

# SYMETRIE CENTRALE : EVOLUTION DES PROCEDURES D'ELEVES DANS UN CONTEXTE DEMI-TOUR

Régis RIVOIRE  
collège Jean Zay, Valence

## I - INTRODUCTION

### 1. Cadre du travail

Cet article a pour origine un travail de recherche mené dans le cadre du D.E.A. de Didactique des disciplines scientifiques de Grenoble en 1988. Il avait pour objectifs :

- de dégager les procédures utilisées par les élèves dans des tâches mettant en jeu la symétrie centrale,

- d'étudier l'évolution de ces procédures au cours de la résolution de ces tâches,

- d'étudier l'interférence éventuelle avec la symétrie **orthogonale**.

Nous décrivons dans cet article les principaux points de **l'analyse a priori** puis ceux de **l'analyse des productions des élèves**; nous concluerons en essayant d'indiquer ce que cette recherche peut apporter à l'enseignement de la symétrie centrale.

### 2. Symétrie centrale dans l'enseignement

Dans l'enseignement français la symétrie centrale n'apparaît qu'en classe de cinquième des collèges. Les élèves ont des contacts avec les isométries - dont les rotations - au cours de l'enseignement primaire mais l'expérience la plus sensible à ce sujet concerne la symétrie orthogonale enseignée en sixième des collèges.

### 3. Symétrie centrale et savoir social

Contrairement à la symétrie orthogonale, il y a un savoir social peu marqué sur la symétrie centrale. Celle-ci est approchée avec la notion de centre d'un objet - par exemple le centre de cette feuille. On la retrouve aussi dans l'expression "demi-tour", souvent associée à un axe de rotation. Toutefois elle n'a pas cet impact qu'a la symétrie orthogonale dans l'environnement quotidien d'un jeune enfant.

#### 4. Symétrie centrale et savoir mathématique

Sur le plan mathématique la symétrie centrale n'exige comme propriété caractéristique que la notion de milieu, propriété affine. C'est certainement une des raisons pour lesquelles elle est introduite dans des manuels scolaires directement par cette propriété. La symétrie orthogonale exige, elle, des propriétés euclidiennes dont ... l'orthogonalité. D. Grenier (1988) a mis en évidence dans sa thèse les difficultés d'émergence de cette propriété dans un apprentissage de la symétrie orthogonale. Elle a également montré les effets durables des propriétés affines, notion de milieu et parallélisme - parallélisme d'une droite et de son image, propriété fautive pour la symétrie orthogonale. Ces propriétés peuvent engendrer des procédures erronées difficiles à déstabiliser qui ne se retrouvent pas dans la symétrie centrale. En particulier la propriété de parallélisme citée est vraie pour la symétrie centrale.

## II - ANALYSE A PRIORI DE L'EXPERIMENTATION

L'analyse a priori que nous développons ici prend appui sur d'autres travaux de recherche sur le concept de symétrie centrale. Ces travaux, complétés par une recherche personnelle et une étude des programmes scolaires et des manuels, apportent des renseignements à la fois sur le concept lui-même, les variables didactiques (voir paragraphe II-3) et l'état des connaissances des élèves.

L'expérimentation a été construite en fonction des objectifs visés, en utilisant un certain nombre de paramètres qui permettent de prévoir pour chacune des tâches les invariants du concept qui seront utilisés et les procédures qui leur sont associées. L'analyse des productions des élèves prend alors appui sur cette analyse a priori. Il y a confrontation entre ce qui était prévu et ce qui a été produit et ainsi validation (ou invalidation) des choix faits lors de l'analyse a priori.

Nous ne donnerons ici que l'essentiel de cette analyse. L'expérimentation a été construite autour d'un ensemble de onze tâches (cf. annexe 1). Les élèves devaient, dans chacune d'elles, *dessiner l'image d'un objet après un demi-tour autour d'un point*. Elle concernait les élèves d'une classe de cinquième. Ceux-ci avaient donc eu un cours sur la symétrie orthogonale l'année précédente mais n'avaient pas encore fait de géométrie en 5ème avant l'expérimentation dans cette classe.

### 1. Stratégie de construction de la suite de tâches

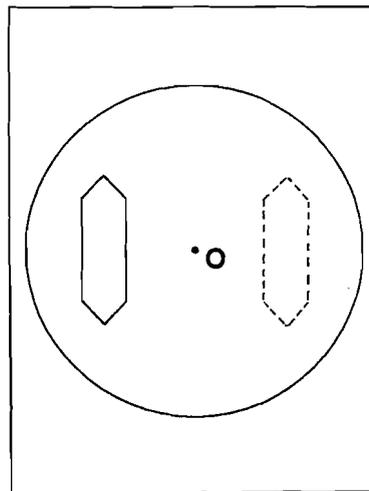
L'expérimentation devait permettre de tester l'évolution des procédures de résolution dans des tâches de construction mettant en jeu la symétrie centrale. Nous avons fait l'hypothèse qu'il y aurait, dans un premier temps, mobilisation de procédures de type global, c'est à dire que l'objet serait vu comme un tout, il ne serait pas décomposé en éléments facilitant la construction de l'image (tâches n°1 à 8). Nous voulions essayer de voir le passage de ces procédures à celles plus analytiques qui utilisent les transformations de points de l'objet donné (tâches n°9 à 11).

L'expérimentation a également été construite de telle façon que dans un premier temps les procédures relevant de la symétrie *orthogonale* puissent être mobilisées (tâches n°1 et 2) et donner des productions correctes. Ensuite la tâche n°8 devait invalider la mobilisation de telles procédures.

## 2. Situation problème

Nous avons choisi de travailler sur la symétrie centrale à partir de la **notion de demi-tour**. Le choix de présenter cette symétrie par le demi-tour - alors qu'on peut en imaginer au moins trois autres (voir I.R.E.M. de Poitiers (1987)) - a été motivé par le fait que nous pensions que les élèves pouvaient ainsi construire rapidement une bonne perception mentale de la symétrie centrale.

Dans une **expérience initiale** pour l'ensemble des élèves, nous avons présenté le demi-tour comme rotation d'un manège. Ce manège est représenté sur une feuille par un disque dans lequel est dessiné un objet. Celui ci est un hexagone ayant deux droites de symétrie orthogonales et donc un centre de symétrie. Il est placé de telle façon que la droite définie par son centre et le centre de la symétrie - droite horizontale - soit un de ses axes.



Ainsi l'objet image après un demi-tour peut aussi être obtenu par une symétrie orthogonale d'axe vertical passant par le centre du demi-tour. Ce choix permettait de ne pas bloquer dès le départ la mobilisation éventuelle de procédures liées à la symétrie orthogonale. Le demi-tour du manège est simulé par un demi-tour d'un transparent sur lequel est reproduit le dessin de la feuille. Après ce demi-tour, l'objet est donc visualisé simultanément dans la position de départ et la position d'arrivée.

Chacun des binômes venait voir l'expérience avant de démarrer les tâches. Nous exécutions deux fois l'expérience en prenant soin de changer le sens du demi-tour. Ensuite les élèves commençaient le travail proposé. Ils pouvaient revenir faire eux-mêmes l'expérience au cours des trois premières tâches et seulement pendant celles là. Nous avons choisi cette **définition par ostension** car nous pensions qu'il y aurait, grâce à

la perception visuelle, une mobilisation rapide des propriétés sur le demi-tour. Nous pensions également éviter des interprétations erronées de l'expression "demi-tour".

### 3. Variables didactiques

G. Brousseau (1982) définit ainsi la notion de variable didactique : "Un champ de problèmes peut être engendré à partir d'une situation par la modification des valeurs de certaines variables qui, à leur tour, font changer les caractéristiques des stratégies de solution (coût, validité, complexité, etc.) ... seules les modifications qui affectent la hiérarchie des stratégies sont à considérer (variables pertinentes) et parmi les variables pertinentes, celles que peut manipuler un professeur sont particulièrement intéressantes : ce sont les variables didactiques..".

Par exemple dans la tâche n°1 nous avons un bord circulaire qui délimite le dessin alors que dans la tâche n°2 il n'apparaît pas. La présence ou non d'un tel cadre, associée éventuellement à d'autres variables, va permettre la mobilisation ou non de certaines procédures. Nous pouvons, par exemple, faire l'hypothèse que la présence d'un cadre circulaire favorisera la mobilisation de procédures plutôt globales (voir paragraphe II - 5.).

Nous avons construit l'expérimentation en privilégiant quatre paramètres que nous avons fait varier. Si l'on regarde l'ensemble des tâches (annexe 1), nous pouvons voir l'utilisation des variables didactiques suivantes (dans les paragraphes II - 6 et III nous verrons comment ces variables ont pu entraîner des modifications de procédure) :

1- la **complexité de l'objet** : un point, un segment, un segment pointé (c'est à dire que l'une des extrémités est repérée par un point), une équerre, un S ;

2- les variables ayant un rapport avec la notion de direction :

- une feuille quadrillée ou non ;
- la pente du segment : horizontale ou verticale, ni l'une ni l'autre ;

3- la **position relative du centre et de la figure objet** ; plus précisément, la perception de la position relative du centre et de l'objet peut être influencée par :

- le cadre du dessin : un disque, une bande découpée dans le disque, les bords de la feuille ;
- la position du centre dans la feuille ;
- la distance de l'objet au centre (et donc la distance de l'objet au cadre du dessin) ;

4- la **position du segment par rapport à son diamètre médian (DM)** : pour un segment nous appelons diamètre médian (DM) la droite passant par le centre de symétrie et le milieu du segment. Nous avons utilisé comme variable l'angle formé par le segment et ce diamètre médian (DM). Notons que si DM est perpendiculaire au segment ou l'inclut alors l'image de celui-ci obtenue par symétrie centrale peut aussi être obtenue par une symétrie orthogonale d'axe perpendiculaire à DM et passant par le centre de la symétrie. Dans tous les autres cas cette situation ne peut se produire. Nous avons donc utilisé cette variable pour favoriser ou non la mobilisation des procédures Symétrie orthogonale<sup>1</sup>.

#### 4. Invariants de la symétrie centrale utilisés

Nous avons classé les invariants qui ont joué un rôle dans cette expérimentation en deux types :

- ceux qui sont spécifiques à la symétrie centrale par rapport à la symétrie orthogonale et qui ont été utilisés de façon significative (1 à 4) ;
- ceux qui sont communs aux symétries centrale et orthogonale et également utilisés de façon significative (5 à 7).

Voici la liste de ces invariants avec pour chacun une notation abrégée (notation que nous emploierons par la suite) :

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Le point central est milieu du segment déterminé par un point et son image.       | (1cte)  |
| 2. les distances au centre d'un segment (ou d'un point) et de son image sont égales. | (2équi) |
| 3. un segment orienté et son image sont de de sens contraires.                       | (3sen)  |
| 4. un segment et son image sont parallèles.  | (4par)  |
| 5. les longueurs sont conservées.  | (5iso)  |
| 6. L'image du milieu d'un segment est le milieu du segment image.                    | (6mil)  |
| 7. l'orthogonalité est conservée.  | (7ort)  |

#### 5. Procédures "symétrie centrale"

Nous avons mis en évidence trois niveaux de procédure. Chacun de ces niveaux est caractérisé par les invariants de la symétrie centrale utilisés. Dans tous les cas les invariants (4par) et (5iso) sont mobilisés et formulés. Les procédures seront en fait différenciées par l'emploi de l'invariant (1cte) ou celui de l'invariant (2équi) ou leur non emploi.

**Procédures P1** : elles n'utilisent aucun des deux invariants (1cte), (2équi) ; elles découlent des particularités de la tâche -en particulier utilisation du cadre s'il y en a un. Elles n'utilisent donc pas la position de l'objet par rapport au centre. Ce sont des procédures qui prennent en compte tout le plan. D'une manière générale elles sont associées aux invariants (4par) et (5iso). Elles sont directement issues de l'expérience pragmatique où "tout tourne".

**Procédures P2** : elles utilisent l'invariant (2équi) ; elles prennent en compte l'objet de façon globale. Elles situent l'objet par rapport au centre puis il y a dessin de l'image en respectant cet invariant (2équi) et les invariants concernés par la tâche.

**Procédures P3** : Elles utilisent l'invariant (1cte) ; ce sont celles dans lesquelles on dessine au moins une fois l'image d'un point particulier de l'objet considéré. Ces procédures sont :

- soit semi-globales : on dessine l'image d'un point particulier de l'objet puis on situe l'objet image par rapport à ce point en utilisant les invariants concernés par la tâche.
- soit analytiques : on dessine les images de points pertinents de la figure objet.

## 6. Analyse sommaire de l'ensemble des tâches

### 1. Par rapport aux procédures "symétrie orthogonale"

Les deux premières tâches donnent des procédures correctes par une symétrie orthogonale ce qui n'est plus le cas dans les tâches suivantes.

Ainsi dans la tâche n°6 le diamètre médian (DM) n'est pas perpendiculaire au segment ce qui donne des images différentes par une symétrie orthogonale et une symétrie centrale (la droite de symétrie passant par le centre et parallèle au segment donné). La tâche n°7 par le quadrillage et le diamètre médian (DM) vertical peut permettre la mobilisation d'une symétrie orthogonale d'axe horizontal. La tâche n°8 par sa variable "cadre" était supposée bloquer les procédures "symétrie orthogonale". La tâche n°9 avec l'objet S devait tester de la non mobilisation de la symétrie orthogonale après le blocage supposé de celle ci dans la tâche précédente.

### 2. Par rapport aux procédures "symétrie centrale"

La mobilisation de procédures de type P1 n'avait pas été envisagée. En effet il semblait que l'expérience "demi-tour" de départ devait privilégier la position de l'objet par rapport au centre (et donc la mobilisation des invariants (2équi) ou (1cte)).

Les procédures de type P2 ou P3 pouvaient être indifféremment mobilisées dans les huit premières tâches sauf dans les tâches n°5 et n°7 où l'invariant (2équi) est un peu plus délicat à utiliser que dans les autres tâches. En effet dans la tâche n°5 le choix de la position du segment par rapport à (DM) fait que le diamètre perpendiculaire au segment ne coupe pas celui-ci ; d'où une réticence pour utiliser la distance du point O au support du segment. Dans la tâche n°7 le diamètre perpendiculaire au segment n'a pas comme direction une de celles données par le quadrillage ; ce qui ne facilite pas là non plus l'emploi de l'invariant (2équi).

Le segment pointé dans les tâches n°5, n°7 et n°8 devait favoriser la mobilisation et la formulation de l'invariant "sens" (3sen) et celle de l'invariant (1cte) pour le point.

Dans la tâche n°9 (le S), la procédure la plus économique est celle utilisant l'invariant (1cte) pour dessiner l'image de quelques points (rappelons que le seul instrument est la règle graduée). C'est également le cas dans les deux dernières tâches.

## 7. Description du dispositif expérimental

- **au niveau des élèves.** Les élèves ont répartis en douze binômes. Le professeur les a laissés se grouper par affinité. Ils ont travaillé en situation a-didactique c'est à dire sans intervention d'un enseignant.

- **au niveau du matériel.** Le seul instrument de construction a été la règle graduée. Ce choix devait favoriser l'émergence de procédures analytiques. La feuille était scotchée sur la table pour éviter que le demi-tour soit effectivement réalisé avec la feuille ce qui aurait donné immédiatement la position de l'image, aurait enlevé à la plupart de nos tâches le caractère de situation-problème et aurait pu être un obstacle à l'évolution des procédures.

- **au niveau des consignes.** Le mot "symétrie" ne devait pas être prononcé par les observateurs; c'était une condition absolument nécessaire pour la réussite de l'expérience ; nous devons voir si la mobilisation des procédures symétrie orthogonale se ferait comme nous le supposions a priori et ceci sans le suggérer par le vocabulaire. D'une manière générale toute intervention de l'observateur était exclue.

### III- ANALYSE DES PRODUCTIONS

Nous allons voir l'essentiel de l'analyse des productions à partir des travaux de deux binômes. Les deux tableaux n°1 et 2 suivants (annexe 2) qui accompagnent ces travaux nous assurerons de ne pas rester seulement sur ces deux cas. Le tableau n°1 donne, pour chaque tâche exécutée correctement, les invariants utilisés explicitement. Nous retiendrons principalement dans le tableau n°2 les erreurs dues à la symétrie orthogonale. Nous reviendrons à ces deux tableaux après les expositions des travaux des deux binômes.

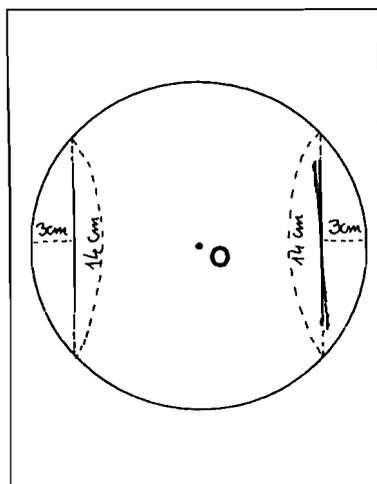
Le premier travail exposé (binôme n°3) nous permettra d'analyser la mobilisation de la symétrie orthogonale. Le deuxième travail (binôme n°12) nous permettra d'analyser l'évolution des procédures symétrie centrale.

Dans la suite de l'article nous avons utilisé les codages des invariants et des procédures donnés dans le paragraphe précédent. C'est le moyen qui nous a semblé le plus approprié pour une exposition assez détaillée des productions d'élèves. Si la lecture en est rendue pénible nous nous en excusons dès à présent auprès des lecteurs. En fin d'article se trouve un ensemble de notes qui complète l'exposé de ce qui suit. Il y est souvent fait référence aux travaux d'autres binômes que ceux détaillés ci-après.

#### 1. Procédures "symétrie orthogonale"

L'étude détaillée du travail du binôme n°3 (Béatrice et Lynda) qui a une seule production correcte (voir tableau n°1), va nous permettre de voir comment il est arrivé de façon explicite à utiliser la symétrie orthogonale de façon quasi-systématique. Notons que c'est le seul binôme qui a si peu de productions correctes. C'est le seul binôme aussi qui n'a pas réussi à associer à un demi-tour une rotation d'angle plat (il associe une rotation d'angle "presque" plat). Il va alors utiliser ce qui a fonctionné implicitement dans les deux premières tâches, c'est à dire la symétrie orthogonale. Les élèves vont se heurter au problème du sens du segment image mais cet obstacle ne va pas résister à la logique de la continuité du choix qu'ils ont déjà fait. Il en sera de même pour le dépassement du cadre dans la tâche n°8.

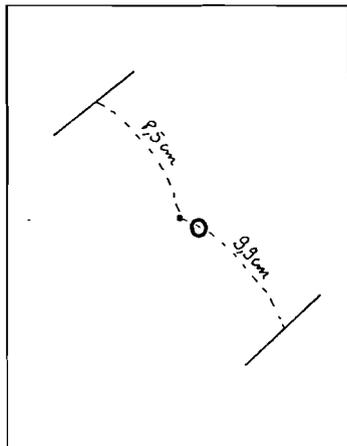
#### tâche n°1 (19 min, production correcte)



Le binôme respecte les invariants (4par) et (5iso). Sa stratégie est de situer le segment image par rapport au cadre. Les élèves parlent bien de demi-tour, du centre; ils réalisent le demi-tour avec la règle, en posant le centre de la règle sur celui du demi-tour et faisant ainsi tourner la règle sans savoir exactement où l'arrêter. Les élèves vont revoir l'expérience n°0.

Les élèves rejettent une première production parce que c'est "tordu". La production finale est plus plausible à l'oeil. Après être allée voir l'expérience n°0, Lynda fait référence au centre; mais elle ne l'emploie que dans la simulation du demi-tour avec la règle. Nous reviendrons sur cette production dans le paragraphe sur les procédures "symétrie centrale".

**tâche n°2 (6 min, production incorrecte)**



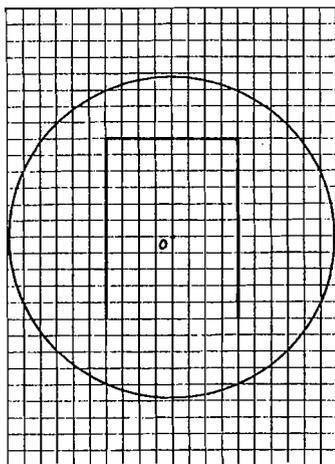
Il y a simulation du demi-tour avec la règle. Béatrice semble vouloir utiliser le milieu du segment mais elle est arrêtée par Lynda. Celle ci donne la procédure de tracés des extrémités qui se font face. Elle pose la règle à peu près perpendiculaire au segment donné et passant par l'extrémité choisie. Le résultat est incorrect; la distance de l'objet au centre n'est pas respectée. Là encore seuls les invariants (4par) et (5iso) sont explicitement corrects<sup>2</sup>.

**tâche n°3 (10 min, production incorrecte)**

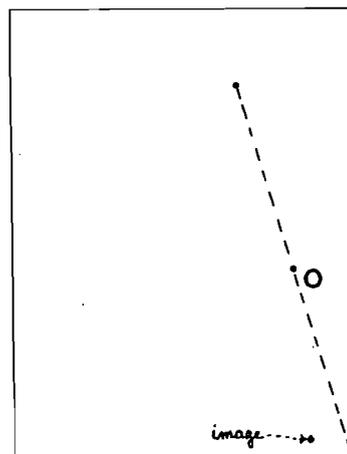
Le binôme essaie de tourner avec la règle mais l'expérience n'est pas concluante. Il pense à une image symétrique par rapport à un axe vertical passant par l'extrémité de la petite branche mais est sceptique.

Béatrice: *...oui mais après ça va se toucher avec ça... Il faudrait plutôt tracer de ce côté ...si tu plies le truc, ouais ... mais ils disent pas de plier...*

Malgré les essais matériels le binôme n'arrive toujours pas à faire le demi-tour mentalement; et dans cette impossibilité il se rabat sur ce qu'il connaît, la symétrie orthogonale.



tâche n° 3



tâche n° 4

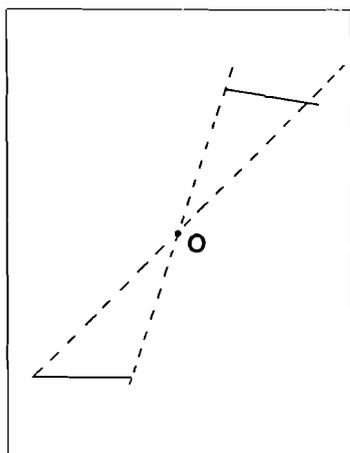
**tâche n°4** (1 min, production incorrecte)

Le binôme a toujours besoin de l'expérience pragmatique du demi-tour avec la règle:  
*"Ca c'est un demi-tour; il faut que l'autre bout il retrouve l'autre"*.

Les élèves repèrent le point sur la règle puis font faire un demi-tour à la règle pour positionner l'image. Leur problème est qu'ils ne savent pas faire exactement un demi-tour à cette règle. D'où une rotation qui fait à peu près  $180^\circ$ . L'invariant (2équi) est respecté mais pas l'invariant (1cte). On retrouve le problème de Béatrice dans la tâche n°1: Où est ce que ça s'arrête exactement ?

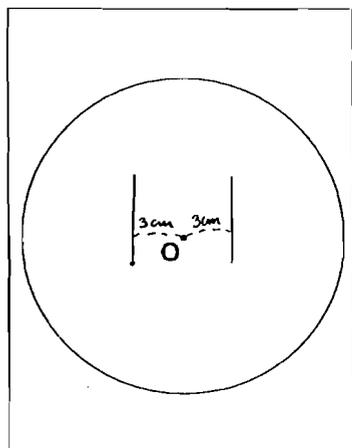
**tâche n°5** (5 min, production incorrecte)

Le binôme simule et dessine toujours le demi-tour avec la règle comme dans la tâche précédente.



L'invariant (2équi) est respecté mais pas l'invariant (1cte). L'image de la deuxième extrémité est dessinée à l'aide des invariants (2équi) et (5iso), en vérifiant simultanément que la deuxième extrémité du segment image est bien à la même distance du point O que l'extrémité correspondante du segment donné et que le segment image a même longueur.

Remarquons que cette tâche n'a pas mobilisé la symétrie orthogonale. Ceci est probablement dû soit au fait que le diamètre perpendiculaire au segment ne le coupe pas soit à ce que le segment est pointé. Remarquons encore que la procédure engagée est ponctuelle. Le binôme a dessiné les extrémités du segment image pour le dessin de celui-ci. Nous reviendrons sur ce point avec l'autre binôme.

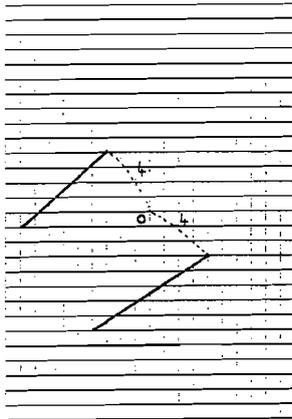
**tâche n°6** (3 min, production incorrecte)

Béatrice simule toujours le demi-tour avec la règle. Pour la première fois le point O est utilisé pour situer l'image à l'aide de l'invariant (2équi) : Lynda, sans faire tourner la règle (comme dans les tâches 1, 4 et 5), marque un point à 3cm du point O (la règle approximativement perpendiculaire au segment donné) puis positionne le segment image par rapport à ce point en respectant à peu près le parallélisme avec le segment donné.

La production relève d'une symétrie orthogonale, le problème du sens du segment image n'est pas posé<sup>4</sup>.

**tâche n°7** (7 min, production incorrecte)

Après avoir dessiné l'image de l'extrémité pointée (de façon incorrecte) le binôme s'est heurté au problème du sens du segment image (invariant (3sen)) et l'a résolu par défaut. C'est Lynda qui le pose: "*Non attends! Comment savoir si le trait il est de là ou là?*". Puis, à nouveau: "*Le point il est là normalement; mais le trait normalement il doit partir de quel côté ?*"

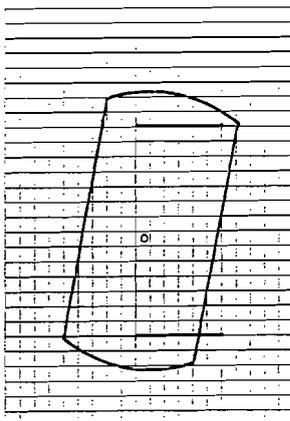


Le binôme est bloqué. Je décide de lui dire de terminer selon son idée. Béatrice réagit : "*Comme ça? Parce que regarde comme les autres dessins on a fait symétrique pourquoi on ne recommencerait pas à faire symétrique?*"

A partir de l'extrémité dessinée, les élèves positionnent la règle parallèlement (selon leur perception visuelle) au segment donné et tracent le segment. La production relève d'une symétrie orthogonale d'axe parallèle au segment donné.

Puis les élèves essaient de vérifier la production par un demi-tour avec la règle, se rendent compte que c'est faux, abandonnent. Les élèves sont toujours confrontés à la définition incomplète du demi-tour. Dans ces expériences pragmatiques, l'invariant (1cte) n'est toujours pas respecté<sup>5</sup>.

**tâche n°8** (8 min, production incorrecte)



Le cadre a joué son rôle. Le binôme s'est vraiment posé la question de savoir si on pouvait ou non dépasser le cadre : "*Mais Madame, on peut pas dépasser là?...Ouais donc ça peut pas dépasser parce que si ça dépasse du manège.....*" .

Lynda refait une expérience avec stylo, ce qui repose le problème du sens du segment image et remet en cause la décision de rester dans un contexte de symétrie orthogonale :

"*Quand tu arrives comme ça, t'as vu, c'est dans ce sens là!..... ouais, ouais à ce compte là c'est plus symétrique hein?..... Mais y disent pas que ça doit être symétrique dessus?*"

Lynda est déstabilisée mais Béatrice n'a pas envie de la suivre : *Oui, mais comme ça c'est une partie du manège, ça fait qu'il est plus grand*. Elle suggère ainsi que le manège est aussi à l'extérieur du cadre. Et elles décident de le dépasser<sup>6</sup>.

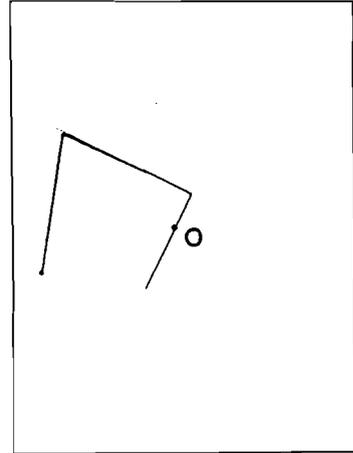
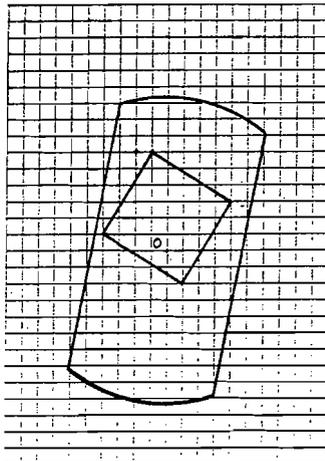
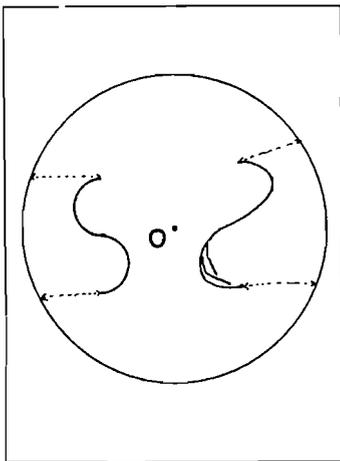
### tâches n°9-10-11 (17 min, productions incorrectes)

Le binôme est en retard par rapport aux autres. L'observateur l'incite à aller vite. Il n'ira pas plus loin dans la conception demi-tour.

1. Tâche n°9: quatre autres binômes ont une production analogue à celle du binôme étudié. Nous savions par le travail de Thomas (1978), que la perception globale de l'image du S pouvait être erronée. Dans le travail cité, sur quarante sujets de 8 à 17 ans (quatre classes d'âges de dix sujets chacune) seuls quatre d'entre eux avaient réussi le test sur l'image d'un S dans une symétrie centrale.

2. Tâche n°10: on retrouve ici le genre de production qui respecte un certain équilibre, des symétries et probablement la recherche une figure connue.

3. Tâche n°11: Le binôme, fidèle à lui-même, utilise à nouveau une symétrie orthogonale.



### Conclusion

Ces procédures "symétrie orthogonale" sont mobilisables. Pratiquement tous les binômes y ont eu recours à un moment ou l'autre de l'expérimentation. Mais elles ne semblent pas être vraiment un obstacle dans un apprentissage de la symétrie centrale dans le contexte demi-tour. En effet l'appel à ces procédures reste lié aux caractéristiques des figures. Le seul binôme qui les utilise jusqu'à la fin de l'expérimentation est très déstabilisé car il reste confronté au problème du sens du segment image.

### 2. Evolution des procédures "symétrie centrale"

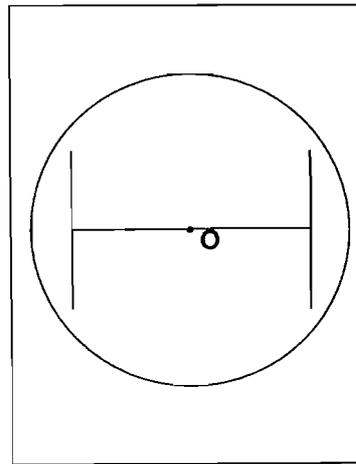
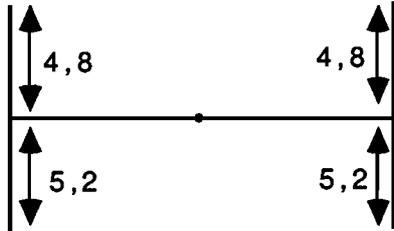
Dans l'analyse a priori, nous avons envisagé l'emploi de procédures de type P2 ou P3 seulement. Nous n'avons pas retenu les procédures de type P1 car nous pensions que l'expérience de départ imposerait l'utilisation de la conservation de la distance de l'objet au centre. Ce qui n'a pas été le cas. Dans les tableaux 1 et 2 nous pouvons repérer tous

les cas où ni l'invariant (1cte), ni l'invariant (2équi) n'ont été utilisés. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe suivant.

Le travail du binôme n°12 (Florence et Marielle) va nous permettre d'illustrer l'évolution des procédures au cours de cette expérimentation. Comme le montre le tableau 1, c'est le binôme qui a le plus évolué vers des procédures analytiques. En effet nous pouvons constater qu'il a utilisé la propriété caractéristique de la symétrie centrale (1cte) et elle seule dans cinq des onze tâches proposées.

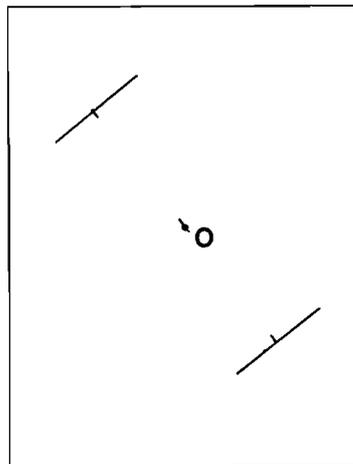
**tâche n°1** ( 2 min., production incorrecte)

Le mot "milieu" n'est pas prononcé. Le diamètre perpendiculaire au segment que les élèves dessinent n'est pas bien précis; l'intersection de celui-ci avec le segment n'est pas le milieu (4,8cm ; 5,2cm). Les élèves le constatent, puis dessinent le segment image en le positionnant par rapport au point cité de la manière imagée ci-dessous. Nous voyons qu'est posé le problème de l'invariant (3sen).



La procédure utilisée par ce binôme serait à associer à celles de type P2 où l'invariant (2équi) est utilisé<sup>7</sup>.

Pour la tâche n°2 ( 5 min, production correcte), le binôme est retourné voir l'expérience n°0. Les élèves utilisent la même procédure que dans la tâche n°1 et n'évoquent toujours pas le "milieu".



**tâche n°3** ( 5 min, production correcte)

Les élèves vont revoir, encore une fois, l'expérience n°0 et constatent: "*Celui qui est en haut passe en bas.*" Ils situent ensuite sans problème chacune des images des branches par rapport au centre par comptage de carreaux en respectant l'invariant (2équi). Florence fait l'expérience mentale du demi-tour pour vérifier.

**Pour la tâche n°4**, la résolution est immédiate et aboutit à une production correcte.

**tâche n°5** ( 5 min, production correcte)

Les élèves font l'expérience mentale du demi-tour pour anticiper la position de l'image, puis réinvestissent la tâche n°4 pour dessiner l'image de l'extrémité pointée.

Florence: "*Attends ça tourne, ce point il arrivera ici*"

Puis: "*Bon on va d'abord faire le point..... Le point c'est comme tout à l'heure*"

Remarquons ici le réinvestissement de la tâche précédente. Ensuite le binôme pense à utiliser un bord de la feuille pour dessiner l'image du segment.

Florence: "*Est-ce que ta droite est perpendiculaire au bord.... Non, il faut voir si elle est perpendiculaire au bord.*"

Puis: "*Si, si c'est beaucoup plus simple*"

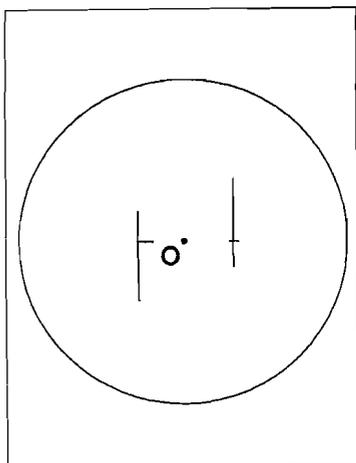
Ce qui est exprimé ensuite n'est pas clair mais le résultat est que le binôme dessine l'image de la deuxième extrémité du segment en respectant l'invariant (1cte). On voit dans cette tâche **la confrontation entre des procédures de type global et d'autres de type analytique avec l'utilisation de l'invariant (1cte)**. L'utilisation de cet invariant, pour ce binôme, est provoquée par la difficulté de bien dessiner un segment perpendiculaire à un bord sans équerre.

Si on regarde le tableau 1, on remarque que c'est dans cette tâche qu'apparaît l'utilisation de l'invariant (1cte). Denise Grenier (1985) avait constaté qu'il n'y avait pas forcément réinvestissement de la tâche demandant l'image d'un point dans les tâches ultérieures. Ce n'est manifestement pas le cas dans celle-ci. Il y a eu un réinvestissement de la tâche précédente fortement majoritaire (onze binôme sur douze). Une cause probable est le fait qu'une extrémité du segment est singularisée alors que dans les tâches de Denise Grenier les points étaient à dégager par les élèves. On peut également penser que l'enseignement de la symétrie orthogonale reçu un an auparavant peut favoriser une telle démarche.

En conclusion, on peut, à partir de l'ensemble des observations<sup>8</sup>, dire que l'association: ordre des tâches - segment pointé - position du segment par rapport au diamètre médian, a mobilisé des procédures analytiques ou semi-analytiques pour donner des productions correctes (onze binômes sur douze) alors que certains binômes n'ont pas encore une perception du demi-tour très élaborée. La mobilisation de ces procédures utilisant l'invariant (1cte) ne se retrouvera pas pour la plupart des binômes dans la tâche suivante; et encore moins dans la tâche n°9 (le S) où certains reviennent à des procédures de type P1.

Ceci tendrait à suggérer que les **procédures P3 semi-globales ou analytiques sont présentes et mobilisables** mais elles restent à ce stade **fortement contextualisées**.

**tâche n°6** (4 min, production correcte)



Le binôme prend conscience de l'invariant (3sen).  
 Marielle: *Maintenant je mesure heu....attends ça, ça doit être en bas, le grand, hein ?*  
 Florence: *Ha! on s'est planté tout à l'heure...."*  
 Marielle: *Bon, alors là c'est ce que je t'expliquais là-bas t'as pas voulu me croire"*

Elle fait référence à ce qui a été dit lorsqu'elles sont allées voir l'expérience n°0 au cours de la tâche n°3.

Nous remarquons ici un conflit entre Marielle qui avait déjà réalisé le changement de sens de l'objet image au cours de la tâche n°3 et Florence qui, malgré une production correcte dans cette tâche n°3, a utilisé le changement de sens comme une **connaissance agie**.

Notons que dix binômes sur les douze se sont posés au moins une fois le **problème du sens de l'image segment**. Dans le cas des productions incorrectes il est mis en défaut dans la tâche n°1 par le binôme n°12, puis dans les cas de mobilisation de conceptions Symétrie Orthogonale. Dans la tâche n°6, il n'est respecté par aucun des binômes ayant une production incorrecte. Cet invariant révèle ici que pour ces binômes le **demi-tour vu globalement n'est pas encore complètement conceptualisé; il y a encore concurrence avec la perception symétrie orthogonale**.

Pour le binôme n°3, nous avons déjà évoqué le **conflit** qu'il y a eu entre ces conceptions "symétrie orthogonale" et l'invariant (3sen) et comment le conflit a été résolu. L'émergence de cet invariant spécifique à la symétrie centrale (par rapport à la symétrie orthogonale) est une étape obligée dans les procédures de type global ou semi-global (notons que pour une symétrie orthogonale il y a un cas où un segment et son image sont de sens contraires). J'avais essayé par les variables didactiques choisies - en particulier le segment pointé - de favoriser l'émergence de cet invariant. J'attendais cela dans les tâches 5-7-8 où nous avons un segment pointé. Hors les productions symétrie orthogonale, le sens du segment image est respecté sans qu'il ait été nécessaire de l'expliciter. En fait la position du segment donné dans la feuille impliquait le sens du segment image. En effet lorsque l'image de l'extrémité pointée est dessinée, la seule possibilité de dessin de l'image dans le cadre de la feuille est la bonne solution. Nous constatons ici un mauvais choix de l'association des variables "segment pointé" et "position du segment par rapport au centre".

Notons que ce binôme n°12 dont le travail est ici étudié est **revenu à une procédure de type P2 (global) après avoir mobilisé une procédure de type P3 (analytique) dans la tâche précédente**. Il reviendra à des procédures analytiques dans toutes les autres tâches<sup>9</sup>.

**tâche n°7** (3 min, production correcte)

Le binôme commence par une symétrie orthogonale par rapport à un axe horizontal passant par le point central. Florence y est complètement engagée. Marielle, elle, a immédiatement un doute et fait une expérience pragmatique de demi-tour avec son stylo.

Marielle: "*On s'est trompé*"

Florence: "*Non*"

Marielle: "*Si! Le point il faut qu'il aille là; regarde*"

Florence: "*Ah oui!*"

Marielle: "*.....On s'est encore trompé pour l'autre.....les autres*"

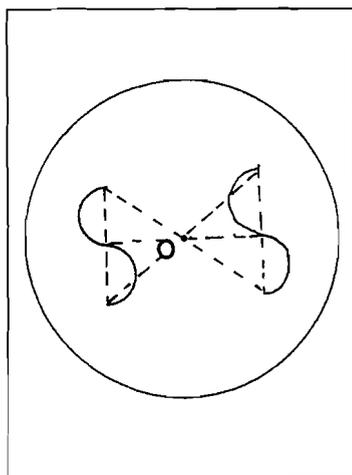
Florence: "*He ben oui! Maintenant on ne se trompera plus*".

Marielle dessine les images des extrémités par comptage de carreaux. Avant le dessin Florence fait l'expérience mentale du demi-tour puis, après le dessin, elle fait à nouveau l'expérience mais cette fois en faisant tourner le bouchon du stylo. Remarquons qu'il n'y a eu aucune formulation concernant la symétrie orthogonale mais qu'il est formulé une invalidation de la mobilisation de celle-ci, ce qui n'était pas clair pour ce binôme jusqu'à cette tâche .

**tâche n°8** (2 min, production correcte)

Les élèves éprouvent le besoin de faire une expérience pragmatique du demi-tour avec le bouchon du stylo, puis utilisent une procédure de type P3 analytique (dessin des extrémités par comptage de carreaux).

**tâche n°9** (11 min, production correcte)



Les élèves commencent immédiatement le dessin, dessinent les images du point central du S et de ses extrémités à l'aide de l'invariant (1cte). Ensuite seulement:

Florence: "*He oui! Mais écoute, quand on va tourner, cette bosse elle va être comme ça*"

Marielle: "*Attends!..Là sera la grosse bosse et là le creux*"

Elles tombent d'accord et tracent les demi-cercles<sup>10</sup>.

**tâche n°10** (3 min, production correcte)

Le binôme fait l'expérience mentale du demi-tour puis dessine les images des extrémités des branches et du sommet à l'aide de l'invariant (1cte). Ensuite seulement il y a validation par expérience pragmatique du demi-tour à l'aide du bouchon du stylo.

**tâche n°11** (3 min, production correcte)

Le binôme éprouve le besoin de faire une expérience pragmatique du demi-tour en formant une équerre avec la règle et le bouchon du stylo. Aucun problème ensuite.

**Bilan et conclusions**

Nous pouvons dire que ce binôme, à partir de la tâche n°3, a fait systématiquement l'expérience du demi-tour, soit pour **anticiper** la position de l'image (par exemple tâches n°5; 8; 11), soit pour **invalidier** des procédures erronées (par exemple tâche n°7), soit pour **valider** des productions (par exemple tâche n°10). Ces expériences sont issues de perceptions du demi-tour de type global; il y a des expériences mentales mais elles sont le plus souvent accompagnées d'expériences pragmatiques. Il est intéressant de voir **l'enrichissement des procédures de type global** au cours de la tâche n°6. Alors que dans la tâche n°1 il fait correspondre les extrémités qui se font face, c'est dans cette tâche n°6 que le binôme réalise l'existence de l'invariant (**3sen**), c'est à dire du changement de sens du segment image.

Notons encore qu'il y a eu affleurement d'une procédure utilisant les bords de la feuille dans la tâche n°5; mais elle a immédiatement laissé la place à une procédure de type analytique qui a été réinvestie dans les tâches 7 à 10. C'est le seul binôme qui a eu cette démarche analytique aussi affirmée.

Notons enfin qu'il y a eu également mobilisation d'une procédure symétrie orthogonale dans la tâche n°7, rapidement invalidée par une expérience pragmatique.

**3. Revenons aux tableaux**

Les nombreuses notes faites tout au long de l'exposé des travaux des deux binômes se retrouvent dans les tableaux n°1 et 2. En complément de ce qui a déjà été écrit nous donnerons dans ce paragraphe quelques indications sur la construction des tableaux, quelques points de repère sur l'utilisation des invariants puis sur les procédures associées.

**a - Les tableaux**

La lecture verticale donne le travail de chaque binôme. Nous avons regroupé dans la partie gauche du tableau les binômes qui avaient été plus influencés par la symétrie orthogonale que les autres. Ce sont les binômes n° 2, 3, 4, 6. La partie droite du tableau regroupe les binômes qui ont peu utilisé ou pas du tout l'invariant (1cte). Ce sont les binômes n° 11, 5, 1.

Le premier tableau donne, pour chacune des tâches, les invariants utilisés **explicitement** lors de cette tâche. Ils ont été formulés soit lors de la construction de l'image, soit lors de la validation de celle-ci lorsqu'il y en a une. Par exemple, une production correcte dans la tâche n°3 implique que l'invariant (3sen) est respecté; mais aucun binôme n'y a fait allusion dans cette tâche. L'invariant a fonctionné ici implicitement. C'est pourquoi il n'est pas mentionné dans la ligne correspondant à la tâche n°3.

## **b - Les invariants**

### **Les invariants (1cte) et (2équi)**

Rappelons les. (1cte): le point central est milieu du segment déterminé par un point et son image. (2équi): les distances au centre d'un segment (ou d'un point) et de son image sont égales.

Dans les tâches n°1-2-3 l'invariant (1cte) n'est pas utilisé. Nous nous sommes posés la question de l'interférence entre l'invariant (1cte) et l'invariant (2équi) particulièrement lorsque les binômes utilisent l'image du milieu du segment dans les tâches n°1 et n°2.

Nous avons choisi l'invariant (2équi) pour les raisons suivantes. Sur les cinq binômes ayant employé l'image du milieu dans la tâche n°1:

-deux ne l'ont pas employée dans la tâche n°2 (ce sont les binômes n°1 et 2, qui ont utilisé d'autres procédures)

-les trois autres ne l'ont pas employée dans la tâche n°6. Dans cette tâche, à la place du milieu ils ont employé le pied du diamètre perpendiculaire au segment. Ceci correspond à l'utilisation de la distance du segment au centre c'est à dire (2équi).

-reste un cas, celui du binôme n°10. Il y a effectivement pour nous indécision sur ce cas.

Pour la tâche n°3, nous avons fait le même choix lorsqu'il y a eu dessin de l'extrémité de la petite branche. En effet cette extrémité est sur la ligne verticale du quadrillage passant par le centre, ce qui lui confère un statut particulier par rapport au sommet de l'équerre ou à l'autre extrémité. Nous aurions sans hésitation affirmé que l'invariant (1cte) était utilisé dans ces derniers cas, ce qui ne s'est pas produit.

Le tableau n'indique pas le ou les invariants utilisés dans les productions correctes de la tâche n°4 (image d'un point). Tous les binômes concernés ont dessiné l'image de telle façon que le centre du demi-tour soit milieu du segment déterminé par le point donné et son image. Il n'est pas possible ici de faire la différence entre l'emploi de ces deux invariants.

### **L'invariant (3sen)**

(3sen): un segment orienté et son image sont de sens contraires.

Nous avons déjà noté la spécificité de cet invariant. Rajoutons seulement que dix binômes sur les douze se sont posés au moins une fois le problème du sens de l'image d'un segment.

### Les invariants (4par), (5iso), (7ort)

(4par): un segment et son image sont parallèles

(5iso): les longueurs sont conservées

(7ort): l'orthogonalité est conservée

A une ou deux exceptions près ces invariants sont respectés. Les élèves les font fonctionner immédiatement explicitement; ils ont pour eux un statut de théorème en acte. Ils sont utilisés dans les validations des productions. Dans le tableau n°2, dans la tâche n°10, on peut constater le non respect de ces invariants. A l'exception d'une production la perception visuelle des autres, faussée par le quadrillage, ne met pas en évidence leur caractère erroné.

### c - Les procédures et leur évolution

Les trois types de procédures que j'ai donnés ne s'excluent évidemment pas l'un l'autre. Au contraire, on constate qu'ils coexistent (par exemple binôme n°12) et leur mobilisation dépend des tâches proposées et en particulier des variables didactiques de celles ci.

L'expérience demi-tour qui a initié l'expérimentation a forcément induit des procédures de type P1 directement issues de l'expérience pragmatique ( voir par II - 5). Ces procédures fonctionnent à partir de théorèmes en acte liés aux invariants (4par) (*un segment et son image sont parallèles*) et (5iso) (*les longueurs sont conservées*). La mobilisation de ces procédures s'est faite à un moment ou à un autre de l'expérimentation par presque tous les binômes . Les productions correctes obtenues à partir de ce type de procédures sont indiquées dans le premier tableau par les cases où n'apparaissent ni le un, ni le deux.

Elles ne sont pas mobilisées si la perception de la tâche ne correspond pas aux conditions de l'expérience pragmatique de départ. Par exemple, elles ne sont pas mobilisées si l'objet est plus loin du cadre que du centre (tâche n°6) ou lorsque l'objet est complexe (équerre ou S) ou qu'il est difficile de le repérer par rapport à des éléments qui lui sont extérieurs -quadrillage par exemple. Nous avons vu qu' un binôme, le n°1, en est à peu près resté à ce stade<sup>7</sup>.

Les procédures de type P2 (voir par II - 5) fonctionnent à partir des invariants (4par)-(5iso) et (2équi) (*les distances au centre d'un segment (ou d'un point) et de son image sont conservées*) mais elles ne sont opératoires qu'à partir du moment où leur est associé l'invariant (3sen) (*un segment orienté et son image sont de sens contraires*). Leur domaine de validité est également conditionné par la difficulté de la tâche. Le S de la tâche n°9 a mis en évidence les limites d'utilisation de ces procédures pour les binômes qui n'en sont pas encore sûrs. Pour les autres binômes la tâche n°10 a mis à l'épreuve ces procédures et à part le binôme n°11 ils ont du mobiliser des conceptions semi-analytiques ou analytiques (comme le binôme n°12).

Les procédures P3 (voir par II - 5), de type analytique ou semi-analytique émergent avec l'invariant (1cte) (*le point central est milieu du segment déterminé par un point et son image*) lorsque les invariants (4par), (5iso), (2équi) sont difficiles à exploiter sans l'image

d'au moins un point (tâche n°7; 9; 10). Notre expérimentation a fait apparaître ces procédures de façon inattendue dans la tâche n°5. Nous pouvons cependant constater qu'elles sont mobilisables en fin d'expérimentation (tâches n°9, 10 et 11) pour plusieurs binômes, particulièrement les binômes n°9; 10; 12 qui ont des procédures analytiques. Les binômes n°6, 7 et 8 sont plutôt restés sur des procédures de type semi-analytiques.

#### IV - PISTES POUR UN ENSEIGNEMENT DE LA SYMÉTRIE CENTRALE EN CINQUIÈME DES COLLEGES

De l'étude que nous venons d'exposer, nous retiendrons les points suivants.

Introduire la symétrie centrale par **la situation demi-tour** permet la construction d'une bonne perception mentale de celle-ci. Aux invariants "conservation des longueurs", "conservation de la distance d'un objet au centre", "parallélisme d'un segment et de son image", sont associées **des procédures de type global** (c'est à dire où l'objet est pris en compte globalement) qui fonctionnent de façon spontanée.

**Le changement de sens de l'image d'un segment** est moins spontané ; lorsque cette propriété est explicitée, elle donne des procédures de type global tout à fait performantes. Les élèves peuvent alors faire des expériences mentales ou pragmatiques pour **anticiper** ou **valider** la construction de l'image de l'objet donné.

La propriété caractéristique de la symétrie centrale - **le point central est milieu du segment d'extrémités un point et son image** - est mobilisable, mais son emploi n'est pas spontané et reste contextualisé. Un enseignement de la symétrie centrale devra tenir compte de ce fait; il devra proposer des situations problèmes où **les procédures analytiques** (l'objet est décomposé en éléments pertinents) seront, dans la résolution du problème, **plus économiques que les procédures globales**.

En sixième des collèges les élèves ont étudié la symétrie **orthogonale**. C'est la seule transformation plane qu'ils ont vue avant la symétrie centrale. Ce fait associé à des choix de variables didactiques - position de l'objet par rapport au centre, direction d'un segment, quadrillage- provoque l'utilisation de procédures de type "symétrie orthogonale". Elles ont un domaine de validité qui renforcera leur utilisation si on n'y prend pas garde. La mobilisation de ces procédures est fortement déstabilisée dès qu'il y a explicitation des invariants "un segment et son image sont parallèles et de sens contraires".

## NOTES

1. Pour l'analyse détaillée des variables nous renvoyons au travail dont est issu cet article. Cependant, nous pouvons dire brièvement que:
  - la variable (DM) a joué le rôle qu'on attendait d'elle
  - la variable cadre a joué un rôle plus important que prévu.
 Utilisée comme variable de commande elle a eu le rôle attendu mais pas de façon systématique; deux binômes (sur les douze) ont dessiné une image obtenue par une symétrie orthogonale et dépassant le cadre dans la tâche n°8.
  - la variable figure: la complexité de la figure a bien fonctionné sauf pour le segment pointé. En effet on attendait de cette figure qu'elle fasse émerger l'invariant "sens". En fait l'association de ce segment pointé et de sa position par rapport au cadre du dessin ne laissait comme solution possible que la bonne.
  - les variables "direction" et "position relative du centre et de l'objet": nous n'avons pas eu les moyens de dégager avec précision leur rôle.
  
2. Le fait de dessiner pour chaque extrémité celle qui lui fait face de la même manière que précédemment (quatre binômes l'ont fait explicitement dans les tâches n°1 ou 2) indique que la symétrie orthogonale est peut-être mobilisée. C'est bien sûr également un moyen, appris par ailleurs, de dessiner des droites parallèles.
  
3. La présence du quadrillage a pu déclencher la mobilisation d'une symétrie orthogonale d'axe vertical (un autre binôme, le n°6, est dans ce cas). Le vocabulaire "**symétrie orthogonale**": nous avons relevé un tel vocabulaire dans les travaux de cinq binômes sur les douze, et ceci pas forcément pour des binômes ayant effectivement utilisé la symétrie orthogonale.
  
4. Notons que cinq binômes sur les douze ont utilisé la même procédure que celui-ci. Cette tâche confirme, d'une part l'importance de la position du diamètre perpendiculaire au segment, d'autre part comme dans les tâches n°1 ou 2, le fait que chaque extrémité du segment image est dessinée à partir de celle du segment de départ qui lui fait face, comme dans une symétrie orthogonale.
  
5. 1. Ce binôme est très déstabilisé. Il se rend compte, par une expérience pragmatique plusieurs fois renouvelée, que la symétrie orthogonale est disqualifiée. Elle l'est principalement par le sens du segment image. Il n'y a utilisation de la symétrie orthogonale que parce qu'il est forcé de donner une solution. L'expérience avec rotation de la règle graduée lui ayant donné la direction du segment image il a comme droite de symétrie celle qui passe par le point O et qui est parallèle au segment donné (ce qui n'était pas attendu).
   
 2. La symétrie orthogonale attendue était celle qui avait pour droite de symétrie la droite horizontale du quadrillage passant par le centre. Dans ce cas le segment image n'est pas parallèle au segment donné. Un binôme, le n°6, a utilisé cette procédure. Contrairement au binôme n°3 dont le travail est ici détaillé, ce binôme ne s'est posé aucune question ni sur les procédures "symétrie centrale", ni sur les procédures "symétrie orthogonale" jusqu'à la tâche n°10. Il a ainsi utilisé une symétrie orthogonale dans les tâches n°3, 7 et 9; les procédures "symétrie centrale" sont engagées sans aucun problème dans les tâches n°2, 5 et 8. La difficulté de la tâche n°10 l'obligera à réfléchir sur les procédures engagées; il formulera alors une procédure demi-tour et aura des productions correctes dans les deux dernières tâches.
   
 3. La variable didactique "quadrillage" a favorisé la mobilisation d'une procédure liée à la symétrie orthogonale pour le binôme n°6 précédemment évoqué mais également pour d'autres binômes dont le binôme n°12 dont nous verrons le travail après celui-ci.
  
6. Nous avons pensé que le cadre jouerait le rôle de variable de commande. En effet le plus souvent les élèves respectent pour leur production le cadre imposé, qu'il soit dessiné ou que ce soit les bords de la feuille. Là encore il y a eu production -dépassant

le cadre- par nécessité d'en produire une. Un autre binôme, le n°4, a également dépassé le cadre dessiné.

7. Par contre la procédure utilisée par le binôme n°3 précédemment étudié est de type P1. Les invariants respectés sont (4par) et (5iso); le centre n'est pas utilisé; l'objet image est situé en particulier par rapport au cadre. On retrouve ceci dans la tâche n°9, l'image du S, par exemple avec le binôme n°5.

Un binôme, le n°1, en est à peu près resté à ce stade à la fin de l'expérimentation. Il a utilisé une procédure qui avait été envisagée dans la production de l'IREM de Poitiers (1987). C'est une procédure associée à une conception de la symétrie centrale de type homothétie dynamique de rapport (-1). L'objet se transforme de façon continue par des homothéties de rapport 1 à (-1). Pour l'image d'un segment, pratiquement, cela revient à dessiner les diamètres passant par les extrémités et déplacer la règle parallèlement au segment donné jusqu'à ce que les deux diamètres déterminent sur la règle un segment de longueur égale au segment donné. Je ne l'avais pas prise en compte dans l'analyse préalable car cette procédure n'était pas apparue dans l'ouvrage cité. Dans cette expérimentation elle a été utilisée de façon systématique par ce binôme dans le cas où l'objet est un segment. De plus il n'a fait aucune manipulation ce qui ne lui a pas permis d'évoluer dans ses conceptions sur la symétrie centrale.

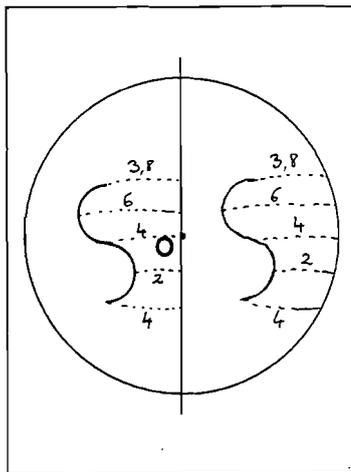
8. Les binômes qui évoluaient dans un environnement symétrie orthogonale, particulièrement les binômes n°3 et 6, sont amenés à des procédures SC analytiques. Le binôme n°3 échoue parce qu'il ne possède pas le théorème en acte correspondant à l'invariant (1cte). Le binôme n°6 a une production correcte: il dessine les images des deux extrémités.

Des binômes dont les procédures de type P2 ne sont pas encore bien construites, tels que les binômes n°2 et 4, utilisent immédiatement l'invariant (1cte) pour l'image de l'extrémité pointée.

Des binômes dont les procédures de type P2 s'avèrent déjà assez bien construites, dessinent les images des deux extrémités du segment ce qui correspond à la procédure P3. Ce sont les binômes n°9, 11 et celui dont le travail est ici exposé. Cette procédure ne sera réutilisée dans la tâche suivante que par le binôme n°9 et le binôme n°11 ne la réutilisera plus par la suite.

9. Ce n'est pas le cas du binôme n°11 qui, après une procédure analytique dans la tâche n°5 est revenu à des procédures plutôt globales (de type P2) dans cette tâche et les suivantes (sauf pour la dernière).

10. La difficulté de la tâche donne des régressions dans les procédures. Par exemple le binôme n°5 est très déstabilisé par cette situation. Il y a concurrence entre deux perceptions mentales de type global de l'image, l'une due à la symétrie centrale, l'autre à une symétrie orthogonale. La conséquence du conflit est un retour à une procédure de type P1 où sont utilisés des éléments de la figure autres que le centre.



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BROUSSEAU G., 1982, Tendances originales des recherches en didactique des mathématiques en France. *II° Ecole d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique*, IREM d'Orléans.

GOHOUNGO H.G., 1987, Etude des conceptions des élèves de 10°S à propos de la symétrie centrale à la sortie du cycle fondamental. *Mémoire de fin d'études*. Ecole normale supérieure de Bamako (Mali).

GRENIER D., 1985, Quelques aspects de la symétrie orthogonale pour des élèves de 4° et 3°. *Petit x*, n°7, pp.57-69. IREM de Grenoble.

GRENIER D., 1988, Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième. *Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier - Grenoble 1*.

HART K.M., 1981, *Children's understanding of mathematics 11-16*, John Murray Publishers

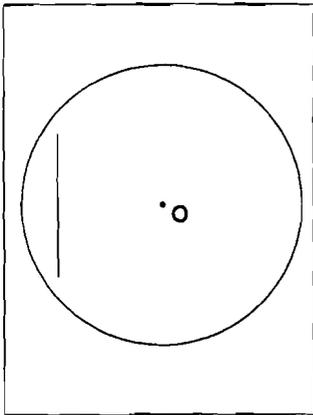
IREM DE POITIERS, 1987, *Symétrie centrale dans le cadre du suivi scientifique*, IREM de Poitiers.

SCHULTZ K.A., 1978, Georgia state university, *Variables influencing the difficulty of rigid transformations during the transition between the concret an formal operation stages of cognitive development*. In recent research concerning the development of spatial and geometric concepts; C.S.M.E. The Ohio state University, in cooperation with The ERIC Science, M.E.E. Clearinghouse; Richard Lesh Editor.

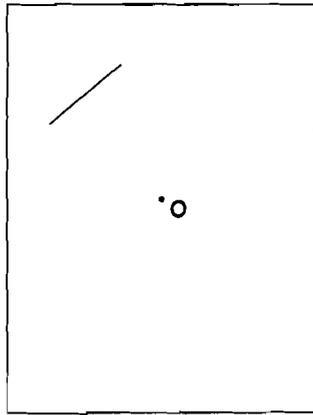
THOMAS D., 1978, Ohio state University, *Student's understanding of selected transformation geometry concepts*. In recent research concerning the development of spatial and geometric concepts; C.S.M.E. The Ohio state University, in cooperation with The ERIC Science, M.E.E. Clearinghouse; Richard Lesh Editor.

VERGNAUD G., 1981, *Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques*, Recherche en Didactique des Mathématiques, vol.2.2.,pp.215-231.

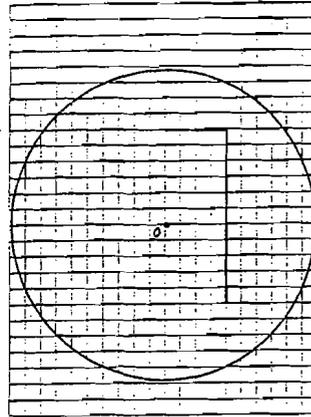
Annexe 1



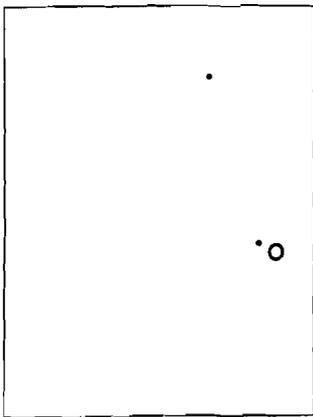
dessin 1



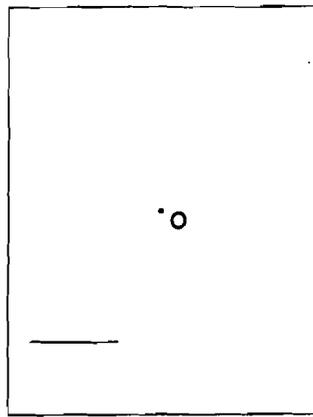
dessin 2



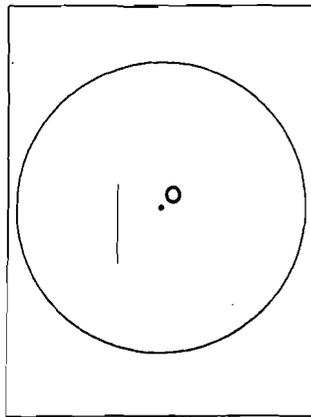
dessin 3



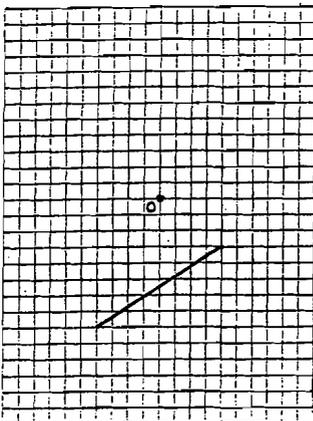
dessin 4



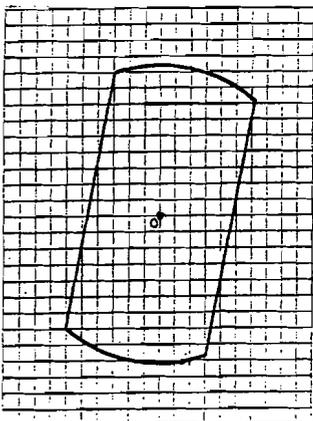
dessin 5



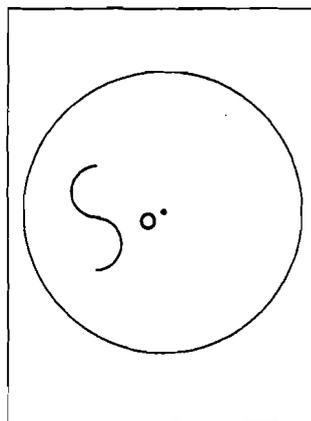
dessin 6



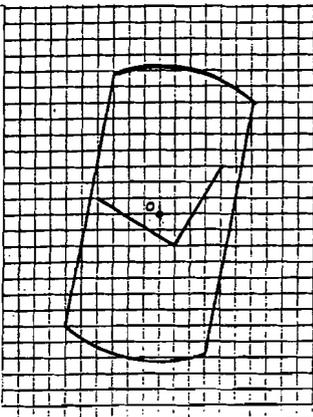
dessin 7



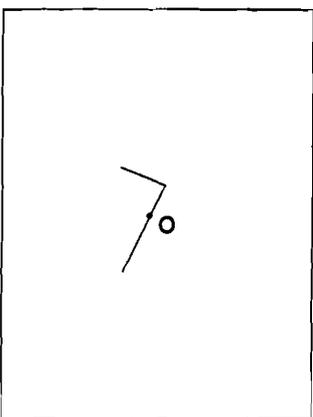
dessin 8



dessin 9



dessin 10



dessin 11

Annexe 2

**TABLEAU N°1**

Pour chaque binôme et chaque tâche correcte invariants utilisés explicitement:

binôme tâche	2	3	4	6	7	8	9	10	12	11	5	1
n°1	-2 4 5-6	4 5	4 5		2 4 5	2 4 5-6	2 4 5	2 4 5-6	4 5-6	2 4 5-6	4 5	4 5-6
n°2	2 4 5	2 4 5	2 4 5	2 4 5	2 4 5	2 4 5-6	2 4 5	2 4 5-6	2 4 5-6	2 4 5-6	2 4 5	4 5
n°3	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7	2 4 5 7
n°4												
n°5	1 4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5-6	1 4 5	1 4 5	2 4 5	4 5
n°6	2-3-4 5	2-3-4 5	2-3-4 5	2-3-4 5	2-3-4 5	2-3-4 5	2-3-4 5	1 4 5-6	2-3-4 5	2-3-4 5	2-3-4 5	4 5
n°7	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 3-4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	2-3-4 5	4 5
n°8	2-3-4 5	2-3-4 5	2 4 5	1 3-4 5	1 4 5	2-3-4 5						
n°9	2 5	1 5	1 5	2 5	1 5	2 5	1 5	2 5	1 5	2 5	1 5	1 5
n°10	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5	2 4 5	2 4 5	2 4 5
n°11	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 3-4 5	1 4 5	1 4 5	1 4 5

Est hechuré ce qui correspond aux erreurs

1: (1cte) 2: (2équi) 3: (3sen) 4: (4par) 5: (5iso) 6: (6mil) 7: (7ort)

**TABLEAU N°2**

Invariants non respectés lors des erreurs; indication de l'emploi de la symétrie orthogonale

binôme tâche	2	3	4	6	7	8	9	10	12	11	5	1
n°1			1						1 3		1-2	
n°2	1	1-2					1-2					
n°3		1 3 SO		1 3 SO								
n°4	1 SO	1										
n°5		1										
n°6	1 3	1 3	1 3	1 3							1 3	
n°7		1 3-4 SO	1 4 5	1 3-4 SO				1-2				
n°8		1 3 SO	1 SO									
n°9	1 SO	1 SO		1 SO	1-2					1 SO	1-2	1 SO
n°10	1-2-4 5 7	1-2 5 7	1-2-4 5 7				1-2-4 5 7				1-2	1-2
n°11	1 3	1 3 SO	1-2		1-2	1-2					1 5	1-2-3