

Enseigner la preuve en mathématiques
pour former le citoyen
au raisonnement, à l'autonomie et au débat scientifique

LéA : Réseau de l'école à l'université – Grenoble et Annecy



Michèle GANDIT
Autrans- 2-3 juillet 2021

Recherche

Développement

Formation

Travail collaboratif

LéA ?

Lieu d'Education Associé

Dossier de candidature déposé fin février à l'IFE
Réponse que la candidature était retenue le 9 avril.

Dossier de candidature retenu pour 3 années,
à partir de la rentrée 2021.

Dossier solide et bien construit.

Thématique, peu étudiée et appréhendée de façon
longitudinale de l'école élémentaire à l'université,
très intéressante.

Le projet bénéficie via l'IREM d'une forte assise
institutionnelle et d'une culture de la collaboration
avec les enseignants.

Toutefois, étant donné l'envergure du projet, la diversité des acteurs impliqués et l'étendue du territoire,
la commission de sélection attire l'attention des porteurs du projet sur la place et l'implication des enseignants
dans le projet → implication de représentants des enseignants dans le comité de pilotage.



Equipes impliquées

- Groupe IREM « Résolution de problèmes aux cycles 1, 2 et 3 » (Annecy)
- Groupe IREM « Logique, raisonnement et situations de recherche pour la classe » (Grenoble)
- Groupe IREM « Preuve et calcul formel » (Grenoble)
- Thème « Combinatoire et didactique » de l'Institut Fourier
- Maths à Modeler

Les porteurs du projet
Recherche : Michèle Gandit, IREM
Lieu : Véronique Baudère, lycée Pablo Neruda

Enseigner la preuve en mathématiques
 pour former le citoyen
 au raisonnement, à l'autonomie et au débat scientifique

maths à modeler



EPMF-RADS

logo ?

Recherche
 Michèle Gandit
 Sylvain Gravier
 Grégoire Charlot
 ...

Lieu
 IREM de Grenoble
 REP Olympique (école Le Verderet) et collège Olympique
 Lycée Pablo Neruda
 Circonscription Annecy-Est

Partenaires
 La Maison pour la Science en Alpes et Dauphiné
 GDR DEMIPS



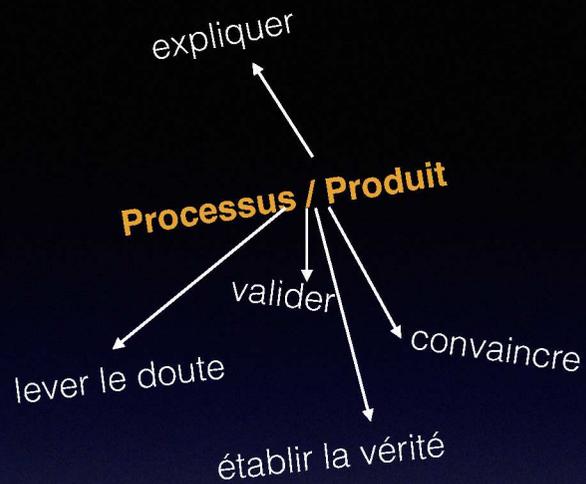
La preuve, centrale en mathématiques, reste l'enjeu essentiel de la quête de la vérité en science. Son enseignement, primordial pour la formation au raisonnement, est difficile et se réduit souvent, même à l'université, à un enseignement d'algorithmes dénaturant le sens de sa pratique.

Or, les travaux de notre équipe proposent des situations abordables à tout niveau, qui permettent une pratique de preuve développant l'esprit critique.

La principale difficulté en est la gestion avec élèves ou étudiants.

Est-il possible, grâce à une progression dans l'enchaînement de telles situations, d'amener les enseignants à une pratique adéquate, favorisant l'autonomie, la responsabilité, le débat scientifique ?

Quels bénéfices en retirent les élèves/étudiants, en termes d'apprentissages et d'attitudes ?



Validation / Explication

Objets mathématiques

Activité sociale

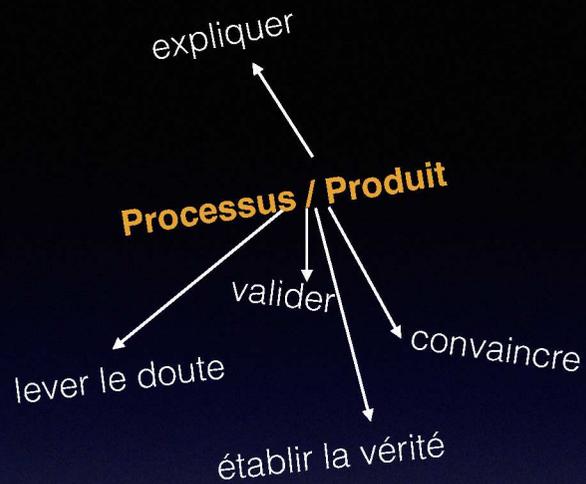
La preuve en mathématiques



Syntaxe / Sémantique

Transposition en classe de cette pratique sociale ?

L'attitude de preuve n'est pas innée.
Le « pourquoi » en mathématiques ne peut être appris en référence à l'autorité.
(Brousseau, 1998, p.39)



Validation / Explication

Objets mathématiques

Activité sociale

La preuve en mathématiques est difficile à enseigner

Syntaxe / Sémantique

Milieu complexe de la résolution de problèmes

Contrat didactique adéquat

Quel que soit le niveau d'enseignement

Processus / Produit

Validation / Explication

Syntaxe / Sémantique

Objets mathématiques

La preuve en mathématiques

Problématisation

Capitalisation de connaissances II

Responsabilité scientifique

Institutionnalisation

Activité sociale



Transposition en classe de cette pratique sociale ?

Des questions nécessaires :

1. Dans quelle mesure le questionnement proposé aux élèves est-il épistémologiquement pertinent par rapport aux savoirs visés et les place-t-il dans une posture d'incertitude ?
2. Dans quelle mesure les élèves capitalisent-ils, à chaque résolution de problème, des connaissances nécessaires pour agir scientifiquement ?
3. Dans quelle mesure la dévolution se fait-elle à la classe d'une responsabilité scientifique, la pratique du débat scientifique peut-elle se mettre en place ?
4. Dans quelle mesure les connaissances d'ordre II sont-elles explicitées aux élèves ?

Différents outils

Nous ne partons pas de rien.

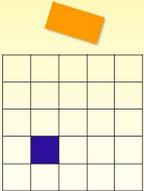
Depuis 3 ans

- Une liste ordonnée de problèmes
- Une liste d'apprentissages visés correspondant à ces problèmes
- Une liste d'actions d'élèves à favoriser et à observer
- Des fiches de préparation
- Des ingrédients permettant la mise en œuvre d'un débat scientifique
- Une fiche d'aide au démarrage du débat scientifique
- Un tableau de progression élève
- Un tableau de progression enseignant

Complexité croissante au niveau de
 * l'argumentation développée chez les élèves,
 * l'adéquation de la gestion de classe

Mise en œuvre
d'un débat scientifique

Le carrelage de la salle de bain



On considère un quadrillage carré à cases carrées de dimension n (la salle de bain) avec un trou d'une case (pour mettre le lavabo).

Est-il possible de le paver avec des dominos ?

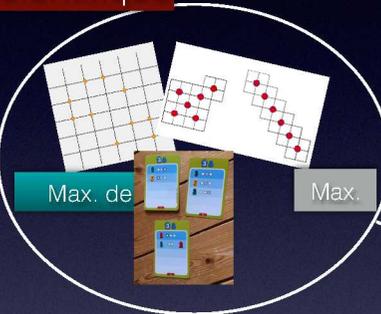
Période 5

$au + bv = c$
Période 2

Donner 20 € à



Généralisation
Période 3



Optimisation,
 CN/CS
Période 4

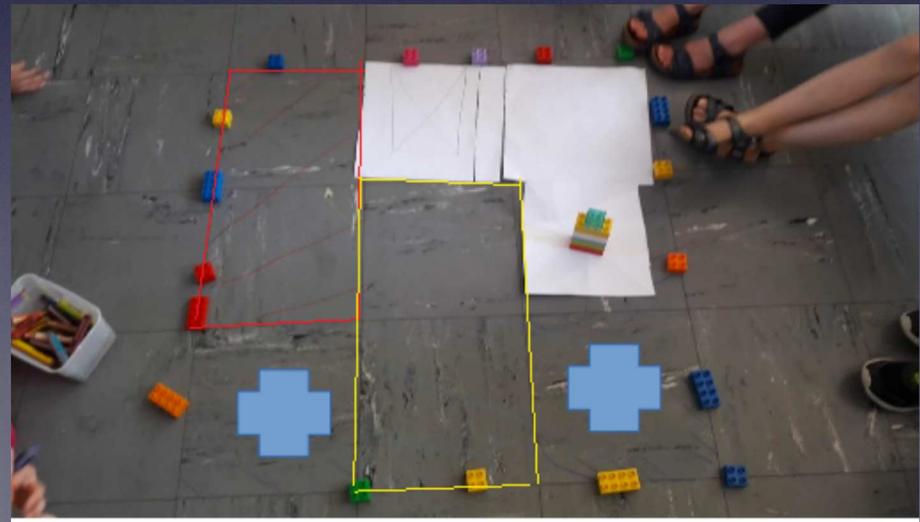
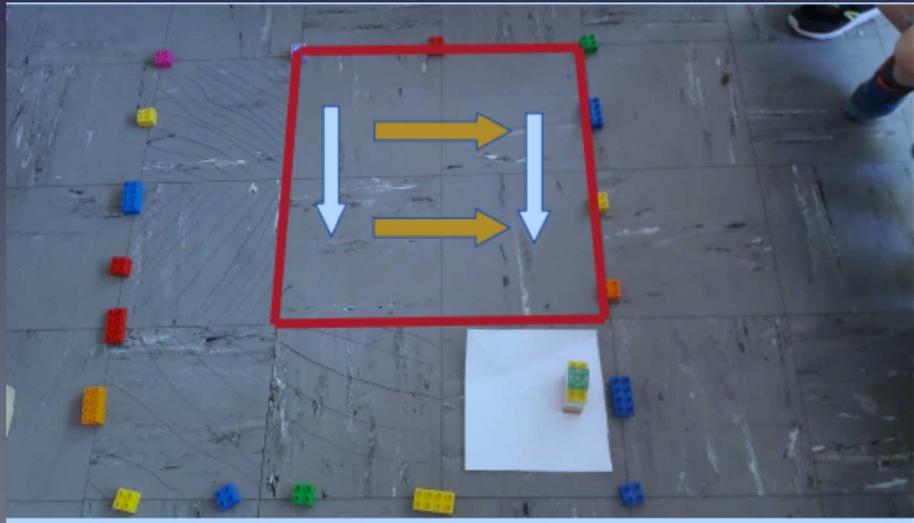
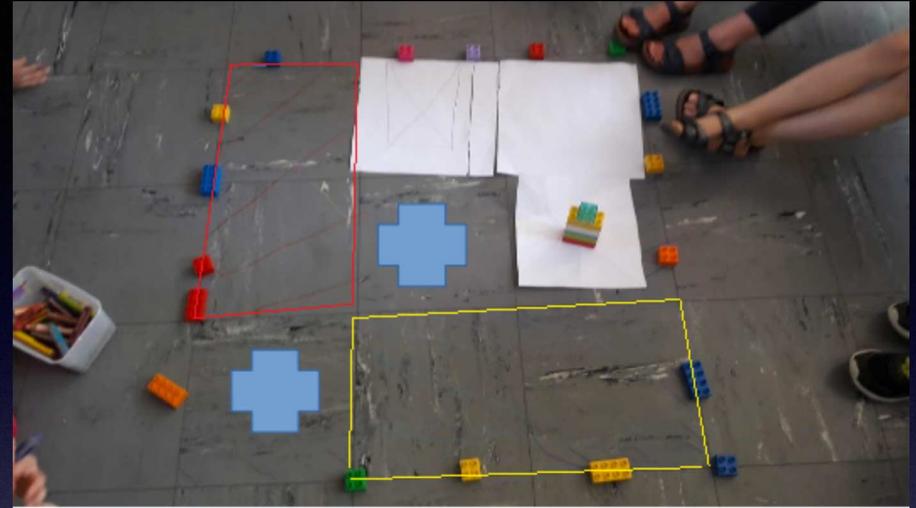
Combien ?
Période 1

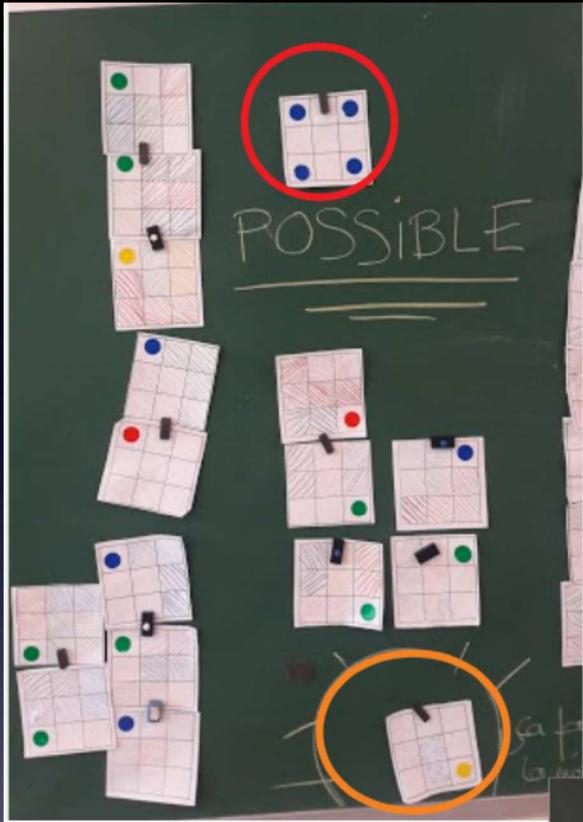


Classe de Laurence, GS



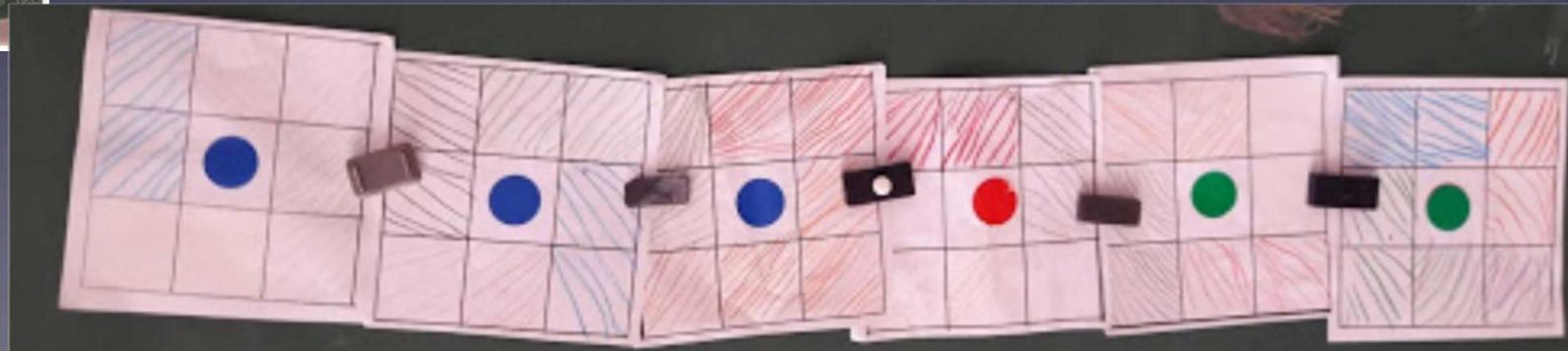
La feuille représente le lavabo

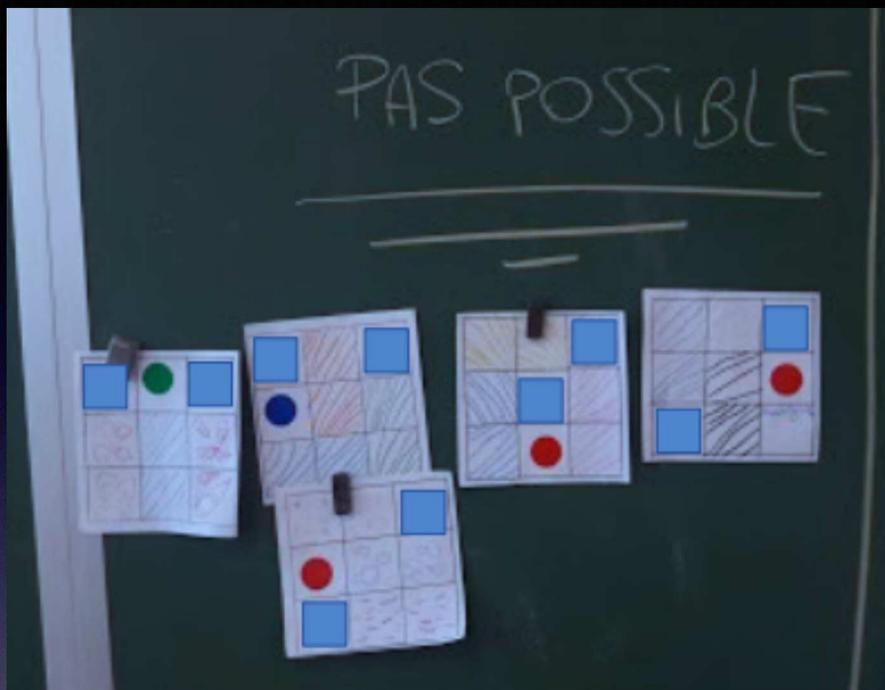




Classe de Laurence, GS

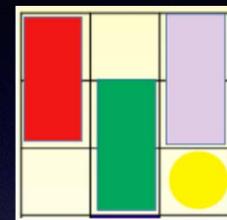
POSSIBLE





Les carreaux bleus représentent ceux dans la solitude

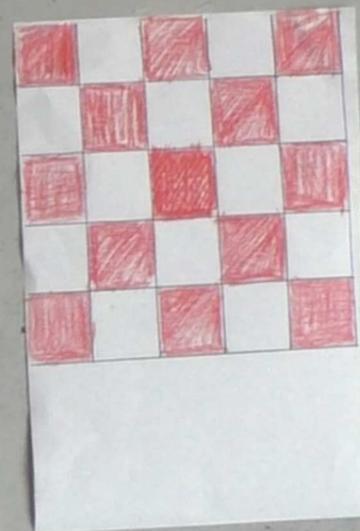
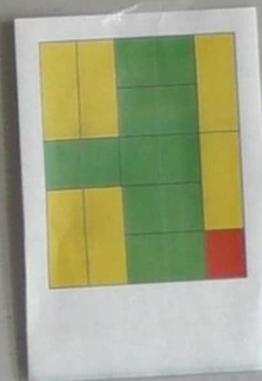
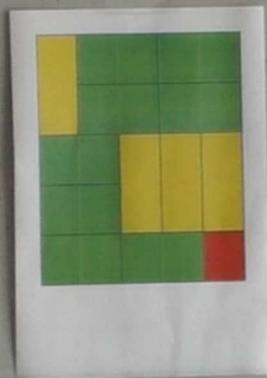
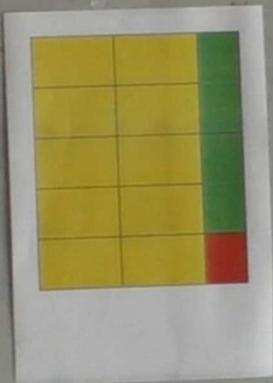
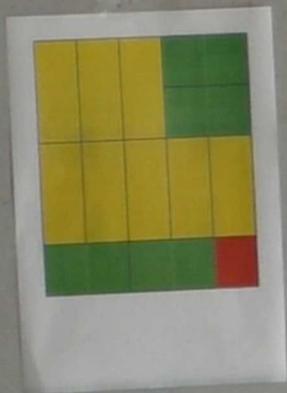
Classe de Laurence, GS



Une proposition de Apoline et Soline

Comment prouver que ce n'est pas possible ?

Classe de Béatrice, MS/GS

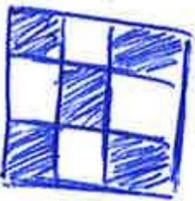


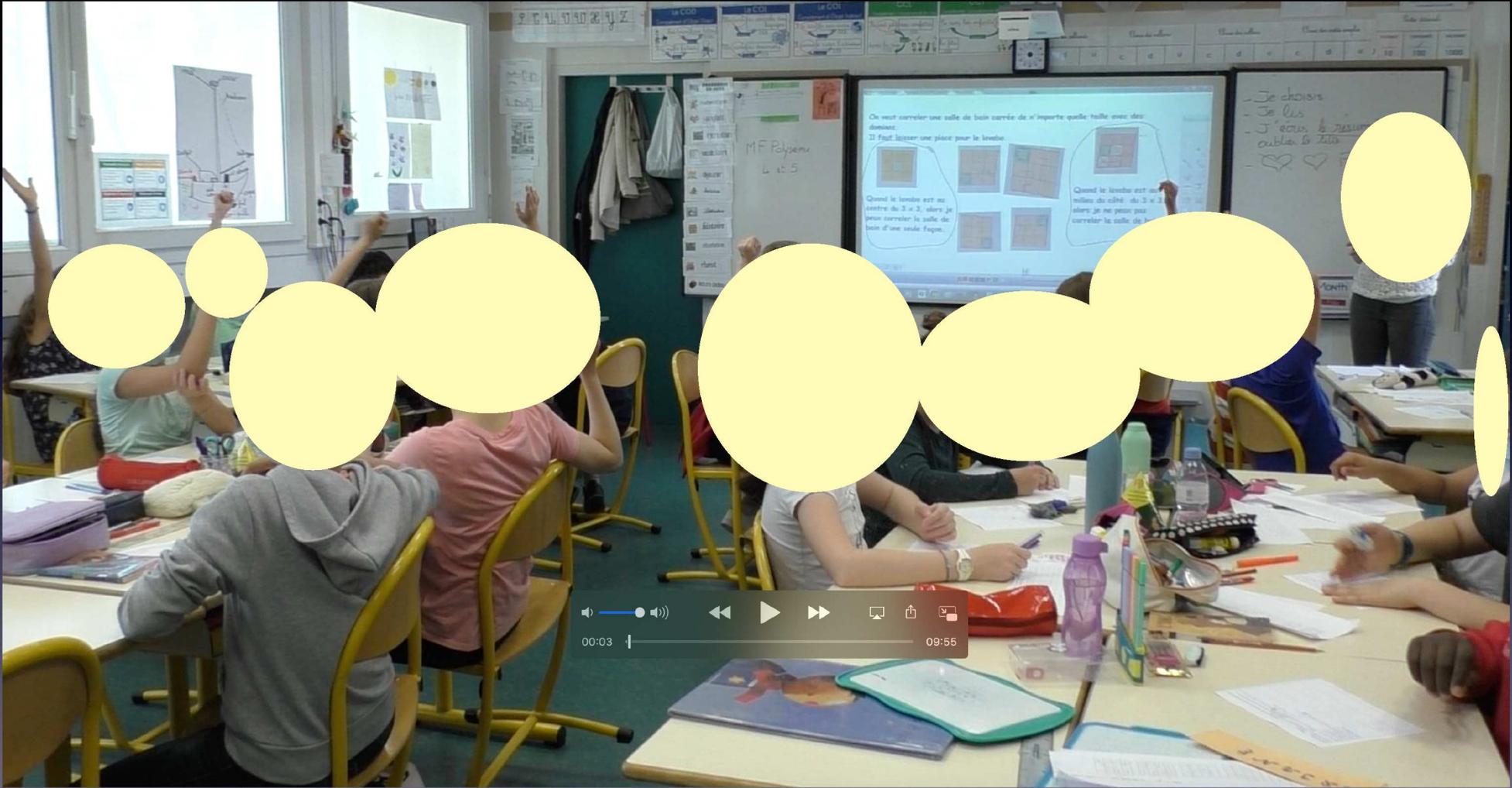


CM2, classe de Caroline



gabin

Recopie par ligne, chacune des réponses qui figurent au tableau	Réponds : -« soit je pense que c'est vrai » -« soit je pense que c'est faux »	Explique pourquoi tu penses que c'est vrai ou pourquoi tu penses que c'est faux. Ton argument doit être convaincant pour une personne qui ne partage pas ton idée.
<p>①</p> 	<p>je pense que c'est vrai.</p>	<p>c'est vrai car dans tous les cas il ne restera aucune case vide. Exemple pour les 5:</p>  <p>■ = Paragono □ = dominos</p>
<p>②</p> 	<p>je pense que c'est faux</p>	<p>car ils ont oublié celui du milieu. Car celui du milieu peut y être. Exemple:</p>  <p>■ = Paragono □ = dominos</p>
<p>③ c'est pas ça ne marche pas.</p>	<p>je pense que c'est vrai.</p>	<p>$4 \times 4 = 16$ donc tu fais -1 pour le paragono et tu divise par deux pour les dominos. Donc $16 - 1 = 15$ $15 \div 2 = 7$ $2 \times 7 = 14$ et il reste</p>



Les élèves votent.

Quand le lavabo est au centre du 3x3, alors je peux carreler la salle de bain d'une seule façon.

Quand le lavabo est au milieu du côté du 3x3, alors je ne peux pas carreler la salle de bain.

Méthode

- Présentation de cette première formulation de la problématique aux enseignants.
- Problématique conforme au questionnement des établissements.
- Les mathématiques, bien loin des clichés habituels, ont toute leur place dans l'éducation au devenir citoyen.
- La question se pose du côté des pratiques des enseignants.
- Les différentes postures des enseignants seront discutées, entre recherche et pratique.
- La collecte des données sera faite dans les classes, avec les élèves ou les étudiants.
- Des entretiens d'explicitation seront réalisés avec les enseignants et avec les élèves / étudiants.

Les partenaires et les soutiens

- CARDIE
- INSPE
- DSDEN Isère
- DSDEN Haute-savoie
- IFé
- MPLS-Alpes dauphiné
- ADIREM
- Les chefs d'établissements : collège Olympique et Lycée Pablo Neruda
- Les IEN des circonscriptions concernées
- Le responsable du module Jeux mathématiques à l'UGA
- L'Institut Fourier
- FED Maths à Modeler

irem

