DECOUPAGE D'UN CARRE EN CARRES DANS UNE CLASSE DE CM_1

Michèle ARTIGUE et Jacqueline ROBINET (IREM de PARIS-Sud)

Cette activité a de multiples intérêts pour les acquisitions mathématiques des enfants :

– sur le plan géométrique, elle permet d'enrichir la notion de carré

– c'est une situation très ouverte qui permet aux enfants de développer leur imagination géométrique

– sur le plan numérique, elle fait aborder des relations du genre

$$n \longmapsto n^2 \qquad \text{et} \qquad n \longmapsto (n \times n) + b$$

– sur le plan graphique, elle fait découvrir des courbes qui ne sont pas des droites ce qui peut faire réfléchir sur les relations qui se représentent par des droites.

Première séance.

Le maître a donné aux enfants des feuilles quadrillées au demi-centimètre. Ensuite il leur explique qu'ils vont avoir à dessiner des carrés sur cette feuille, puis à partager ces carrés en carrés. Le maître demande à un enfant de venir dessiner un carré au tableau. L'enfant hésite puis dessine un quadrilatère qui ressemble à un carré sur le tableau. Un autre enfant proteste : ce n'est pas un carré, il serait beaucoup plus facile d'en dessiner un sur le tableau quadrillé. Sur le tableau quadrillé, il en dessine un facilement en suivant les lignes du quadrillage et tous les enfants sont d'accord car "les quatre côtés ont bien la même dimension" disent-ils. Une fois tout le monde bien d'accord sur ce qu'est un carré sur du papier quadrillé, les enfants commencent à dessiner des carrés et à les partager en carrés. Les enfants sont ravis et ils dessinent beaucoup de carrés et de partages différents.

A ce moment le maître a cherché à percevoir l'idée qu'avaient les enfants du carré. Il s'est aperçu à travers leurs discours, que dans cette classe, les enfants donnaient comme critère du carré :

– le carré a 4 coins

– le carré a 4 côtés de même longueur

– les côtés du carré sont droits.

Cette dernière proposition étonnait un peu le maître qui a dessiné sur le quadrillage un carré posé sur la pointe. "Ce n'est pas un carré" ont dit les enfants parce que les côtés ne sont pas droits (c'est-à-dire horizontaux et verticaux). Qu'ils aient cette notion du carré n'est pas gênant pour le découpage des carrés, mais il va falloir prévoir des activités qui leur feront prendre conscience de l'invariance du carré par déplacement.

Deuxième séance.

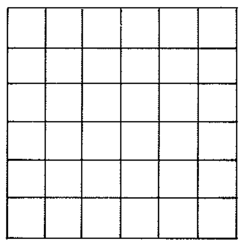
Le maître fait rappeler la consigne, certains enfants viennent dessiner sur un grand panneau quadrillé affiché dans la classe un de leurs découpages : un découpage en 9, un découpage en 10, un découpage en 13.

Le maître demande alors aux enfants de chercher tous les découpages entre 1 et 25.

Au début la consigne était volontairement très lâche pour que les enfants puissent dessiner au gré de leur fantaisie. C'est nécessaire pour qu'ils commencent à se familiariser avec la situation. Si on avait donné dès le début la consigne plus restreinte (trouver tous les découpages entre 1 et 25), cela aurait eu un effet bloquant sur les enfants qui n'ayant encore aucune idée n'auraient pas su par où commencer. Au contraire, après la phase de libre recherche, il convient de rétrécir le champ de cette recherche pour obliger les enfants à trouver des procédés systématiques.

Le maître a étudié les productions des enfants lors de cette phase et il s'est aperçu qu'il y avait des formes de découpage qui étaient plus fréquemment employées par les enfants.

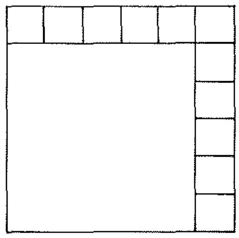
Le premier procédé de découpage systématique est celui en carrés d'un demi-centimètre de côté (la maille du quadrillage) :



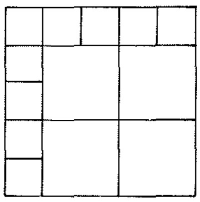
C'est aussi le procédé le plus fréquemment utilisé : on trouve 67 découpages en carrés réguliers dans leurs dessins.

Cette technique ne permet pas de trouver tous les découpages entre 1 et 25, mais elle donne quand même des découpages en 1, 4, 9, 16, 25.

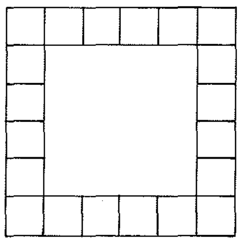
Il y a un autre mode de découpage qui a eu beaucoup de succès (il a été utilisé 40 fois), c'est celui où un grand carré est bordé par 2 rangées de petits carrés de la taille de la maille du quadrillage :



Un autre mode de découpage dérivé du précédent (on partage le grand carré en quatre carrés) a été encore fréquemment utilisé : 34 fois.



Un autre procédé a eu la faveur de quelques enfants, c'est un grand carré entouré d'une bande de petits carrés de la taille de la maille.



Il est apparu beaucoup d'autres procédés de découpages mais beaucoup moins fréquemment utilisés que les quatre décrits ici.

Devant la fréquence d'apparition de ces modes de découpage, le maître va choisir de les faire étudier systématiquement par les enfants. S'il n'était pas apparu de mode de découpage privilégié, le maître aurait demandé aux enfants de trouver un moyen simple de raffiner un découpage. C'est ce qui avait été fait dans une autre classe de C.M.1. Nous donnons un bref compte rendu de ce travail à la fin.

Troisième séance.

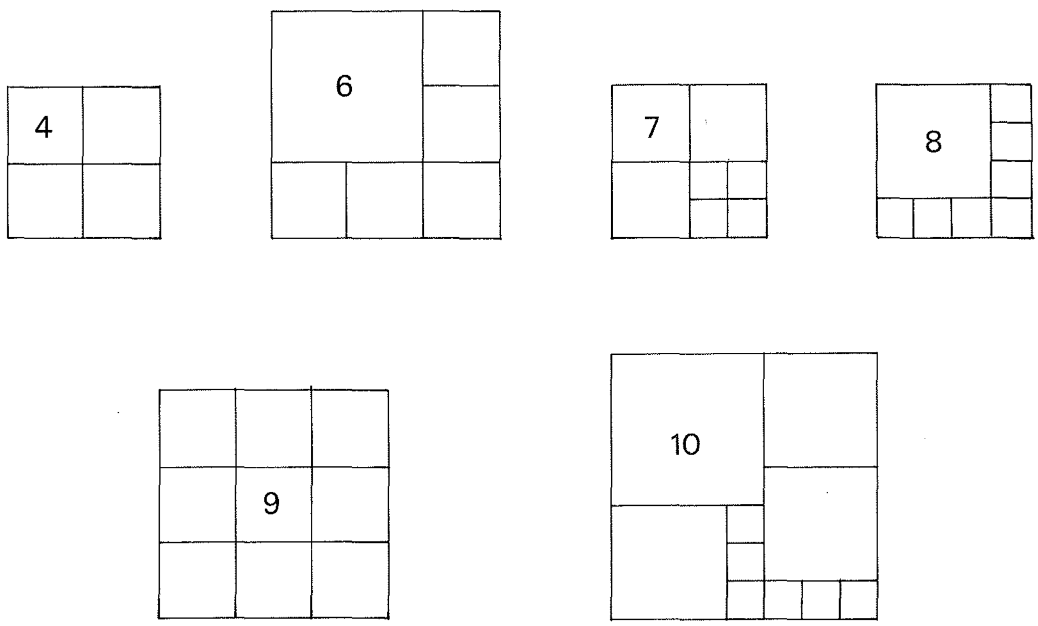
Le maître demande aux enfants de venir dessiner au tableau les découpages en 1, 2, ... 25 qu'ils ont trouvés. Il demande aux enfants de dessiner de préférence, des découpages "faciles à compter".

La notion de "facile à compter" tend à éliminer les découpages farfelus et tarabiscotés où l'on doit cocher chaque carré pour réussir à les compter correctement.

Les enfants viennent dessiner le découpage en 1, puis se pose le problème de deux et trois. Les enfants affirment que l'on ne peut pas trouver de découpage en 2 ou 3, mais lorsqu'on leur demande s'ils ont une bonne raison de penser cela, ils savent seulement répondre qu'ils ont essayé de partager en 2 ou 3 carrés et qu'ils n'y sont pas arrivés.

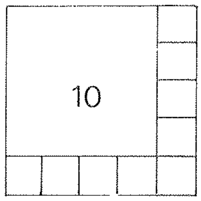
Ils ont sans doute quelques bonnes raisons de penser que l'on ne peut pas partager le carré en 2 carrés, mais ils ne savent pas les expliciter.

Un enfant fait alors remarquer qu'il n'a pas réussi à trouver 5, et tout le monde constate qu'ils n'ont pas trouvé de découpage en 5, mais ils n'osent plus affirmer que c'est impossible de découper le carré en 5 carrés. Une fois la discussion terminée sur le sujet des cas "impossibles", ils viennent dessiner leurs découpages :



Les enfants alors protestent que ce découpage en 10 est bien compliqué, bien tarabiscoté, qu'il y en a un plus simple et de plus très facile à compter. Le maître demande alors à un enfant de venir dessiner un découpage en 10 plus simple.

On obtient alors ce découpage :

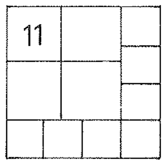


Le maître demande alors aux enfants s'ils n'ont pas de remarques à faire sur la forme des découpages affichés. Les enfants s'exclament alors qu'il y a beaucoup de "L" renversés. Le maître signale aux enfants qu'il acceptera plus volontiers pour afficher au tableau un découpage dont la forme aura déjà été rencontrée.

Là, le maître oriente définitivement l'activité vers l'étude de formes de découpage précises.

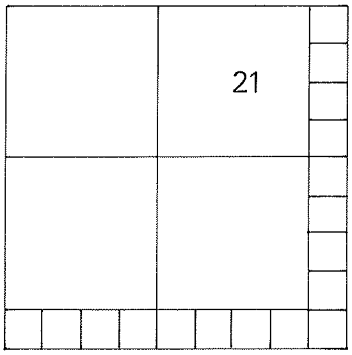
Les enfants affichent alors les découpages jusqu'à 25 et tous ces découpages sauf 11, 19, 20, 21 et 22 sont des découpages dont nous avons signalé la forme dans la deuxième séance.

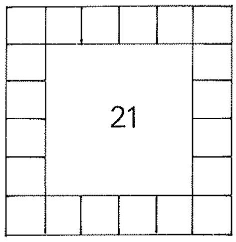
Le maître demande aux enfants de donner un nom à ces modes de découpages et les enfants appellent : "famille de grilles" les découpages en carrés isométriques (1, 4, 9, 16, 25), "famille des équerres" les découpages faisant apparaître un L renversé, la "famille des fenêtres" les découpages obtenus en coupant en quatre le grand carré d'une équerre, et la "famille des cadres", le découpage comportant un grand carré entouré sur ses quatre côtés par de petits carrés. Les enfants se posent alors le problème de savoir si tous les découpages peuvent être obtenus par ces familles et ils se mettent aussitôt au travail pour ceux qui leur manquent à savoir 11, 19, 20, 21, 22. Les enfants ont un certain mal à trouver 11, en effet ils ont coupé en quatre un carré de côté 3.



Les enfants ont du mal à découper un carré 3×3 en quatre. Ce léger bloquage est dû à l'utilisation du papier quadrillé plutôt que du papier blanc. Nous avons cependant rejeté le papier blanc à cause des difficultés qu'ont les enfants pour différencier un carré d'un rectangle sur du papier blanc. Déjà sur le quadrillage au demi-centimètre, certains enfants, à l'œil, construisent des carrés $n \times (n + 1)$.

Par contre pour 21, ils ont trouvé deux solutions :





La séance se termine sur la question : "Est-ce qu'on aura tous les découpages de 6 à . . . . . en utilisant les modes de découpages des quatre familles ?".

En fait, c'est largement suffisant, il suffit même de la famille des équerres et de celle des fenêtres pour avoir tous les découpages de 6 à . . . . .

Quatrième séance.

Le maître demande aux enfants ce qu'ils voudraient faire pour essayer de répondre à la question qu'ils s'étaient posée. Les enfants suggèrent d'étudier systématiquement chaque famille . Comme ce serait trop long si toute la classe faisait le travail, le maître suggère de partager la classe en quatre équipes, chaque équipe s'occupant d'une seule famille.

Les enfants de toutes les équipes, sauf l'équipe qui s'occupait de la famille des fenêtres, ont procédé systématiquement. Ils commençaient par essayer de découper un carré de côté 2, puis de côté 3, etc.

Pour la famille des grilles ils ont obtenu :

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169.

Pour la famille des cadres ils ont obtenu :

9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41.

Pour la famille des équerres ils ont obtenu :

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 28.

Pour la famille des grilles ils pouvaient commencer avec un carré de côté 1, avec celle des cadres par un carré de côté 3, avec celle des équerres par un carré de côté 2.

L'équipe qui a la famille des fenêtres a construit 15, puis 11, puis 7, puis 13, puis 17, puis 25, puis 19, puis 21 et encore 25 et ils ont écrit la liste de ce qu'ils avaient obtenu ; on pouvait obtenir 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31.

Les enfants qui ont cette famille ont l'idée que l'on va pouvoir construire tous les découpages en nombre impair avec leur méthode.

A la fin de la séance, les enfants racontent rapidement ce qui est surprenant dans ce qu'ils ont trouvé. Une équipe dit : "on a tous les nombres pairs", une autre "on a tous les nombres impairs à partir de 7".

Cela confirme les enfants dans leur conviction : On peut bien découper en n'importe quel nombre un carré avec leurs modes de découpage.

Cinquième séance.

Pour bien rappeler le travail de la séance précédente les enfants viennent par équipe montrer leur travail à la classe en utilisant un épiscope.

– Pascale présente la famille des grilles et un enfant lui demande comment elle a fait pour compter les carrés du découpage, dans le découpage en 144 et en 169, elle explique que son équipe a fait les multiplications 12 X 12 et 13 X 13.

– Pour la famille des équerres, les enfants affirment qu'ils peuvent obtenir par cette méthode tous les nombres pairs et ils expliquent que le nombre de carrés du découpage est le double du nombre de carrés-maille contenu dans le côté du carré.

Cette équipe avait noté la dimension du carré et le nombre de carrés du découpage, ils ils avaient donc sous les yeux les couples (3, 6), (4, 8), (5, 10) etc.

– Pour la famille des fenêtres, les enfants affirment sans justification qu'ils obtiendront par cette méthode tous les nombres impairs.

– Pour la famille des cadres, les enfants sont déçus. Ils n'obtiennent que des nombres impairs, mais pas tous, un enfant fait remarquer qu'ils les obtiennent un sur deux.

Le maître ici va choisir de faire chercher aux enfants la relation entre la dimension du carré et le nombre de carrés du découpage. Il aurait pu choisir une autre orientation qui aurait été :

"Etant donné un nombre N de carrés du découpage, est-ce que je peux le trouver dans la famille des grilles, dans la famille des équerres, etc. ?".

Si le nombre est pair il est dans la famille des équerres. Peut-il être dans la famille des grilles ? Cela obligerait les enfants à faire beaucoup de multiplications pour essayer d'encadrer le nombre donné.

Si le nombre est impair il est dans la famille des fenêtres. Peut-il être dans la famille des cadres ?

Par exemple 147.

Les enfants n'ont pas d'autre ressource que d'essayer de reconstruire à l'envers la suite : 147, 143, 139 etc. et de voir si on aboutit ou non à 61, 57, etc.

Petit à petit ils seront amenés à utiliser des procédures plus rapides.

147 – 40 = 107 107 – 40 = 67
67 – 4 = 63 63 – 4 = 59
147 n'est pas dans la famille des cadres.

Pour 611 :
611 – 400 = 211
211 – 40 = 171 171 – 40 = 131
131 – 40 = 91 91 – 40 = 51

611 n'est pas dans la famille des cadres.
Ce serait un excellent exercice de préparation à la division.

Le maître demande aux enfants de construire un découpage de leur famille. Ainsi pour la famille des équerres, les enfants affirment qu'il y a tous les nombres pairs, qu'ils exhibent, ils choisissent de chercher un découpage en 40 carrés, pour la famille des fenêtres ils choisissent 45 carrés, pour la famille des cadres les enfants ne savent pas. Comment trouver un nombre impair dont on soit sûr qu'il est dans la famille des cadres ? Les enfants proposent de continuer la liste 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61 et ils doivent construire un découpage en 61 carrés. Les enfants de la famille des grilles travaillent avec les enfants de la famille des équerres.

Pour la famille des équerres, les enfants trouvent très vite : ils savent qu'on obtient la dimension du carré à découper en divisant par 2 le nombre de carrés du découpage.

Pour les autres familles, les enfants tâtonnent, ils ne savent pas trop comment s'y prendre. Finalement ils décident de faire leur liste en écrivant pour chaque découpage la dimension du carré en face du nombre de carrés du découpage. Le maître conseille alors à toutes les équipes de faire de même. Après une petite discussion, les enfants décident de faire un tableau où n désignera la dimension du carré et N le nombre de carrés du découpage.

n	N
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

n	N
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
10	20
11	22
12	24
13	26
14	28

n	N
2	7
3	9
4	11
5	13
6	15
7	17
8	19
9	21
10	23
11	25
12	27

n	N
3	9
4	13
5	17
6	21
7	25
8	29
9	33
10	37
11	41
12	45
13	49
14	53

Ainsi chaque équipe trouve le découpage demandé. Le maître demande alors aux enfants de prendre un carré de côté 100, et de trouver pour chaque famille le nombre de carrés du découpage.

Pour les grilles et les équerres ils écrivent :

$$100 \times 100 = 10\,000 \quad \text{et} \quad 2 \times 100 = 200$$

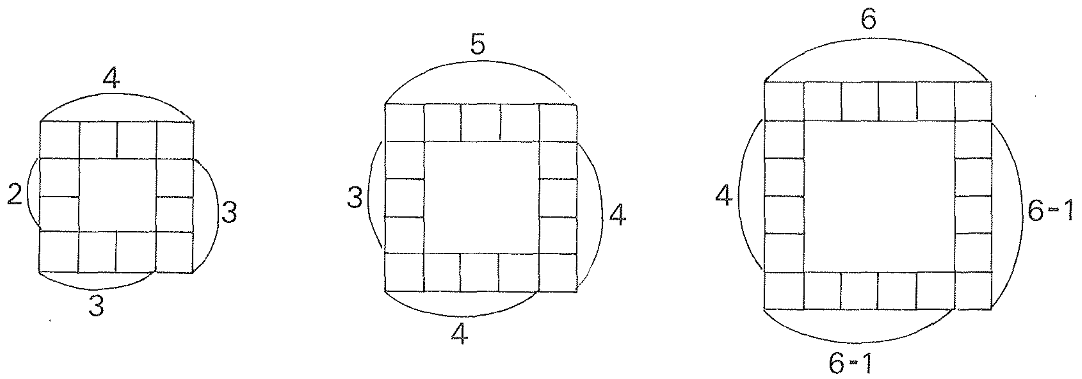
Mais pour les fenêtres et pour les cadres les enfants sont bien embêtés. Puis un enfant a l'idée de se servir de l'équerre de côté 100, il dit donc c'est $(2 \times 100) + 4$, tout le monde s'écrie que c'est faux, en effet, 204 est un nombre pair. Puis finalement tout s'éclaircit, le carré du milieu a été remplacé par 4 carrés donc au lieu de compter un, on doit compter 4 :

$$(2 \times 100) - 1 + 4 = (2 \times 100) + 3$$

et les enfants vérifient que c'est toujours ainsi :

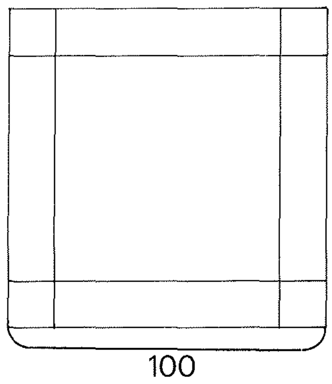
$$7 = (2 \times 2) + 3 \qquad 9 = (2 \times 3) + 3 \qquad \text{etc.}$$

Pour les cadres c'est toujours la grande perpexité et un enfant propose de redessiner et de recompter les découpages des cadres :



$$4 + (4 - 1) + (4 - 1) + (4 - 2) + 1 = 13$$
$$5 + (5 - 1) + (5 - 1) + (5 - 2) + 1 = 17$$
$$6 + (6 - 1) + (6 - 1) + (6 - 2) + 1 = 21$$

Le maître dessine au tableau (non quadrillé) :



et un enfant vient calculer et mettre les parapluies (grande accolade)

$$100 + (100 - 1) + (100 - 1) + (100 - 2) + 1 =$$
$$100 + 99 + 99 + 99 = (4 \times 100) - 3 = 397$$

Le maître demande alors de trouver le nombre de carrés du découpage pour un carré de côté n dans toutes les familles. Il y a un moment de surprise et le maître explique que n est le nombre de carrés maille du côté du carré que l'on va découper.

Les enfants trouvent alors assez facilement pour les grilles $N = n \times n$ et pour les équerres $2 \times n = N$. Pour les fenêtres et les cadres, ils vont refaire la même démarche que pour 100.

Pour les fenêtres, c'est 3 de plus que le découpage en équerre donc $(2 \times n) + 3 = N$. Pour les cadres, il faut dénombrer : 1er côté n, 2ème côté $n - 1$, 3ème côté $n - 1$, 4ème côté $n - 2$ et il en reste un au centre donc :

$$n + (n - 1) + (n - 1) + (n - 2) + 1 = n + (n - 1) + (n - 1) + (n - 1) = (4 \times n) - 3 = N$$

Sixième séance.

Au début de la séance, le maître demande aux enfants de trouver les nombres manquants du tableau :

n	$N = 2 \times n$	$N = (2 \times n) + 3$	$N = (4 \times n) - 3$	$N = n \times n$
30				
50				
15				
70				

Cette activité est faite à titre de calcul rapide. Elle permet de vérifier que les enfants utilisent correctement la notion de variable.

Ensuite, il leur a demandé de trouver, toujours à titre de calcul rapide, les dimensions d'un carré pour qu'on puisse le découper en 16, 21, 25, 48, dans la famille des équerres, la famille des cadres ou la famille des fenêtres.

Cette activité aurait pu être approfondie avec la famille des cadres. En effet "trouver les dimensions du carré qu'on a découpé en 61 par un cadre ?" constitue un problème de division, et les recherches des enfants les auraient conduits vers des algorithmes sommaires de division.

Une fois les calculs terminés, chaque enfant doit construire le graphique d'une des familles (N en fonction de n). Ensuite un enfant par famille exposera son graphique et les enfants pourront discuter sur les différences entre graphiques des diverses familles. Les enfants se mettent d'accord sur une échelle et ils décident d'utiliser tous la même. Durant la fin de la séance, les enfants terminent leurs graphiques.

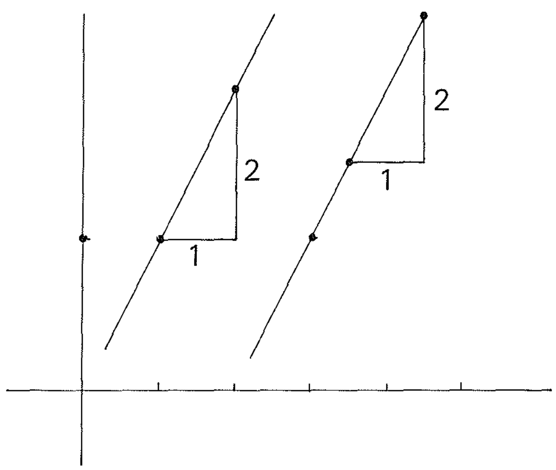
Septième séance.

Comme convenu un enfant par famille vient présenter son graphique à la classe grâce à l'épiscope.

Pour la famille des équerres, les enfants remarquent que les points sont "alignés", que "ça monte raide", que "la pente est raide". Ils remarquent qu'il n'y a pas de point en (0,0) et (1,1) et cela les étonne.

Les enfants ont fait des graphiques à propos de problèmes de proportionnalité, et les points alignés commençaient par (0,0). Les enfants s'étonnent donc, puisque c'est la première fois qu'ils sont dans cette situation.

Pour la famille des fenêtres, les enfants remarquent que les points sont encore alignés, que la droite est "penchée pareille" que celle de la famille des équerres. Un enfant fait remarquer que même si on prolonge les droites très très loin, elles ne se croiseront jamais. Des enfants expliquent que c'est parce qu'elles sont toutes les deux faites sur l'escalier (1,2), "c'est normal, dit un autre, pour les deux droites on multiplie n par 2".



Pour la famille des cadres les enfants remarquent une nouvelle fois que les points sont alignés, mais ils sont très étonnés de la pente : "Qu'est-ce qu'elle monte raide !". Plusieurs enfants font remarquer que cela n'a rien d'étonnant puisque celle fois-ci on multiplie n par 4, donc "l'escalier" sur lequel est construite la droite est l'escalier (1,4) beaucoup plus raide que l'escalier (1,2).

La notion de pente s'est assez bien dégagée pour cette situation. C'est un critère qui a intéressé les enfants.

Il y a une petite discussion pour savoir quel est le premier point obtenu, est-ce le point (3,9) ou non ? Finalement les enfants décident que le découpage des 9 carrés égaux d'un carré (3,3) est bien un cadre dont le carré du milieu n'est pas très grand.

Le maître pose ensuite la question pour le carré 1, est-ce un découpage en cadre ? Les enfants répondent que non, puis remarquent que le point (1,1) est aligné avec les autres, mais finalement ils décident que ce n'est pas possible de considérer ce découpage comme un découpage en cadre.

Pour la famille des grilles, les enfants remarquent tout de suite que les points ne sont pas alignés. Un enfant explique qu'ils ne peuvent être alignés parce que les points s'éloignent les uns des autres de plus en plus (toujours une allusion à la pente, "l'escalier" qui est dessiné là est (1,3) (1,5) (1,7) (1,9) etc.).

Un enfant a joint les points par des segments de droite, mais les autres ne le font pas et laissent des points isolés et protestent lorsqu'ils voient le dessin fait avec des segments de droite ; en effet, "c'est sûrement arrondi", affirment-ils.

Ils remarquent que le point (3,9) est dans les trois familles (cadres, fenêtres, grilles) et que le point (2,4) est dans deux familles (équerres et grilles).

La situation ne permet pas d'étudier plus finement la parabole, mais nous pensons le faire ultérieurement en étudiant les aires de carrés dont les côtés n'auront pas forcément des dimensions entières.

Ils avaient déjà remarqué qu'un découpage en 21 par exemple, pouvait être obtenu dans la famille des cadres ou dans la famille des fenêtres, mais c'était pour des carrés de dimensions différentes. Ici le découpage en 9 est obtenu dans trois familles par découpage du carré de côté 3.

Huitième séance.

Le maître demande aux enfants d'élaborer eux-mêmes un test qui devra permettre de contrôler le travail qui a été fait sur les découpages de carrés. Pour cela, les enfants commencent par rappeler le travail qui a été fait, un enfant écrit au fur et à mesure :

– Pascale C.

Questions de contrôle.

1) $\begin{cases} \boxed{\textit{Que veut dire } n \textit{ ?}} \\ \boxed{\textit{Que veut dire } N \textit{ ?}} \end{cases}$

2) *Pourquoi y a-t-il des familles qui ne commencent pas par 1 ?*

3) *Pourquoi y a-t-il des nombres pairs et des nombres impairs dans les grilles ?*

4) *Pourquoi ne peut-on pas obtenir 5 ? 2 ?*

5) *Construire un carré découpé en 15 ; en 8.*

6) *Comment faire un carré sur une feuille blanche ?*

7) *Pourquoi avons-nous distingué n et N ?*

8) *Pourquoi avons-nous choisi les 4 familles ?*

9) *Est-ce que la courbe des grilles ne sera jamais droite ?*

10) *Est-ce que la droite des cadres peut descendre plus bas que (3, 9.) ?*

11) *Quelles sont les formules de calcul de chaque famille ?*

12) *Comment construit-on le graphique des équerres ?*

– Christelle.

On a dessiné des carrés, on les a découpés en carrés.
Nous avons relevé des nombres et on les a classés.
On a essayé de trouver tous les nombres de 1 à 25.
Nous avons essayé de grouper les carrés
On a regroupé des carrés et on a fait des familles.
Nous avons trouvé des formules de calculs.
Après, nous avons fait un graphique.

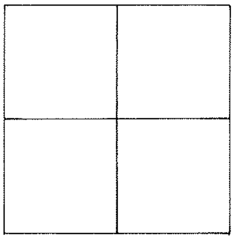
Remarques.

Nous avons remarqué que les courbes F, G, C passent par le même point.

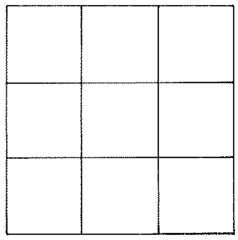
* Copie de pages d'élèves.

BREF COMPTE RENDU DE CETTE MEME ACTIVITE DANS UN AUTRE C.M.

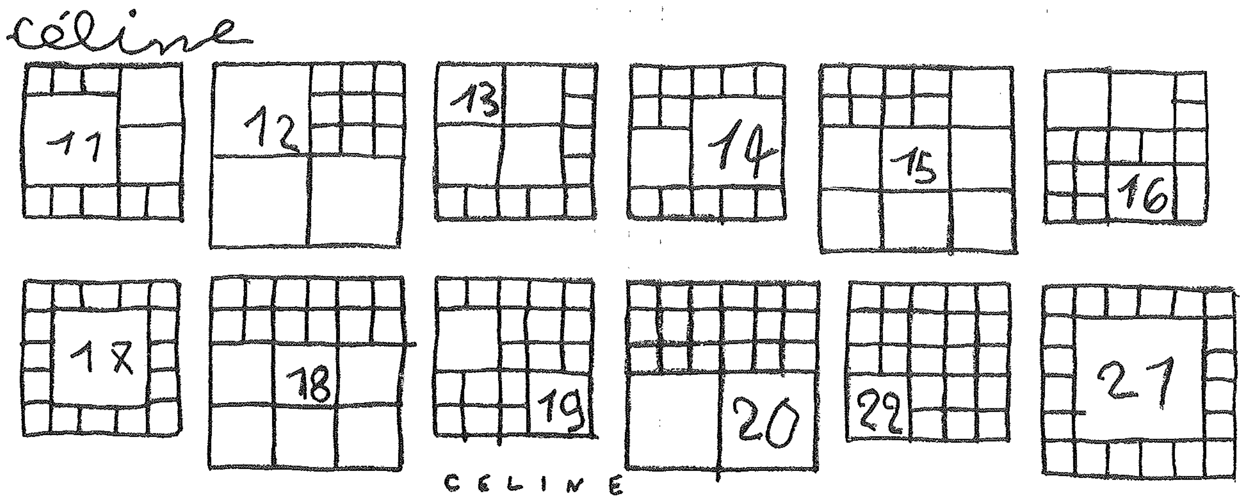
Une fois les problèmes de définition du carré et les problèmes techniques réglés, comme dans le premier compte rendu, nous avons demandé aux enfants s'ils savaient partager un carré en carrés. Un enfant est venu dessiner un partage en 4.



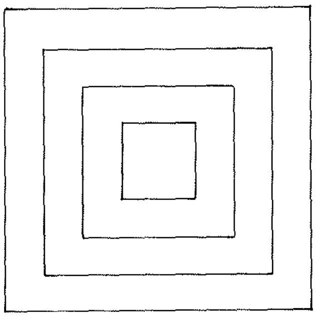
un autre fait un partage en 9 :



Ensuite ils ont dessiné librement sur leur feuille quadrillée des carrés qu'ils ont partagé comme ils l'entendaient et ce, pendant à peu près une demi-heure. Les découpages étaient en général, astucieux, assez fantaisistes, les enfants faisant souvent preuve d'imagination.

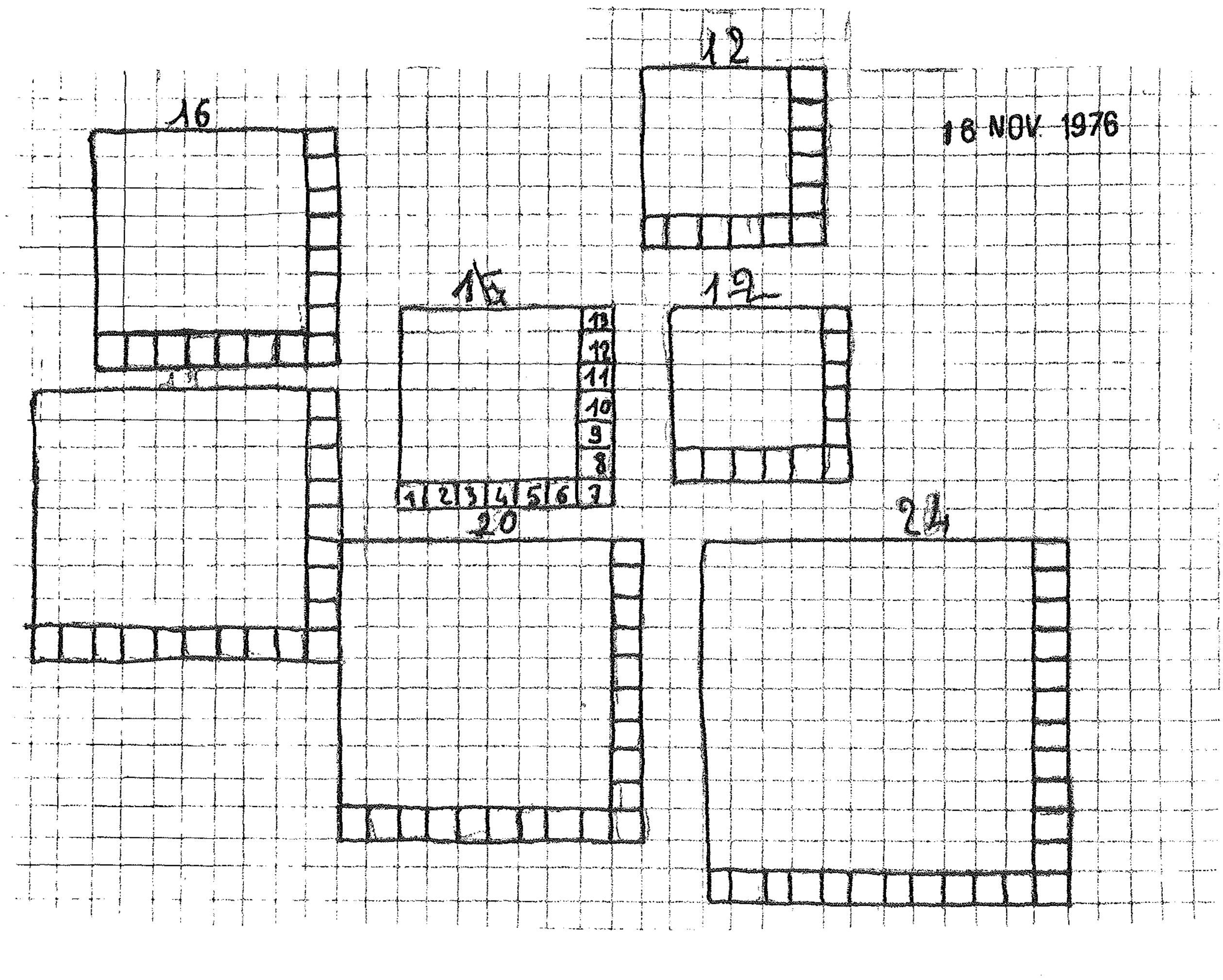


Seuls deux types d'erreurs ont été enregistrés : confusion entre carrés et rectangles, découpage en carrés emboîtés.

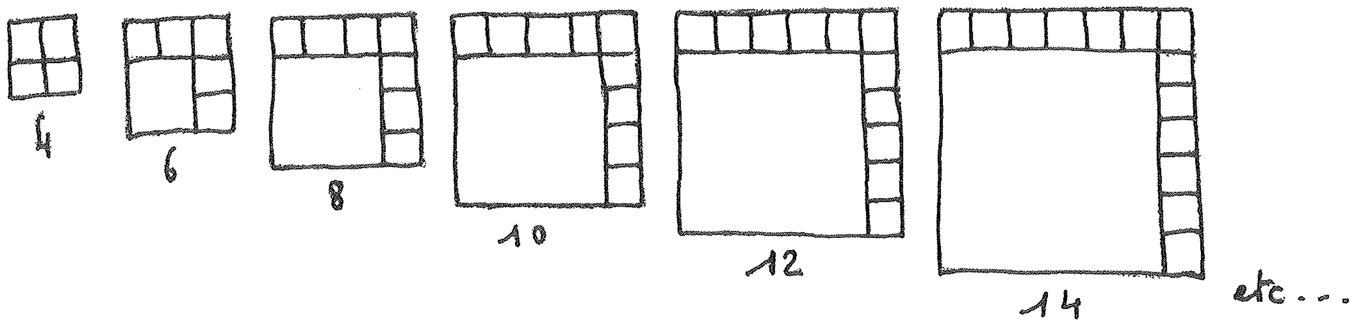


Ensuite nous les arrêtons et les enfants viennent dessiner des découpages au tableau ; les enfants sont persuadés qu'il n'y a pas de découpage possible en 2 ou en 3, mais à eux tous ils en ont en 4, en 7, en 8, etc....... jusqu'à 21. Nous demandons alors aux enfants de chercher systématiquement à découper en 4, 6, 7, etc. et de chercher un procédé pour découper un carré en n'importe quel nombre de carrés.

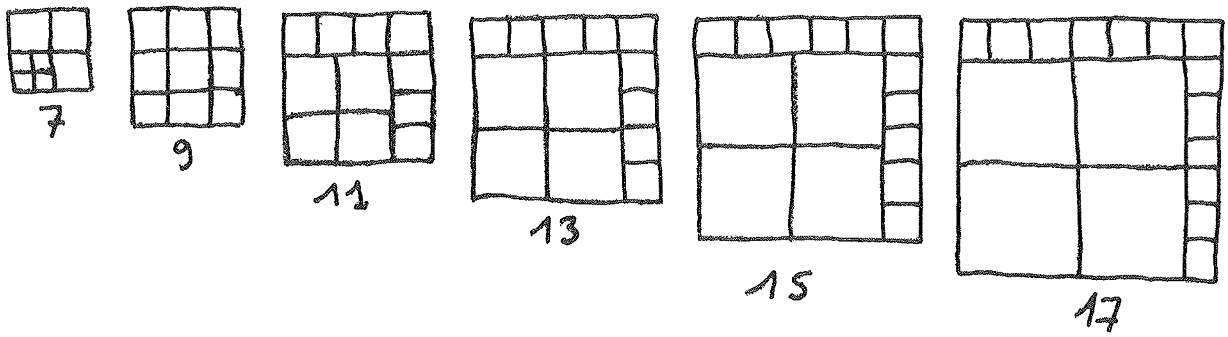
La première découverte des enfants est que l'on a tous les nombres pairs (sauf deux), grâce à un procédé découvert par quelques-uns, Cécile en particulier :



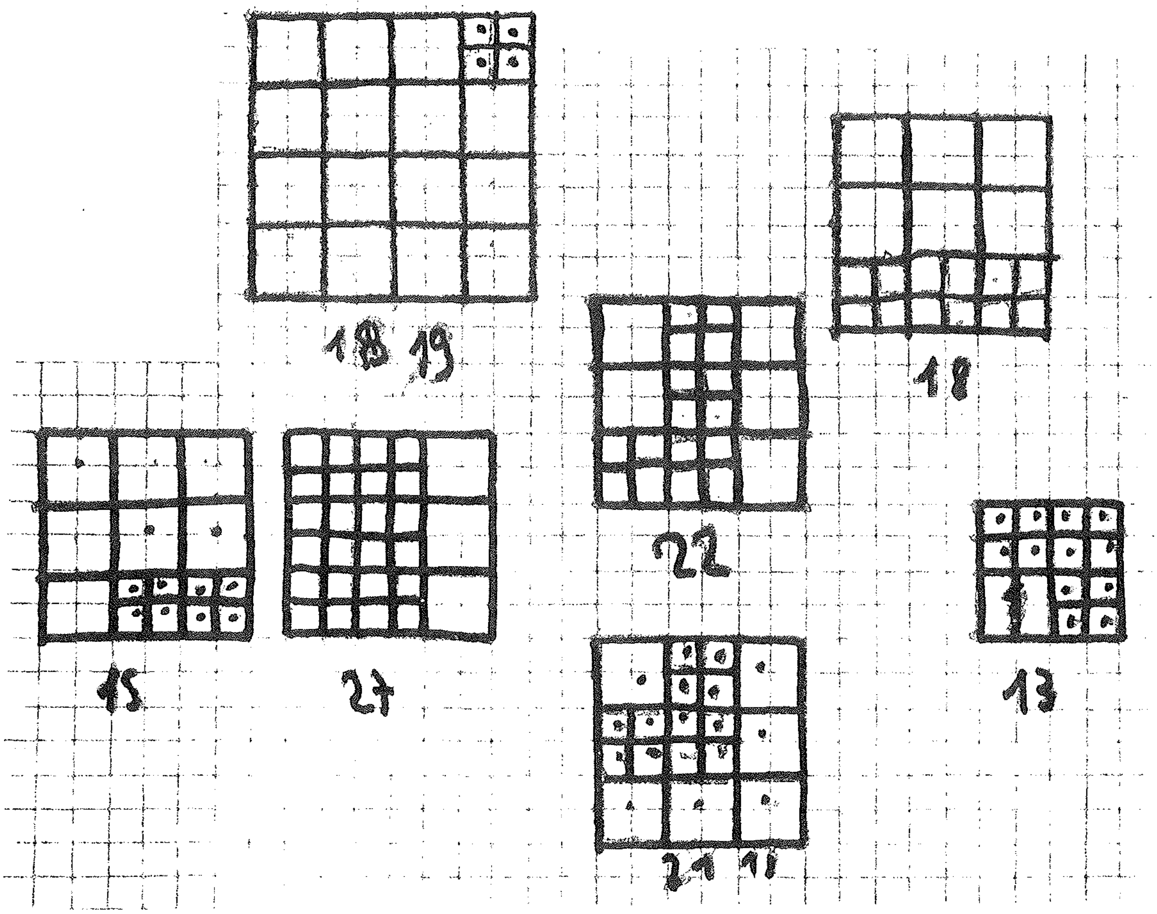
Son travail a donné aux enfants l'idée d'une construction qu'ils viennent faire au tableau.



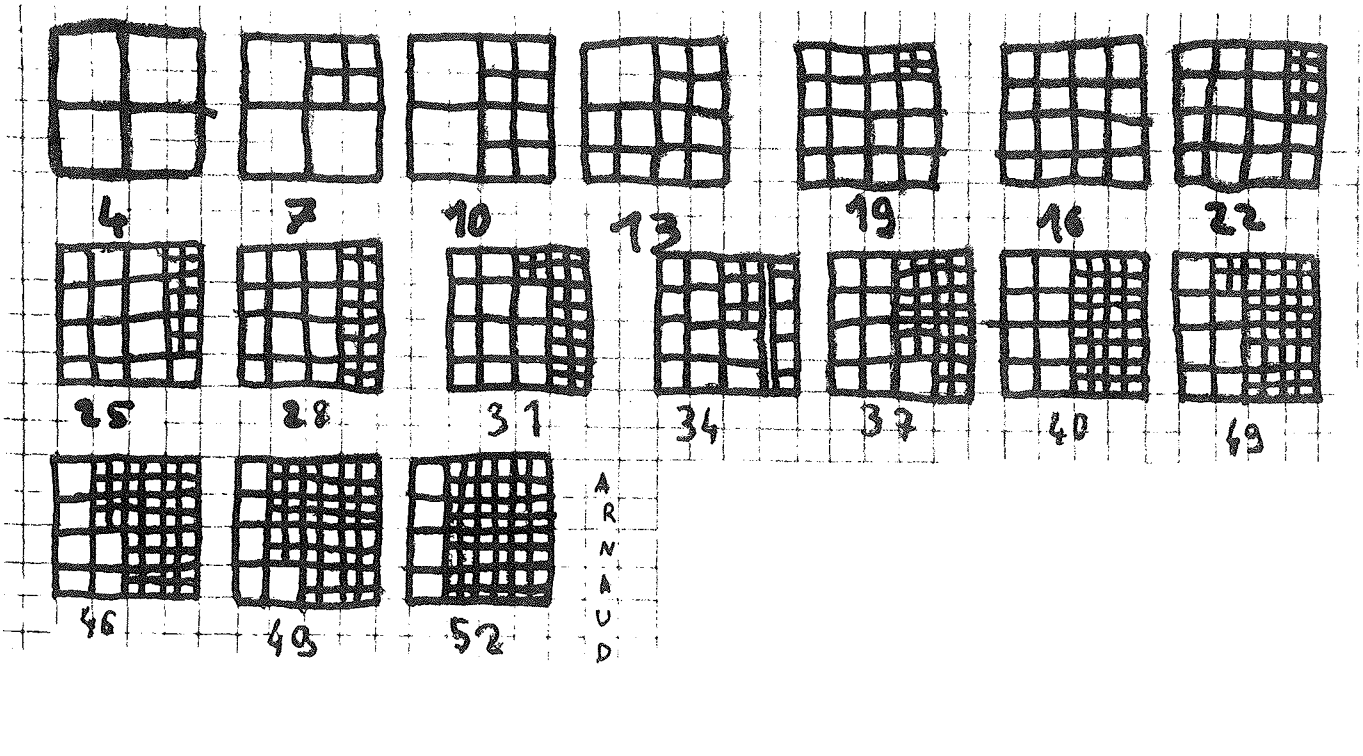
Ils n'ont pas trouvé de procédé semblable pour les nombres impairs. Un maître, qui n'avait jamais réfléchi au problème, assiste à la leçon. Il réfléchit de son côté et adopte le procédé des enfants pour les nombres impairs.



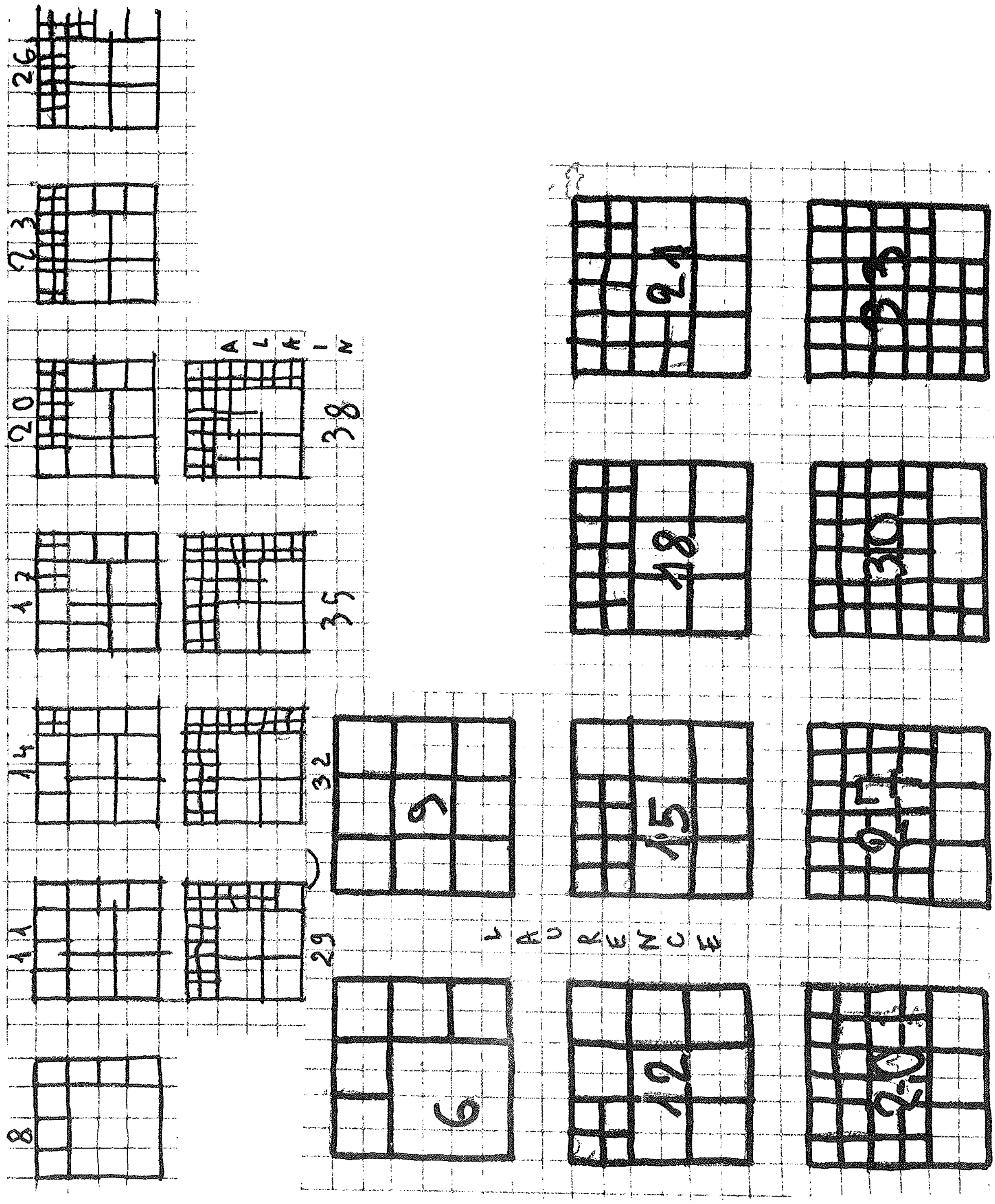
Les enfants, eux, n'ont pas pensé à cette construction ; mais Stéphane a fait remarquer qu'il pouvait le trouver pour certains nombres impairs en découpages pairs (13 à partir de 10, 15 à partir de 12 etc.).



Il ne sait pas trop exposer son idée, mais il vient dessiner son découpage en 19 au tableau et les autres enfants trouvent alors un procédé de construction en utilisant le procédé de Stéphane à partir d'un découpage et en l'itérant, certains jusqu'à 52 par exemple :



Les enfants remarquent que l'on n'atteint pas 6 et 8 par ce même procédé (entre autres) et certains commencent à découper en utilisant le procédé de Stéphane à partir de 6 et de 8.



Arrivés là, les enfants remarquent qu'ils peuvent découper en n'importe quel nombre différent de 2, 3 ou 5, et cela en partant de 4, 6 ou 8 et en comptant de 3 en 3.

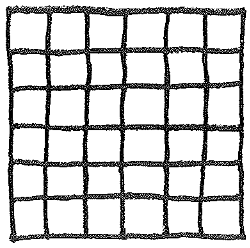
Les enfants se sont arrêtés là ou presque. On peut penser à quelques exercices pour utiliser cette situation.

DIVERS PROLONGEMENTS POSSIBLES.

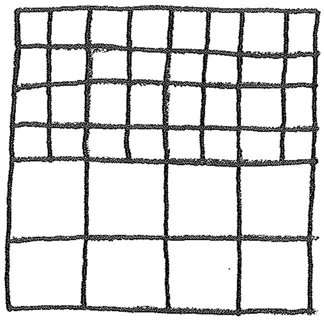
Premier exercice.

On peut extraire, des feuilles des enfants, des découpages obtenus en utilisant le procédé de Stéphane à partir de 4, 6, ou 8.

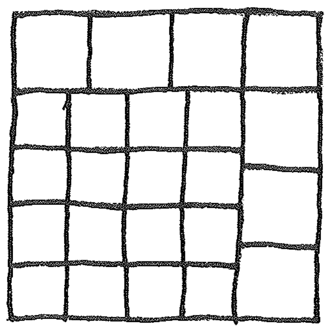
On donne un de ces découpages aux enfants et on leur demande s'ils peuvent trouver de quel découpage (4, 6, ou 8) on était parti.



Ce découpage vient d'un découpage en 6



Ce découpage vient d'un découpage en 4



Ce découpage vient d'un découpage en 8

C'est un exercice qui graphiquement est très difficile, il n'est donc pas trop audacieux de penser que les enfants vont se réfugier assez rapidement dans le calcul pour résoudre ces problèmes.

Deuxième exercice.

Faire des listes de découpages obtenus à partir de 4, 6 ou 8 en utilisant le procédé de Stéphane. On peut penser que les enfants vont faire des listes jusque vers 30, 35.

Que remarquent-ils sur ces listes ?

Troisième exercice.

On donne par exemple un découpage en 67, et on demande aux enfants de quel découpage il aurait fallu partir pour l'obtenir en utilisant le procédé de Stéphane ?

Les enfants peuvent, soit allonger leur tableau, soit calquer leur calcul sur le procédé graphique :

67, 64, 61, ...

Ensuite on pose la même question que précédemment pour 135 par exemple. Il faut alors que les enfants aient bien observé le tableau, au besoin, on peut leur poser des questions qui peuvent les aider : de quel découpage on part pour 34 ? 64 ? 94 ? etc.

Ils peuvent donc utiliser un procédé du genre :

$$135 \underbrace{\quad}_{3\times10} 105 \underbrace{\quad}_{3\times10} 75 \underbrace{\quad}_{3\times10} 45 \underbrace{\quad}_{3\times10} 15 \underbrace{\quad}_{3} 12 \underbrace{\quad}_{3} 9 \underbrace{\quad}_{3} 6$$

Ceci est un des algorithmes sommaires de la division.

$$135 = (10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1) \times 3 + 6$$

$$135 = (43 \times 3) + 6$$