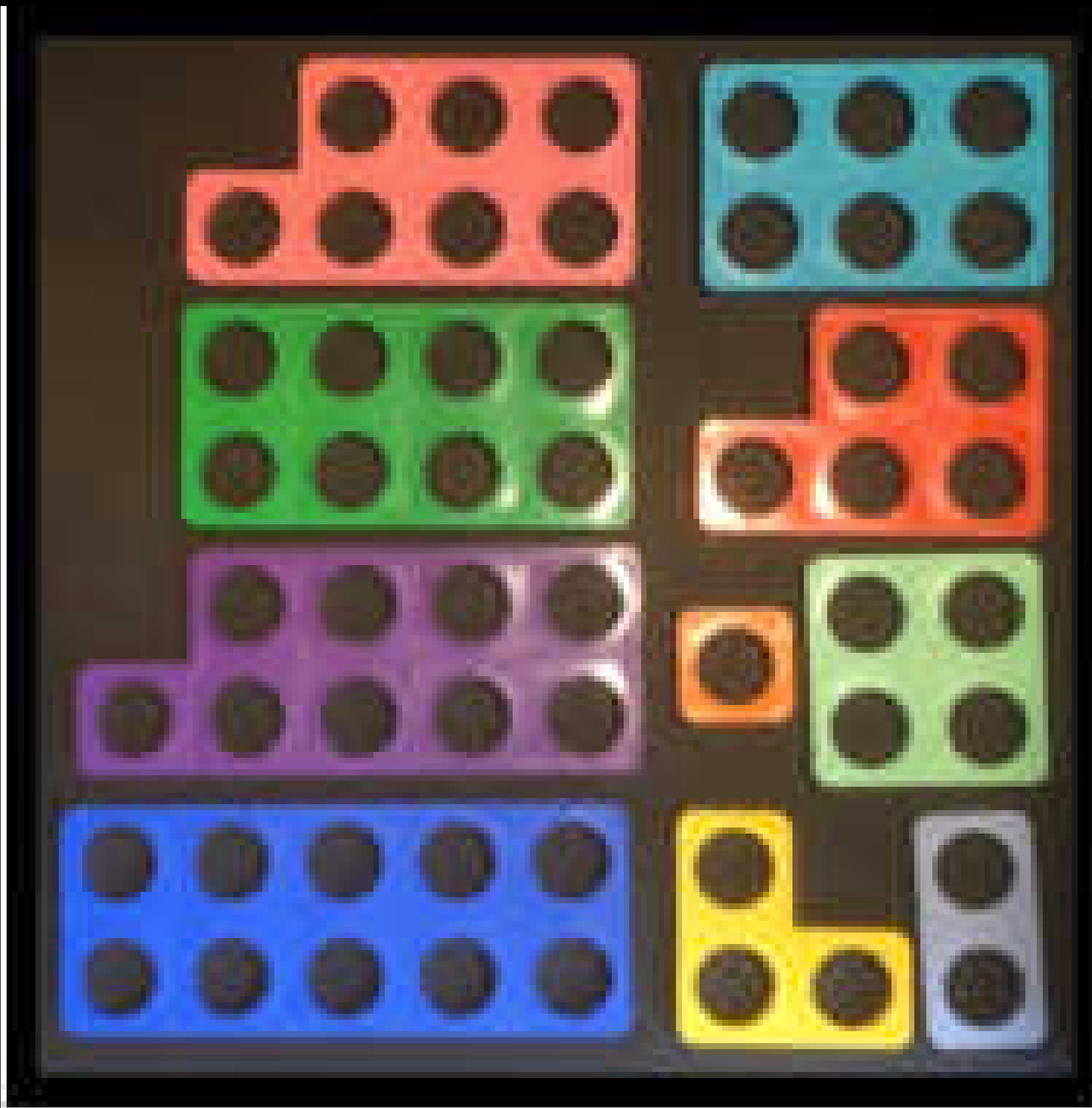
Une progression dans l'installation
de ces actions chez les élèves,
passant par des phases d'**institutionnalisation**

LE PROBLÈME DES BILLETS
AVEC DES ÉLÈVES
DE MATERNELLE

POUVEZ-VOUS PAYER LE BIJOUTIER AVEC L'ARGENT QUI EST DANS VOTRE PORTE-MONNAIE ? ET DE QUELLE FAÇON ?
POUR LES GS, LA COURONNE COÛTE 20€ : DANS LE PORTE-MONNAIE, IL Y A 4 BILLETS DE 5€ ET 12 PIÈCES DE 2€
POUR LES MS, LA COURONNE COÛTE 6€ : DANS LE PORTE-MONNAIE, IL Y A 2 BILLETS DE 5€, 4 PIÈCES DE 2€ ET 7 PIÈCES DE 1€



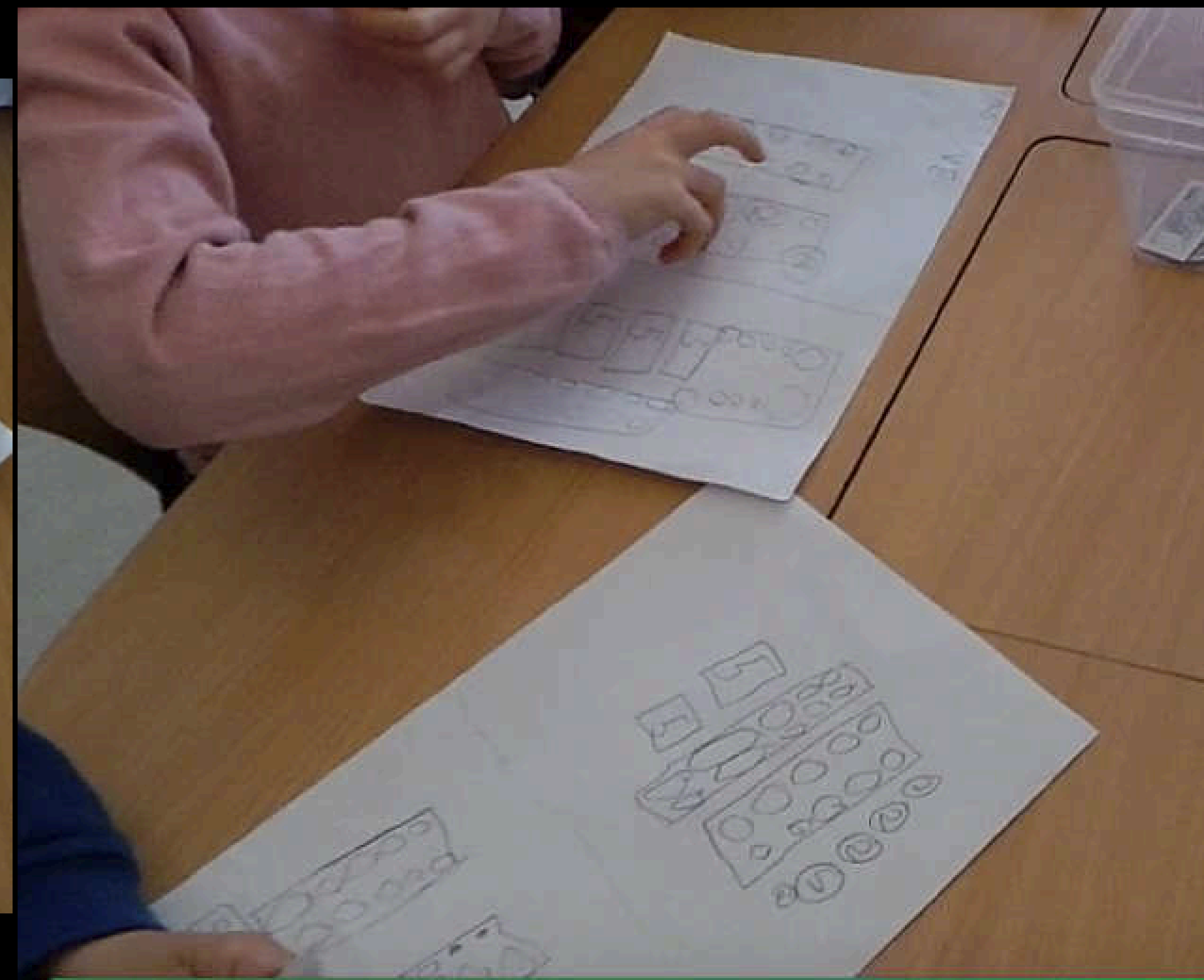
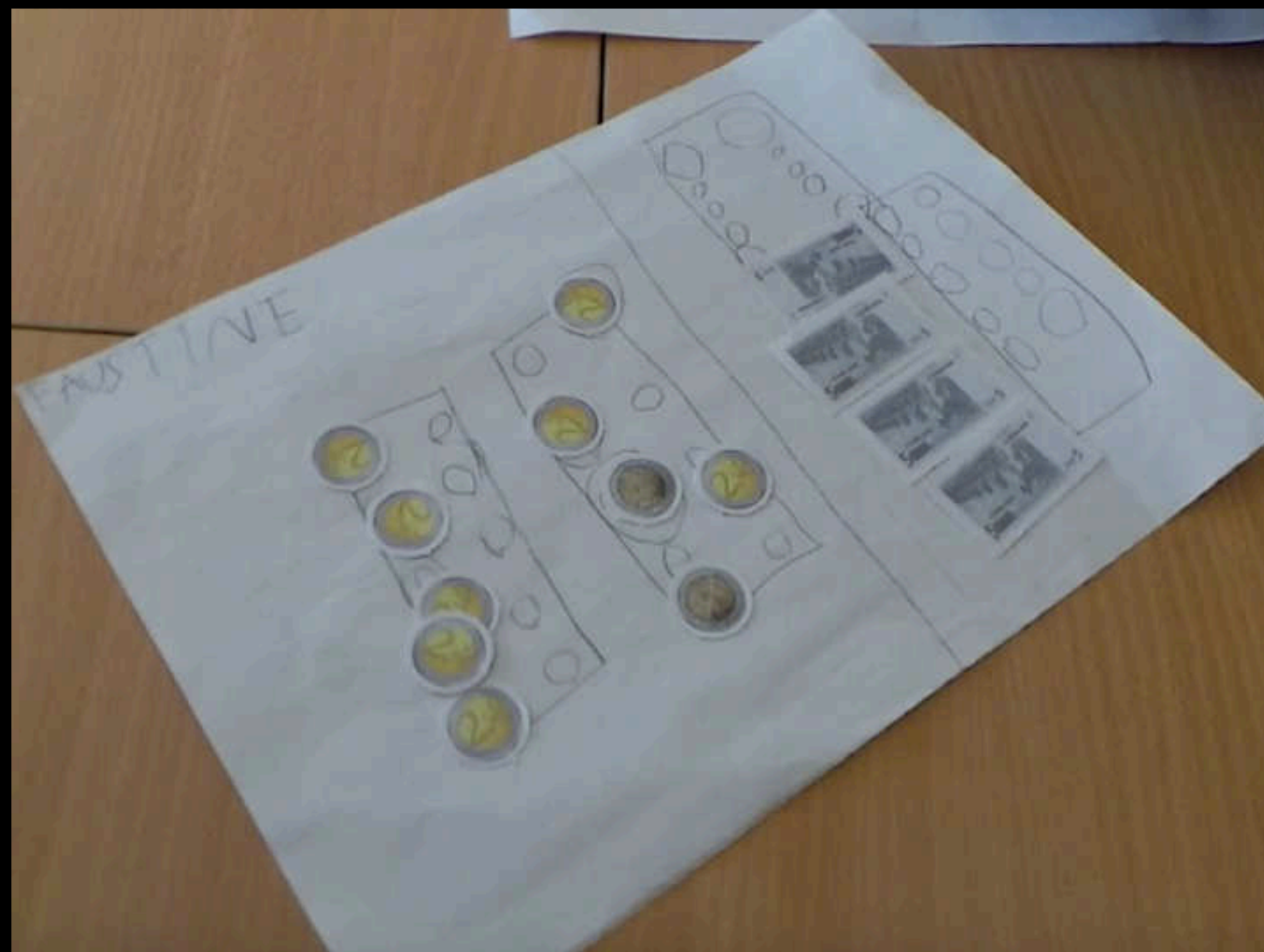
RECHERCHE INDIVIDUELLE



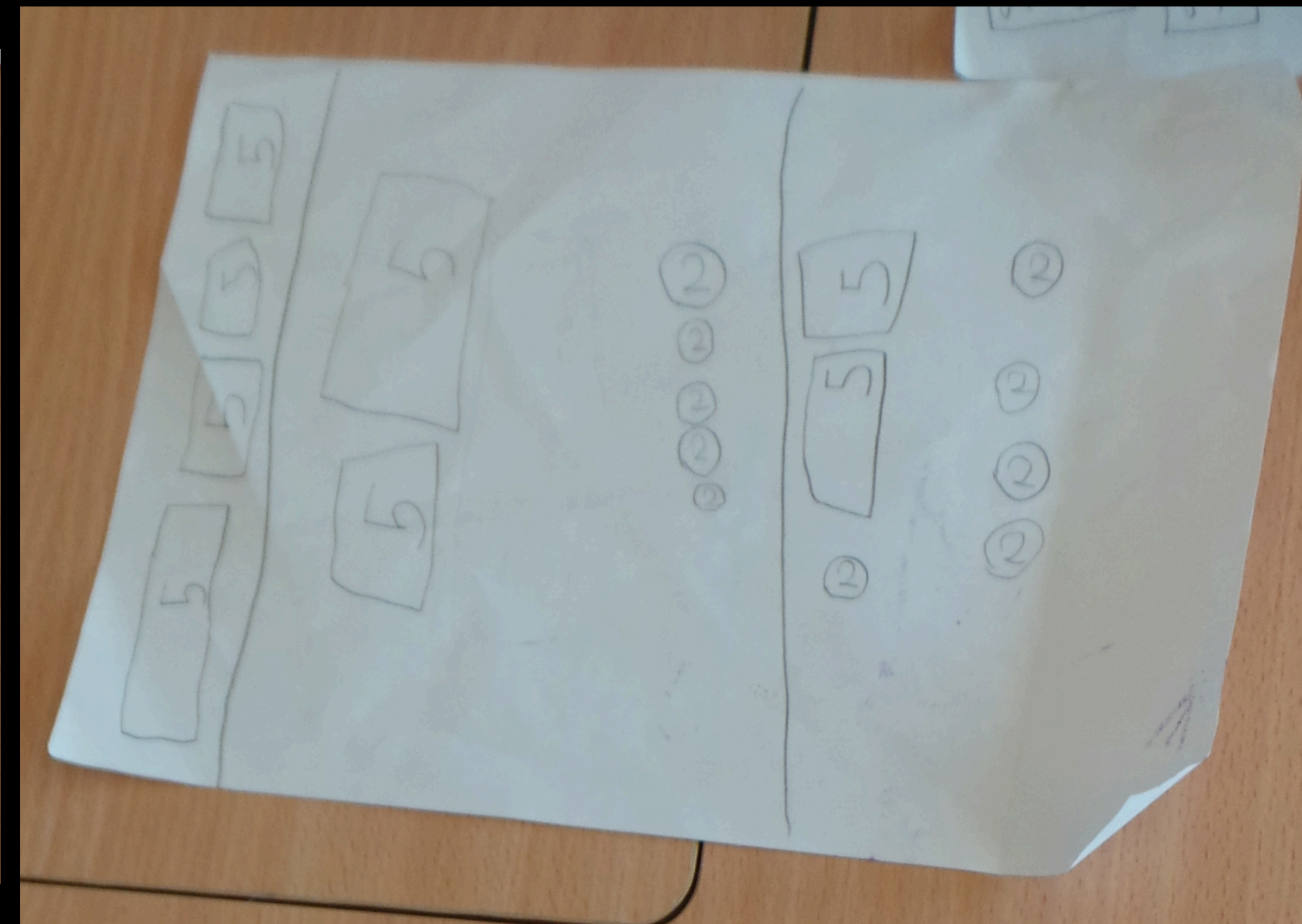
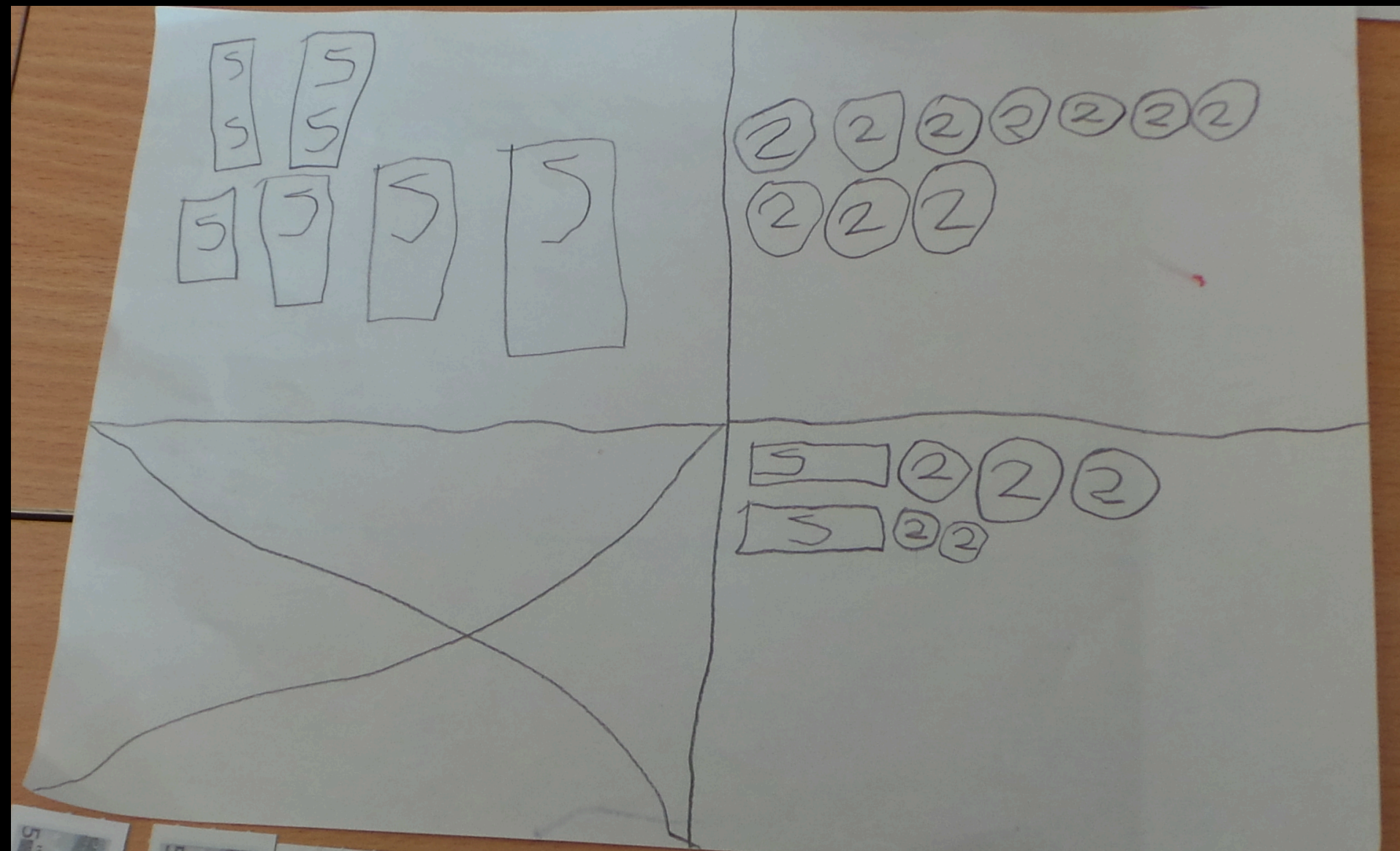




ÉCRITURE DES SOLUTIONS TROUVÉES



MISE EN COMMUN-GS



LA PREUVE

LA PREUVE NE PORTE DONC PAS
SUR LE NOMBRE DE SOLUTIONS
TROUVÉES MAIS SUR
L'EXHAUSTIVITÉ DES SOLUTIONS
TROUVÉES.



LA MISE EN PRATIQUE



Merci

Black, P. & William, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21 (5-31). <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>

Da Ronch, M., Gandit, M. & Gravier, S. (2020). Du problème de Wang vers une nouvelle situation de recherche pour la classe. *Repères-IREM*, 121, 77-108.

Deloustal-Jorrand, V., Gandit, M., Mesnil, Z. & Da Ronch, M. (2020). *Utilisation de l'articulation entre les points de vue syntaxique et sémantique dans l'analyse d'un cours sur le raisonnement*. Third conference of the national Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM), 12-19 septembre 2020.

Gandit, M. (2015). L'évaluation au cours de séances d'investigation en mathématiques. *Recherches en éducation*, 25, 67-80. <http://www.recherches-en-education.net/IMG/pdf/REE-no21.pdf> (cons. 27/04/2022).

Gandit, M., Giroud, N., Godot, K. (2011). Les situations de recherche en classe : un modèle pour travailler la démarche scientifique en mathématiques. Dans M. Grangeat (dir.) : *Les démarches d'investigation dans l'enseignement scientifique. Pratiques de classe, travail collectif enseignant, acquisition des élèves* (p. 38-51). Lyon, École normale supérieure.

Gueudet, G., Gandit, M., Grangeat, M., Guillaud, J.-C., Hammoud, R., Jameau, A. Triquet, E. (2012). *Pratiques enseignantes et démarches d'investigation en sciences*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00720160/> (cons. 27/04/2022).

Grenier, D., Payan, C. (2002). Situations de recherche en classe : essais de caractérisation et proposition de modélisation. *Cahier du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques*. Paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.

Harlen, W. (2013). *Assessment & Inquiry-Based Science Education: Issues in Policy and Practice*. Trieste, Italy: Global Network of Science Academics (IAP) Science Education Program (SEP)

Lepareur, C., Gandit, M., Grangeat, M. (2018). *Évaluation formative et démarche d'investigation en mathématiques : une étude de cas*. *Education et Didactique*, 11-3. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-02021829>

Legrand, M. (1990). Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en didactique des mathématiques*, n°9/3, 365-406.

Vergnaud, G. (1990). Théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 133-170.