MISE EN PLACE DE L'ALGORITHME DE LA DIVISION AU CM_1

par Martial COQUAND

Cet article fait suite à l' APPROCHE DE LA DIVISION AU CE_2 publié dans le dernier GRAND N [1]. La division dont l'algorithme s'organise à partir des acquis sur l'addition, la soustraction et la multiplication en vue d'une utilisation combinée est une opération complexe qui rebute de nombreux élèves au CM1. Aussi a-t-il semblé intéressant, en janvier 1976, au groupe CM1 de l'Ecole Ferdinand BUISSON de mettre à l'étude une technique opératoire particulière qui utilise les documents de l'équipe I N R D P [2] dont il fait partie.
Ce travail a été à nouveau expérimenté et approfondi au cours de l'année scolaire 1976 - 1977.

COMMENT SE SITUE CETTE ETUDE DANS LA PROGRESSION EN MATHEMATIQUE ?

L'étude de cette opération a été précédée d'une série d'activités sur les multiples d'un nombre et sur les caractères de divisibilité par 2, par 5, par 10, par 3 et par 9. Voici, à titre indicatif, la progression suivie, avant d'aborder l'étude de cette opération, dans mon Cours Moyen Ière année :

- L'opérateur (x a) ; l'opérateur réciproque .Cas de fonctionnement de ces deux opérateurs.
- L'opérateur (x a) suivi de (x b). Cas de fonctionnement.
- L'opérateur (: a) suivi de (: b) . Cas de fonctionnement.
- Les multiples et les diviseurs d'un nombre.
- Les multiples de 2 ; les nombres (m. de 2 + 1) *
- Les multiples de 5 ; les nombres (m. de 5 + I) , (m. de 5 + 2), etc.
- Les multiples de 10 ; les nombres (m. de 10 + 1) , (m. de 10 + 2), etc.
- Les multiples de 3 ; les nombres (m. de 3 + 1) et (m. de 3 + 2) .
- Le jeu «Qui dira vingt» ; [3] essais de justification.
- La course à 25 (m. de 3 + 1) ; la course à 28 (m. de 5 + 3) ; d'autres courses. [4]
- Les multiples de 9 ; les nombres (m. de 9 +) , (m. de 9 + 2) , etc.
- Les restes de la division par 2, par 3, par 4, par 5, etc.
- Encadrement d'un nombre entre deux multiples d'un nombre donné. Exemple : situer un nombre de 2 chiffres entre deux multiples de 6.

* *Nous désignons par m. de 2 un multiple quelconque de 2 ; les nombres m. de 2 + 1 sont donc les nombres 1, 3, 5, 9, 13..*

Objectifs de l'étude qui va suivre.

- savoir pour tout couple (a, b) déterminer le couple (q, r) tel que $a = b\,q + r$ avec $r < b$ ou $r = 0$

- être capable de reconnaître toute situation relevant du schéma ci-dessus.

Intentions.

- Dans un premier temps, mettre les élèves en situation de distribution et de répartition et leur faire saisir le cas précis où l'on se trouve en situation de division.

- Dans un second temps, leur montrer l'intérêt de l'encadrement du nombre a entre deux multiples de b .

- Par la suite, faire découvrir par perfectionnements successifs une technique de la division.

Principe suivi dans la méthode de travail.

Les étapes successives feront apparaître l'économie réalisée et l'efficacité obtenue par l'utilisation de différents procédés. Il s'agit moins de parvenir à l'apprentissage **dirigé** d'une opération qu'à la découverte d'une technique opératoire.

Modalités pédagogiques.

- Au cours de la recherche du couple (q, r) à partir du couple (a, b) , privilégier la méthode qui consiste à soustraire les multiples de b à a .

- Mettre en évidence l'économie réalisée dans les calculs par l'encadrement du nombre a .

- Montrer l'intérêt de la recherche du nombre de chiffres du quotient.

- Parvenir à une disposition plus dépouillée se rapprochant de la disposition habituelle.

LEÇONS

I – OBJECTIF PEDAGOGIQUE .

A partir d'une situation mathématique donnée, par exemple, répartir équitablement une dépense de 5 665 F entre 23 personnes, obtenir une opération transcrite comme ci-après :

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 5665 & 23 \\ \cline{3-3}
- & \underline{46} & \dots \\
 & 106 & 246 \\
- & \underline{92} & \\
 & 145 & \\
- & \underline{138} & \\
 & 7 &
\end{array}
$$

$$2\,300 < 5\,665 < 23\,000$$

$$100 < q < 1\,000$$

II – ACTIVITES MATHEMATIQUES A PARTIR D'UNE SITUATION DE DISTRIBUTION OU DE REPARTITION.

2.1 **Exemple** : Distribuer 192 cartes à 14 élèves, chacun recevant le même nombre de cartes.

La classe est partagée en deux groupes de 14 élèves ayant chacun à sa disposition un paquet de 192 cartes. Les groupes ont la consigne suivante : rechercher à chaque distribution le nombre de cartes distribuées et le nombre de cartes restantes.

2.2 **Remarques** :

Le fait de signaler aux élèves la consigne «recherche du nombre de cartes restantes» les conduit tout naturellement à pratiquer des soustractions successives. Mais les élèves n'utilisent que deux colonnes pour écrire leurs résultats :

Nombre de cartes distribuées	*Nombre de cartes restantes*

Le maître suscite donc le tableau récapitulatif à quatre colonnes parce qu'il indique avec précision les démarches suivies dans les calculs successifs.

2.3 **Résultats .**

Un groupe distribue les cartes une à une et obtient le tableau suivant :

Nombre de cartes	*Nombre de distributions*	*Nombre de cartes distribuées*	*Nombre de cartes restantes*
192	*1*	*14 X 1 = 14*	*192 − 14 = 178*
178	*1*	*14 X 1 = 14*	*178 − 14 = 164*
164	*1*	*14 X 1 = 14*	*164 − 14 = 150*
150	*1*	*14 X 1 = 14*	*150 − 14 = 136*
136	*1*	*14 X 1 = 14*	*136 − 14 = 122*
....	....	....	....
24	*1*	*14 X 1 = 14*	*24 − 14 = 10*

Il y a 13 distributions de 14 cartes et il reste 10 cartes.
Le résultat peut s'écrire aussi :

$$192 = 14 \times (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) + 10$$

L'autre groupe distribue à chaque élève un paquet de 10 cartes puis les cartes restantes une à une. Il dresse le tableau suivant :

Nombre de cartes	*Nombre de distributions*	*Nombre de cartes distribuées*	*Nombre de cartes restantes*
192	*1* *Le maître précise qu'il s'agit d'une distribution de 10 cartes.*	*14 X 10 = 140*	*192 − 140 = 52*
52	*1*	*14 X 1 = 14*	*52 − 14 = 38*
38	*1*	*14 X 1 = 14*	*38 − 14 = 24*
24	*1*	*14 X 1 = 14*	*24 − 14 = 10*

Chaque élève reçoit donc 13 cartes. Il reste 10 cartes que l'on ne peut distribuer. D'où l'écriture du résultat :

$192 = 14 \times (10 + 1 + 1 + 1) + 10$ ou encore :

$192 = (14 \times 13) + 10$

Certains élèves signalent que la façon d'écrire le nombre 13 dans le résultat du second groupe montre bien les quatre distributions.

2.4 Exemples analogues : jeux de cartes.

Les enfants sont groupés par 4.

Le bridge : distribution de 52 cartes à 4 élèves. Les cartes sont distribuées une à une. Il n'y a aucune carte restante puisque 52 est un multiple de 4.

La belote : distribution de 32 cartes à 4 élèves. Les cartes sont distribuées par 2, par 3 puis par 3, soit $32 = 4 \times (2 + 3 + 3)$ ou bien par 3, par 2 puis par 3, soit $32 = 4 \times (3 + 2 + 3)$. Il n'y a aucune carte restante puisque 32 est multiple de 4.

2.5 Autre situation étudiée.

Dans une usine, on répartit 160 bouteilles d'eau minérale dans des caisses devant contenir chacune 12 bouteilles. Trouvez le nombre de caisses pleines.

Les élèves n'ont plus de support concret et travaillent individuellement. La plupart disposent leurs recherches comme suit, inventant eux-mêmes les «titres» des colonnes du tableau qu'ils construisent.

Nombre de bouteilles	*Nombre de répartitions*	*Nombre de bouteilles réparties*	*Nombre de bouteilles restantes*

Le nombre de répartitions correspond au nombre de caisses.

Voici quelques résultats trouvés par les élèves :

$$160 = 12 \times (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) + 4$$
$$160 = 12 \times (10 + 1 + 1 + 1) + 4$$
$$160 = 12 \times (10 + 2 + 1) + 4$$
$$160 = 12 \times (12 + 1) + 4$$

Quelques élèves remarquent que $12 \times 12 = 144$ et $144 < 160$

Finalement :

$$160 = (12 \times 13) + 4$$

Il y a 13 caisses pleines et il reste 4 bouteilles.

Remarques :- D'après ce tableau, on constate qu'en retranchant successivement le nombre 12 ou un multiple de 12, apparaît un état où il n'est plus possible de remplir une nouvelle caisse : **c'est une situation de division.**

- Il est économique de retrancher des multiples de 12 car les soustractions successives du nombre 12 rendent la démarche trop longue.

III – ENCADREMENT D'UN NOMBRE a ENTRE DEUX MULTIPLES D'UN NOMBRE b

3.1 Situation proposée :

23 personnes participent aux frais d'un voyage dont le montant s'élève à 5 665 F. Combien chacune d'elles doit-elle payer ?

De nombreux élèves reprennent tout simplement le cadre du problème précédemment étudié.

Sommes	*Nombre de répartitions*	*Sommes réparties*	*Sommes restantes*

Le maître écrit au tableau une liste des multiples de 23, de 23×0 à 23×9.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
× 23	0	23	46	69	92	115	138	161	184	207

Quelques élèves font remarquer qu'il serait trop long de faire des parts de 23 F. Il convient de répartir des parts plus importantes et d'utiliser à bon escient cette liste de multiples. Mais comment la compléter ?

Diverses propositions sont formulées :

- soit poursuivre la liste, par exemple en plaçant 10, 11, 12, 13, 14 etc. Cela obligerait les élèves à faire des calculs.

- soit construire une autre liste en plaçant simplement 10, 20, 30, 40 etc. Les élèves optent pour cette seconde solution qui semble plus facile.

En effet, si : $2 \times 23 = 46$ par exemple,

$$\begin{aligned} 20 \times 23 &= (2 \times 10) \times 23 \\ &= (2 \times 23) \times 10 \\ &= 46 \times 10 \\ &= 460 \end{aligned}$$

Les élèves complètent alors :

X 23

10	20	30	40	50	60	70	80	90
230	460	690	920	1150	1380	1610	1840	2070

Le maître n'a aucune difficulté à faire écrire au tableau :

X 23

100	200	300	400	500	600	700	800	900
2300	4600	6900	9200	11500	13800	16100	18400	20700

Ayant ces trois listes à leur disposition, les élèves recherchent suivant la participation de chacun, la somme versée et la somme restant due. Certains tâtonnent.

Voici quelques résultats trouvés :

$$5\,665 = 23 \times (100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1) + 7$$
$$5\,665 = 23 \times (200 + 30 + 10 + 6) + 7$$
$$5\,665 = 23 \times (200 + 10 + 10 + 10 + 8 + 5 + 2 + 1) + 7$$
$$5\,665 = 23 \times (200 + 40 + 5 + 1) + 7$$

Finalement :

$$5\,665 = (23 \times 246) + 7$$

Chaque personne doit payer 246 F et il reste à payer 7 F.

3.2 La place d'un nombre dans la liste des multiples de 23.

Tous ces essais prennent du temps. Comment parvenir au résultat le plus rapidement possible ? C'est-à-dire comment trouver rapidement le nombre 246 ?
Les élèves astucieux sont ceux qui ont pensé enlever la somme correspondant à une participation de 200 F. Consultons les listes.

Si nous calculons 23 X 100, nous trouvons 2 300 : nous nous rapprochons de 5 665. Si nous calculons 23 X 200, nous trouvons 4 600 : nous nous rapprochons davantage de 5 665. Par contre, si nous calculons 23 X 300, nous trouvons 6 900 et cette fois, nous dépassons le nombre 5 665.

Les élèves n'ont aucune peine à situer le nombre 5 665 entre deux multiples de 23 sur la troisième liste précédemment construite :

4 600	<	5 665	<	6 900
23 X 200	<	5 665	<	23 X300

Mais le problème demeure : 246 = 200 + 46. Comment trouver le nombre correspondant à une participation de 46 F ?

De nombreux élèves, en consultant les listes du tableau, constatent que si le nombre (23 X 46) n'y figure pas, le nombre voisin 23 X 40 y est représenté.

Déjà s'ébauche une technique opératoire :

Ainsi, quand on retranche 4 600 à 5 665, il reste 1 065. Si l'on consulte la seconde liste, on constate que :

920	<	1 065	<	1 150
23 X 40	<	1 065	<	23 X 50

On ne peut retrancher 1 150 à 1 065, puisque 1 150 > 1 065. Mais il est possible de retrancher 920 c'est-à-dire 23 X 40 au nombre 1 065.

De même, quand on retranche 920 à 1 065, il reste 145. Si l'on consulte la première liste, on constate que :

138	<	145	<	161
23 X 6	<	145	<	23 X 7

On ne peut retrancher 161 à 145, puisque 161 > 145. Mais il est possible de retrancher 138 c'est -à-dire 23 X 6 au nombre 145.

Ces raisonnements sont transcrits dans le tableau suivant :

Somme	*participation individuelle*	*Somme payée*	*Somme restant due*
5 665	*200*	*23 X 200 = 4 600*	*5 665 – 4 600 = 1 065*
1 065	*+ 40*	*23 X 40 = 920*	*1 065 – 920 = 145*
145	*+ 6*	*23 X 6 = 138*	*145 – 138 = 7*
	246		

Désormais, les élèves prennent conscience de la place d'un nombre entre deux multiples et de l'importance des encadrements.

Certains proposent de n'utiliser que trois colonnes et de disposer les résultats ainsi :

Encadrement	*Nombre restant*	*Participation individuelle*
23 X 200 < 5 665 < 23 X 300	*5 6 6 5*	
23 X 200	– *4 6 0 0*	*2 0 0*
23 X 40 < 1 065 < 23 X 50	*1 0 6 5*	
23 X 40	– *9 2 0*	+ *40*
23 X 6 < 145 < 23 X 7	*1 4 5*	
23 X 6	– *1 3 8*	+ *6*
	7	*2 4 6*

3.3 Vers un nouveau dispositif.

28 copropriétaires font installer une porte de fermeture à l'accès de leurs garages. Le montant s'élève à 20 608 F. Combien chacun d'eux doit-il verser ?

Les élèves ont seulement à leur disposition la liste des multiples de 28, de 28 X 0 à 28 X 9.

X 28	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	28	56	84	112	140	168	196	224	252

De nombreux élèves écrivent, comme précédemment, les seconde et troisième listes. Mais, Alain suggère de n'utiliser que la première liste. En effet, dit-il, si par exemple :

$$3 \times 28 = 84$$
$$30 \times 28 = 840$$
$$300 \times 28 = 8400 \qquad \text{etc.}$$

Donc, connaissant les dix premiers multiples de 28, écrits dans l'ordre :

0, 28, 56, 84, 112, 140, 168, 196, 224, 252, il est facile de voir aussi :

0, 280, 560, 840, 1120, 1400, 1680, 1960, 2240, 2520,

et de même :

0, 2800, 5600, 8400, 11200, 14000, 16800, 19600, 22400, 25200.

En ne considérant que les dix premiers multiples de 28, les élèves s'entraînent à encadrer des nombres quelconques par des multiples de 28 :

$$\begin{array}{rcrcrl}
140 & < & 157 & < & 168 & \\
28 \times 5 & < & 157 & < & 28 \times 6 & \\
1\,680 & < & 1\,743 & < & 1\,960 & \\
28 \times 60 & < & 1\,743 & < & 28 \times 70 & \\
22\,400 & < & 23\,687 & < & 25\,200 & \\
28 \times 800 & < & 23\,687 & < & 28 \times 900 & \quad \text{etc.}
\end{array}$$

Ils écrivent ensuite :

Encadrements	*Nombres restants*	*Somme due*
	20608	
19 600 < 20 608 < 22 400	*– 19600*	*700*
28 × 700 < 20 608 < 28 × 800	*1008*	
840 < 1 008 < 1 120	*– 840*	*+ 30*
28 × 30 < 1 008 < 28 × 40	*168*	
28 × 6 = 168	*– 168*	*+ 6*
28 × 6 = 168	*0*	*736*

Donc, 20 608 = 28 × 736

Chaque copropriétaire paie 736 F .

Le maître propose alors un autre dispositif, tout en conservant les encadrements et la liste des dix premiers multiples de b .

$$
\begin{array}{rr|rr}
 & 20608 & & 28 \\ \cline{3-4}
- & 19600 & & 700 \\ \cline{2-2}
 & 1008 & & \\
 & \underline{840} & + & 30 \\
 & 168 & & \\
- & \underline{168} & + & \underline{6} \\
 & 0 & & 736
\end{array}
$$

Les élèves s'entraînent, par la suite, à résoudre des problèmes de distribution et de répartition à partir d'une liste de multiples du nombre b de 0 X b à 9 X b qu'ils composent eux-mêmes.

Cette série d'activités dure depuis quinze jours. Le premier bilan paraît encourageant : tous les élèves sont capables d'effectuer une division en dressant une liste des dix premiers multiples du nombre b et en adoptant le dispositif indiqué ci-dessus.

IV – RECHERCHE DU NOMBRE DE CHIFFRES DU QUOTIENT D'UN NOMBRE a PAR UN NOMBRE b .

Les élèves abordent la seconde étape de l'étude de la technique opératoire. Il s'agit maintenant de trouver des moyens aussi efficaces qui permettent de réaliser des économies de calcul.

4.1 Choisissons un exemple : soit à répartir équitablement une dépense de 35 938 F entre 52 personnes.

Il faut trouver la part que chaque personne doit verser, c'est-à-dire le nombre q qui multiplié par 52 donne un nombre voisin de 35 938 ou égal à 35 938 .

Le maître demande s'il n'existe pas un moyen pratique de trouver les multiples de 52, afin d'encadrer le nombre 35 938.

Quelques élèves proposent 520 ou (52 X 10), 5 200 ou (52 X 100) 52 000 ou (52 X 1 000), etc. En effet, disent-ils, les opérations s'effectuent mentalement.

Si la part est 10 F, la dépense correspondante est 520 F .

Si la part est 100 F, la dépense correspondante est 5 200 F .

Si la part est 1 000 F, la dépense correspondante est 52 000 F .

Or, la dépense est 35 938 F . Le nombre 35 938 est compris entre 5 200 et 52 000. On obtient un encadrement plus large :

$$5\,200 < 35\,938 < 52\,000$$

$$52 \times 100 < 35\,938 < 52 \times 1\,000$$

Ces nombres : 10, 100, 1 000, etc. n'offrent-ils pas un autre intérêt ?

10 est le premier nombre de deux chiffres.

100 est le premier nombre de trois chiffres .

1 000 est le premier nombre de quatre chiffres . etc.

Si l'on consulte l'encadrement écrit plus haut, on constate que lorsque le quotient est 1 000, le nombre a est 52 000. Or, $52\,000 > 35\,938$. Le quotient a donc moins de quatre chiffres.

A-t-il trois chiffres ?

Le plus grand nombre de deux chiffres est 99. Le premier nombre de trois chiffres est 100. Lorsque le quotient est 100, le nombre a est 5 200. Or, $5\,200 < 35\,738$.

Le quotient a donc trois chiffres. Il est compris entre 100 et 1 000. Les élèves écrivent :

$$100 < q < 1\,000$$

4.2 Le maître propose alors des exercices d'entraînement à la recherche du nombre de chiffres du quotient. Par la suite, il présente aussi des exercices d'application dont voici deux exemples.

4.2. 1 Etant donné le nombre b rechercher les différents nombres dont le quotient s'écrit avec deux chiffres :

Exemple : si $b = 52$, le plus petit quotient possible s'écrivant avec deux chiffres est 10. Donc, le plus petit nombre répondant à la question est $52 \times 10 = 520$; dans ce cas le reste est 0 .

Quel est le plus grand nombre tel que le quotient par 52 s'écrive avec deux chiffres ?

Il convient de réfléchir, d' une part, au plus grand nombre de deux chiffres, d'autre part, aux différents restes possibles :

- 99 est le plus grand nombre de deux chiffres
- les différents restes possibles sont 0, 1, 2, ...51. Il y en a donc cinquante-deux et le plus grand est 51 .

Les élèves écrivent alors :

a $= (52 \times 99) + 51 = 5\,148 + 51 = 5\,199$

Le plus grand nombre a est 5 199. Certains remarquent que le nombre suivant 5 200 est précisément le plus petit nombre qui divisé par 52 donne 100, c'est-à-dire le plus petit nombre de trois chiffres.

Donc, les différents nombres cherchés sont compris entre 520 et 5 199.

4.2. 2 Etant donné un nombre b, rechercher les différents nombres dont le quotient par b s'écrit avec trois chiffres.

Exemple : b = 52.

Les élèves procèdent comme ci-dessus et constatent que les nombres cherchés sont compris entre 5 200 et 51 999.

V – VERS UN DISPOSITIF PLUS DEPOUILLE.

5.1 Les élèves pensent que la recherche du nombre de chiffres du quotient de a par b est intéressante. Peut-on se dispenser d'écrire la liste des multiples de b ? «Quand le quotient a trois chiffres, dit l'un, on effectue trois multiplications!»

«Davantage, pense un autre, le multiple peut être supérieur au nombre a !»

«Alors, ajoute un troisième, il faut en calculer un autre qui soit inférieur au nombre a !»

«Mais trois multiples sont, au moins, nécessaires ! »

Le maître intervient et demande le nombre de centaines du nombre 35 938. C'est 359. Pour trouver le chiffre des centaines du quotient il convient donc de rechercher le nombre qui, multiplié par 52, donne un nombre le plus proche possible de 359, mais inférieur à 359.

Les élèves, placés en situation de recherche, utilisent différents procédés :

– **L'approximation**

Approximativement, le nombre 52 se rapproche de 50 et 359 de 350 . Ils complètent la multiplication à trou :

$50 \times \cdot = 350$

7 semble convenir. En vérifiant, ils constatent que $52 \times 7 = 364$. Comme 364 est supérieur à 359, 7 ne convient pas. Ils essaient alors 6. $52 \times 6 = 312$. Comme 312 est inférieur à 359, le chiffre des centaines du quotient est 6 .

– **L'emploi de couleurs**

52 X ·   359

«En effectuant cette multiplication, disent-ils, le chiffre 2 correspond à 9 et le chiffre 5 à 35 ». On décompose alors ces nombres comme suit :

(50 + 2) X ·   (350 + 9)

Les élèves remarquent alors que «Pour approcher 359, c'est la correspondance entre 5 et 35 qui est la plus importante» .

7 pourrait convenir puisque 5 X 7 = 35. Les élèves vérifient :
52 X 7 = 364 ; 364 > 359, 7 ne convient pas.

Ils essaient alors 6 :
52 X 6 = 312 ; 312 < 359, le chiffre des centaines du quotient est donc 6.

5.2 Exercices d'entraînement

Les élèves utilisent l'un des deux procédés pour résoudre quelques exercices du type suivant :

– Quel est le nombre qui, multiplié par 63 donne le multiple de 63 le plus proche de 317, mais inférieur à 317 ?

– Quel est le nombre qui, multiplié par 22 donne le multiple de 22 le plus proche de 184, mais inférieur à 184 ?

etc.

5.3 Finalement les élèves opèrent de la façon suivante :

1e étape :   *Recherche du nombre de chiffres du quotient*

35 938	52
	. . . .

$$5\,200 < 35\,938 < 52\,000$$
$$100 < q < 1\,000$$

Le quotient a trois chiffres. Les élèves placent trois points.

2e étape : *Recherche du chiffre des centaines*

Dans 35 938, il y a 359 centaines.

méthode par approximation

5 0 X ·	|	3 5 0
·	=	7
5 2 X 7	=	3 6 4
5 2 X 6	=	3 1 2

méthode utilisant les couleurs

5 2 X ·	|	357
·	=	7
5 2 X 7	=	364
5 2 X 6	=	312

35 938	52
	. . .
– 312	6
47	

Le chiffre des centaines est 6 .

Il reste 47 centaines et 38 unités .

3e étape : *Recherche du chiffre des dizaines*

Le nombre restant est 4 738. Dans 4 738, il y a 473 dizaines.

approximation

5 0 X ·	|	4 5 0
·	=	9
5 2 X 9	=	4 6 8

couleurs

5 2 X ·	|	45 3
·	=	9
5 2 X 9	=	46 8

Le chiffre des dizaines est 8.

35 938	52
	. . .
– 3 12	69
473	
– 468	
5	

Il reste 5 dizaines et 8 unités.

4e étape : *Recherche du chiffre des unités.*

Le nombre restant est 58.

approximation					couleurs				
50	X	·	|	350	52	X	·	|	378
		·	=	7			·	=	7
52	X	1	=	52	52	X	1	=	52

Le chiffre des unités est 7.

35 938	52
	. . .
− 312	691
473	
− 468	
58	
− 52	
6	

D'où l'écriture du résultat :

$35\,938 = (52 \times 691) + 6 \qquad 6 < 52$

VI – REMARQUES.

Si quatre élèves sur vingt-huit préfèrent écrire la liste des dix premiers multiples de b , les autres opèrent comme on vient de l'indiquer.

Certains même, sans doute avec la participation de leurs parents, effectuent directement la soustraction donnant ainsi à leur opération son dispositif traditionnel. Pour parvenir à ce résultat, 4 semaines de travail ont été nécessaires, à raison de 4 heures par semaine, une heure étant réservée à la géométrie.

Que penser du procédé employé ?

Au cours de leurs essais : nombreux encadrements, longues listes de multiples à écrire, les élèves prennent conscience de la difficulté de cette opération. En outre, si le maître encourage l'économie de calculs, il doit s'assurer que les procédés qu'emploient certains groupes sont compris par l'ensemble de sa classe.

Cependant, cette méthode de travail qui provoque chez les élèves une multiplicité d'essais et de critiques les achemine peu-à-peu vers une technique plus élaborée de la division.

Comparons cette progression à la progression traditionnelle :

1 - si a	s'écrit avec	2	chiffres,	b avec	1	chiffre	: $1 \leqslant q < 10$
2 - si a	s'écrit avec	2	chiffres,	b avec	1	chiffre	: $10 \leqslant q < 100$
3 - si a	"	3	" ,	"	1	"	: $10 \leqslant q < 100$
4 - si a	"	3	" ,	"	1	"	: $100 \leqslant q < 1\,000$
5 - si a	"	2	" ,	"	2	"	: $1 \leqslant q < 10$
6 - si a	"	3	" ,	"	2	"	: $1 \leqslant q < 10$
7 - si a	"	3	" ,	"	2	"	: $10 \leqslant q < 100$
8 - si a	"	4	" ,	"	2	"	: $10 \leqslant q < 100$
9 - si a	"	4	" ,	"	3	"	: $1 \leqslant q < 10$
10 - si a	"	4	" ,	"	3	"	: $10 \leqslant q < 100$

etc.

Nous pensons que le procédé employé dans cette classe est :

- moins directif : plaçant les élèves en situation de recherche, il fait appel à des essais, des critiques

- plus expérimental : c'est par des essais successifs que l'on parvient au calcul du quotient

- plus performant : il permet de construire une technique opératoire quel que soit le nombre de chiffres du dividende et du diviseur.

BIBLIOGRAPHIE

[1] GRAND N n° 13 : Approche de la division au CE_2

[2] I. N. R. D. P. Mathématique Cours Moyen, document de recherche n° 1
Service des études et recherches pédagogiques
29, rue d'Ulm - Paris 5e .

[3] I. R. E. M. de BORDEAUX Cahier n° 14 «Qui dira vingt»
351 Cours de la Libération
33405 Talence

[4] Guy BROUSSEAU : La division euclidienne au Cours Elémentaire
et au Cours Moyen

[5] ELEM MATH III : La division à l'Ecole Elémentaire
Publication de l'A.P.M.E.P.
29, rue d'Ulm - Paris 5e .