JEU DE CIBLE

Régine DOUADY et Marie-Jeanne PERRIN (IREM de Paris-Sud).

Chronique et analyse d'activités de classe.

I. Présentation des activités.

I.1. Intentions.

Les principaux intérêts de ces activités pour les enfants sont :

– Faire des groupements et des décompositions (numération)
– Additionner plusieurs nombres et utiliser des propriétés de l'addition pour étendre le domaine des nombres maîtrisés.
– Aborder d'un certain point de vue la multiplication, la division euclidienne.
– Communiquer entre équipes.
– S'organiser et élaborer une stratégie.
– Développer son adresse physique.

I.2. La situation et les principaux paramètres sur lesquels portent les choix du maître.

I.2.1. Le jeu.

Il s'agit de lancer une balle dans une cible dessinée sur le sol. Les enfants jouent, individuellement ou par équipes, un nombre de coups décidé à l'avance. Diverses règles du jeu sont possibles.

I.2.2. Paramètres de la situation.

Selon l'âge des enfants et le type de groupements qu'on aimerait les voir faire, on peut faire varier :

– le nombre des cercles de la cible,
– les points de chaque zone,
– le nombre d'équipiers,
– le nombre de coups pour chacun,
– le nombre de parties.

I.2.3. Choix de la cible.

L'expérience nous amène à souligner qu'il est important que tous les points puissent être marqués, c'est-à-dire que toutes les zones de la cible puissent être atteintes avec autant de chances à priori ; c'est le cas par exemple si la cible est dessinée sur le sol, ou matérialisée par des cerceaux.

Choix du nombre de points : en C.P., nous avons pris des nombres assez petits de manière à exploiter le domaine opératoire des enfants et à l'étendre progressivement en augmentant le nombre de coups à jouer.

Nous avons joué avec 3 - 6 - 9 et 2 - 5 - 10.

Le choix de 3 - 6 - 9 favorise les groupements d'une manière générale et plus particulièrement les groupements par 9 : on rencontre effectivement beaucoup de manières d'obtenir des 9 (3 + 6 , 3 + 3 + 3 , 6 + 6 , 9 + 3).

Le choix de 2 - 5 - 10 favorise la base *dix*. La cible 2 - 5 - 10 a été exploitée dans une classe où beaucoup d'enfants utilisaient les nombres à 2 chiffres et les écrivaient sans avoir fait de groupements et donc sans comprendre l'écriture des nombres. Mais il est pauvre du point de vue groupements (on n'a guère rencontré que 5 + 5, d'autant plus que la cible avait été réalisée de telle sorte qu'il était pratiquement impossible de faire un 2).

Au C.E.1 (mois de mai) nous avons repris cette situation avec 25 - 50 - 75 - 100 de manière à manipuler des nombres assez grands.

Cette situation a permis de développer et de renforcer les méthodes de calcul rapide (plus particulièrement multiplication) et de les étendre à des nombres de l'ordre de 1 000 ou 2 000.

I.2.4. Règles du jeu. Voici celles qui ont été utilisées.

● **Première règle du jeu** : celui qui a le plus de points gagne.

On a joué dans deux C.P. avec des variantes :

– Cible 3 - 6 - 9 ; jeu individuel ; 3 lancers chacun (en mai).

– Cible 2 - 5 - 10 ; jeu individuel; 3 lancers chacun (en mars).

– Cible 3 - 6 - 9 ; jeu par équipes de 4 avec 3 lancers chacun ;
  1) une partie
  2) deux manches et classement général.

● **Deuxième règle du jeu** : l'équipe qui a atteint un nombre donné de points ou s'en approche le plus gagne.

– Cible 3 - 6 - 9 ; équipes de 4 ; 1 lancer chacun ; 18 points.

– Cible 3 - 6 - 9 ; équipes de 3 ; 2 lancers chacun ; 27 points.

– Cible 3 - 6 - 9 ; équipes de 4 ; 3 lancers chacun ; 50 points.

II. Chroniques commentées.

II.1 Jeu individuel.

Règle : chaque enfant effectue 13 lancers. Cible 3 6 9.

Cette consigne ferme de façon délibérée une possibilité de travail avec un nombre de lancers et un nombre de points indéterminés.

Dans un premier temps, la maîtresse explique la règle du jeu et les enfants jouent avec enthousiasme.

Au moment de savoir qui a gagné, certains enfants ne se souviennent plus de leur score. Ils découvrent alors la nécessité de s'organiser et d'avoir des traces écrites du jeu. Cela fait l'objet d'une discussion collective au cours de laquelle sont validés certains des moyens proposés.

Il nous semble important que, dans un premier temps, les enfants jouent effectivement sans se préoccuper de l'exploitation qui peut en être faite en classe.
Dans un deuxième temps, on leur demande de décrire et commenter leur jeu, et c'est en voulant répondre aux questions qu'ils se posent qu'ils sont amenés à s'organiser et à prévoir.

II.2. Jeu par équipes et étude des scores.

II.2.1. Organisation du jeu.

Cible 3 - 6 - 9 ; équipes de 4 ; 3 lancers par équipes.

Les conditions imposées ici limitent le champ d'investigation des nombres.

Les informations à retenir sont suffisamment abondantes pour qu'ils éprouvent le besoin de les noter.

Comme ils ont déjà utilisé des tableaux à double entrée dans d'autres situations, chaque équipe en prépare un avant de jouer.

Dans cette phase, il y a réinvestissement d'un outil déjà connu.

Exemples : Scores réalisés par trois équipes sur les sept.

Olivia	0	0	0
Christophe	0	0	0
Marc	0	0	0
Yannick	0	3	3

Kamel	6	9	0
Gilles	3	6	9
Virginie	3	0	3

Bastien	9	9	6
Patrick	6	6	9
Louison	0	0	0
Frédéric	3	3	6

II.2.2. Exploitation des tableaux de résultats.

a) Les questions.

Après le jeu, la maîtresse recopie au tableau les résultats que lui dicte chaque équipe, puis demande aux élèves quelles *questions* se poser.

Voici quelques propositions de recherche :

– L'équipe gagnante.

– L'équipe perdante.

– Les équipes ex-aequo.

– Les enfants qui ont marqué le même nombre de points dans une même équipe ou dans des équipes différentes.

– Les enfants qui ont fait trois fois la même chose.

– Le gagnant ou le perdant à l'intérieur de chaque équipe.

– Le gagnant ou le perdant pour toute la classe.

Les propositions des enfants conduisent à un travail dans le domaine numérique ; essentiellement, comparaison de nombres écrits sous différentes formes.

Pour que les discussions puissent être fructueuses, l'organisation choisie pour l'exploitation des résultats a une grande importance. Si les enfants avaient eu à remplir des tableaux tout préparés comportant une colonne supplémentaire destinée à recevoir le total, ils n'auraient plus eu qu'à faire des additions et la situation aurait été considérablement appauvrie : on aurait perdu l'activité de recherche d'autres moyens de répondre à la question, en particulier par groupement où compensation.

La réflexion de Bastien :

"De 0 à 3, il faut rajouter 3, de 3 à 6, il faut rajouter 3, c'est toujours + 3, tu n'as pas fait cela par hasard".

permettrait de déboucher sur les relations numériques du type $n \rightarrow n + a$. *A ce moment du travail, une telle étude serait prématurée.*

b) Les réponses. On peut distinguer plusieurs étapes :

● Proposition de traitement de l'information. Transformation des écritures.

Hélène: "On peut compter les points de chaque équipe".

● Affirmations sur un mode intuitif sans validation.

Eric : "Je sais qui a perdu, c'est l'équipe d'Olivia" *(c.f. tableau)* "elle a beaucoup de zéros et après il n'y a que des 3, et c'est le plus petit".

– Celui qui a le plus de zéros a perdu.

– Grégoire : "Celle qui a le plus de 9 a gagné".

● Procédure de validation d'une affirmation. Traitement des données.

– Gilles : "C'est pas forcé, avec 6 et 3 on fait 9".

– "On peut faire 9 rien qu'avec des 3".

● Calcul.

Toute la classe étudie les résultats de l'équipe d'Hélène, et Gilles ajoute : "Quand on a 6 et 6, on enlève un 3 d'un 6, on le met avec l'autre 6 et ça fait 9".

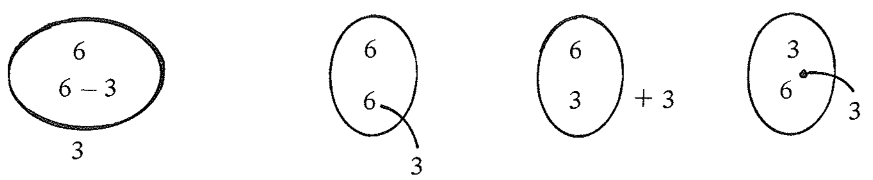
Pour pouvoir écrire les points de cette équipe, les élèves éprouvent le besoin d'utiliser un signe pour "paquet". Cette situation pourrait être exploitée dans le cadre de l'introduction de l'écriture multiplicative.

Bastien écrit : (3 p 9) + 9 ; un autre : (3 □ 9) + 3 . La classe adoptera la deuxième écriture.

Un membre de chaque équipe vient au tableau compter le nombre de paquets de 9 de l'équipe.

La décomposition du 6 + 6 en 9 + 3 présente des difficultés pour certains. La remarque de Gilles à ce propos n'a pas beaucoup aidé les autres : chacun doit faire sa propre démarche.

Pour se convaincre, ils proposent plusieurs écritures :



La difficulté à transformer 6 + 6 en 9 + 3 semble accrue par la complexité du contexte.

Finalement tous les résultats sont écrits sous la forme :

6 (équipe d'Olivia) ; (4 □ 9) + 3 (équipe de Kamel) ; (6 □ 9) + 3 (équipe de Bastien).

● Cela va permettre un travail sur la reconnaissance de différentes écritures d'un même nombre.

Sur ces écritures, les élèves comparent les différents résultats puis cherchent combien chaque équipe a de plus que la suivante ; pour noter leurs conclusions, ils sont amenés à désigner le score de chaque équipe : ils choisissent l'initiale du mot français désignant le nombre de paquets de l'équipe (il se trouve que les équipes avaient des nombres de paquets différents).

Exemple : S (initiale de *six*) pour (6 □ 9) + 3.

Ces lettres désignent bien des nombres puisque les élèves les comparent, les retranchent et les insèrent dans des écritures comme

S = Q + *(2 □ 3)*

Pour les calculs de différence, ils traitent séparément les nombres de paquets de 9 et les restes.

Cela ne fait intervenir que des petits nombres, qui leur sont familiers. Ils ont cependant rencontré le problème des retenues. Par exemple, pour calculer la différence entre (4 □ 9) et (1 □ 9) + 3, ils prélèvent un paquet de 9 sur les 4, puis 3 points sur un deuxième paquet.

II.2.3. Calcul des scores.

Les élèves ne savent toujours pas combien de points a réalisé chaque équipe. Ils veulent le savoir.

Ce qui suit engage un travail sur la numération.

● *Réinvestissement de l'outil "groupements", et "écriture d'un nombre sous forme d'une somme". Même si certains élèves ne connaissent pas le "nom" du nombre 45, ils utilisent l'écriture 45 en la lisant* quatre paquets de dix plus cinq.

● *Premier pas vers l'élaboration de techniques d'addition et de soustraction avec ou sans retenue.*

Les élèves comptent le nombre de points qu'il y a dans un paquet de 9, deux paquets de 9 .....

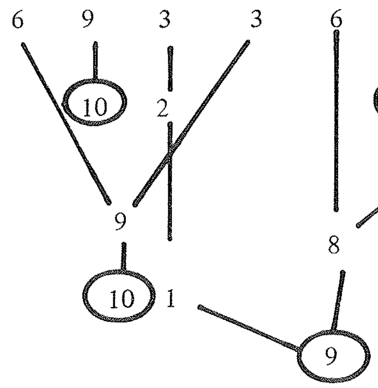
Ils proposent plusieurs moyens :

a) Le calcul $9 + 9 = 18$ fait déjà partie du répertoire ; ensuite :

$$18 + 9 = (18 + 2) + 7 = 20 + 7 = 27.$$

Ce calcul se fait mentalement : d'une part les enfants disposent d'un certain répertoire qu'ils étendent au fur et à mesure de leur pratique, en particulier pour les doubles ; d'autre part, ils ont l'habitude de faire des groupements de 10 pour calculer, quitte à prélever sur un nombre le complément à 10 d'un autre nombre.

Dans une autre classe, des enfants, qui notaient les scores de leur équipe par une suite de nombres ont réalisé des paquets de 10 à partir de paquets de 9 en prélevant une unité "ailleurs", autant que nécessaire.



b) La représentation des paquets de 9 par des réglettes découpées dans du papier quadrillé (1 carreau pour 1 point) et le décompte des carreaux de ces réglettes :

une réglette de 9 carreaux pour 1 □ 9 ;
deux réglettes de 9 carreaux mises bout à bout pour 2 □ 9 , etc.

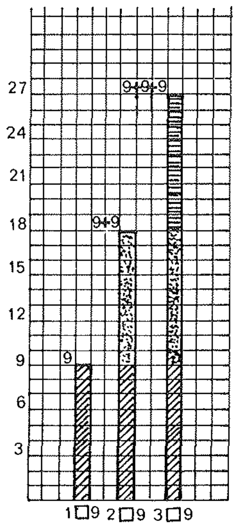
Ces réglettes ont été utilisées de deux manières :

● d'une part, suivant l'idée des enfants, en groupant les carreaux par 10 ("C'est facile, 9 c'est presque 10").

Cela a surtout permis de visualiser le calcul précédent et ainsi de le justifier pour certains enfants qui ne pensaient pas encore à décomposer les nombres pour grouper autrement.

● d'autre part selon une suggestion de la maîtresse, en collant ces réglettes sur une feuille de papier quadrillé (le même que celui dans lequel ont été découpées les bandes) en les appuyant sur un axe horizontal et en lisant le nombre de points correspondant à chaque baguette sur un axe vertical numéroté convenablement.

Certains enfants écrivent les nombres de 3 en 3 (cf. la figure ci-contre) en expliquant que, dans leur jeu, on ne peut faire que des 3.



Notons que les enfants ont déjà utilisé des quadrillages gradués pour repérer deux séries de renseignements. Ici les deux variables sont le nombre de paquets de 9 et le nombre de points correspondant. Ce mode de représentation sera exploité par la suite pour l'étude de fonctions.

Les enfants prennent conscience de l'intérêt de cette présentation. ("C'est facile, on n'a pas besoin de calculer").

Un graphique collectif est dessiné sur une grande feuille quadrillée affichée au tableau.

c) Un autre moyen de calcul apparaît quand la maîtresse demande de noter sur le graphique le nombre des points obtenus par chaque équipe:

"Pour ajouter 9, on ajoute 10 et on prend celui d'avant"

Il semble que beaucoup d'enfants aient pris conscience à ce moment là seulement, des relations entre paquets de 9 et paquets de 10.

II.2.4 Nouvelle partie

L'enthousiasme des enfants et l'envie de faire mieux ont nécessité cette deuxième manche.

Les enfants rejouent, puis font un classement général. Les scores sont notés, en ajoutant des indices aux lettres déjà choisies (par exemple, pour l'équipe de Bastien : on note S à la première manche, S_1 à la deuxième, et S_2 au classement général).

Ce n'est pas la première fois que l'on constate, chez ces enfants, un souci de cohérence dans le choix des notations.

Pour la deuxième manche, comme pour la première, ils écrivent les résultats sous forme de paquets de 9 ; avec ces écritures, ils comparent les résultats des deux manches pour une même équipe, et d'une équipe à l'autre ; enfin ils calculent toutes les différences d'une équipe à l'autre, au cours d'une même manche.

Le problème du groupement de se cond ordre s'est posé pour les totaux, car certains dépassaient la centaine.

Tous ces résultats sont transcrits, trouvés ou retrouvés sur graphique.
Quelques remarques des enfants :

– il y a des équipes ex-aequo qui n'étaient ex-aequo à aucune manche.

– l'équipe gagnante à la 1ère manche n'est pas sûre de gagner au total.

– celui qui a le plus de points n'est peut-être dans aucune équipe gagnante.

Au cours des différentes phases du jeu, le domaine des nombres connus des enfants, et plus particulièrement ceux sur lesquels ils savent calculer, s'est considérablement étendu. Dans la phase qui suit, la maîtresse cherche à tester les acquisitions des enfants.

II.2.5. Comparaison avec les résultats d'une autre classe.

La maîtresse présente aux enfants les scores imaginaires d'une classe voisine ; le total de chaque équipe est communiqué en écriture décimale. Pour comparer ces résultats à leurs propres scores, les enfants utilisent deux méthodes différentes.

a) Certains cherchent le nombre de paquets de 9 réalisés dans chacun des scores.

Pour cela, ils se servent en général du graphique. Les résultats ainsi trouvés sont vérifiés par le calcul.

Ces enfants restent attachés à une stratégie déjà éprouvée, malgré les difficultés qu'elle engendre dans cette nouvelle situation.

b) D'autres exploitent directement les écritures données, ce qui est techniquement beaucoup plus simple.

La façon dont les scores imaginaires ont été communiqués aux élèves (scores globaux, écritures décimales), provoque une confrontation fructueuse des deux méthodes. Cela n'aurait probablement pas été le cas si l'on avait transmis le tableau des scores partiels.

II.3 Jeu par équipe en vue de réaliser un score fixé à l'avance.

II.3.1. Faire 18 points.

a) Règle du jeu : 4 joueurs par équipe ; 1 lancer chacun ; l'équipe qui marque 18 gagne.

Nous avions choisi un jeu à 18 (et non pas un nombre plus grand) pour que la recherche d'une stratégie adaptée à ce nouveau problème ne soit pas gênée par des difficultés de calcul.

b) Prévisions de jeu.

Avant le jeu, les enfants prévoient des manières de réaliser 18.

Les enfants ont tout de suite vu les relations entre 9 et 18, entre 3, 6, 9 et 18, ce qui leur a permis de prévoir des scores.

Exemple de prévisions :

9	9	0	0
9	3	3	3
9	6	3	0

c) Les réalisations :

Equipe de Bastien	9	9	0	0
Equipe de Grégoire	6	9	3	0
Equipe d'Olivia	6	0	0	9
Equipe d'Isabelle	6	3	6	6
Equipe de Gilles	6	3	3	0
Equipe de Mathieu	3	0	6	6
Equipe de Kamel	9	6	3	0

Les deux premiers joueurs cherchent à réaliser 9, les 2 autres joueurs ajustent pour réaliser 18.

Equipe Bastien : pour nous, ça a été facile, les 2 derniers ont fait exprès de faire 0.

Equipe Grégoire : après Grégoire et Coralie, on a réfléchi, il manquait 3. Eric a fait 3 et Hélène a fait exprès de faire 0.

Equipe Isabelle : je devais faire 3, j'ai fait 6, alors on a 21. On a perdu.

La maladresse semble avoir empêché certaines équipes de réaliser le contrat. C'est ce que les enfants expliquent au cours de la discussion collective qui suit le jeu. En tout cas, cette discussion permet à tous de prendre conscience d'une stratégie gagnante comme le prouve leur comportement au cours d'une deuxième partie.

Dans l'élaboration de la stratégie, l'habileté est prise en compte comme paramètre déterminant : les enfants établissent un ordre sur les joueurs en fonction de l'habileté.

II. 3.2 Faire 27 points.

Dans un autre C.P. où le nombre à atteindre était 27 en 6 coups, les enfants ont repéré tout de suite que 27, c'était 3 paquets de 9 et ont essayé de réaliser des 9, éventuellement en faisant des "6 et 3". Mais les enfants d'une équipe ont été déroutés par la réalisation de quatre 6 ce qui sortait de leurs prévisions ; ils ont continué à jouer et ont fait encore deux 6.

On peut penser que ces enfants ne calculaient pas assez bien de tête pour totaliser les quatre 6 et comparer à 27 et qu'ils ne maîtrisaient pas assez bien la transformation de 6 + 6 en 9 + 3 pour retrouver leurs paquets de 9 et prévoir le dernier coup.

II.3.3. Faire 50 points.

Cible 3 – 6 – 9 ; les enfants sont par équipe de 4 ; 3 lancers chacun. L'équipe qui a 50 a gagné.

La maîtresse, par le choix de cette règle (score élevé et impossible à atteindre), oriente la recherche vers les questions d'écart et d'approximation.

Les enfants jouent et dépassent presque tous largement 50.

Exemples de scores :

Equipe de Franck :	Equipe de Mathieu :	Equipe de Bastien :
9 6 6 6	3 9 3 3	3 6 6 9
6 6 9 0	6 9 3 3	0 9 6 6
6 6 6 9	6 3 3 0	6 0 0 3

Il semble que les enfants n'aient pas transposés à 50 la stratégie élaborée pour 18 ; 50 leur a paru un grand nombre et ils ont cherché à faire beaucoup de points.

Au cours d'une séance collective, les élèves calculent le score de chaque équipe, ligne par ligne. Quand la classe a fini le calcul des deux premières lignes (27 et 21) de l'équipe de Franck, la maîtresse demande à cette équipe :

– Qu'avez-vous fait après avoir lancé deux fois ? Saviez-vous combien il vous manquait ?

– Non.

– Vous étiez-vous donné une consigne ?

– Non ..... Faire des 9.

A ce moment les autres élèves de la classe réagissent : "Il fallait chercher combien il leur manquait, il fallait compter : 27 + 21 = 48".

La maîtresse : "Combien il fallait ?"

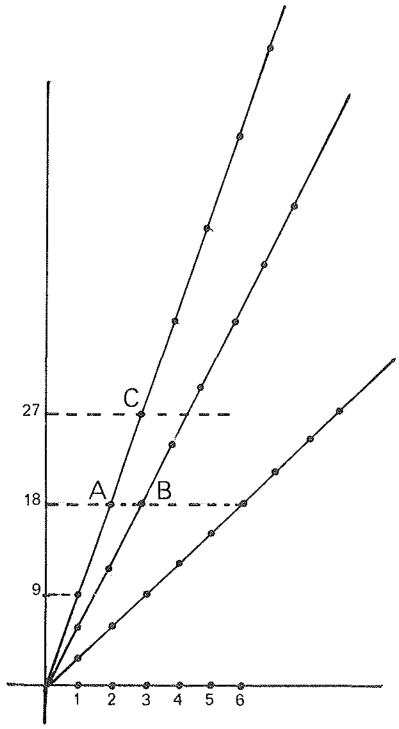
Les enfants : "2, mais on ne pouvait pas, le mieux, c'était de faire 3".

Il est clair que l'équipe de Franck n'avait encore aucune stratégie au moment de la discussion, mais qu'un certain nombre d'enfants de la classe avait commencé à en avoir l'idée au cours du calcul.

Et c'est au cours de la discussion et du calcul des résultats de chaque équipe que les enfants prennent peu à peu conscience de l'existence d'une stratégie leur permettant de se rapprocher au mieux de 50.

A partir de scores effectivement réalisés (51, 18, 45), ils en imaginent d'autres qu'ils pourraient réaliser (36, 39, 48), par addition de 2 nombres atteints, ou d'un nombre atteint et d'un multiple de 3, et ils se persuadent qu'ils ne peuvent pas réaliser un nombre de points qui diffère de 1 ou 2 d'un nombre qu'on peut atteindre.

II.3.4. Par la suite, les élèves ont étudié les scores possibles et impossibles avec la cible 3, 6, 9. Pour cela, ils se sont servi des représentations graphiques des multiples de 3, 6 et 9 jusqu'à 60 environ.



Les graphiques ont suscité des remarques sur :

- les multiples de 9 et les multiples de 6 ;
- les multiples de 9 et les multiples de 3, etc.

Ainsi, pour 18, le point A (voir figure) de l'alignement $y = 9 \times x$ montre que 18 est un multiple de 9 ; en suivant l'horizontale passant par A, on rencontre B sur l'alignement $y = 6 \times x$ qui montre que 18 est aussi un multiple de 6.

Par contre, pour 27, l'horizontale qui passe par C ne rencontre pas de points de l'alignement $y = 6 \times x$.