MESURE ET DEMONSTRATION UN EXEMPLE D'ACTIVITE EN CLASSE DE QUATRIEME

I.R.E.M. de Grenoble

Bernard CAPPONI
Collège le Vergeron, Moirans

I - INTRODUCTION.

Ce texte est la présentation d'une situation géométrique proposée à des élèves de quatrième au cours du premier trimestre de l'année scolaire. Elle a été utilisée pour aborder les questions de la preuve dans les démonstrations enseignées au collège et notamment pour mettre en évidence le peu de fiabilité de la mesure effective des longueurs dans cette activité.

Jusqu'à maintenant les élèves commencent en quatrième une étude systèmatique des démonstrations formalisées, la géomètrie reste le support le plus fréquent de ce travail mais dès lors la mesure des longueurs avec une règle graduée leur est interdite dans la construction de la preuve. Cette rupture s'atténue à l'entrée en quatrième avec les nouveaux programmes des collèges (86-89). Cependant le passage des activités d'observation aux activités de démonstration reste une étape necessaire de l'enseignement des mathématiques au collège.

L'activité présentée est connue à l'IREM de Grenoble depuis de nombreuses années et extraite des fichiers Galion. Je me suis surtout attaché à indiquer ici dans quel contexte exact je l'utilise avec des élèves de quatrième et quel effet je lui attribue.

II - ACTIVITES GEOMETRIQUES TYPES AU DEBUT DU COLLEGE.

A l'école primaire et dans les deux premières années du collège, les activités géomètriques sont surtout des activités d'observation, de dessin. Il s'agit de construire des figures, de reconnaître et de désigner des objets. Le travail en géométrie donne lieu à de nombreuses activités de dessin et de description et de formulation, mais la démonstration n'y a pas sa place. Les élèves sont conduits à tracer et construire différents objets géométriques (points, droites, segments,triangles, parallélogrammes, polygones, cercles...etc ...). Ils mesurent des longueurs et des angles pour analyser, agrandir, réduire, des figures, calculer des aires, des périmètres, des volumes. La symétrie orthogonale et la symétrie centrale en particulier y sont étudiées dans le même esprit.

Les compléments aux programmes et instructions de la classe de sixième précisent d'ailleurs " *Les travaux gèomètriques prennent appui sur* ***l'usage des instruments de dessin et de mesure*** (souligné dans le texte) *et sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Ils constituent en particulier le support d'activités numériques conjointes (grandeurs et mesure) ou de notions en cours d'acquisition (repérage, proportionnalité).* "

En cinquième les documents correspondants précisent aussi "L'objectif fondamental demeure **la description et la représentation d'objets géomètriques usuels du plan et de l'espace".**

Les élèves qui pratiquent une telle géomètrie donnent, à juste titre, aux outils qui permettent la mesure des longueurs et des angles une place importante dans l'activité correspondante. La règle graduée et le rapporteur sont les instruments privilégiés pour l'observation des figures et de leurs propriétés. Les observations, les descriptions que réalisent les élèves font une place importante aux outils de mesure et aux instruments de dessin. La figure est très proche de la réalisation technique, elle est très contextualisée.

III - LA DEMONSTRATION : UN CHANGEMENT DE CONTRAT.

1. la démonstration.

Puis les exigences du professeur par rapport à la géométrie changent. L'élève rencontre des propriétés qui lui semblent souvent évidentes (axiome d'euclide, propriètés d'incidence) et peut s'étonner de l'intérêt extrême que l'enseignant leur porte. Il ne comprend pas toujours l'usage qu'il doit en faire dans les raisonnements. Mais surtout : la figure, même soigneusement dessinée et explorée à l'aide de mesures ne peut plus servir à justifier une propriété. D'un seul coup l'enseignant refuse la mesure comme outil. Il devient interdit de mesurer si ce n'est pour explorer la figure et découvrir des propriétés. L'exigence se déplace, le contrat est ailleurs.

L'enseignant doit tenir compte du changement de contrat et en particulier fournir des situations où la mesure ne permettra pas de répondre aux questions que l'on se pose. La démonstration peut dès lors apparaître comme un outil efficace dans ce contexte.

2. la mesure.

La place du numérique est importante dans les activités du début du collège. Dans le passage de l'observation à la démonstration les mesures de longueurs ne disparaissent mais leur statut change. Le plus souvent elles ne sont plus réalisées concrétement et on les désigne par des lettres (AB, CE,..).

De surcroît, elles deviennent des variables. En effet, dans le nouveau contexte, le statut de la figure change quelque peu : elle devient un représentant d'une classe de figures. Ce sont les propriétés communes aux figures de la classe vérifiant une hypothèse donnée qui sont prises en compte, par exemple deux longueurs ou deux aires peuvent varier mais rester cependant égales .

L'activité présentée ici place les élèves dans une situation ou deux aires sont égales, mais où la mesure et les découpages sont des outils mal adaptés à la production d'une preuve de l'égalité de ces aires. La démonstration, s'appuyant sur des propriètés reconnues de la figure, peut apparaître comme un moyen de satisfaire l'exigence de preuve. La mesure devient inopérante et il faut découvrir d'autres moyens pour prouver les conjectures que l'on avance.

3. le cadre du problème ouvert :

Ce travail a été réalisée en s'inspirant en partie des techniques et des méthodes proposées par l'équipe du problème ouvert de l'IREM de Lyon.

La situation décrite ici comporte dès lors plusieurs caractéristiques correspondant à ce choix :

- un travail individuel préliminaire pour la production de conjectures
- un engagement des élèves sur ces conjectures après un travail par groupes.
- la rédaction d'affiches pour exposer des éléments de preuve
- Le débat contradictoire sur les différentes affiches
- une institutionnalisation de méthodes ou de propriétés issues de la situation traitée.

IV - PHASE PRELIMINAIRE.

4. La situation.

On dessine un rectangle ABCD de longueur 15 cm et de largeur 8 cm. On dessine la diagonale AC et on prend un point I n'importe où sur le segment [AC]. En traçant les parallèles aux côtés passant par I on détermine 4 rectangles. On appelle (S) et (T) ceux qui ne sont pas partagés par la diagonale (Figure 1).

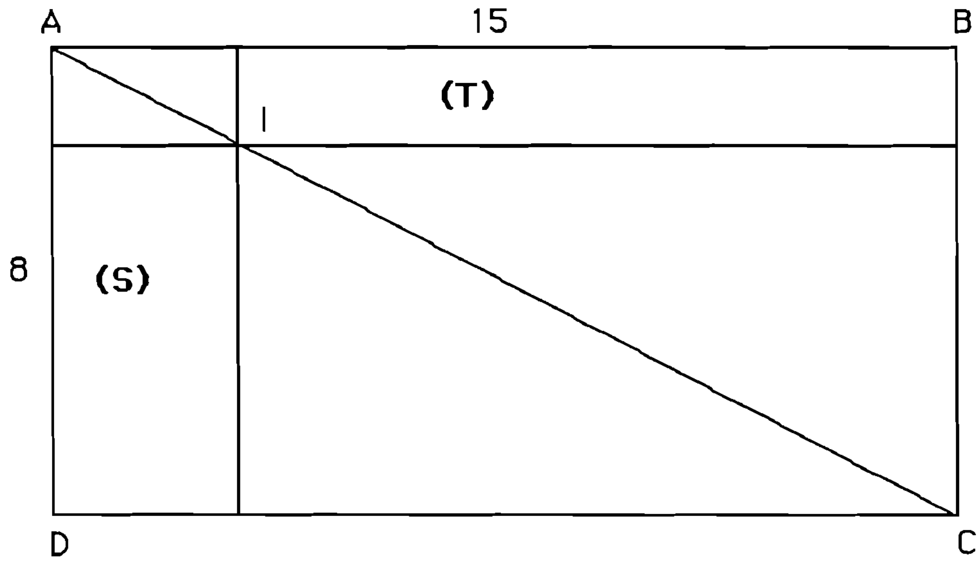


Figure 1

2. la tâche individuelle :

La consigne, pour chaque élève, est de dessiner la figure puis de mesurer les longueurs des côtés des rectangles (S) et (T) pour calculer leur aire .

L'ensemble des résultats des élèves a été inscrit sur le tableau. L'observation des résultats devait alors permettre de dégager une certaine régularité qui aurait permis de conjecturer l'égalité des aires de (S) et de (T).

Mais sur les résultats affichés les aires de (S) et de (T) sont toutes différentes, sauf pour un élève. Et l'égalité des aires des deux rectangles pour toutes les positions de I n'est avancée par aucun élève. Il semble qu'il y ait à cela deux raisons :

- la première provient du statut attribué au résultat du calcul effectué à partir des mesures pour le calcul de l'aire . Ce résultat calculé n'est pas considéré de la même façon qu'une mesure directe. Le résultat fournit par la calculatrice est conservé avec l'ensemble de ses décimales et considéré par les élèves comme un calcul exact sans qu'il prennent en compte l'incertitude sur la mesure des deux opérandes.

- la seconde provient de la conception que les élèves se font de cette figure et de leur difficulté à envisager que ces deux rectangles puissent avoir la même aire. C'est en effet le rapport très différent entre la longueur et la largeur suivant la position de I qui conduit les élèves à envisager que ces aires ne sont pas égales. Cependant ils admettent que les résultats puissent être proches surtout si I est voisin du milieu de la diagonale ce qui conduit plusieurs élèves à énoncer la conjecture suivante :

Si I est au milieu de la diagonale alors les aires sont égales. (Figure 2).

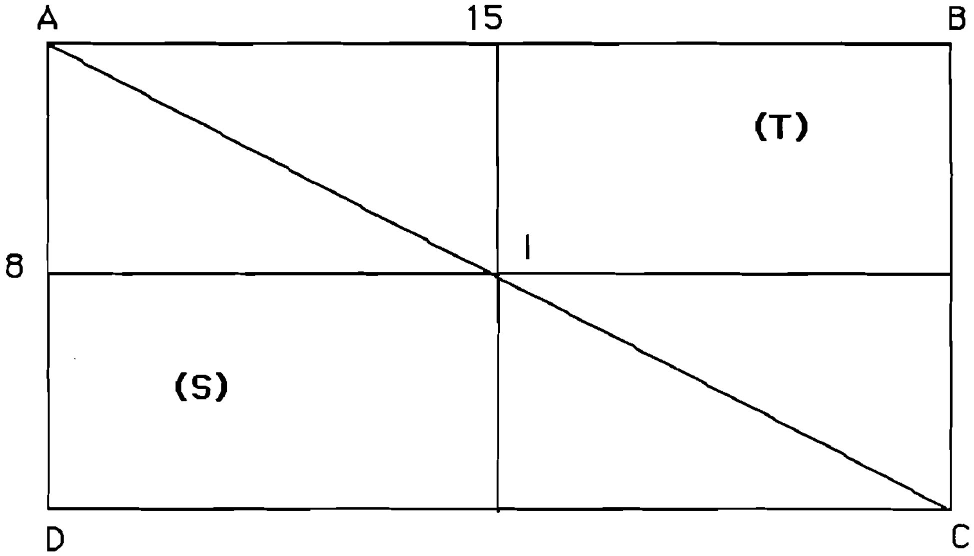


Figure 2

Comme les mesures des côtés du rectangle sont connues, les raisonnement fournis y font explicitement référence. Voici par exemple la démonstration fournie au tableau par un élève :

"On a quatre rectangles qui font 7,5 par 4 donc leurs aires sont égales et l'aire de (S) est égale à 30, l'aire de (T) est égale à 30, elles sont pareilles."

Ici la mesure est un support privilégié du raisonnement de l'élève, à aucun moment il ne s'en éloigne, il calcule même effectivement les aires avant d'affirmer qu'elles sont égales. Mais, c'est la première fois que cette mesure n'est pas réélement effectuée, elle est déduite des hypothèses (les dimensions du rectangle sont connues et on sait que I le milieu de la diagonale).

Le professeur relance ensuite la question sous la forme :

"On est tous d'accord pour dire que le choix de I au milieu de la diagonale donne deux rectangles (S) et (T) dont l'aire est égale. Maintenant si l'on prend I ailleurs, que pouvez-vous dire de ces deux aires ? Faites un esssai en particulier en prenant I au tiers de la diagonale. "

Après une recherche conduite par les élèves l'un d'entre eux énonce l'égalité des aires et réalise le dessin de la figure 3

"Quand on découpe AB en trois morceaux de 5 , sur AD ça fait trois fois 2,7. "

Cet élève ne pose pas le problème du partage de la diagonale et des deux côtés en segments proportionnels et là encore aucun élève ne remet en cause ce découpage simultané des deux côtés et de la diagonale qui est cependant mis en évidence et validé par le professeur.

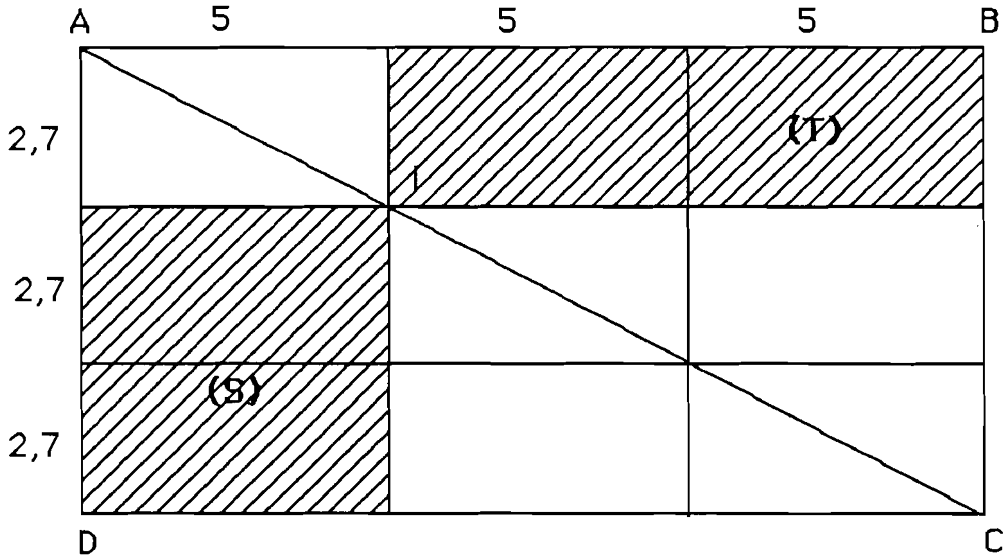


Figure 3

Il relance alors la question :

- Voici encore un exemple ou l'aire de (S) est égale à l'aire de (T) . Est-ce qu'on a toujours égalité ou non , en changeant la position de I ?

Et finalement deux conjectures contradictoires demeurent :

A) (S) a la même aire que (T) pour toutes les positions de I sur la diagonale.

B) L'aire de (T) n'est pas égale à l'aire de (S), sauf au milieu et à certains endroits.

Les élèves ont fait les réserves de la deuxième conjecture à la suite des observations concernant le partage en 2 ou en 3 des côtés du rectangle. C'est un indice du degré de conviction des élèves pour cette conjecture. Ils préfèrent la conserver en éliminant les contre exemples considérés comme des anomalies ou des exceptions.

Le professeur leur demande alors de se mettre en groupes de 4 ou 5 élèves ayant la même opinion sur ces conjectures pour tenter de convaincre les autres par la production d'une affiche à rédiger qui sera exposée et défendue.

V - PRODUCTIONS DES ELEVES, ANALYSE DES OBSERVATIONS.

A la suite du travail des groupes, les productions sont de trois types :

- celles qui réduisent la preuve à des mesures ou des découpages effectifs pour justifier l'égalité de S et T ...
- celles qui fournissent un contre exemple à l'aide de mesures ou de découpages.
- celles qui réduisent les hypothèses pour pouvoir étudier les cas où il y a égalité. Il s'agit d'une restriction du problème à des cas "maîtrisables". Dans ce cas il y a parfois un engagement sur la vérité de la conjecture sans la réduction des hypothèses, le travail réalisé ayant pour but de cerner plus clairement quand il y a ou non égalité.

Un groupe de quatre élèves s'est réparti le travail pour rédiger la même affiche : Deux d'entre eux fournissent un contre exemple à l'aide de mesures et les deux autres une analyse des cas où il y a égalité qui est, pour eux, un prolongement des partages en 2 ou en 3 déjà envisagés dans la phase préparatoire. Il s'agit là d'un groupe qui essaye de dégager les situations où il y a égalité des deux aires mais qui reste convaincu que cette égalité n'est pas le cas général. (Cf. annexe 1).

1. Mesures et découpages :

Ce premier type est le plus fréquent. Nous présentons ci-dessous des exemples de productions où à partir d'un dessin réalisé soigneusement, les élèves s'engagent sur la valeur de vérité des deux conjectures. Cependant il y a une grande différence entre les options choisies : prouver qu'il n'y a pas toujours égalité en fournissant un contre exemple n'est pas de même nature que fournir un exemple particulier pour prouver qu'il y a toujours égalité.

1.1 Les contre-exemples.

Affiche N° 1 : Mesures.

I n'est pas égal à J . Si on les partage, I ne rentre pas dans J : I=13,65 cm² ; J=13,9 cm² Mais leurs aires sont très proches .

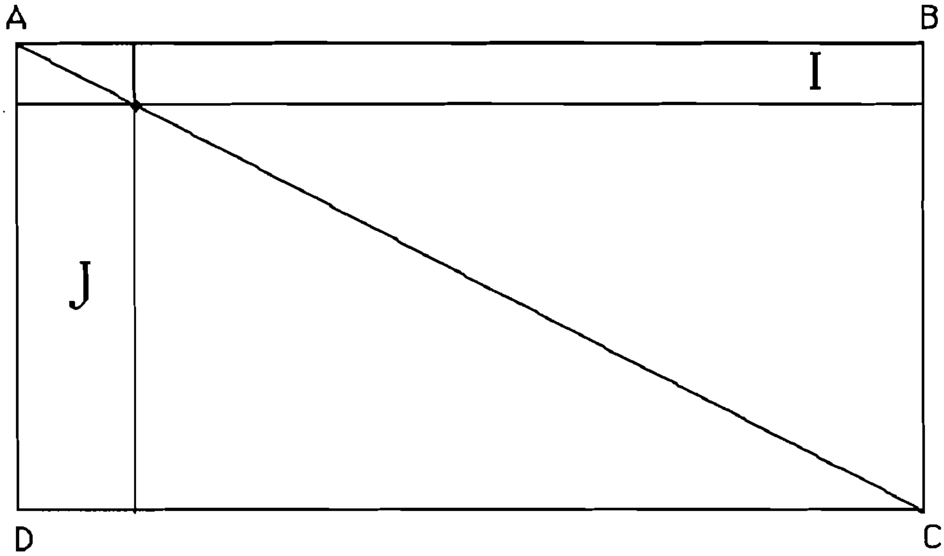


figure 4

C'est ici (figure 4 et annexe 1) la production d'un contre exemple pour prouver qu'il n'y a pas toujours égalité. Notons que le point pris sur la diagonale est très proche d'un sommet. Une telle position est souvent considérée par les élèves comme celle où les aires sont le plus "éloignées" l'une de l'autre.

Affiche N° 2 : découpages.

Des élèves fournissent aussi un contre-exemple à l'aide d'un découpage (figure 5).

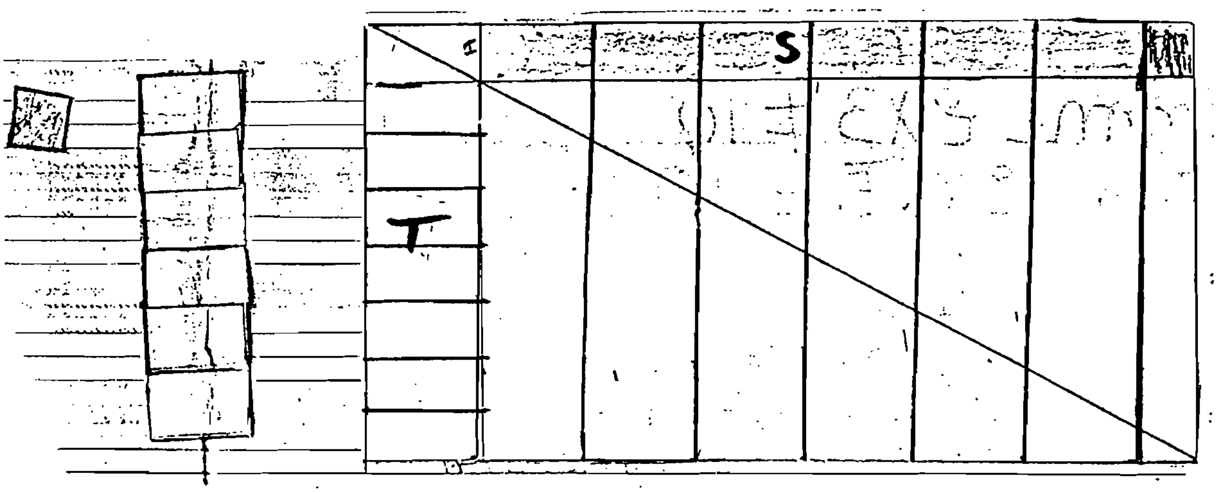


Figure 5

Ils réalisent un découpage grossier, ils collent le tout sur leur feuille et écrivent :

On a découpé S en petits carreaux afin qu'ils rentrent dans T. Mais il reste un petit carreau de 1 cm² . Ce qui prouve que l'aire de S n'est pas égal à l'aire de T .

Affiche N° 3.

On observe aussi ici un contre-exemple réalisé à l'aide de mesures sur leur figure (Figure 6). Mais ces élèves fournissent aussi une figure où I est au milieu de la diagonale (Figure 7).

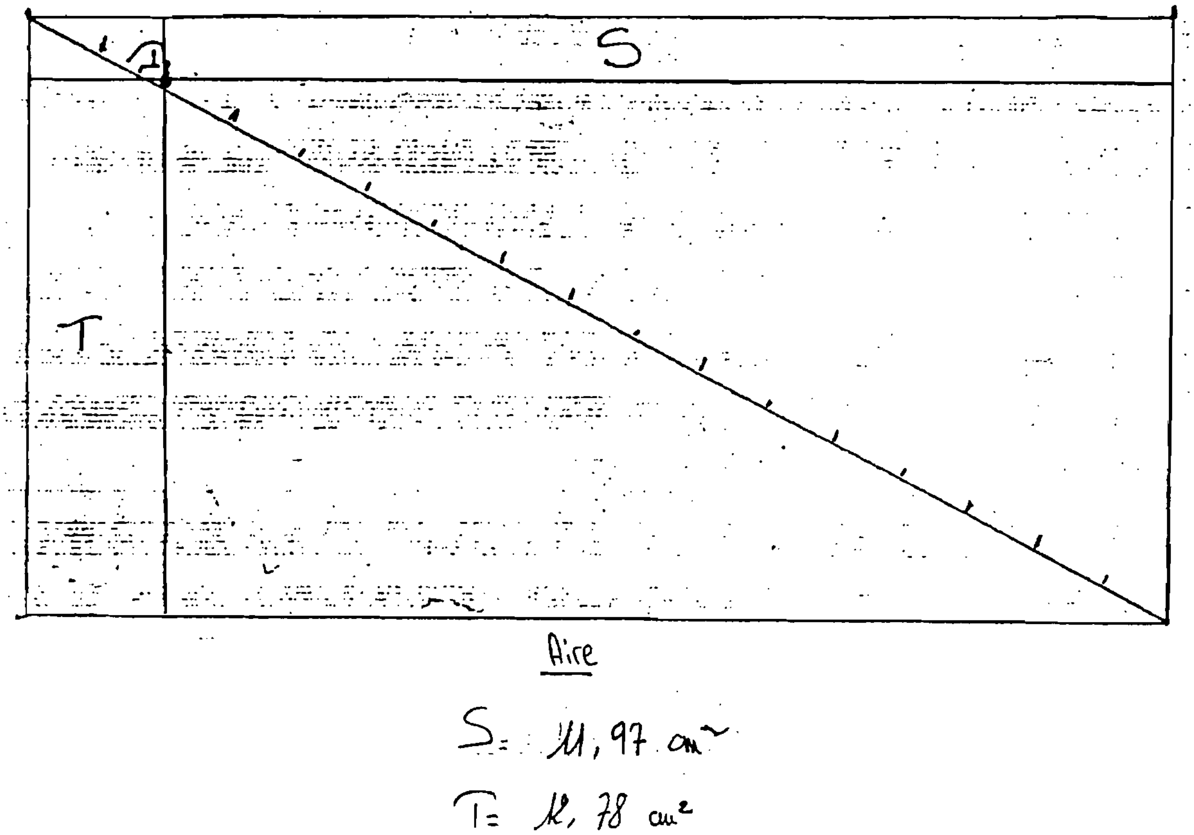


Figure 6

Ils réalisent un dessin avec un point sur la diagonale proche d'un sommet du rectangle.Les mesures sont effectives et donnent lieu aux calculs :

S = 11,97 cm^2 *et T = 12,78* cm^2

Ils prennent cependant en charge le cas du milieu déjà évoqué devant la classe entière en réalisant un dessin, d'ailleurs approximatif et en évoquant les mesures comme la moitié des mesures du rectangle du problème : il n'y a plus mesure effective mais évocation de mesures "virtuelles" donnant lieu à un calcul. Ils obtiennent alors S=30 cm^2 et T = 30 cm^2. Ce groupe d'élèves a deux utilisations différentes de la mesure : l'une est une mesure réellement effectuée et utilisée dans le calcul de l'aire, l'autre est une mesure "calculée" à partir des élèments connus : dimensions du rectangle et position au milieu du point I.

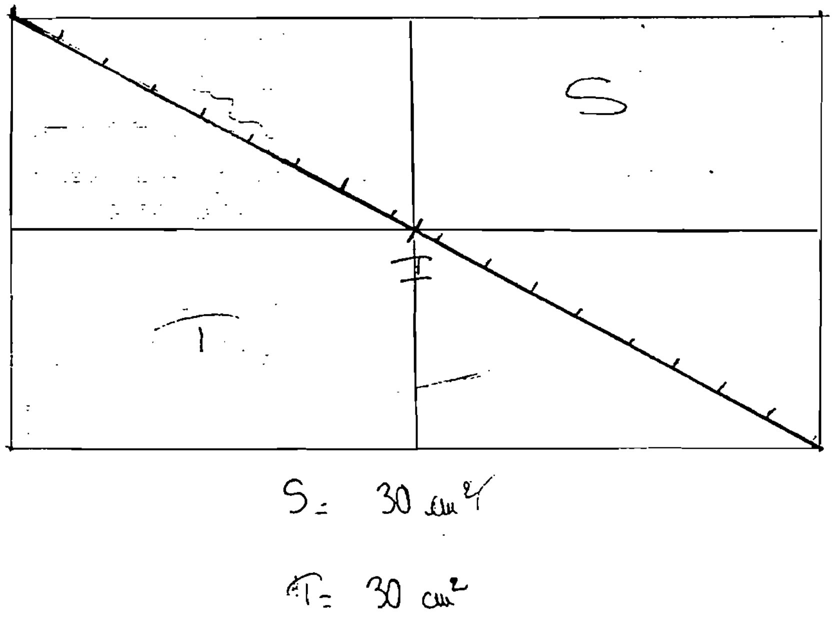


Figure 7

Mais c'est la seule fois (ou presque) que S et T ont la même aire. Si on place le point I au bord de l'angle , les valeurs de S et T ne sont pas les mêmes.

1.2 Un exemple comme preuve

Affiche N° 4.

Ces élèves veulent prouver que les aires sont égales. Pour cela ils se partagent le travail ; une partie d'entre eux dessine et mesure pour faire la figure 8. Les autres réalisent un découpage effectif pour recoller les morceaux de (T) sur (S). (Figure 9).

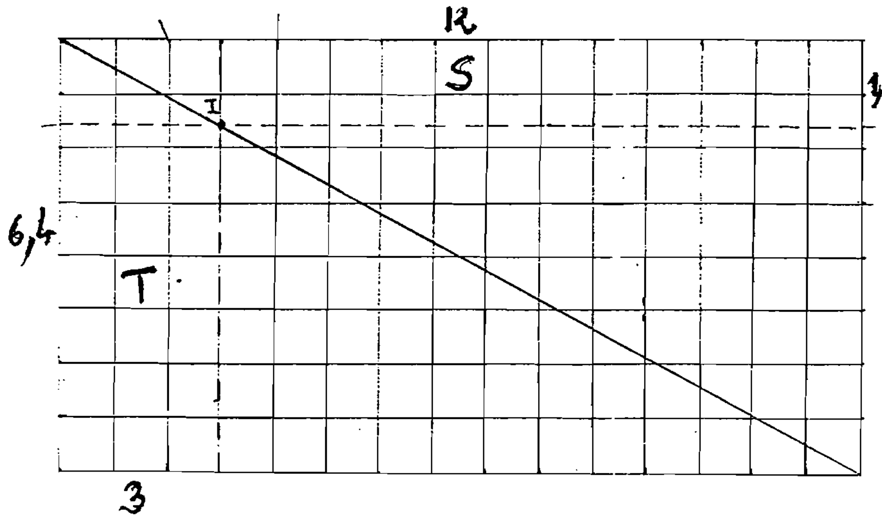


figure 8

S = 12 X 1,6 = 19,2

T = 3 X 6,4 = 19,2

S et T ont toujours la même aire si le rectangle est précis au micron ou au dixième de millimétre.

Dans le découpage ils adoptent une autre position du point I :

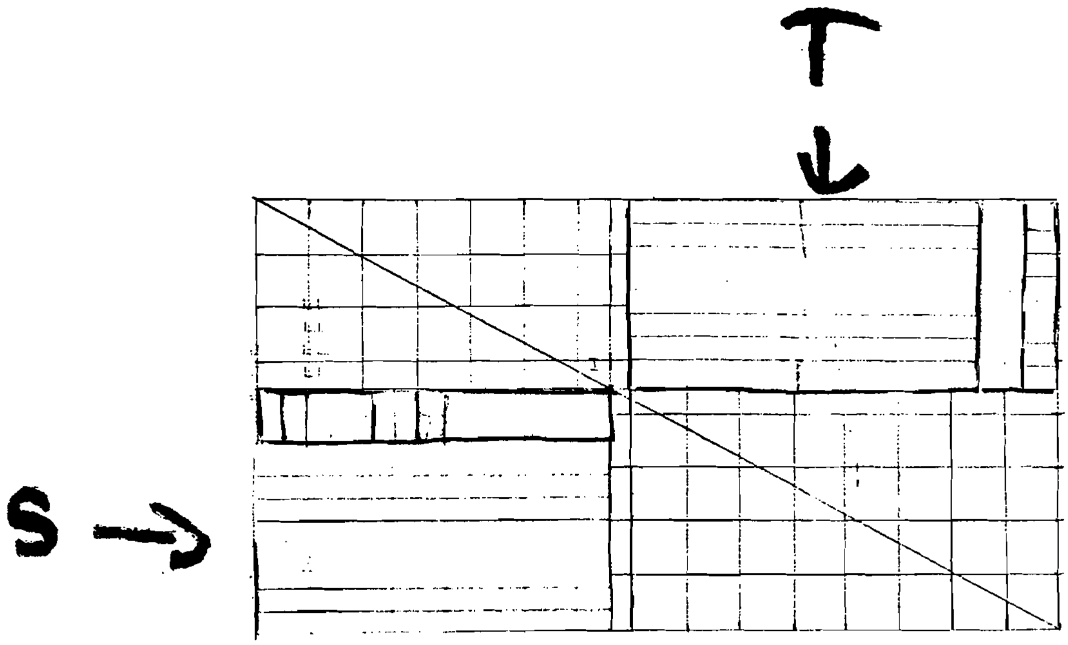


Figure 9

on a prouvé par le découpage que S=T et T= S .

Ces élèves manifestent que les erreurs de mesures constituent l'obstacle principal et le seul obstacle. A aucun moment ils ne posent le problème de l'extension à toutes les figures de la propriéteé qu'ils pensent avoir montré sur la leur. Contrairement aux élèves précédents ils ne fournissent pas un contre exemple. Les enseignants connaissent ce genre de difficultés dans l'apprentissage de la démonstration où les élèves étendent un cas particulier. Mais ce qui est plus dans notre propos ici c'est la conception des élèves sur la mesure : il suffit d'être précis et on pourra toujours trouver deux aires égales. Cette conception semble par ailleurs très persistante chez tous les élèves qui manifestent presque tous qu'une mesure bien faite devrait pouvoir permettre de repérer l'égalité des aires. Le fait de découper dans un deuxième temps est peut-être une tentative pour s'affranchir de la mesure mais on reste toujours dans le cadre d'un cas particulier.

2. réduction des hypothèses :

2.1 Le carré.

Affiche N° 5.

Dans son dessin cet élève change les mesures du rectangle, il prend un carré et il produit l'affiche suivante (figure 10) :

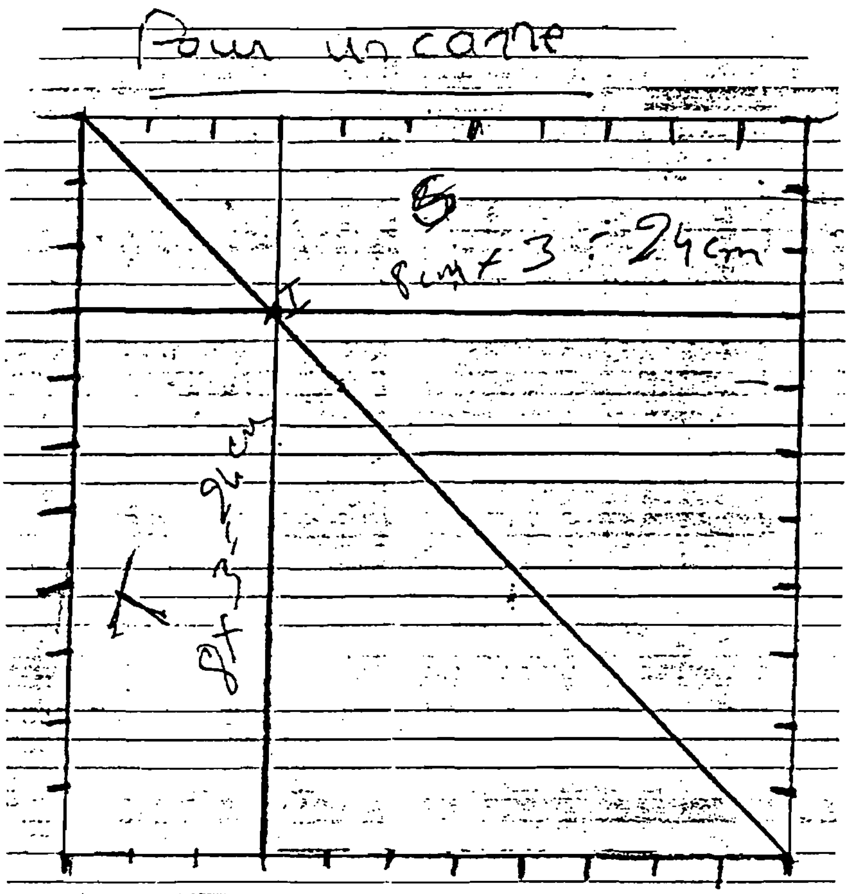


Figure 10

Quel que soit le point I, l'aire des deux rectangles sera la même pour un carré.

J'ai mis le point I dans un endroit sans mesurer et j'ai trouvé la même aire dans S et T , et si S et T s'agrandit ou se diminue d'un centimètre l'aire des rectangles sera la même.

Cet élève fait encore référence à la mesure en centimètres, mais il n'y a plus de mesure effective, l'argumentation qu'il developpe devant la classe et qui n'est pas contestée fait référence à une mesure qui sera la même dans tous les cas pour les deux rectangles. Dans le cas du carré, ce sont directement les mesures les rectangles S et T qui sont isomètriques.

2.2 Choix de la longueur des côtés

Affiche N° 6.

Ces deux élèves, dont l'affiche ne comporte pas de dessin, modifient la conjecture en donnant une limitation pour le choix des côtés du rectangle .

"Quand la longueur et la largeur sont des multiples , l'aire de S et T est égal..

Quand la longueur et la largeur ne sont pas multiples, l'aire de S et T est différente".

Sans pouvoir défendre leur point de vue, ni rédiger une explication , ces élèves font des tentatives de partage des côtés et affirment que *"si ça tombe juste des deux côtés alors les deux rectangles ont la même aire parce que les rectangles ont tous la même aire"* leur explication est une tentative de généralisation de l'exemple du départ où I était choisi au milieu ou au tiers de la diagonale. Une telle tentative est remarquable dans la mesure où elle permet d'approcher un découpage qui n'est plus explicite mais se situe au niveau d'une "expérience mentale" (Balacheff 1988). Il est dommage que les difficultés d'expression de ces élèves et le temps trop bref pour eux ne leur ait pas permis de construire une argumentation plus élaborée.

2.3 Partages proportionnels.

Cette dernière réalisation constitue la forme la plus élaborée apparue dans la classe. C'est une tentative de généralisation du partage de la diagonale en davantage de morceaux égaux que deux ou trois dèjà abordé dans la phase préliminaire. A la différence des élèves précédents qui limitent les dimensions du rectangle de départ , ces élèves ne parlent pas des dimensions du rectangle mais s'intéressent au découpage que l'on peut faire de la diagonale, et par conséquent des côtés. Ils imaginent alors un découpage en 2, 3, 4 , 5 et ainsi de suite . Leur dessin est explicitement présenté comme un exemple de découpage en 5 parties : ils écrivent pour cela :

"rectangle fait à 1/5 "

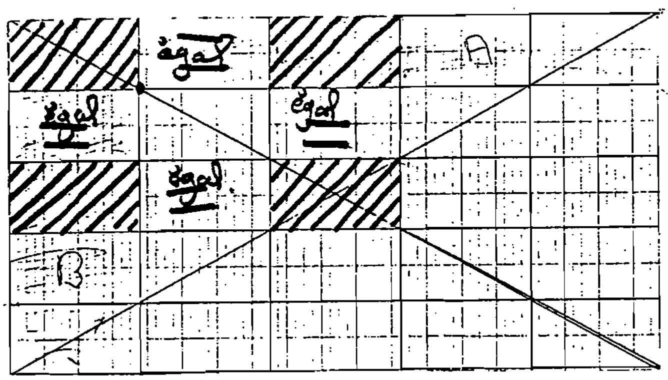


Figure 11

Le découpage des côtés induit un pavage du rectangle en rectangles de même dimensions. *"Ils sont tous égaux"* écrivent-ils.

C'est le décompte de ces rectangles qui fournit l'égalité des deux rectangles qu'ils appellent A et B.

A = 4 rectangles ; B = 4 rectangles

D'autre part l'affiche produite a pour titre *"preuves par schémas "* (annexe 1), qui illustre la place prépondérante que la représentation du découpage joue dans l'explicitation de la preuve. Il est en effet indispensable , sauf à produire un texte très complexe, de recourir à un dessin pour exposer le raisonnement. La preuve produite par ces élèves est un exemple générique pour tous les cas où l'on réalise un découpage de la diagonale et des côtés en parties égales et où on prend le premier des points du partage obtenu à partir du sommet du rectangle.

Dans leur explication ils continuent d'affirmer qu'on est encore dans un cas particulier parce que si l'on prend le point I n'importe où, il n'y a pas égalité de l'aire des deux rectangles.

3. Bilan de l'activité.

A la fin du débat autour des affiches peu d'élèves ont une certitude sur la validité des conjectures A et B, sauf en ce qui concerne les trois derniers aspects proposés concernant les réductions de l'hypothèse. L'enseignant propose alors une démonstration qui s'appuie sur la propriété suivante :

"La diagonale d'un rectangle le partage en deux triangles d'aires égales.

On peut dire successivement : (Figure 12)

L'aire de ABC est égale à l'aire de ADC
L'aire de (a) est égale à l'aire de (b)
L'aire de (c) est égale à l'aire de (d)

Comme aire (ABC) = aire(b) + aire(T) + aire (d)
et aire (ADC) = aire(a) + aire(S) + aire (c)
on déduit l'égalité des aires de (S) et (T).

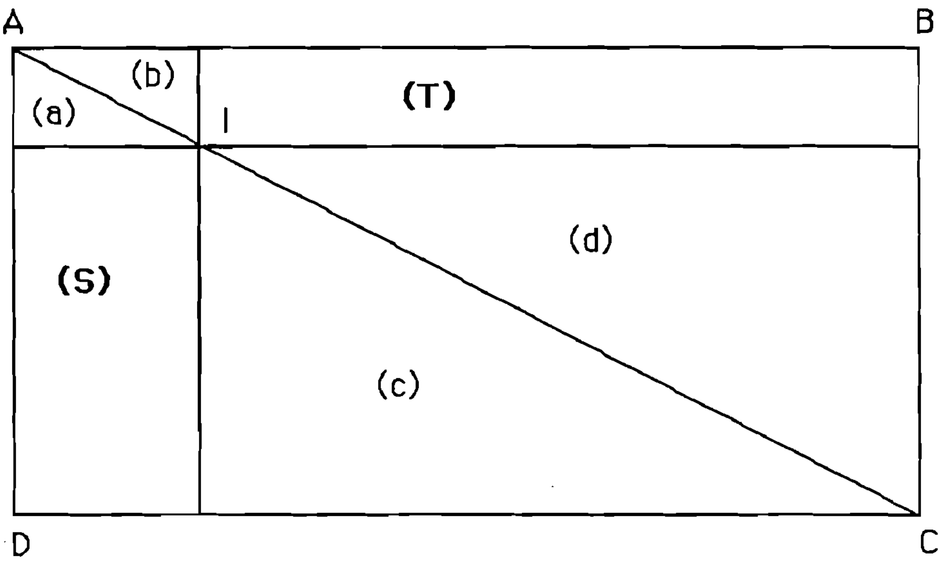


Figure 12

Cette démonstration est bien comprise par les élèves. Ceux ci restent cependant attachés à l'utilisation de la mesure et proposent d'affiner la précision de celle-ci ou d'utiliser du papier millimétré. D'autres s'interrogent pour savoir pourquoi les résultats des calculs d'aires étaient "tous faux". La démonstration proposée prend, après l'ensemble de l'activité une importance toute particulière. Elle est la réponse à une question qui semblait difficile à trancher, elle n'utilise pas de techniques de mesure mais s'appuie uniquement sur l'égalité des aires des deux triangles séparés par la diagonale dans un rectangle. Ce n'est pourtant pas une seule activité de ce type qui peut permettre de disqualifier la mesure comme outil de preuve.

VI - CONCLUSION.

Dans cette activité la mesure reste un outil privilégié pour les élèves. On pouvait penser dès le départ qu'il en serait bien ainsi et ceci pour au moins deux raisons :

- tout d'abord la place prépondérante qu'ils accordent à la mesure dans les activités géomètriques comme cela a été déja développé
- ensuite parce que la présentation de la tâche fait explicitement appel à la mesure des longueurs et à la notion d'aire. Les élèves n'ont pas pu par la suite se dégager du contexte très fort dans lequel ils évoluaient.

On peut cependant observer deux aspects importants de ce travail :

1) Il permet aux élèves de développer des raisonnements où la mesure n'est plus effectuée réellement ; mais invoquée elle devient une mesure "théorique" et sert ainsi de

support à un raisonnement. Cette évolution du statut de la mesure dans le raisonnement a été marqué par les trois niveaux décrits ici :

- une réduction des hypothèses de départ par le passage du rectangle au carré
- une réduction des hypothèses de départ par le choix de rectangles particuliers
- une réduction de la validité de la conjecture à des cas particuliers de choix du point sur la diagonale (division entière).

Dans ces trois cas il semble que les élèves aient voulu se ramener à une situation qu'ils maîtrisaient mieux car elle leur permettait de réaliser ou d'imaginer un pavage du rectangle qui donne accès à une mesure des aires des rectangles à comparer.

2) Ce travail donne ensuite à l'enseignant un appui pour mettre en cause la fiabilité de la mesure comme outil de preuve. En effet , c'est en s'appuyant sur des mesures que des élèves affirment qu'il y a égalité dans l'exemple qu'ils produisent et c'est de la même façon que d'autres élèves produisent des contre-exemples. Les mesures réalisées par les élèves ne permettent pas de trancher sur la validité des conjectures produites. On devrait pouvoir, à l'aide d'activités proches de celle-ci, disqualifier la mesure comme outil de preuve.

Ce type d'activité doit donc être développé, notamment en cinquième et en début de quatrième, compte tenu de l'importance prise par la mesure en geomètrie les années précédentes. Il semble nécessaire d'en développer d'autres pour permettre aux élèves de franchir l'obstacle que constitue l'utilisation des mesures dans la construction des démons- trations qui leur sont demandées .

BIBLIOGRAPHIE.

APMEP (1978). Activités mathématiques en quatrième-troisième. *Publication N° 33 de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.*

ARSAC G., MANTE M., (1983). Des "problèmes ouverts" dans nos classes de premier cycle. *Petit x N° 2 pp 5-33*

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M., PICHOD D., (1985). La pratique du problème ouvert. *IREM de Lyon.*

BALACHEFF N., (1988). Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège *Thèse d'état Université Joseph Fourier Grenoble .*

BANWELL, SAUNDERS, TAHTA, (1977). *Points de départ* . Cedic.

BOUVIER A., (1986). 30 problèmes glanés pour les élèves de 6ème et 5ème *Document N° 55 Irem de Lyon.*

BOUVIER A., (1986). 35 problèmes glanés pour les élèves de quatrième et troisième. *Document N° 56 IREM de Lyon.*

GALION E., (1978). Mathématique 5ème· *OCDL Hatier* .

GALION E., (1979). Mathématique 4ème. *OCDL Hatier* .

GALION E., (1980) Mathématique 6ème. *OCDL Hatier* .

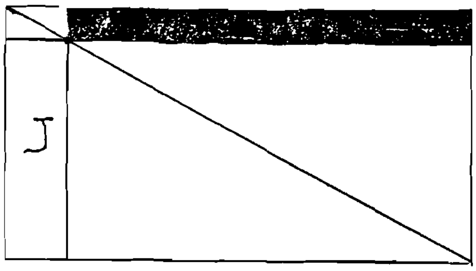
Ministère de l'éducation Nationale (1986) Compléments aux programmes et instructions collège Mathématiques 6ème.

Ministère de l'éducation Nationale (1987) Compléments aux programmes et instructions collège Mathématiques 5e.

Annexe 1

Une affiche produite par les élèves.

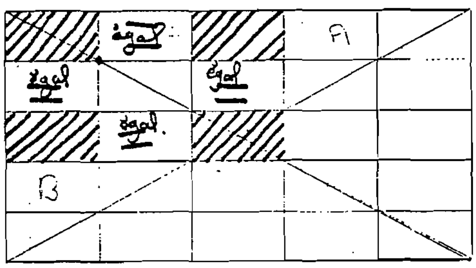
Preuves par chémats.



I n'est pas égal à J

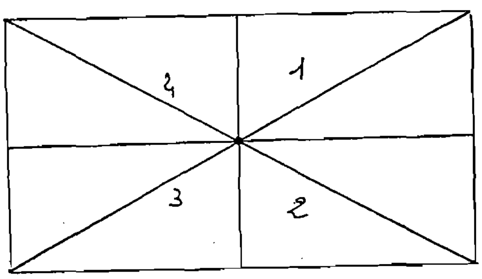
Si on les partages, I ne rentre pas dans J.

I = 13,65 cm²
J = 13,9 cm²
Mais leurs aires sont très proche.

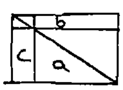


rectangle fait à $\frac{1}{5}$

Ils sont tous égaux.
A = 4 rectangles
B = 4 rectangles.



$1+4=3+2$
aire de 1, 4, 3 ou de 2 : × 4 = aire du rectangle.



Raisonnement :

Dans a, il y a deux sous-rectangles : b et c.
b et c peuvent être égaux mais seulement dans certains cas :

- celà dépans des dimensions de a
- Si a = 15 × 8 cm, b et c sont égaux si a est partagé au :
$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ etc...

Dans le cas contraire, b et c ne sont pas égaux.
Si il ne sont pas égaux, leurs aires sont très porches.

Perrin J.
Gonzalez V.
Beraud-guy T.
Trinidad L.

Annexe 2

Une autre approche de la même activité

L'activité décrite ici a été fortement orientée dès le départ vers une exploitation de la mesure. C'est un choix qui a été fait par l'enseignant. C'est notamment la consigne demandant la mesure des longueurs qui provoque cette orientation.

On pourrait poser le problème dès la départ sous sa forme : Y a -t-il égalité des aires des rectangles S et T. La réponse n'est pas évidente et les élèves se posent à ce sujet une "vraie" question. Ce n'est qu'ensuite que pourrait, éventuellement être abordé le problème de la mesure.

Dans tous les cas cette activité reste interessante au niveau du raisonnement.

Prolongement

Voici un prolongement intéressant du travail décrit ici pour des élèves de collège.

On peut utiliser la propriète mise en évidence dans l'activité pour comparer des aires de rectangles.

Cette comparaison peut se faire par une construction à la règle et au compas comme indiqué ci-dessous.

Soient deux rectangles (1) et (2) (Figure 13).

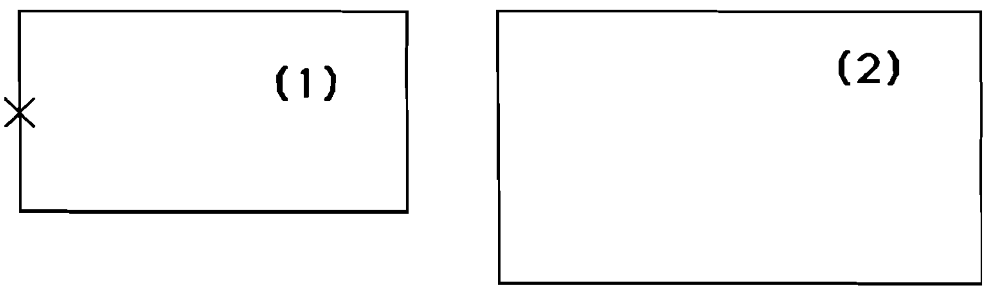


Figure 13

Par des constructions à la règle et au compas on peut comparer les aires de ces deux rectangles de deux façons différentes comme le suggèrent les figures 14 et 15.

Mais est-il là aussi toujours possible de conclure ? c'est semble-t-il un prolongement intéressant de l'activité décrite dans l'article.

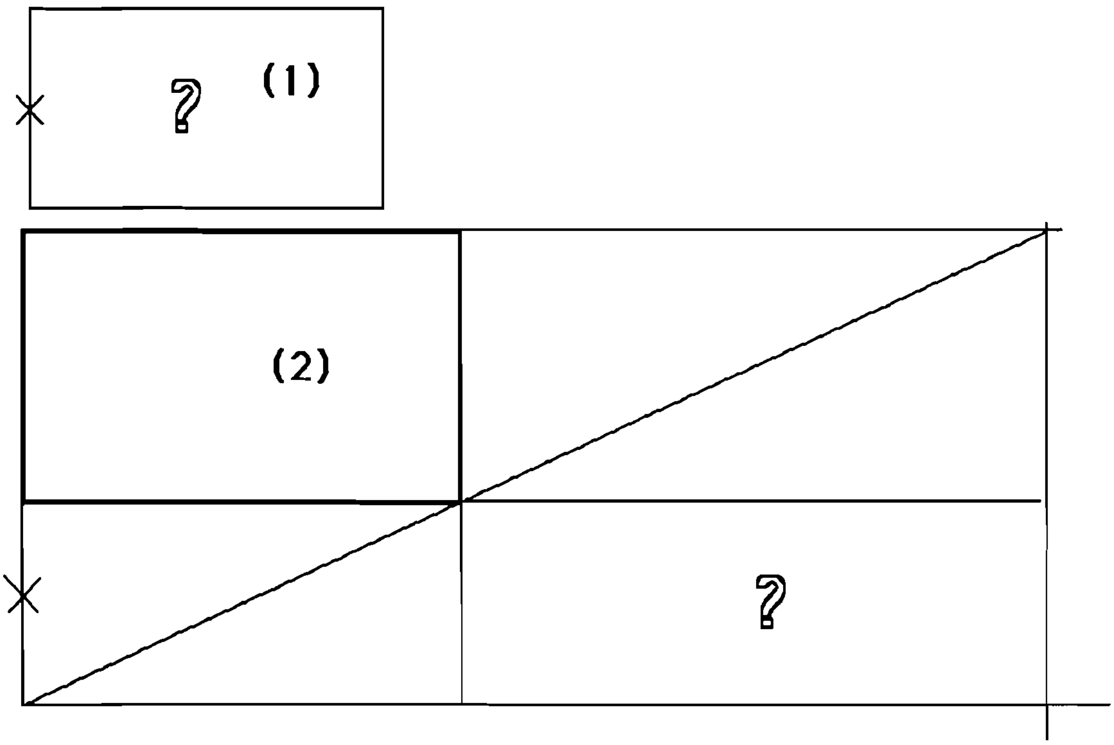


Figure 14

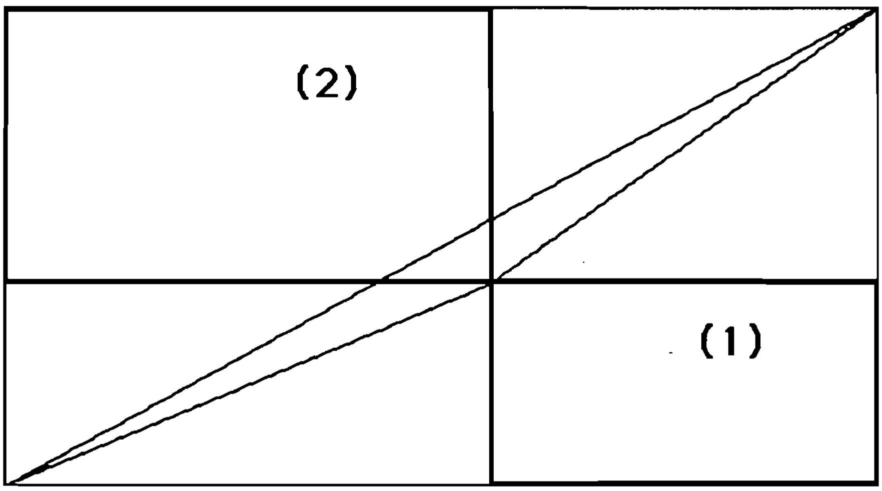


Figure 15