L'ADDITION AU CE1

par Claude COMITI, Claude CROQUETTE et Marie-Thérèse CHABROULET

Nous avons décrit, dans le dernier numéro de Grand N, une méthode d'introduction de l'addition au C.P. Cet article ne traitait ni de l'introduction de la pratique classique de l'addition, ni de l'étude des propriétés de cette loi sur lesquels il ne nous semble pas utile d'insister dans cette classe. L'expérience prouve en effet que même lorsque les enfants de CE1 viennent de classes de C.P. où l'accent a été mis sur l'apprentissage de la table d'addition et parfois même sur la technique, ils n'en ont généralement rien retenu à la rentrée.

On a donc intérêt, de toutes façons, à commencer, au CE1, par faire le point sur ce que les enfants ont retenu de la somme de deux nombres et à renforcer leurs acquisitions à ce niveau avant d'attaquer la technique de l'addition. Un moyen bien pratique pour ce faire est L'UTILISATION DE JEUX DIVERS.

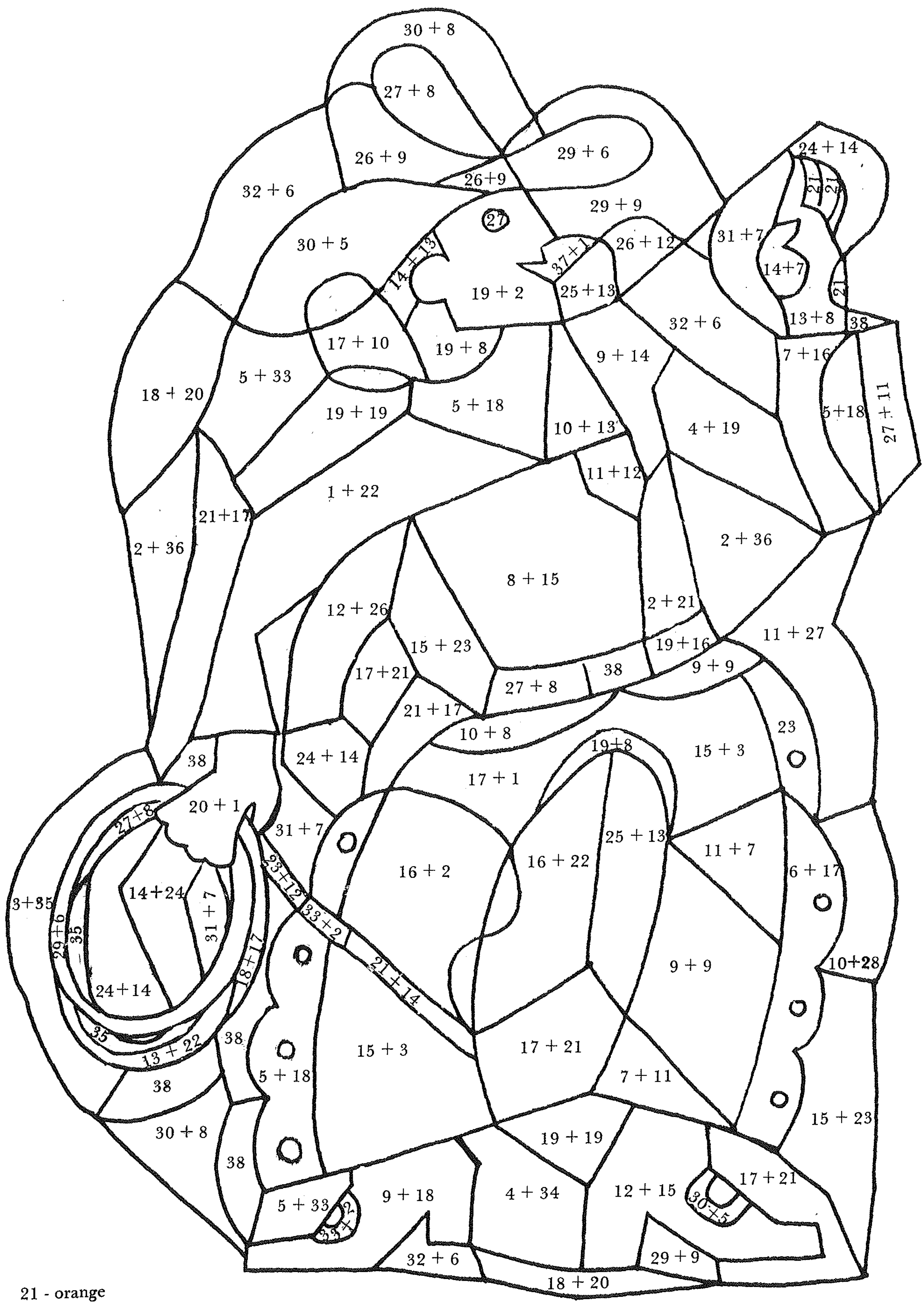
— **jeux de l'oie.**

On fait jouer les enfants au jeu de l'oie en utilisant deux dés. On avance à chaque fois du nombre de cases égal à la somme des nombres marqués sur les deux dés (après avoir annoncé cette somme à haute voix).

Ce jeu peut se compliquer par l'utilisation de dès de carton fabriqués par le maître et sur lesquels les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 ont été remplacés par des nombres supérieurs à 6.

— **jeux de coloriage.**

On donne aux enfants un dessin numéroté à colorier (par exemple le mexicain représenté à la page suivante).



21 - orange

23 - rouge

18 - bleu

35 - marron

27 - noir

38 - jaune

– **jeux de dominos.**

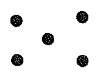
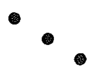
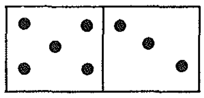
Après avoir joué avec un vrai jeu de dominos afin de préciser les règles de ce jeu on propose aux enfants de fabriquer des dominos sur lesquels les points vont être remplacés par des nombres écrits sous forme additive.

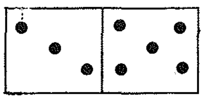
Un premier travail peut consister à rechercher tous les dominos différents que l'on peut fabriquer avec quatre nombres donnés par le maître. Pour disposer de jeux de dominos variés, le maître répartit les enfants en groupes, chaque groupe recevant une liste différente de quatre nombres.

Voici par exemple les dominos obtenus à partir de la liste 10 - 12 - 14 - 16.

10	10	10	12	10	14	10	16
12	10	12	12	12	14	12	16
14	10	14	12	14	14	14	16
16	10	16	12	16	14	16	16

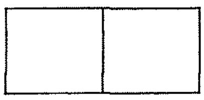
On peut remarquer que dans le vrai jeu de dominos il n'existe qu'un seul domino portant par exemple

 et  que l'on peut utiliser soit ainsi 

soit ainsi 

Il n'en est pas de même pour les dominos portant des nombres c'est pourquoi on conserve deux dominos portant les mêmes nombres

(exemple | 10 | 12 | et | 12 | 10 |).

Ce premier travail étant effectué, pour construire le jeu, chaque groupe reçoit donc 16 cartons du type 

Les enfants doivent écrire les nombres de telle façon que dans toutes les cases portant le même nombre, on ne doit jamais trouver la même écriture de ce nombre. Voici par exemple ce que l'on peut obtenir avec les dominos dessinés précédemment.

10	8 + 2	3 + 7	6 + 6	5 + 5	2 + 12	9 + 1	11 + 5
8 + 4	6 + 4	3 + 9	12	1 + 11	13 + 1	0 + 12	13 + 3
6 + 8	10 + 0	5 + 9	10 + 2	9 + 5	7 + 7	10 + 4	9 + 7
10 + 6	7 + 3	8 + 8	5 + 7	12 + 4	3 + 11	15 + 1	16

Par le choix des nombres proposés et des écritures additives le maître peut favoriser la mise en œuvre de certains procédés de calcul mental. Par exemple avec les nombres 30, 40, 60, 70 décomposés en sommes

du type 10 + 50 20 + 40 etc...

ou 58 + 2 37 + 3

– **jeux de cartes.**

Nous en donnons un exemple détaillé, à partir d'une activité vue dans une classe et décrite en 1974 dans Grand IN numéro 2, aujourd'hui épuisé.

1ère séance.

Le maître a fabriqué un jeu de 118 cartes à jouer sur lesquelles il a écrit les nombres suivants :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 16, 23, 25, 28, 1 + 0, 0 + 1, 1 + 1, 2 + 0, 0 + 2, 0 + 3, 1 + 2, 2 + 1, 3 + 0, 0 + 4, 1 + 3, 2 + 2, 3 + 1, 4 + 0, 0 + 5, 1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1, 5 + 0, 0 + 6, 1 + 5, 2 + 4, 3 + 3, 4 + 2, 5 + 1, 6 + 0, 0 + 7, 1 + 6, 2 + 5, 3 + 4, 4 + 3, 5 + 2, 6 + 1, 7 + 0, 0 + 8, 1 + 7, 2 + 6, 3 + 5, 4 + 4, 5 + 3, 6 + 2, 7 + 1, 8 + 0, 0 + 9, 1 + 8, 2 + 7, 3 + 6, 4 + 5, 5 + 4, 6 + 3, 7 + 2, 8 + 1, 9 + 0, 0 + 11, 1 + 10, 2 + 9, 3 + 8, 4 + 7, 5 + 6, 6 + 5, 7 + 4, 8 + 3, 9 + 2, 10 + 1, 11 + 0, 0 + 16, 1 + 15, 2 + 14, 3 + 13, 4 + 12, 5 + 11, 6 + 10, 7 + 9, 8 + 8, 9 + 7, 10 + 6, 11 + 5, 12 + 4, 13 + 3, 14 + 2, 15 + 1, 16 + 0, 11 + 12, 13 + 10, 2 + 21, 3 + 20, 18 + 5, 6 + 19, 1 + 24, 13 + 12, 11 + 14, 10 + 15, 9 + 16, 19 + 6, 14 + 14, 3 + 25, 13 + 15, 24 + 4, 26 + 2, 7 + 21, 16 + 12, 25 + 3, 17 + 11.

Il garde pour lui les 14 premières cartes (1, 2, ..., 28) et distribue aux 26 enfants présents ce jour-là dans sa classe les cartes restantes. Chaque enfant a donc sur son bureau quatre cartes ; sur chacune d'elles figure un nombre désigné par une somme. Pendant que le maître distribue, on entend les réflexions des enfants «Qu'est-ce qu'on va faire ?» Moi j'ai 5 + 4, ça fait 9» etc...

Le Maître : On va jouer de la manière suivante je vais tirer une carte parmi celles qui sont restées sur mon bureau. Je vous la montrerai, tous ceux qui auront une carte sur laquelle est écrit le même nombre que le mien lèveront leur carte.

Le Maitre lève 9.

Deux enfants lèvent 9 + 2 et 4 + 9.

Antonio : Ça ne va pas.

Le Maître : Pourquoi ?

Antonio : Parce que neuf plus deux ça ne fait pas neuf, ça fait onze.

Philippe : Moi j'ai bien neuf. Il lève 5 + 4.

D'autres enfants lèvent alors 6 + 3 et 3 + 6 puis on voit apparaître la plupart des cartes correspondant à 9.

Le Maître : Eric, pourquoi lèves-tu 6 + 3 ?

Eric : Parce que six et trois ça fait neuf.

Le Maître : Viens l'écrire au tableau.

Eric écrit 6 + 3 = 9.

Le Maître : Lis-le.

Eric : Six plus trois égale 9.

Le Maître : Est-ce que Patricia a raison ? (elle levait 3 + 6).

Les enfants : Oui, parce que 6 + 3 et 3 + 6 c'est pareil.

Le Maître : Alors on écrit 6 + 3 = 3 + 6.

Attention : Il est indispensable d'obliger dès le début de l'exercice les enfants à s'exprimer correctement («six plus trois égale neuf» et non «six et trois ça fait neuf»).

La commutativité de l'addition ne semble poser aucun problème aux enfants. Nous verrons pourtant plus loin qu'ils ne pensent pas spontanément à s'en servir, dans le cas de somme de plus de deux nombres, pour simplifier les calculs.

Le Maître : Maintenant que tout le monde a bien compris, on va jouer de la manière suivante : quand je lèverai une carte, ceux qui auront une carte représentant le même nombre que celui écrit sur la mienne lèveront leur carte puis la retourneront sur leur bureau.

Le Maître lève successivement toutes ses cartes (sauf le 3 et le 16 qu'il garde pour la fin). Il n'y a en général pas d'erreurs d'additions par contre certains oublient de lever une carte par inattention ; les enfants qui possèdent les 18 + 5, 6 + 19, 9 + 16, 19 + 6, ont des difficultés pour compter.
A la fin du jeu le maître lève 3.
Immédiatement apparaissent les quatre cartes : 0 + 3, 3 + 0, 2 + 1, 1 + 2.

Antonio : Il n'y en a pas beaucoup !

Le Maître lève 16.
Une forêt de bras se lèvent. (ceux qui avaient 9 + 7 et 7 + 9 également après hésitation).

Natacha : Il y a beaucoup plus de cartes levées que pour 3 !

Le Maître : C'est vrai, mais pourquoi ?

Natacha : Parce qu'il y a beaucoup plus de nombres qui font 16.

Le Maître : Et bien écrivons au tableau tout ce que nous avons trouvé pour 3 et pour 16.

Les enfants vont écrire ce qu'ils ont sur leurs cartes.

Le Maître : Je n'ai plus de carte.
Qui n'a pas retourné toutes ses cartes ?

On s'aperçoit qu'il reste à un enfant trois cartes sur quatre (il n'a pas suivi le jeu). Un enfant a deux cartes non retournées. Deux enfants ont chacun une carte non retournée.

2ème séance.

Les enfants veulent rejouer «aux cartes». Cette fois la règle est la suivante : la classe est partagée en équipes de six enfants, chacune d'elles gagne un point si le premier enfant apportant au maître une carte qui désigne le même nombre que celle du maître est un de ses équipiers. Elle perd un point si l'un de ses équipiers fait une erreur.
Le succès du jeu, devenu compétitif, est encore plus grand. Les enfants veulent à tout prix que leur équipe gagne. Ils effectuent non seulement les sommes inscrites sur leurs cartes mais aussi sur celles qui sont sur les cartes de leurs coéquipiers. Ils traitent parfois de tous les noms leurs camarades qui font perdre un point à l'équipe. La séance est particulièrement animée, les enfants comptent plus vite que lors de la 1ère séance. On peut alors jouer à un autre jeu avec les mêmes cartes.

Le Maître : Et maintenant on va jouer à la bataille.

Les enfants : On ne peut pas, on est trop !

Le Maître : Il y aura deux joueurs, le maître et la classe. Je distribue les cartes de la manière suivante, une à moi, une à un élève, puis une à moi, une au voisin, etc...

Le maître s'arrête quand chaque élève à deux cartes. Il met les cartes non utilisées de côté. Le jeu commence.

Le Maître : Je joue d'abord 3 + 2 contre Eric.

Eric : Moi j'ai 7 et 4 + 5.

Le Maître : Alors que joues-tu ?

Eric : De toutes façons, je gagne, alors je joue 7.

Eric retourne sur son bureau les deux cartes remportées. Le jeu continue .... jusqu'à la première bataille.

Le Maître : Je joue 9 + 7 contre Florence.

Florence : J'ai 7 + 9 ! Je fais bataille.

Le Maître : Je joue 5.

Florence : J'ai gagné, j'ai 25 !

etc... à la fin le maître n'a que vingt quatre cartes en mains, les enfants en ont quatre vingts, c'est du délire.

Ce jeu suscite une véritable passion et mériterait d'être utilisé pour faire travailler les enfants divisés en équipes jouant à la bataille l'une contre l'autre.

Une variante, plus difficile, peut lui succéder, c'est le **jeu du loto** qui a été longuement décrit dans le dossier «Jeux numériques au CE» paru dans Grand IN numéro 10.

Remarque.

Ces jeux sont l'occasion d'exercices permettant de préciser non seulement la somme de deux nombres, mais aussi bien sûr la décomposition d'un nombre donné en somme de deux, ainsi que l'égalité entre deux écritures d'un même nombre.

Les enfants sont maintenant prêts à fabriquer des répertoires, des tables partielles, à chercher toutes les décompositions possibles d'un nombre donné en somme de deux nombres. Bref, on va pouvoir passer à l'étape suivante : CONSTRUCTION ET OBSERVATION DE LA TABLE D'ADDITION.

Nous ne nous étendrons pas sur cette étape parce qu'elle est aujourd'hui bien connue de la plupart des maîtres, et qu'un article a été consacré aux activités que l'on peut pratiquer autour de la table d'addition au CE1 dans Grand IN numéro 8.

Disons simplement qu'il nous semble intéressant de commencer à construire la table d'addition en mettant en évidence des égalités déjà obtenues et organiser un répertoire. Cette table est ensuite complétée au fur et à mesure des résultats rencontrées au cours des exercices, puis totalement remplie lorsque les enfants sont suffisamment motivés pour le faire (ne pas s'inquiéter, cela vient très vite !).

La méthode plus classique consistant à donner aux enfants la table vide à remplir d'un seul coup entraîne trop rapidement la mise en œuvre de mécanismes sans la réflexion nécessaire.

Parallèlement à la construction de la table d'addition, puis à son observation, on multiplie les activités de calcul utilisant cette table et favorisant son apprentissage.

Par ailleurs, un gros travail a été également fait depuis le début du CE, sur la numération, sur le codage et décodage des nombres, avec manipulation si nécessaire, dans des bases assez petites pour que cette manipulation soit possible, (révisions du nom des nombres et de leur écriture dans le système décimal, ordre sur les écritures des nombres, suites des nombres...).

On va maintenant pouvoir tout naturellement faire le lien entre toutes les activités précédentes en abordant LA MISE EN PLACE DE LA TECHNIQUE DE L'ADDITION.

La table d'addition, telle que les enfants l'ont construite, ne leur permettant pas de calculer la somme de grands nombres il va falloir leur proposer un nouvel outil de calcul : la technique classique de l'addition. Ils savent coder des nombres dans différentes bases en se servant en particulier de cubes emboîtables avec lesquels ils matérialisent le nombre : petits cubes, barres, plaques, gros cubes... et c'est ce même travail qui va être utilisé. Le travail de mise en place se fait dans des bases plus petites que la base dix pour éviter de manipuler de trop grandes collections.

Voilà comment cette activité s'est déroulée dans la classe de Claude Croquette :

Additions sans retenue.

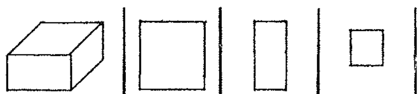
Les enfants disposent de cubes de deux couleurs différentes (rouges et bleus par exemple). La consigne suivante leur est alors donnée : «Maintenant on va travailler dans la base cinq ; prends 121 cubes bleus, puis 13 cubes rouges». Après avoir vérifié que l'exécution est correcte, la maîtresse demande alors : «Ecris, toujours dans la base cinq, le nombre de cubes que tu as maintenant».

A ce stade de la manipulation de nombreux enfants défont tous les groupements pour en faire de nouveaux en alternant souvent, dans les barres et les plaques, un cube de chaque couleur ! D'autres, les plus nombreux, regroupent plaques, barres et cubes des deux couleurs et écrivent rapidement 134.

Au fur et à mesure que les enfants ont trouvé le nombre, ils vont l'inscrire au tableau, regardent les résultats : tout le monde a le même nombre de cubes et pourtant certains ont mis beaucoup plus de temps que d'autres à trouver. Quelle en est la raison ? Il apparaît très vite que ceux qui sont venus les premiers au tableau n'ont pas «cassé» les barres et les plaques mais se sont contentés de rassembler cubes et cubes, barres et barres, plaques et plaques. Compte-tenu de la façon dont ils ont procédé, n'auraient-ils pas pu écrire le nombre de cubes encore plus rapidement et sous une forme qui aurait mis en évidence ce qu'ils ont fait ?

Les enfants proposent : 121 + 13, ce qui permet d'écrire l'égalité : 121 + 13 = 134.

Ce type d'exercice est repris plusieurs fois en changeant de base (la base dix étant utilisée au même titre que les autres) et les égalités correspondantes sont laissées au tableau. A la fin de la séance les enfants sont invités à les observer. Avec l'écriture des égalités en ligne, il est difficile de retrouver ce qui a été réalisé concrètement : c'est-à-dire que petits cubes, barres et plaques ont été mis ensemble. Il serait peut-être plus pratique d'écrire les chiffres dans les colonnes (ainsi que les enfants avaient l'habitude de le faire lors d'activités de codage et décodage des nombres) ce qui conduit à :



base cinq

	1	2	1
+		1	3
=	1	3	4

Il est possible de proposer alors des additions (sans retenue) que les enfants pourront calculer en ayant recours à la manipulation s'ils en éprouvent le besoin. A ce stade, ils sont libres de remplir les colonnes dans l'ordre qu'ils désirent. La plupart, d'ailleurs, procèdent de gauche à droite par analogie avec l'écriture et la lecture.

Additions avec retenue.

Le matériel est le même que pour l'addition sans retenue, seul bien entendu le choix des nombres va différer.

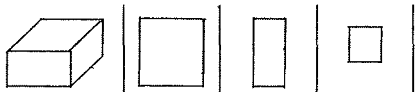
On est en base quatre.

Par exemple : «Prends 123 cubes bleus et 102 cubes rouges. Ecris le nombre de cubes en tout».

Se référant à ce qui a été fait précédemment certains assemblent alors plaques, barres, petits cubes et écrivent :

123 + 102 = 225.

base quatre

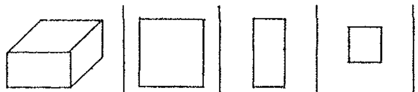


	1	2	3
+	1	0	2
=	2	2	5

alors que d'autres constatent qu'il faut faire une nouvelle barre avec des cubes de deux couleurs différentes et écrivent :

123 + 102 = 231

base quatre



	1	2	3
+	1	0	2
=	2	3	1

L'écriture 225 est rapidement corrigée par retour à la manipulation et la cause de l'erreur est alors recherchée. Il faut fabriquer une nouvelle barre qui vient s'ajouter à la précédente.

On continue les manipulations dans des bases différentes avec des nombres tels qu'apparaîtront une barre, une plaque ou un gros cube «bicolores».

L'observation des résultats conduit à énoncer que, pour une meilleure compréhension, il faut peut-être faire figurer dans la colonne adéquate «1» qui rappelle qu'un nouvel élément est venu «s'ajouter» aux autres : c'est la retenue.

Il est facile de faire remarquer, sur les exemples donnés, qu'il n'y a jamais de retenue dans la colonne des cubes mais que, par contre, il peut y en avoir une dans n'importe quelle autre. C'est donc le nombre de cubes qui va déterminer le nombre de barres, le nombre de barres qui va déterminer le nombre de plaques et ainsi de suite ; d'où la nécessité de travailler de droite à gauche pour ne pas avoir besoin de raturer.

Il est souhaitable de faire de nombreux exercices, avec manipulation, pour bien «asseoir» le principe de la retenue.

Toutefois, il n'est pas recommandé de proposer aux enfants de calculer des additions dans des bases autres que dix sans avoir recours au support concret puisque cela nécessiterait la construction, voir la mémorisation, de la table d'addition dans les différentes bases.

Systématisation dans la base dix.

Une fois que les enfants ont bien compris le principe de la retenue et le processus itératif, c'est le moment de systématiser la technique opératoire en base dix. La disposition en colonne sera conservée parallèlement à celle en ligne, le recours à la table d'addition et même à la manipulation étant toujours possible pour ceux qui en éprouveraient le besoin.

Les enfants sont invités à calculer différentes sommes de deux nombres écrits en base dix sans se servir des cubes, si possible. Ils vont retrouver toutes les remarques qu'ils ont pu faire au cours des activités précédentes, c'est-à-dire qu'«on additionne les unités, les dizaines, les centaines entre elles» et qu'il y aura une retenue si le nombre qui doit prendre place dans une colonne est supérieur à 9.

Peu à peu, ainsi que cela a été fait pour l'écriture des nombres, les signes figurant en haut des colonnes vont disparaître, mais il faudra veiller bien sûr à ce que l'addition soit correctement posée.

Pour écrire une somme en ligne, les enfants ont été habitués à utiliser indifféremment $a = b + c$ ou $b + c = a$, il est également souhaitable de leur proposer différentes façons de poser une addition.

Soit 1) $\begin{array}{r} a \\ +\, b \\ \hline =\, c \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} =\, c \\ \hline a \\ +\, b \end{array}$

et ceci dans le but :

● de vérifier qu'ils comprennent bien ce qu'ils font et qu'ils sont capables de l'adapter à une présentation nouvelle (on constate d'ailleurs que la première fois qu'il ont à résoudre une égalité du type 2, un certain nombre d'entre eux tirent un trait sous les deux nombres et calculent comme ils faisaient auparavant).

● de faciliter l'approche de la soustraction surtout si elle est introduite à partir de l'addition à trous.

Quelques exercices «à trous».

Pour approfondir la technique de l'addition, des exercices variés sont proposés, toujours en base dix et avec utilisation de la table d'addition. La mise en place de ces exercices est un peu délicate, aussi est-il préférable de respecter une certaine progression dans les difficultés et en particulier de ne pas donner trop tôt d'additions à trous comportant des retenues.

Exemples :

101	= 397	487	= 897	•••	= 532	245	2•4
+ 24•	2•5	+ 2••	3••	+ 253	105	+ 1••	+ 16•
= 344	+ 172	= 899	+ 575	= 787	+ 42•	= 412	= •22

En fin de 1er trimestre, ou au début du 2ème, les enfants commencent donc à mémoriser la table d'addition et à maîtriser la technique classique de l'addition.

Avant d'introduire une autre opération (qu'il s'agisse de la multiplication ou de la soustraction) il est alors intéressant de s'arrêter un moment sur L'ETUDE D'UNE LOI DE COMPOSITION NON ASSOCIATIVE.

Une telle étude a en effet l'avantage de conduire aux arbres de calcul et au parenthèsage et permet la découverte à postériori par les enfants d'une propriété fort intéressante de l'addition.

Introduction des arbres de calcul et du parenthésage.

Nous reprenons ici en partie l'article de Grand N numéro 3 «Introduction du parenthèsage au CE1» d'Hélène Benzaken, ce numéro étant épuisé.

La maîtresse propose aux enfants d'écrire des messages avec les lettres a, b, c puis de les réduire d'après la loi* définie sur l'ensemble {a, b, c} par la

* *Il est facile de vérifier que cette loi n'est pas associative. En effet* (ac)b = bb = b
a(cb) = aa = a.

table suivante :

suivi de	a	b	c
a	a	c	b
b	c	b	a
c	b	a	c

Voici le compte rendu des séances qui ont permis d'introduire le jeu des messages et de présenter la loi aux enfants.

Première séance.

Le Maître : Je prends trois lettres a, b et c, et je vais faire des messages avec ces trois lettres, par exemple : a b c, a a b c, b b, ..., qui veut faire un message ?

Hervé : c c b.

Lionel : a c b.

Le Maître : Ecrivez un message sur votre ardoise.

Les enfants exécutent puis vont écrire quelques messages au tableau : b b c, a a b a c a, a b, a b c a b c.

Caroline : Il y en a de courts, il y en a de longs.

Le Maître : Caroline, combien de lettres a ton message ?

Caroline : 6.

Le Maître interroge plusieurs enfants qui répondent tous correctement. Il demande ensuite aux enfants d'écrire un message de 5 lettres, puis de 2 lettres, puis de 7 lettres. Aucun problème, Philippe donne c c c c c c c, nous l'utiliserons par la suite.

Le Maître : On va essayer de raccourcir les messages en obéissant à la règle suivante : deux mêmes lettres qui se suivent seront remplacées par cette seule lettre.

Le Maître écrit au tableau :

a a $\rightsquigarrow$ a
b b $\rightsquigarrow$ b
c c $\rightsquigarrow$ c

Comment raccourcir le message b c c a ?

Emmanuelle : b c a (sans explication).

Le Maître écrit : b c c a
b c a

Le Maître : Raccourcir b c a a b.

La plupart des enfants s'arrêtent correctement à b c a b, d'autres écrivent :

b c a a b
b c a b
b c a

La consigne n'est pas encore totalement comprise. Le Maître la fait repréciser : on n'a le droit de remplacer deux «a» par un «a» que si les deux «a» se suivent (même chose pour les «b» et «c»).
On recommence avec c b b c a - b b c a a b - c b c c a a b. Tout le monde raccourcit correctement ces messages.

Deuxième séance.

Rappel de la règle, révision rapide.

On demande aux enfants de raccourcir a a a. On observe que certains passent en deux étapes a a a
a a
a

d'autres font directement a a a
a

puis on leur demande de raccourcir a a b a a
La majorité raccourcit correctement, quelques enfants oublient de descendre le b et écrivent :

a a b a a
a a

Puis on raccourcit le message de Philippe c c c c c c c qui devient c.

On remarque que ce ne sont pas les enfants qui ont le plus de mal d'habitude qui se trompent ici.

Le Maître : Je donne a c b a, peut-on le raccourcir ?

Christophe : Non.

Isabelle : Si moi... Ah non ! parce que les deux a ne sont pas à côté.

Il aurait été intéressant de faire découvrir qu'on peut faire de très longs messages que l'on ne peut pas raccourcir avec la règle donnée.
(exemple a b c a b c a b c a b c).

Le Maître : Pour pouvoir raccourcir tous les messages, on va ajouter à la règle d'hier une deuxième règle. Voilà ce qu'on va faire :

a a	$\rightsquigarrow$	a	a b	$\rightsquigarrow$	c	b a	$\rightsquigarrow$	c
b b	$\rightsquigarrow$	b	b c	$\rightsquigarrow$	a	c b	$\rightsquigarrow$	a
c c	$\rightsquigarrow$	c	a c	$\rightsquigarrow$	b	c a	$\rightsquigarrow$	b

Caroline : On remplace deux lettres par celle qui n'y est pas.

Le Maître : Remplissons un tableau qui donne la règle que l'on va appliquer aujourd'hui :

Les élèves remplissent le tableau et le commentent sans qu'on le leur ait demandé.

$\nearrow$	a	b	c
a	a	c	b
b	c	b	a
c	b	a	c

Le Maître : Peut-on raccourcir le message a c b a de tout à l'heure ?

Les enfants trouvent les résultats suivants :

Tous les enfants sauf un

a c b a
b c
a

Une seule enfant

a c b a
a a a
a a
a

quatre enfants s'arrêtent à : a c b a
b c

on leur dit de continuer.
La non-associativité de la loi n'apparait pas ici. Le maître va proposer un autre message qui mette cette propriété en évidence.

Le Maître : Raccourcir a b c a b.

On lit sur les ardoises :

```
a b c a b      a b c a b      a b c a b      a b c a b
a  a  c        a a a b        a a  c         c  b b
a  b             a a b          a c          c  b
  c                a b            b            a
                    c
```

Philippe a adopté une présentation en arbre.

```
a b c a b
\ / | \ /
 c  c  c
  \ /  |
   c   c
    \ /
     c
```

Remarque :

** Certains élèves n'ayant pas trouvé le résultat expliqué par le premier élève ont effacé leur ardoise croyant s'être trompés. D'autres par contre ont tenu à expliquer leur résultat différent (problème de confiance en soi). Par la suite, les enfants éprouveront un véritable plaisir à obtenir un résultat différent de celui de leur voisin !*

** La présentation de Philippe va tout de suite être exploitée aux dépens de la leçon de lecture qui devait suivre.*

Le Maître : Raccourcir a b c de toutes les façons possibles.

On lit :

```
a b c      a b c
| \ /      \ / |
a  a        c  c
 \ /         \ /
  a           c
```

Certains voient qu'il n'y a que deux manières, d'autres au mépris des règles tiennent à en trouver **plus** !!.

Troisième séance.

Le Maître introduit le mot «programme» pour parler de l'arbre de réduction d'un message, puis :

Le Maître : Ecrivez a b a c c et complétez.

```
a b a c c
\ / \ / |
```

Tous les élèves le font mais veulent continuer. On les arrête car on veut leur imposer un certain programme. Ils ont donc obtenu :

```
a b a c c
\ / \ / |
 c   b  c
```

Le Maître impose la suite du programme

```
a b a c c
\ / \ / |
 c   b  c
 \  /   |

   \ /
```

Tous les élèves trouvent le même résultat.

Le Maître : Pour le même message a b a c c, trouvez d'autres programmes.

Beaucoup de programmes sont donnés correctement. Une seule erreur :

```
a b a c c
| \ / \ /
a  c   c
\ /\  /
 b  c
```

Des élèves : Il n'a pas le droit, le c a déjà été pris.

De nombreux exercices sont faits.

Le Maître : Regardez

```
\ / | | \ /
 |  \ /  |
  \ /    |
    \ /
```

Anne : Il y a tout sauf les lettres

Emmanuelle : Mettons b et c

Philippe : Mettons a et c

Gilbert : Mettons a et b

cela donne

```
b c a c a b
\ / | | \ /
 |  \ /  |
  \ /    |
    \ /
```

Le Maître : Allez-y.

20 élèves sur 26 s'en sortent sans qu'on les aide. Les six autres ne s'en tiennent pas au programme imposé à partir du 2ème ou 3ème rang.

Quatrième séance.

Le Maître : Je voudrais envoyer un message et son programme à une amie mais je n'ai qu'un petit ruban de papier et je ne peux pas écrire le programme par son arbre.
Comment faire pour envoyer le message a b c ?

Beaucoup de réponses mais aucune satisfaisante. Enfin au bout de dix minutes (environ) un élève propose.

Lionel : Si on mettait ensemble les lettres qu'on prend ?

Il vient écrire a b c.
Cette idée est exploitée.

Le Maître : Si on veut prendre ensemble b et c ?

Les enfants écrivent a b c

Le Maître : Et pour le message a b a c ?

Tous écrivent a b a c
Aucun n'a suggéré de «bulles» emboîtées.

Le Maître : J'ai envoyé ce message a b a c Pouvez-vous écrire le programme et trouver le résultat.

Les élèves font

```
a b a c
\ / \ /

  \ /
```

Aucune erreur.

Le Maître : Raccourcissez maintenant a b c a

Quelques hésitations mais tous sauf deux trouvent

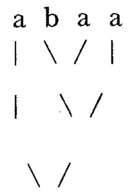
```
a b c a
| \ / |
a  a  a
 \ /  |
  a   a
   \ /
    a
```

De nombreux exemples sont donnés. On propose ensuite un exemple plus long :

a b c b b

Tous les élèves parviennent au résultat sauf deux.

Le Maître : Je donne le programme



Retrouvez les bulles de calcul.

a (b a) a

Une seule erreur a (b (a) a)

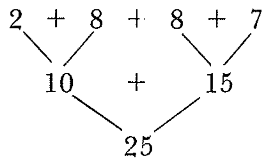
D'autres exemples analogues sont donnés.

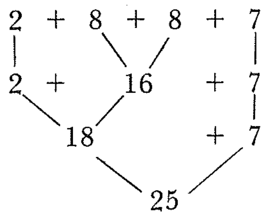
Réduction de «messages» additifs.

Jusqu'à maintenant les enfants n'ont calculé que des sommes de deux nombres.

Le «message» 2 + 8 + 8 + 7 leur est alors proposé.

Immédiatement les enfants le réduisent en utilisant des arbres de calcul.





«On trouve pareil» disent certains.

De nombreux «messages» additifs sont alors proposés aux enfants, pour chacun d'eux ils recherchent différentes façons de les réduire qu'ils traduisent soit par des arbres soit par des bulles. Ils constatent que pour un même message tous les programmes envisagés conduisent au même résultat, c'est pourquoi on peut se permettre d'écrire un «message» additif sans préciser le programme de calcul : on est sûr de toujours trouver le même nombre.

Jeu numérique permettant d'utiliser les arbres ou bulles de calcul pour réduire des sommes.

Une valeur est attribuée à chaque lettre de l'alphabet, par exemple :

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
5	12	14	13	8	11	1	9	7	10	3	2	16

n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
3	4	9	10	8	15	5	6	7	1	6	4	2

A chaque mot peut être associée la somme des valeurs affectées à chacune de ses lettres. Ainsi le mot loto «vaut» 15.

Chaque enfant est invité à calculer la valeur de son prénom. Quels sont les prénoms qui ont la même valeur ? Quel prénom vaut le plus ? le moins ?

La maîtresse peut ensuite demander aux enfants de trouver un mot valant plus qu'un mot donné ; parmi les mots proposés elle conserve celui qui a la plus grande valeur et invite de nouveau les enfants à trouver des mots qui valent plus que ce dernier etc... Le même travail peut être entrepris en recherchant des mots qui valent moins qu'un mot donné.

Les activités décrites dans cet article ne sont évidemment pas exhaustives. Envoyez nous d'autres idées de jeux pratiqués dans vos classes. Cela nous permettra d'enrichir ce dossier. Merci.