

# UTILITE ET INTERET DE LA DIDACTIQUE POUR UN PROFESSEUR DE COLLEGE

Guy BROUSSEAU  
I.R.E.M. de Bordeaux

«Inutile de vous présenter Guy Brousseau», comme disent les présentateurs avant de présenter l'invité du jour. C'est donc ce que nous allons faire.

Elève de l'école normale puis instituteur durant 10 ans, il entreprend des études universitaires à Bordeaux. En 1965, il crée le CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement Mathématique, qui deviendra IREM en 1969) et en 1971 il commence un travail systématique d'observation dans une école primaire : il tente d'en faire une école «pour la recherche». L'école Jules Michelet est officiellement créée «Ecole pour l'observation» en 1975. Cette même année, il obtient à Bordeaux - en même temps que Paris et Strasbourg - un D.E.A. de Didactique des mathématiques. Depuis 20 ans, il expérimente les objets d'enseignement qu'il produit à l'aide de la théorie de la transmission des connaissances mathématiques qu'il a le premier imaginée, qu'il enseigne, et qu'il continue à construire : la didactique des mathématiques.

Nous publions suffisamment de chercheurs de cette discipline ou de textes y faisant référence pour nous féliciter d'en accueillir aujourd'hui un inventeur. A notre demande d'écrire pour *Petit x*, il a répondu en chercheur qui parle de sa science et de ses «retombées». Il s'adresse aux enseignants, usagers plus ou moins lointains de produits techniques qui se réclament de son savoir.

Pour l'équipe de *Petit x*, Alain Mercier

Lorsqu'il m'a été demandé un article sur «ce que la didactique des mathématiques peut apporter à UN (c'est moi qui souligne) professeur de collège» j'ai été fortement tenté de me dérober car la gageure me paraissait bien difficile.

Cette réticence provient d'un ensemble de circonstances défavorables et scandaleuses :

- la didactique est difficile à expliquer, surtout aux professeurs !
- elle est souvent d'autant plus difficile à leur expliquer qu'ils en attendent davantage d'effets ; de ce point de vue, les conditions de l'enseignement dans le premier cycle du secondaire sont vécues comme si mauvaises qu'elles justifient les attentes les plus impérieuses;

- elle est encore plus difficile à justifier à leurs yeux lorsqu'ils pensent qu'elle doit leur apporter une aide pour l'essentiel, sous forme d'innovations, nous verrons plus loin pourquoi;

- de plus, le sujet qui m'est proposé aggrave la situation : je suis requis de présenter, non pas ce que la didactique peut faire, mais ce qu'elle peut changer dans la vie d'UN professeur de collège, n'importe lequel...

- enfin, il existe un contentieux rampant avec les innovateurs et les tenants de la didactique-action au sujet de ce que la didactique est, peut faire et doit faire; le malentendu est tel qu'il a régulièrement découragé les IREM de proposer une solution cohérente pour leur survie lorsque le gouvernement a montré quelques velléités de réorganiser ce genre de recherches pédagogiques; la didactique a été présentée comme une alternative, donc comme un obstacle, aux aspirations d'une partie des professeurs qui revendiquent une conception élargie de la «recherche» et elle n'a de ce fait obtenu aucun des moyens dont elle a besoin pour seulement exister.

Je me suis abstenu longtemps de répondre autrement que par mes travaux et par l'exemple de mes rapports avec les professeurs et les instituteurs. Encouragé par la rédaction de «petit x» et le succès de leur revue, j'accepte aujourd'hui ce défi avec l'espoir d'apporter une contribution utile. Le dévouement des professeurs à la cause de l'éducation les rend capables de tout entendre et de tout comprendre, c'est là la seule justification de mon optimisme.

## OBJETS DE LA DIDACTIQUE

Essayons donc de prendre un problème banal d'enseignement - un problème non résolu - et de chercher ce que la didactique peut en faire.

A l'école élémentaire, les élèves s'entraînent, en suivant les règles du calcul, à passer d'un terme (sans variable) à un autre - qui lui est égal - jusqu'à l'obtention du **résultat** sous sa forme canonique. «  $3 + 4 = 7$  » est lu comme : «en effectuant correctement le calcul  $3 + 4$  on trouve 7».  $3 + 4$  est peut-être égal à 7, il ne peut pas le remplacer en tant que réponse, il ne lui est pas **équivalent**.

Lorsque ces élèves apprennent l'algèbre, il s'agit de s'entraîner à passer d'une formule à une autre qui lui est logiquement équivalente, jusqu'à l'obtention d'une relation utilisable pour ce que l'on veut faire. «  $3 + 4 = 7$  et  $7 = 4 + x$  » implique «  $x = 3$  ».

Superficiellement, on pourrait croire que professeur et élève continuent à se servir des mêmes connaissances anciennes auxquelles de nouvelles viennent s'ajouter ; on se borne à écrire ce que précédemment l'on pensait seulement ; il suffirait de voir «  $3 + 4$  » comme un nombre, «  $x$  » comme un nombre inconnu, «  $=$  » comme l'identité... En fait, il est bien connu que tout a changé à propos de ces écritures familières : l'usage que l'on en fait, le sens qu'on leur donne, le but des transformations que l'on opère... Le lecteur que cette introduction naïve et lapidaire décevrait se rapportera utilement aux travaux de Y. Chevillard sur ces questions<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Voir petit x n° 5 et 19.

L'élève doit donc, non seulement apprendre des connaissances nouvelles, mais aussi réapprendre et réorganiser les anciennes et en oublier - ou plutôt en désapprendre - une partie.

Dans quelle mesure cette observation est-elle compatible avec les bases de l'évaluation telle qu'elle est pratiquée aujourd'hui ? Ces bases restent-elles valables ? Pouvons-nous les améliorer directement sans impliquer les méthodes didactiques et les conceptions des enseignants ? Nous ne savons pas bien distinguer les différents rapports que l'enseignant et ses élèves peuvent avoir avec une même connaissance, ni décrire les différentes significations qu'elle peut prendre suivant les circonstances dans lesquelles elle sert et suivant la personne qui s'en sert.

Nous ne savons pas bien envisager l'apprentissage en termes de changements de rapports au savoir ou en terme de transformations de connaissances de l'élève. Nous ne savons pas bien décrire le rôle des connaissances anciennes dans la construction des connaissances nouvelles.

Quelle place faut-il laisser dans l'enseignement à ces réorganisations de connaissances anciennes par rapport aux juxtapositions d'apprentissages nouveaux ? Cette place dépend-elle des notions ? Existe-t-il des connaissances qui font obstacle à des apprentissages ultérieurs ? Existe-t-il des techniques didactiques plus favorables que d'autres à ce sujet ?

Actuellement, l'intégration des connaissances nouvelles aux anciennes est laissée entièrement à la charge de l'élève, le professeur se contentant de communiquer par étapes des morceaux du «vrai» savoir de notre époque ; l'enseignant peut-il scotomiser le passé de l'enfant en lui laissant entendre qu'en dehors des algorithmes, tout ce qu'il a appris précédemment est inutilisable ? L'élève peut-il comprendre ce qu'on lui enseigne dans ces conditions ?

Les curriculums construits aujourd'hui ne prévoient rien d'autre que la juxtaposition des apprentissages ; quelles conséquences observables peut-on déduire de cette «insuffisance», sur l'enseignement, sur les passages d'un niveau scolaire à l'autre ? sur les conceptions didactiques et épistémologiques des professeurs ? Ces conséquences se produisent-elles ? Peut-on ne les imputer qu'à cette cause ?

Bien sûr, il serait absurde d'en conclure qu'il ne faut pas enseigner le calcul à l'école primaire et il n'apparaît pas qu'il soit aisé d'y enseigner directement l'algèbre : **l'enseignement direct du savoir définitif est impossible** ou alors il faut renoncer à le faire fonctionner. **L'utilisation et la destruction des connaissances précédentes font donc partie de l'acte d'apprendre.**

En conséquence, il faut admettre une certaine «réorganisation didactique» du savoir qui en change le sens, et admettre, du moins à titre transitoire, une certaine dose d'erreurs et de contresens, non pas seulement du côté des élèves mais aussi du côté de l'enseignement.

Mais comment transformer le savoir pour le rendre provisoirement intelligible, sans le rendre trop faux pour les traces qui ne pourront pas être effacées... ? Et comment rectifier ensuite ces erreurs ?

Et de quel droit un professeur pourrait-il faire subir des transpositions didactiques au savoir culturel commun ? Comment réguler les inévitables distorsions ? Cette tâche peut-elle être entièrement la charge d'UN ou même DES professeurs ? Peut-on leur imposer d'enseigner des connaissances fausses, même provisoirement, sans un accord culturel à ce sujet ? Cet accord peut-il être obtenu si chacun des protagonistes est conduit à

devoir ignorer toute analyse sérieuse ? Qui se charge de cette transaction, quelle organisation sociale peut la permettre dans des conditions honnêtes pour chacun ?

Ce sont quelques-unes des questions «simples», presque naïves, qui se posent en didactique des mathématiques à propos d'UN phénomène banal relevant de son champ.

A propos de ce phénomène, un premier caractère saute aux yeux : c'est la complexité, complexité qui, dans des domaines très variés, appelle aussi bien des recherches expérimentales et des réflexions fondamentales que des inventions ou des recherches d'ingénierie. Cette complexité se remarque lorsqu'il s'agit de poser les questions nécessaires pour les recherches, mais elle devient accablante, lorsqu'en vue d'une décision quelconque, il s'agit d'intégrer les réponses éventuellement obtenues. Cette complexité suffit à justifier la méfiance : on pourrait investir éternellement dans des recherches de détail sur l'enseignement, sans jamais voir revenir autre chose que des suggestions éparses et gratuites.

Deuxième caractère important : les questions soulevées appellent des recherches dans des domaines de connaissances très différents, mais elles le font d'une manière qui ne semble laisser à aucune la possibilité de répondre indépendamment des autres. Cette remarque souligne la nécessité d'une approche unitaire et systémique des questions de didactique.

## UTILITE DE LA DIDACTIQUE

Il est temps d'inventorier les différentes formes sous lesquelles un professeur de collège peut s'attendre à voir la didactique des mathématiques se manifester à lui, les résultats qu'elle promet et ceux qu'elle a obtenus. Il faudra expliquer aussi pourquoi elle ne se manifeste pas actuellement de façon plus évidente.

### 1. Des techniques pour l'enseignant

Le professeur s'attend à ce qu'AU MOINS, la didactique lui fournisse l'essentiel des TECHNIQUES SPECIFIQUES des NOTIONS à ENSEIGNER, compatibles avec ses conceptions éducatives et pédagogiques générales.

- Des techniques locales
  - communes : des préparations de leçons, du matériel d'enseignement, des méthodes clés en main, des instruments de gestion, objectifs et évaluations ;
  - ou électives, pour certains élèves présentant des difficultés particulières.
- Des techniques globales, des curriculums pour tout un secteur des mathématiques, des programmes sur plusieurs années.

Cette attente est légitime, les didacticiens ont commencé à étudier de nombreuses situations d'enseignement, originales ou non, surtout au niveau élémentaire ou supérieur. Mais ces études sont longues et difficiles.

Dans l'exemple ci-dessus sur le traitement des écritures, lors de l'introduction de l'algèbre, tout ou presque reste à faire, même si quelques-unes des voies possibles commencent à être explorées : l'algèbre peut-elle être introduite aujourd'hui comme reprise théorique de l'étude de l'arithmétique et des nombres ? ou comme système de désignation de grandeurs ? ou comme instrument de l'étude des fonctions ? ou comme système formel autonome ? comme sténographie d'algorithmes portant sur des valeurs

inconnues ? ou non déterminées ? comme moyen de généralisation ou de modélisation ?... On peut improviser de nombreux montages mais avant de pouvoir en proposer quelques-uns, il faut examiner leurs propriétés au regard d'un nombre considérable d'exigences. Comme le faisait remarquer Dieudonné «alors qu'il n'a pas fallu beaucoup plus d'un siècle pour que la géométrie élémentaire atteigne une forme à peu près définitive, c'est seulement 13 siècles après Diophante que l'algèbre deviendra ce que nous connaissons», le passage ne doit pas être si évident !

De plus, le nombre des connaissances à communiquer aux élèves et donc celui des situations spécifiques à leur proposer est très élevé. Pour être raisonnablement communicable aux enseignants, la didactique doit donc aussi produire des concepts unificateurs, regrouper les savoirs, les problèmes, les situations, les comportements d'élèves ou les activités, de façon à permettre des formes d'intervention génériques, selon les types obtenus.

L'existence d'une technique s'appuie au moins sur l'identification et la reconnaissance des pratiques et de leurs résultats canoniques. Une ingénierie appuie les techniques qu'elle propose sur un champ scientifique. La communication, l'utilisation et la reproduction des situations produites réclament le recours à des connaissances et des savoirs spécifiques.

Ainsi la didactique est le seul moyen de repérer exactement ce qui est un problème non résolu d'ingénierie didactique, d'identifier et de classer un travail original dans ce domaine, d'en préciser les conditions d'emploi et de reproduction, et donc de reconnaître et de faire reconnaître les créations, les inventions et les processus de recherche et de production scientifique chez les enseignants.

En définissant et en faisant respecter la part technique du métier du professeur, la didactique rend possible la négociation sociale de son travail. Elle est ainsi le fondement de la professionnalisation de son activité.

Mais le fait de répertorier les situations d'enseignement ne leur donne aucune vertu pour l'enseignement. Quels avantages pourraient-elles avoir pour les enfants ?

Les exemples auxquels on peut se référer montrent que les «bonnes» situations, celles qui permettent de réaliser des conditions pédagogiques plus exigeantes, c'est-à-dire des leçons plus sûres pour le professeur tout en étant plus ouvertes pour l'élève, ne sont vraiment communicables que si elles sont aussi bien étudiées. La didactique a introduit des situations plus variées et mieux adaptées à des intentions spécifiques, comme, par exemple, faire acquérir une connaissance pour l'action, faire acquérir un langage, ou une théorie, traiter un obstacle épistémologique...

On me pardonnera de rappeler ici un exemple personnel mais bien connu des lecteurs de «petit x» : la leçon dite «du PUZZLE»<sup>2</sup>.

Indiquons brièvement son contexte. Il s'agit, après avoir étudié les rationnels et les décimaux en tant que mesures (1,78 m par exemple), de faire étendre leur utilisation par

---

<sup>2</sup> J'ai présenté et étudié cette leçon en 1981 dans «Problèmes de didactique des décimaux», Recherches en Didactique des Mathématiques Vol. 2.1. Elle a été évoquée dans «petit x» n° 9 (1985) pp. 63-65 par Ph. Clapponi, dans le n° 11 (1986) p. 20 par F. Pluvinage. Dans le n° 17 (1988) pp. 49-56, C. Morin donne de façon détaillée les comportements d'élèves observés au cours des répliques qu'elle en a organisé.

les élèves à la désignation et au calcul des applications linéaires (multiplier par 1,78 par exemple). Les études montraient que les méthodes classiques d'introduction, la plupart fondées sur la construction explicite par composition des applications naturelles déjà connues des élèves (multiplier par 178 et diviser par 100) présentaient des insuffisances. L'idée consistait à mettre les élèves dans l'obligation d'utiliser implicitement de telles applications (une famille assez nombreuse) et de prévoir leurs effets et leurs propriétés (les ordonner, prévoir leur somme, leur produit...), de façon à ce qu'ils soient conduits à chercher une manière commode de les désigner. Il fallait donc qu'elles apparaissent (une seule dans un premier temps, puis une autre et d'autres encore), d'abord comme solution implicite d'un problème d'action, afin de poser par la suite les problèmes de communication qui justifieraient explicitement la recherche d'un système de désignation.

Ce problème d'action, rappelons-le, consiste pour les élèves à trouver le moyen d'agrandir les pièces d'un puzzle de telle manière qu'une pièce de côté 4 ait pour image une pièce de côté 7 et que le puzzle-image fonctionne bien comme un vrai puzzle.

L'astuce consiste à demander à des petits groupes (de deux élèves pour favoriser l'expression des conflits cognitifs qui vont surgir) de reproduire **chacun un** des morceaux du puzzle (pour favoriser les conflits qui naissent des tentatives d'ajustement des pièces). Il leur paraît clair qu'il faut que l'image de chaque longueur se calcule avec des opérations arithmétiques élémentaires, mais lesquelles ? «La longueur mesurée + 3 cm» ? «2 fois la longueur moins 1» ?

La tentative de raccordement des pièces constitue un feed back réel qui ne laisse place qu'à des applications assez voisines de  $4/7$  : «deux fois la longueur moins 1» marche presque bien, sauf pour 0,5 cm bien sûr.

La recherche par les élèves d'une **solution intellectuellement satisfaisante** va être la source de la compréhension puis de l'explicitation de la propriété fondamentale de la linéarité : il FAUT que l'image de la somme de deux longueurs soit la somme des images de ces longueurs. Mais si la solution n'apparaît pas trop vite, l'application  $\times 4/7$  va se placer dans un environnement implicite de fonctions voisines, au sens topologique, qui préfigure la structure étudiée un peu plus tard<sup>3</sup>.

Le succès de ce processus, expérimenté au CM2 dans des conditions favorables a donné beaucoup d'espoir et d'enthousiasme tout en montrant combien sa généralisation à toutes les classes de 6ème serait difficile<sup>4</sup>.

Ces espoirs des professeurs dans l'ingénierie sont légitimes, mais ils s'accompagnent de présupposés qui le sont un peu moins : il faudrait que, pour leur mise en œuvre, ces techniques ne réclament pas d'autres connaissances ni d'autres conditions que celles dont disposent actuellement les professeurs, les élèves et leurs parents. Et il faudrait que leur utilité et leur efficacité se révèlent néanmoins immédiatement aux yeux de tous, sous forme d'avantages éclatants et réguliers par rapport aux pratiques actuelles !

<sup>3</sup> L'ensemble du processus est décrit de façon détaillée dans N. et G. Brousseau, «Rationnels et Décimaux dans la scolarité obligatoire» IREM de Bordeaux. (535 pages) (1987).

<sup>4</sup> Cette leçon n'est que l'introduction à un processus qui doit aller à son terme pour que les élèves puissent rencontrer et maîtriser tous les aspects de l'emploi des applications rationnelles et décimales. Isolée, placée dans un contexte désordonné, ou gérée sans rigueur elle risque de ne fonctionner que comme un exercice d'application ou comme un support métaphorique au discours enseigné. Mais cette technique est assez robuste : même mal analysée et mal employée elle garde encore un attrait certain.

Or ces pratiques sont considérées comme bien connues mais ne sont pas du tout décrites ; le nombre de paramètres dont elles semblent dépendre les fait apparaître comme très peu homogènes, et selon le moment, elles peuvent donc aussi bien être chargées de toutes les vertus que de tous les défauts.

Il est très difficile pour un chercheur ou pour un professeur, de publier à l'intention de ses collègues, mais aussi de lire, la description détaillée des conditions nécessaires à une situation d'enseignement (dans l'état actuel de la didactique, cette description demande au moins une trentaine de pages). La coutume le conduit à n'en décrire, et de façon succincte, que le déroulement et les effets, ce qui est tout à fait insuffisant pour une bonne reproduction (il suffit de lire les revues et les ouvrages relatant des leçons pour voir à quel point ces relations peuvent être floues, et de les comparer à celles qui avaient cours il y a une quinzaine d'années pour constater les progrès accomplis). Pensez-vous qu'il suffise d'énumérer les coups d'une partie de maîtres aux échecs pour qu'apparaissent leurs stratégies et pour qu'on puisse «reproduire» une partie gagnante ? Alors que la description demande des efforts considérables, toutes ces précisions apparaissent comme superflues et même offensantes pour le lecteur, elles sont reçues comme un discours de cuistre.

Les termes employés dans ces descriptions devraient être ceux que les professeurs emploient dans leur travail. Mais s'il est indispensable d'utiliser des concepts qui diffèrent de ceux que les professeurs utilisent pour désigner des objets voisins, ne serait-ce que parce qu'on veut en contrôler la définition théorique, alors le dilemme suivant apparaît : d'une part l'utilisation d'un terme nouveau et éloigné semble bien coûteuse, d'autre part, l'utilisation du terme courant introduit des contresens et fait sonner les hypothèses ou les résultats les plus sûrs comme de pompeuses évidences - on croit savoir puisqu'on connaît -, enfin l'introduction d'un terme évocateur, mais original, éveille à juste titre la méfiance et l'ironie lorsqu'un mot familier peut être opposé au jargon.

En résumé, les professeurs attendent la didactique sur un terrain où ils règnent en «maîtres» (c'est bien le mot) et où rien ne les prépare ni les motive à la recevoir pour ce qu'elle est.

## 2. Des connaissances sur l'enseignement

Le professeur peut aussi s'attendre à ce que la didactique se manifeste par des connaissances relatives à différents aspects de son travail :

- sur les élèves, leurs comportements, leurs résultats dans les conditions spécifiques de l'enseignement ;
- sur les conditions à créer dans les situations d'enseignement et d'apprentissage ;
- sur les conditions à maintenir dans la gestion ou la conduite de l'enseignement ;
- sur les phénomènes de didactique auxquels ils sont confrontés avec tous les partenaires de la communication des savoirs.

Le premier point est celui sur lequel les résultats sont certainement les plus nombreux et les plus assurés. D'ailleurs, les professeurs sont toujours intéressés par les rapports exposant les erreurs et les comportements des élèves, mais il reste tellement à faire pour comprendre les causes de ces erreurs et non pas se borner à les constater ; ainsi, regardons de plus près une des questions présentées en introduction :

«Dans quelle mesure le fonctionnement des savoirs «institutionnalisés» dépend-il de connaissances non décontextualisées, enseignées plus ou moins implicitement au

préalable ?». (Les connaissances institutionnalisées sont celles que le maître enseigne explicitement et formellement à l'élève ; elles font l'objet de contrôles et l'élève sait qu'elles doivent être appliquées).

«Comprendre» pour un enfant, c'est établir et relier sous sa propre responsabilité des phénomènes ou des faits laissés «indépendants», à la fois par l'enseignant, par la situation, par son langage et par les connaissances apprises.

Par exemple, un enfant peut comprendre les premiers mesurages à l'aide du comptage, appréhender des propriétés de l'ordre des nombres à l'aide du mesurage, contrôler des opérations à l'aide de l'ordre («ça grandit donc il ne faut pas diviser») ou d'une autre opération (multiplier c'est ajouter un certain nombre de fois), comprendre le comptage grâce à des opérations (treize c'est dix plus trois) ou à la recherche de successeurs... et toutes les relations possibles, vraies dans les entiers, sont bonnes pour donner du sens.

Ces connaissances, liées par l'élève personnellement, ou grâce à l'histoire de la classe, ne sont pas toutes institutionnalisées par l'activité de l'enseignant, mais certaines le sont certainement, et à juste titre, dans le contexte. Elles paraissent, en tout cas, indispensables au fonctionnement convenable des connaissances institutionnalisées, enseignées par le professeur.

Pour l'élève, ces propriétés des naturels sont celles des nombres en général, de tous les nombres. Or, le plongement de l'ensemble des naturels dans un sur-ensemble comme les rationnels ou les décimaux, en même temps qu'il fait apparaître des propriétés nouvelles en fait disparaître certaines autres : elles ne sont plus vraies pour tous les nombres, ou même elles ne le sont plus pour aucun : multiplier peut rapetisser, un décimal n'a plus de successeur...

L'enseignant ne peut pas avertir convenablement l'élève de cette rupture, car, ni la culture, et en particulier la tradition, ni l'ingénierie didactique n'ont encore produit les instruments nécessaires (exercices, avertissements, concepts, remarques, paradoxes...). Cette situation conduit l'enseignant à provoquer des quiproquos et des malentendus et l'élève à commettre des erreurs. Ces conceptions fausses persistent car elles sont attachées à une certaine manière de comprendre les propriétés des nombres naturels, et on peut observer les effets de la rupture pendant de nombreuses années.

Plus important encore est le mécanisme de cet obstacle : ce sont, non pas les connaissances enseignées qui sont en défaut - en général les enseignants pourvoient à cet inconvénient en essayant de se maintenir dans un discours incompris mais correct - ce sont les instruments personnels de la compréhension de l'élève. Il ne comprend plus, parce que ce qui devrait être changé ce sont justement les moyens de ce qu'il appelait «comprendre» jusque là.

La didactique ne peut apporter de solution à un tel problème par de simples aménagements d'ingénierie. Celle-ci peut éventuellement proposer des processus de décontextualisation, comme les «changements de cadres» de R. Douady, ou des situations permettant de combattre une connaissance-obstacle, comme les conflits socio-cognitifs... elle ne peut rien lorsque la difficulté vient de ce que l'enseignant ignore les références contextuelles de l'élève, nécessaires pour qu'il ne perde pas le fruit de son expérience lors des acquisitions nouvelles. Il est facile de montrer que les causes de cette impossibilité à gérer la mémoire des élèves grâce à une mémoire correcte du système sont souvent culturelles. Le problème doit être attaqué à ce niveau. La didactique doit interagir avec la culture.

Mais les faits que nous venons d'évoquer sont les éléments d'un phénomène plus vaste qui empoisonne les relations entre les parents, les professeurs et les élèves lors des changements de classe et de niveau :

Un professeur veut rappeler à l'élève en difficulté les connaissances dont il a besoin ; il s'agit de connaissances bien institutionnalisées : elles devraient donc être disponibles. Mais leur emploi et leur compréhension dépend d'un contexte ; si ce contexte est ignoré du professeur, la situation est bloquée. Souvent l'élève «découvre, après la solution, qu'il connaissait très bien ce qu'on lui demandait mais qu'il n'avait pas compris la question».

Le seul moyen pour le professeur de connaître les circonstances de la création des connaissances, c'est, soit d'avoir lui-même enseigné la notion à cet élève, soit de disposer d'un ensemble de références culturelles, qu'elles soient l'effet de la tradition ou celui d'une connaissance professionnelle (mais cette sorte de «classicisme» de la didactique, si elle consiste en une institutionnalisation des problèmes, peut se révéler une solution dangereuse qui tue la réflexion mathématique). Il peut alors évoquer les situations d'apprentissage qu'il n'a pas vécues parce qu'elles sont conventionnellement fixées.

Devant les difficultés et les incompréhensions de nombreux élèves dans l'utilisation de connaissances simples, force est de constater l'échec (de l'élève, de l'enseignement, de la méthode, du programme...) et de demander une focalisation (de l'élève, de l'enseignement, etc.) sur ce que l'on sait le mieux définir, évaluer et enseigner : les algorithmes, c'est-à-dire sur ce qui est peut-être le moins en défaut ; l'élève sait faire une division mais ne sait pas quand il faut en faire une.

Résultat : les responsables s'émeuvent, les professeurs se concertent, et pour améliorer le passage d'un niveau à l'autre, l'enseignement ignore et néglige encore plus les connaissances contextualisées et personnelles de l'élève. Le processus s'auto-entretient jusqu'au moment où apparaît, pour les enseignants et les élèves, la nécessité de rompre avec le psittacisme (la répétition dénuée de sens). C'est ce qui s'est passé il y a quelques années : la noosphère (l'ensemble des personnes et groupes intéressés à la création et à la communication des savoirs d'un certain domaine) invite chacun à un effort d'invention, d'originalité et d'innovation pédagogique. En conséquence chacun est supposé ignorer la méthode personnelle de l'autre. L'augmentation de la variabilité didactique spontanée fait alors diminuer les chances, pour chaque professeur, d'articuler et de reprendre les connaissances personnelles anciennes de ses élèves.

Le processus a été facilité par l'existence de textes du savoir qui pouvaient se prétendre universels et définitifs mais il a provoqué aussi, en retour, un écrasement de l'enseignement sur une connaissance formelle...

La didactique commence à mettre en évidence les facteurs de l'évolution relativement chaotique de la transposition didactique.

Le jeu du contrat didactique s'accompagne de toute une famille de phénomènes où l'on perçoit, à travers les déséquilibres et les corrections, l'effet des variables du système, sinon les règles de son évolution.

L'étude du CONTRAT DIDACTIQUE a conduit à la découverte de phénomènes comme les effets «Topaze» et «Jourdain», l'effet de glissement métadidactique, l'effet d'analogie... dont nous parlerons ci-après. Ils peuvent être inférés du modèle théorique et observés, aussi bien au niveau d'une leçon dans une classe qu'à celui de l'ensemble d'une communauté.

L'«effet TOPAZE» consiste en ceci : la réponse de l'élève est généralement à peu près déterminée à l'avance, et le professeur négocie les conditions dans lesquelles elle sera produite, et qui lui donneront un sens. Il essaie de faire en sorte que ce sens soit le plus riche et le plus exact possible et pour cela propose les questions les plus ouvertes. En cas d'échec, il donne de l'information pour rendre la réponse plus facile. Il arrive qu'il finisse par accepter des conditions qui provoquent la réponse de l'élève sans que ce dernier ait à investir le moindre sens, comme dans la première scène du «TOPAZE» de Pagnol : «des moutonsses étai-hunt réunisse...».

L'«effet JOURDAIN» est une forme d'effet Topaze : pour éviter un débat de connaissance avec l'élève, et éventuellement un constat d'échec, le professeur accepte de reconnaître comme l'indice d'un savoir ou d'une démarche authentiques, une production ou un comportement de l'élève qui ne sont en fait que des réponses ayant des causes banales - donc dénuées de valeur et même parfois de sens -. Exemples : la scène du «Bourgeois gentilhomme» de Molière où le professeur de philosophie révèle à M. Jourdain qu'il fait de la prose ou celle où il fait des discours de cuistre tandis que Jourdain croit apprendre l'orthographe en prononçant des «O» et des «A».

Le GLISSEMENT METADIDACTIQUE a pris une vaste envergure et a eu des conséquences importantes dans un passé récent : lorsqu'une tentative d'enseignement échoue, le professeur est parfois conduit à reprendre son texte pour l'expliquer et le compléter. De moyen d'enseignement, cette première tentative devient objet d'étude, éventuellement même objet d'enseignement ; la forme se substitue au fond. Ainsi, pour expliquer le langage ensembliste, fondamental, mais en rupture avec la pensée naturelle, les professeurs des années 70 ont voulu utiliser, sous la forme des fameux diagrammes de Venn et autres «patates», les schémas qu'Euler avait inventés pour Catherine de Russie dans ses «lettres à une princesse d'Allemagne». Mais cette métaphore n'étant pas un bon modèle, et la volonté de vulgarisation aidant, il fallait sans cesse fabriquer de nouvelles conventions et enseigner le moyen d'enseignement comme si c'en était l'objet : le langage ensembliste pour la logique, le diagramme pour le langage formel, le vocabulaire des diagrammes pour les dessins, les conventions pour le vocabulaire... Le glissement métadidactique a échappé au contrôle de la communauté, provoquant de magnifiques malentendus pendant plus de 10 ans à l'échelle de la planète, sans parler des séquelles que nous ressentons encore sur l'épistémologie du public et des professeurs.

Mais il existe d'autres phénomènes de ce type qui dépendent du savoir visé et des circonstances :

Il n'est pas sûr que les productions cognitives aux fins de la recherche forment un ensemble de concepts parfaitement adapté à leur communication et à la formation des élèves. Il existe des «points aveugles» de la culture. Des savoirs utiles pour le développement d'un individu ne figurent pas en tant que notions scientifiques dans la culture, et l'enseignement ne peut évidemment pas combler ce manque : par exemple l'énumération des collections - très furtif aspect de la combinatoire -, ou la représentation de l'espace pour l'organisation des actions, des déplacements, des mesures, - secteur mangé par la géométrie-débat du mathématicien - ou encore la pensée naturelle - mangée par la logique, etc.

De façon plus générale, le mode de production «naturel» de l'activité mathématique, sollicité sans relâche par les bons professeurs, ne peut pas vraiment être reçu et reconnu en tant que tel, il faut donc lui substituer le mode de construction et le langage en usage. Si ce n'est pas possible immédiatement, tout le système se trouve devant le problème de

«mémoriser» des connaissances transitoires, au statut incertain, non reconnues par la science, puis de les faire évoluer, sans pouvoir les exprimer ni les reconnaître.

L'effort consenti pour obtenir des savoirs, indépendants des situations où ils fonctionnent (décontextualisation), se paie en perte de sens et d'opérationnalité lors de l'enseignement. Le rétablissement de situations (recontextualisation) intelligibles se paie en glissements de sens (transposition didactique). La retransformation en savoirs de l'élève ou en savoirs culturels reprend le processus et aggrave les risques de dérive. La didactique est le moyen de gérer ces transformations et d'abord, d'en comprendre les lois.

Revenons à la gestion des expressions algébriques par les élèves. Y. Chevallard a montré le phénomène de conservation ostensive de l'information : un contrat didactique implicite charge l'élève de «conserver» l'information qui lui est confiée ; de ce point de vue dans l'expression «  $3.x = 0$  » le 3 montre quelque chose : il est différent de 4, il doit donc rester présent à travers les transformations mathématiques. En déduire «  $x = 0$  » contredirait ce contrat, alors l'élève un peu distrait transforme le résultat en «  $x = 1/3$  » ou en «  $x = -3$  ».

L'inventaire des phénomènes liés au contrat didactique est encore en pleine expansion.

Cependant, montrer et étudier des phénomènes est une chose, agir sur eux, en est une autre. Des travaux de la cohérence de ceux de M. Artigue sont encore rarissimes : après avoir étudié la reproductibilité des situations didactiques, elle a observé l'obsolescence de celles utilisées pour l'enseignement des équations différentielles et commencé à proposer des solutions.

### 3. Conclusions

La didactique peut, à terme, aider le professeur à modifier son statut, sa formation et ses rapports avec la société :

- en agissant directement sur le statut des connaissances qu'il utilise,
- en agissant sur les connaissances de ses partenaires professionnels, et sur celles des parents et du public,
- en développant de meilleures possibilités pour le public et pour les citoyens d'utiliser l'enseignement de façon plus satisfaisante pour eux,
- en donnant de meilleures possibilités aux pouvoirs publics ou privés de gérer l'enseignement par des moyens plus appropriés.

Cette partie des apports de la didactique n'est certainement pas prête à être réalisée car elle exige une évolution considérable des structures scolaires et des mentalités, mais tout me laisse penser que c'est là son rôle social et que nous progressons dans cette direction.

## DIFFICULTES DE LA DIFFUSION DE LA DIDACTIQUE

Pourquoi les techniques et les connaissances de didactique diffusent-elles si mal vers le public et les professeurs ?

La raison principale me semble la suivante : la plupart des diffuseurs des résultats des recherches en didactique sont conduits à en faire un usage détourné et illégitime. Je ne les accuse pas de le faire exprès mais seulement de céder à des pressions multiples et convergentes.

A. Regardons par exemple comment une recherche atteint le milieu des enseignants.

1. Il s'agit de cette expérience célèbre sinon bien connue, de l'«équipe élémentaire de l'IREM de Grenoble» sur «l'âge du capitaine». Ils proposent aux enfants de CE2/CM2 des problèmes du genre suivant :

*«Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ?»* ou bien *«Dans une classe il y a 4 rangées de 6 élèves quel est l'âge de la maîtresse?»*

Au CE2, 78 % des enfants donnent les réponses que vous devinez sans exprimer de doutes.

Ensuite ils interrogent les élèves : «que pensez-vous de ces problèmes ?» : au CM2 la plupart d'entre eux, soit refusent de répondre, soit émettent des réserves, trouvant ces questions bizarres ou même stupides (près de la moitié au CM2) : «car l'âge du capitaine n'a rien à voir avec les moutons». Mais ils font leur métier d'élèves : ils doivent répondre, et peut-être pensent-ils que la stupidité incombe à celui qui pose des questions idiotes, comme le dit le proverbe.

2. Nous savons aujourd'hui que cette expérience montre un des effets du CONTRAT DIDACTIQUE - c'est un ensemble de règles le plus souvent implicites qui pèsent sur les élèves et sur l'enseignant et qui conditionnent leur travail -. Etais-ce évident pour les auteurs de l'expérience dans le contexte de l'époque ? Si oui, pouvaient-ils le publier ? Quelles étaient leurs motivations ?

J'avais rencontré la nécessité de créer le concept de contrat didactique au cours de l'observation d'enfants en échec électif (le cas de Gaël) en 1977-78<sup>5</sup>. Ma première application de ce terme apparaît au colloque GEDEOP de Pau (novembre 78) où je m'en sers pour expliquer la sous-compréhension (un résultat de Pluvinage), comme un phénomène de contrat. Dans le cadre de la théorie des situations, c'est un objet important : le jeu (didactique) de l'enseignant avec la situation a - didactique de l'élève, et le contrat n'apparaît à l'observateur que lors de ses ruptures, lesquelles sont inévitables.

Les premiers résultats datent de l'année suivante : Y. Chevillard avec O. Schneider étudie la rupture de contrat qui apparaît au moment de l'étude des équations paramétriques puis avec J. Tonnelle l'effet sur le contrat d'une introduction ostensive des polynômes. En 1980, il montre avec D. Pascal comment dans le traitement des équations, les élèves pensent avoir à conserver la totalité de l'information ostensive qui leur est confiée et répugnent à voir disparaître une lettre ou un coefficient au point de préférer une transformation fautive<sup>6</sup>. Le terme de contrat didactique n'apparaît encore dans aucun de ces travaux. Il traîne dans les débats oraux des didacticiens mais il n'est présenté pour la

<sup>5</sup> Mémoire du certificat de capacité d'orthophonie de C. Amirault et M. Cheret (1978) IREM de Bordeaux.

<sup>6</sup> O. Schneider «Le passage des équations numériques aux équations paramétriques» DEA IREM Bordeaux - Marseille 1979.

J. Tonnelle «Le monde clos de la factorisation au premier cycle» IREM Bordeaux-Marseille 1979.

D. Pascal «Le problème du zéro» DEA Irem Bordeaux-Marseille 1980

première fois comme une hypothèse de recherche qu'en 1980<sup>7</sup>. Il faudra attendre 1983 pour qu'apparaisse un texte où Chevillard explique «L'âge du capitaine» par un effet de contrat didactique, et ce texte reste de la littérature grise<sup>8</sup> jusqu'en 1988 où il paraît dans une édition confidentielle de l'IREM de Marseille<sup>9</sup> !

Il est clair pourtant déjà

- que le raisonnement des élèves compose avec une constellation de contraintes d'origine didactique qui modifient la signification de leurs réponses et le sens des connaissances qu'on leur enseigne,

- que ces contraintes ne sont pas des conditions arbitraires imposées librement par les professeurs, elles existent parce qu'elles jouent un certain rôle dans la relation didactique.

Cette fonction reste insoupçonnable dans le cadre classique (importé de la psychologie) des études de réponses à des questionnaires. Aussi son étude est-elle difficile : les textes théoriques manquent, le mot lui-même est mal compris de certains qui se trompent sur le caractère théorique du concept et pensent qu'il s'agit seulement d'un moyen d'améliorer l'enseignement (quel contrat faut-il proposer ?). Il est critiqué dans la communauté même des chercheurs (comment un contrat peut-il être implicite ? Pourquoi les professeurs ne seraient-ils pas libres de le changer ?...).

Les chercheurs grenoblois ont imaginé une expérience à propos d'une étude sur les problèmes, et travaillant dans un IREM, ils doivent produire des conseils pour les enseignants. Leurs observations vont donc servir à alimenter, de façon assez idéologique, la condamnation de certains types de problèmes concrets complexes ou absurdes. Or, ils tiennent de façon évidente un phénomène qui remet en cause l'interprétation des comportements des élèves et ils comptent parmi eux des didacticiens confirmés, au courant de la problématique du contrat didactique qui ont dû leur signaler le phénomène. Mais ils ne pourraient pas publier ce résultat à l'endroit voulu avec son environnement théorique - «Recherches en Didactique des Mathématiques» vient de naître mais n'est pas capable d'accepter un pareil sujet -.

3. Comment garder pour soi un pareil fait lorsqu'on s'occupe de formation des maîtres ? Et comment ce fait non expliqué ne serait pas lu par les professeurs comme «inquiétant» puisqu'ils supposent qu'il est une conséquence de leur enseignement. Ils ont raison d'être inquiets : les résultats sont publiés «de façon anonyme» dans la presse professionnelle «Grand N» et le «Bulletin de l'APM»<sup>10</sup>.

La presse à sensation s'en empare, les met en scène, les interprète, en fait la base d'un de ces ouvrages d'indignation sur l'enseignement dont le public est alors friand<sup>11</sup> : «comment ? 76 sur 97 de nos enfants normaux accouplent des moutons et des chèvres pour trouver l'âge du capitaine...!», s'indigne Stella Baruk.

<sup>7</sup> G. Brousseau «Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire, in revue de laryngologie otologie rhinologie vol 101 n° 3-4 1980 pp. 107-131.

<sup>8</sup> Ainsi que «Elements pérennes du contrat didactique, ruptures locales et ruptures globales d'Alain Mercier (1984).

<sup>9</sup> Y. Chevillard «Sur l'analyse didactique Deux études sur les notions de contrat et de situation» Publications de l'IREM de Marseille n° 14. 1988.

<sup>10</sup> Quel est l'âge du capitaine, in «N» n° 19 IREM de Grenoble 1980.

Et in Bulletin de l'APMEP n° 323 pp. 235-243.

<sup>11</sup> Stella Baruk «L'âge du capitaine, de l'erreur en mathématiques». Seuil (1985).

Cette expérience est présentée comme révélant «l'ampleur du sinistre» (p. 24) : «Avant même qu'il soit formulé, un quelconque énoncé de mathématiques, d'emblée et d'entrée de jeu, est dépourvu de SENS» et cet état de choses «ne devrait plus être, ne peut plus être» (p. 24).

Si des enfants normaux donnent des réponses anormales c'est parce qu'«un ordre abusif fondé sur l'aveuglement et la surdité à la réalité des phénomènes a provoqué leur aliénation» (p. 26). C'est donc la faute des professeurs, et la preuve que les professeurs sont coupables, Stella Baruk croit la trouver dans une expérience d'Alain Bouvier (cette fois elle nomme l'auteur mais pas le texte) qui montre que les professeurs, comme les élèves, répondent eux aussi à des questions stupides.

Présentés dans ce contexte, rien d'étonnant à ce que ces «résultats» provoquent des réactions de la part des professeurs qui assistent aux conférences. A défaut d'analyse plus pertinente, ils attaquent l'enquête que l'auteur prétend devoir défendre.

## B. Quels enseignements pouvons-nous tirer de cette aventure ?

1. Je ne vais pas à mon tour, jouant le quatrième peintre d'une publicité Ripolin, jadis célèbre, écrire «zéro» sur le dos de Stella Baruk, qui écrit «zéro» sur le dos des professeurs, parce qu'ils écrivent «zéro» sur le dos des élèves. Elle est en bout de chaîne, mais comme chacun de nous, elle se soumet aux conditions de son contrat didactique. Formateurs qui simplifient abusivement, chercheurs qui cannibalisent leurs travaux (ou ceux de leurs collègues) pour alimenter un article «à la demande», auteurs friands de «nouveautés», nous sommes tous soumis à des pressions qui nous détournent de la vérité. Et nous y cédon's tous peu ou prou, pour économiser du temps ou de la place, par conformisme, par prosélytisme, par idéologie...

2. Tout d'abord sur le fond de la question, je ferai trois remarques.

a) La disparition du sens, aussi bien dans la relation didactique que dans l'apprentissage, est un phénomène normal : les enseignants tout comme les élèves, sont dans leur droit en cherchant à obtenir aux moindres frais la réponse attendue. La gestion du sens doit être étudiée avec le même soin et le même respect que les erreurs des élèves pour la compréhension desquelles Stella Baruk se bat depuis si longtemps, et à juste titre : c'est justement l'objet de la théorie des situations et de la transposition didactique.

b) Le fait que beaucoup d'élèves, en même temps qu'ils acceptent la fiction du problème, le jugent de l'extérieur doit nous mettre en garde contre une lecture naïve des rapports au savoir scolaires. Ce fait montre simplement qu'il faut distinguer :

- les connaissances des élèves, celles qu'ils activent «à usage privé»,
- les savoirs appris ou enseignés, tels qu'ils fonctionnent dans la pratique de la relation didactique,
- et le savoir visé qui obéit, lui, à d'autres lois.

Il n'est donc pas surprenant que des contraintes différentes conduisent à des sens différents admis ensemble et à des pratiques contradictoires. Il serait d'ailleurs absurde de mettre au crédit des enfants leurs réactions «intelligentes» et les autres systématiquement au débit des professeurs. La deuxième expérience montre que le contrat didactique S'IMPOSE IMPERATIVEMENT à L'ELEVE ou à l'interrogé ès **qualités**, indépendamment de sa compétence mathématique et de son expérience de l'école.

c) Enfin, nous savons montrer que pour des raisons théoriques le **CONTRAT S'IMPOSE AUSSI BIEN AU PROFESSEUR QU'A L'ELEVE** et qu'il n'est pas plus libre de le modifier à sa guise qu'un commerçant ou même un gouvernement ne l'est de modifier les lois économiques.

3. Ce genre de déclarations ou d'hypothèses est tout à fait inadapté aussi bien à la demande des parents qui veulent, soit la paix, soit des solutions, qu'à la formation des maîtres qui réclament des conseils ou des suggestions, mais qui sont convaincus, au fond, de leur inutilité. Ce qui conduit les formateurs à produire des nouveautés ou des faits scandaleux.

Plutôt qu'informer le public sur l'état des réflexions scientifiques à propos de l'enseignement des mathématiques, ce qui n'aurait aucun succès, le formateur **DOIT** instruire un procès<sup>12</sup>, et d'autant plus sévèrement qu'il ne propose pas de solution. Aussi l'ouvrage de Stella Baruk, bien que passionnant, bourré d'exemples, d'idées, de connaissances, de citations, de vérités, est-il tout orienté vers un procès et non vers une compréhension de ce qu'elle décrit.

De leur côté, pour augmenter l'image de leur importance sociale, les professeurs ont avantage à assumer leur pleine responsabilité dans tout ce qui survient dans le processus qu'ils gèrent, même lorsque cela frôle le masochisme.

Remarquons que l'APM, Stella Baruk et ses auditeurs, se comportent comme s'ils acceptaient l'idée suivante : il devrait être au pouvoir des professeurs de percevoir tous les phénomènes qui rendent «anormale» la communication des connaissances et de les empêcher d'apparaître ou de les corriger s'il y a lieu.

Montrer qu'il existe des lois non perçues dans ce domaine c'est donc affirmer que les imprécations sont aussi inopérantes que les décisions des responsables.

4. Pour combattre cette tendance il faudrait que les recherches produisent plus vite des réponses plus nettes.

Or, pour faire avancer un peu les connaissances sur le contrat il aura fallu dix ans : la recherche est lente ! Les faits ne sont pas exploités, les études ne sont pas écrites, les textes ne sont pas publiés, ou le sont mal... Par exemple, les corpus d'observations restent dans les documents privés : les comptes rendus de la mise au point des situations d'enseignement sont systématiquement éliminés des publications et même des thèses **PAR LEURS AUTEURS** bien que la conception et la mise au point de ces situations leur aient réclamé des dizaines d'heures d'un travail où les connaissances didactiques sont effectivement mises en œuvre de la façon la plus visible. Pourquoi ?

- Personne ne réclame ce genre de textes, qui lu par des non-spécialistes, apparaissent comme des banalités inutiles. Les spécialistes, eux, ne sont pas assez nombreux à lire ce genre de travaux pour justifier l'effort des mises au point nécessaires pour une publication.

- Mais surtout, ce que la société demande naturellement au didacticien va souvent tuer l'objet de sa recherche : soit la formation des maîtres ou la production d'aides à l'enseignement, soit l'alignement de ses textes «scientifiques» sur les canons des domaines établis (ou de l'idée que s'en fait le public).

Alors l'enseignant, le formateur, l'idéologue, l'auteur qui sont en lui, vont se précipiter sur les productions du chercheur : ses conceptions se propageront avant d'avoir

---

<sup>12</sup> Et avec quelle force ! Dans le débat, Stella Baruk cite J. Paulhan : «On dit que les ignorants sont les meilleurs professeurs» (Ce qui, dans le contexte, veut évidemment laisser entendre la réciproque).

été problématisées, ses expériences seront connues avant qu'il les ait analysées, ses résultats seront lus par-dessus son épaule pour les besoins de l'ACTION, et ses conclusions seront triées en fonction de leur forme (avez-vous des résultats statistiques ?) ou de leur recevabilité par toutes sortes de milieux. Et quand il voudra présenter son travail, le terrain sera déjà piétiné, rendant la tâche plus ardue et apparemment plus vaine.

#### 5. Pourquoi alors accepte-t-il ces contraintes ?

Je crois que c'est pour prouver, au plus tôt et le plus souvent possible, que sa recherche existe et est utile. S'il se sent obligé sans cesse de prouver que sa recherche existe, c'est que le système auquel il s'adresse met une certaine opiniâtreté à la nier.

Or nous avons déjà commencé à expliquer pourquoi le public, les enseignants (et même les mathématiciens) ont intérêt à cette dénégation de la recherche organisée sur l'enseignement et nous reviendrons plus loin sur cette question.

C. Nous pourrions voir sur d'autres exemples plus récents comment la recherche en didactique est actuellement exploitée, niée, violée, et retournée contre les professeurs, en fonction de la loi du marché des idéologies et de la vente des livres.

La vocation de la didactique est à l'opposé de ces tonitruantes interventions. Souvent, l'explication d'un échec ou d'une difficulté permet de déculpabiliser l'enseignant et l'élève et de les orienter vers des attitudes plus positives ; en médecine, l'attribution de la tuberculose à un microbe n'a pas tout de suite permis de vaincre la maladie, mais elle a enfin permis la déculpabilisation des malades, longtemps soupçonnés d'avoir en quelque manière offensé la nature et d'en être punis ; et accessoirement, elle a suggéré qu'une certaine hygiène pourrait prévenir bien des cas.

## LA DIDACTIQUE ET L'INNOVATION

Il est indispensable que tout enseignant, chaque jour, commence sa classe comme si les connaissances qu'il propose à ses élèves étaient découvertes pour la première fois au monde et comme si cette rencontre était décisive pour... l'avenir de l'humanité.

Si ce besoin de rester vivant, aussi bien pour le professeur que pour les élèves, a été maintes fois souligné, c'est que le contrat didactique tend - légitimement - à figer l'action d'enseigner, à codifier les méthodes, à définir le savoir scolaire ; il tend à rendre obsolètes, pour le professeur, les situations qu'il utilise et obsolètes, pour l'élève, les connaissances traitées.

Les moyens de lutter contre ces vieillissements sont des renouvellements dans les différentes branches du contrat : dans les rapports avec l'élève, dans les rapports avec le savoir et avec la communauté des mathématiciens, dans les rapports avec les situations d'enseignement.

Une illusion sympathique, mais périlleuse, consiste à soutenir que le meilleur moyen d'éviter le vieillissement serait d'éviter sa marque principale : c'est-à-dire tout mécanisme, toute reproduction, et à la limite, tout apprentissage. Pour rester frais, le professeur FERAIT les mathématiques avec ses élèves, des mathématiques sans référence au passé, entièrement justifiées par les circonstances et la vie des élèves. Cette position empiriste, rousseauiste et radicale conduit au pire : elle affiche, dans son principe, la négation même du but de l'enseignement qui est de communiquer un savoir culturel

chèrement acquis et des références requises par un contrat social. Elle fait reposer la relation didactique sur toute une série de mensonges qui pèsent lourd.

Chacun des protagonistes sait bien que les textes du savoir sont déjà écrits ailleurs et il ne semble pas légitime que l'enseignant se permette d'y changer un iota AU MOMENT DE L'ENSEIGNER.

Oui, pour rester alerte, le professeur peut FAIRE des mathématiques au sens classique de tenter de répondre à des questions ouvertes ou de poser des questions de mathématiques intéressantes et nouvelles, mais il est exceptionnel que les sujets de recherche puissent être aussi, immédiatement, de bons sujets d'enseignement.

Oui, pour rester alerte, le professeur doit «refaire» des mathématiques connues en cherchant quel genre de problèmes elles permettent de résoudre, quel genre de questions elles conduisent à se poser, comment on peut améliorer leur efficacité et leur présentation. Recontextualiser autrement les mathématiques - en particulier pour ses élèves - est l'activité essentielle du professeur. Elle est à la fois de nature didactique et mathématique, elle constitue une étape de la transposition didactique. Cette reprise des connaissances mathématiques en vue de préparer de futures remises en causes et de futures découvertes forme même la contribution spécifique de l'enseignement à l'avancement de la science. Elle n'est pas reconnue encore aujourd'hui parce que la communauté et les connaissances qui peuvent permettre de la contrôler et d'en rendre compte n'existent pas.

Il est donc vrai que l'enseignement est et restera en partie un théâtre et que, d'une manière ou d'une autre, le professeur devra assumer ses rapports au but - la communication des connaissances - et aux moyens - la situation didactique. Au théâtre, les responsabilités réciproques de l'acteur et de l'auteur sont réglées depuis Shakespeare, Molière et Diderot. Le professeur deviendra-t-il une sorte d'acteur du savoir ? La didactique deviendra-t-elle le recueil des textes qu'il devra «seulement» jouer - et qu'il ne pourra même pas choisir ? Ma réponse est «oui à certains moments, et il n'y a aucune indignité à clarifier honnêtement ce que l'on fait».

Le professeur peut-il se vivre comme un acteur sans mettre en danger son action elle-même ? La scène, qu'est sa leçon, se rejoue pour la énième fois par le même acteur, et parfois pour le même public. Il a donc besoin d'une sorte de renouvellement pour maintenir l'appétence et la vigilance des uns et des autres. Il préfère se vivre aujourd'hui en comédien dell'arte et c'est pourquoi il a besoin d'innovations.

A priori, l'innovation correspond à ce que nous avons défini plus haut comme l'activité didactique non enseignante du professeur. Elle est l'un des moyens les moins arbitraires offerts au professeur pour retrouver sa fraîcheur en danger de se perdre parce qu'elle est supposée agir sur l'acte d'enseigner lui-même. Elle apparaît donc comme une nécessité impérieuse au niveau de chaque professeur.

Mais l'innovation est un mécanisme DIDACTIQUE, donc social, et un objet d'investissement libidinal comme la recherche ; son analyse systémique, l'une des formes de la recherche en didactique, montre que le fonctionnement de l'innovation conduit à des résultats différents de ceux annoncés.

Une innovation, par définition, ne peut pas rester cachée, elle doit être communiquée. Elle doit donc mériter la plus grande diffusion et donc proposer «des

choses qui marchent» dans une forme communicable à tous. Donc, sa diffusion doit se justifier par un constat préalable de l'échec des méthodes anciennes - les innovations précédentes. Elle doit donc insister sur le fait qu'elle est nouvelle et qu'elle présente au moins une différence essentielle. Pour faire vite il vaut mieux discréditer et scotomiser carrément le passé.

Sous une présentation flatteuse, l'innovation permet à une partie des enseignants de se vivre comme des novateurs : des gens qui «développent leurs compétences», qui «agissent pour améliorer les conditions d'enseignement», qui «énoncent des conclusions opératoires» et qui agissent sur leur milieu<sup>13</sup>. Leur but est généreux : propager l'innovation, l'étendre et la généraliser par différents moyens d'action sociale.

La novation a besoin d'auditeurs, c'est donc un phénomène de type auto-catalytique, sa progression, très forte au début (exponentielle), diminue rapidement comme la concentration en béotiens. Sa force et sa vitesse de propagation s'annulent plus vite que prévu : lorsque plus de vingt pour cent des professeurs partagent un même point de vue, celui-ci devient assez impropre à soutenir une fonction de novateur. Les premiers novateurs, ou d'autres, tournent alors leurs regards vers un nouvel horizon - que l'innovation qu'ils abandonnent ait été «bonne» ou «mauvaise» - et ce, d'autant plus vite que sa diffusion a mieux réussi.

Le système que nous décrivons ici est celui de la mode. Les enseignants ont besoin de mode, oui de mode ! et pourquoi pas ? Je ne vois rien à redire à ce mécanisme d'incitation à la consommation.

Concrètement, le processus se poursuit par un constat d'échec plus ou moins profond, une bataille confuse ou les premiers innovateurs crient à la trahison et demandent plus de moyens de formation ou de pression sur leurs collègues. Alors une nouvelle vague d'innovation devient indispensable à tous, afin de «dépasser» cette pénible période de troubles que chacun va s'empresse d'oublier. C'est pourquoi l'innovation ne permet jamais de tirer de leçons utiles des expériences qu'elle ne cesse de provoquer et donc ne peut rien apporter à la connaissance de la didactique. Dans les meilleurs des cas, elle lui emprunte ses acquis, mais pour d'autres usages, comme nous l'avons montré avec l'âge du capitaine.

Le constat d'échec est donc nécessaire à l'auto-entretien de l'innovation, mais l'échec lui-même est-il inéluctable ? Non, je crois qu'à travers ces innovations, d'ailleurs fortement cycliques, le progrès chemine tout de même, mais ses possibilités d'action sont très limitées.

En effet, pour se répandre assez vite, une innovation a besoin du rythme que seuls permettent les processus de mode. Pour permettre ce rythme, il faut que l'innovation ne touche à rien d'essentiel dans les parties profondes des pratiques des enseignants : la mode dans les vêtements peut changer le col ou la longueur des manteaux mais elle ne peut pas faire des trous dedans.

Le mécanisme de diffusion de l'innovation est plus complexe et dépend des connaissances visées. Les raisons de sa réussite et de son échec ont été étudiées de façon

---

<sup>13</sup> Ces expressions sont celles d'A. Bouvier dans «Didactique des mathématiques, le dire et le faire». Pour caractériser la recherche-action il l'oppose à la recherche dite «traditionnelle» dans laquelle le chercheur viserait essentiellement «l'appropriation des compétences des autres, l'amélioration de son statut de chercheur et de sa carrière, et l'apparition de nouvelles questions, de nouvelles hypothèses». (p. 521). Je trouve que mon ami Alain envoie le bouchon de beaujolais un peu loin !

plus précise dans quelques cas particuliers : celui des diagrammes, cité plus haut, et celui d'une innovation apparemment plutôt réussie, celle des théories et des méthodes de DIENES.

Les phénomènes que nous avons relevés sont intéressants :

DIENES a proposé l'organisation Bourbakiste des mathématiques, à la fois comme épistémologie, comme modèle de psychologie cognitive et psychogénétique, comme logique, et comme modèle de processus d'enseignement. Il a produit des matériels didactiques très appréciés.

Le cœur de cette merveilleuse simplification, supportée par l'ambiance structuraliste de l'époque, est l'«opération du quotient ensembliste» des mathématiciens qui fait correspondre à une relation d'équivalence et à un ensemble, la liste des classes d'objets équivalents. Généraliser, c'est passer d'objets équivalents à leur propriété commune. Pour enseigner, il faut faire vivre par l'élève des situations «isomorphes» c'est-à-dire équivalentes du point de vue de leur structure mathématique. Après quelques expériences de ce type, l'élève reconnaît la même structure, la schématise et peut alors la formaliser.

Cette théorie est acceptée par les maîtres parce qu'ils l'utilisaient implicitement : elle correspond exactement à des pratiques d'enseignement courantes :

- à l'origine, il y a une exigence du contrat didactique : si l'élève échoue, il faut lui donner une autre chance d'effectuer lui-même la solution,
- bientôt la répétition est érigée en principe d'apprentissage,
- mais, pour dissimuler l'identité des questions, il faut faire varier des conditions non pertinentes ; l'élève, dûment averti de ce fait, cherche les analogies ; le professeur l'y invite d'ailleurs.

Cet abus de l'analogie conduit l'élève à débusquer les ressemblances correspondant aux intentions du professeur et à se centrer sur les variables non pertinentes au lieu de comprendre la nécessité interne de la situation. Ainsi, il résout ses problèmes, plus par transfert d'algorithmes que par compréhension du sens. En fait, en l'absence d'intentions didactiques, le processus d'apprentissage empirique ainsi décrit ne fonctionne pas.

Par contre, l'enseignement fondé sur l'hypothèse de ce processus peut, lui, réellement fonctionner. Il suffit que les élèves puissent deviner l'objet de savoir que le professeur leur présente ainsi, un peu dissimulé par une fiction didactique. Mais, si l'analogie est un peu lointaine ou s'il y a un effort de compréhension spécifique à faire, la plupart des élèves ne peuvent pas «lire» l'intention du professeur et donc échouent dans la reconnaissance. Par contre, il ne peuvent pas nier la ressemblance lorsqu'elle leur est révélée, l'échec est donc porté à leur débit et non à celui de l'enseignant.

Pour réussir, la méthode DIENES exige donc :

- un contrat didactique explicite : l'élève doit rechercher des ressemblances,
- des signaux didactiques clairs : les situations doivent pouvoir être rapprochées dans le temps, en nombre et en rythme convenable,
- mais surtout, la pression du maître doit être suffisante pour que le contrat didactique fonctionne.

On observe alors qu'avec les novateurs, ceux qui veulent montrer que la méthode réussit, elle réussit effectivement : les élèves apprennent ce que le maître leur propose. Elle échoue, au contraire, avec les enseignants qui CROIENT à la vérité de la théorie didactique de DIENES : ils proposent bien, les uns après les autres, les fiches de travail convenables mais l'apprentissage ne se produit pas. L'explication est qu'ils attendent que le processus agisse comme une loi physique et qu'ils n'exercent donc aucune pression sur le contrat didactique.

J'ai rapporté cette histoire pour en tirer quelques remarques et exemples :

Dans l'abus de l'analogie nous voyons

- un exemple d'effet TOPAZE : le professeur simplifie sa tâche en faisant en sorte que l'élève obtienne la bonne réponse par une banale lecture des questions du professeur et non par une authentique activité mathématique spécifique sur la structure proposée,
- et un exemple d'effet JOURDAIN : l'élève obtient la bonne réponse par une banale reconnaissance et le professeur atteste la valeur de cette activité par un discours mathématique et épistémologique savants.

L'acceptation, par les professeurs, de la théorie de DIENES est un exemple des faux rapports qui peuvent s'établir entre la recherche et l'enseignement : le chercheur utilise consciemment ou non des concepts créés par les professeurs pour résoudre les problèmes de gestion d'enseignement. Il les rationalise un peu, les traduit en termes savants et les renvoie sacralisés par un aura scientifique aux professeurs qui les reconnaissent pour «vrais» et les adoptent aussitôt avec enthousiasme, sans rien changer de leur travail, en assurant au passage le succès social du chercheur. C'est encore un effet Jourdain.

Plus subtil enfin, voici ce qui pourrait être un THEOREME de DIDACTIQUE : si les professeurs croient suffisamment à l'efficacité propre d'une méthode didactique au point de se reposer presque complètement sur elle, ils ne remplissent plus leur rôle dans la négociation du contrat didactique, et la méthode échoue. Le paradoxe n'est qu'apparent mais il éclaire d'un jour inquiétant l'avenir des technologies didactiques grâce auxquelles on croirait pouvoir négliger la vigilance des professeurs et les connaissances fondamentales en didactique.

En résumé, toute innovation en enseignement, fondée sur un constat d'échec, doit effacer les innovations précédentes et les références à une progression des connaissances (contrairement à ce qu'elle fait dans d'autres domaines). Elle finit par devoir échouer, et par conséquent, aucune innovation ne peut s'attaquer aux conditions essentielles de l'enseignement.

Elle agit pourtant sur l'enseignement mais avec une efficacité forcément limitée et pour un coût social et épistémologique qui pourrait bientôt paraître excessif. Il deviendra alors nécessaire que la didactique défende et soutienne l'innovation qu'elle pourra susciter, reconnaître et guider (comme cela se fait dans les autres champs scientifiques) et dont elle pourra montrer au moins l'importance symbolique. Espérons qu'elle sera assez forte pour cela !

Cette mise au point sur l'innovation était nécessaire car la question qui m'était posée aurait pu être comprise par beaucoup comme la suivante :

*«Qu'est-ce que la didactique pourrait apporter à un professeur de collège, DE PLUS et DE DIFFERENT que ce que l'innovation proposée par les professeurs eux-mêmes peut produire ?».*

Mes propos ne devraient pas faire croire que je suis un adversaire de l'innovation.

D'abord, parce que j'ai essayé et j'essaie encore dans une certaine mesure, d'être moi aussi «un novateur». J'ai produit des leçons «nouvelles», des techniques et des idées «nouvelles».

Ensuite, parce qu'une bonne partie des moyens dont je dispose à l'école Jules Michelet de Talence pour le COREM est due au succès d'un flot continu d'innovations et de suggestions à l'intention des formateurs de la région, P.E.N. et I.D.E.N., innovations dont la diffusion directe est retardée au maximum pour permettre à chacun de l'utiliser au mieux dans son métier de formateur et, par conséquent, pour quelque temps encore de NOVATEUR. L'innovation me permet d'acheter et de créditer la recherche tant que celle-ci ne pourra pas jouer pleinement son rôle. Mais ma main droite-recherche doit ignorer ce que fait ma main gauche-innovation.

Ensuite encore, parce que l'innovation produit des phénomènes en l'absence desquels il serait bien difficile de faire avancer les réflexions théoriques, et que nous serions bien incapables (et moralement empêchés) de produire expérimentalement.

Enfin, parce que dans le sens large que nous lui avons donné au début, l'innovation est le principe même de l'action d'enseigner : de même qu'aucune théorie de la dynamique ne peut dispenser un conducteur de regarder la route et de prendre les décisions qu'il est seul à pouvoir prendre, la didactique ne peut pas se substituer à l'enseignant pour l'acte d'enseigner. Lui refuser le droit à l'innovation serait lui refuser le droit de donner du sens à ce qu'il fait.

Il faut seulement ne pas confondre les rôles. Rien n'interdit à un acteur d'écrire des pièces, et de les jouer, simplement il ne fait pas les deux au même moment. Les professeurs peuvent s'aider beaucoup et aider la didactique en s'intéressant à ses difficultés, en participant à ses progrès et à ses défis intellectuels. Ils peuvent utiliser SOUS LEUR RESPONSABILITE les résultats d'ingénierie qu'elle sous-produit. Ils peuvent participer à ses recherches et à ses débats, en professionnels ou en amateurs (en acceptant la règle du jeu et selon leur disponibilité), cette aide est toujours précieuse.

La didactique est leur affaire comme la biologie et la médecine le sont pour ses praticiens. Elle a une fonction limitée mais précise et irremplaçable : elle a besoin de leur compréhension et de leur appui, même si elle ne peut pas encore beaucoup soulager leur charge.

Dans le choix que nous faisons de développer sous le nom de DIDACTIQUE une théorie fondamentale de la communication des connaissances mathématiques, il n'y a aucune incompatibilité avec d'autres définitions et d'autres orientations. Au contraire, c'est une conception qui favorise l'intégration des apports des autres domaines et leur application à l'enseignement, et qui établit avec la pratique un rapport sain de science à technique et non de prescription à reproduction.

Elle ne condamne, a priori, aucune action en faveur de l'enseignement. Mais il faut comprendre que c'est une erreur de vouloir à tout prix obliger la didactique à s'engager

dans chacune de ces actions et à y jouer un rôle qui n'est pas le sien. Dans le meilleur des cas, on lui propose des défis ridicules et impossibles, défis qu'on n'oserait pas exiger de sciences pourtant bien plus avancées. Dans le pire des cas, on prend le risque de confier à ses experts des responsabilités au-dessus de leurs forces et de reproduire des erreurs semblables à celles qu'on a vues ailleurs (par exemple en économie...).

Une des fonctions de la didactique pourrait être alors, contrairement à ce que certains ont insinué, de contribuer à mettre un frein, enfin, à un processus qui consiste à transformer le savoir en algorithmes utilisables par des robots ou des humains sous-employés et à diminuer la part de réflexion noble dans toutes les activités humaines pour en faire dévolution à quelques uns.

Pour sacrifier au dieu de la soi-disant efficacité, l'enseignement prête son concours aujourd'hui à la réduction algorithmique et à la démathématisation. J'espère profondément que la didactique pourra combattre cette dépossession et cette déshumanisation.