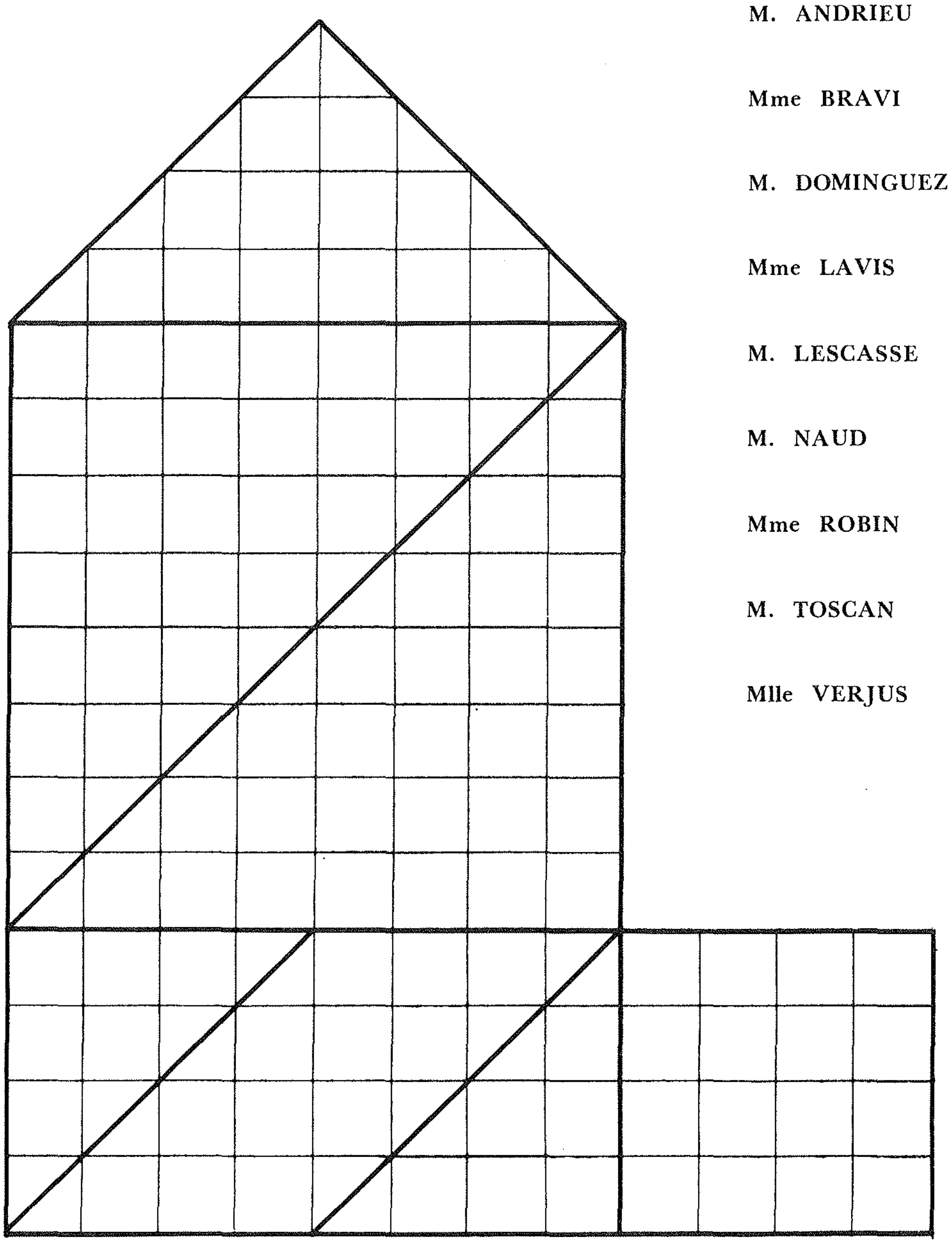
LE TANGRAM AU CM

par Robert NEYRET professeur à l'Ecole Normale de Garçons de Grenoble

avec la collaboration de

M. ANDRIEU	instituteur CM2 (Ferdinand Buisson - Grenoble)
Mme BRAVI	institutrice CM1 (Paul Bert - St Martin d'Hères)
M. DOMINGUEZ	instituteur CM2 (Ferdinand Buisson - Grenoble)
Mme LAVIS	institutrice CM2 (Alphonse Daudet - Grenoble)
M. LESCASSE	instituteur CM2 (Paul Bert - St Martin d'Hères)
M. NAUD	instituteur CM2 (Paul Bert - St Martin d'Hères)
Mme ROBIN	institutrice CM1 (Paul Bert - St Martin d'Hères)
M. TOSCAN	instituteur CM2 (Paul Bert - St Martin d'Hères)
Mlle VERJUS	professeur (CES Gérard Philippe - Fontaine)



Au mois de janvier, février et mars 1977 ont eu lieu dans les classes précédentes un certain nombre de séances consacrées au tangram. Outre l'espect attractif et ludique du tangram, celui-ci permet un certain nombre d'exploitations d'ordre mathématique dans les domaines suivants :

1) reconnaissance de formes,
2) représentation sur papier quadrillé de certaines réalisations,
3) symétries - rotations,
4) aires,
5) agrandissements - réductions de formes, proportionnalité, homothétie, perspective.

Le dernier point (agrandissements - réductions) ayant donné lieu dans les classes à des prolongements dépassant le cadre du tangram, nous donnerons un compte rendu de ces activités dans un prochain numéro de Grand IN.

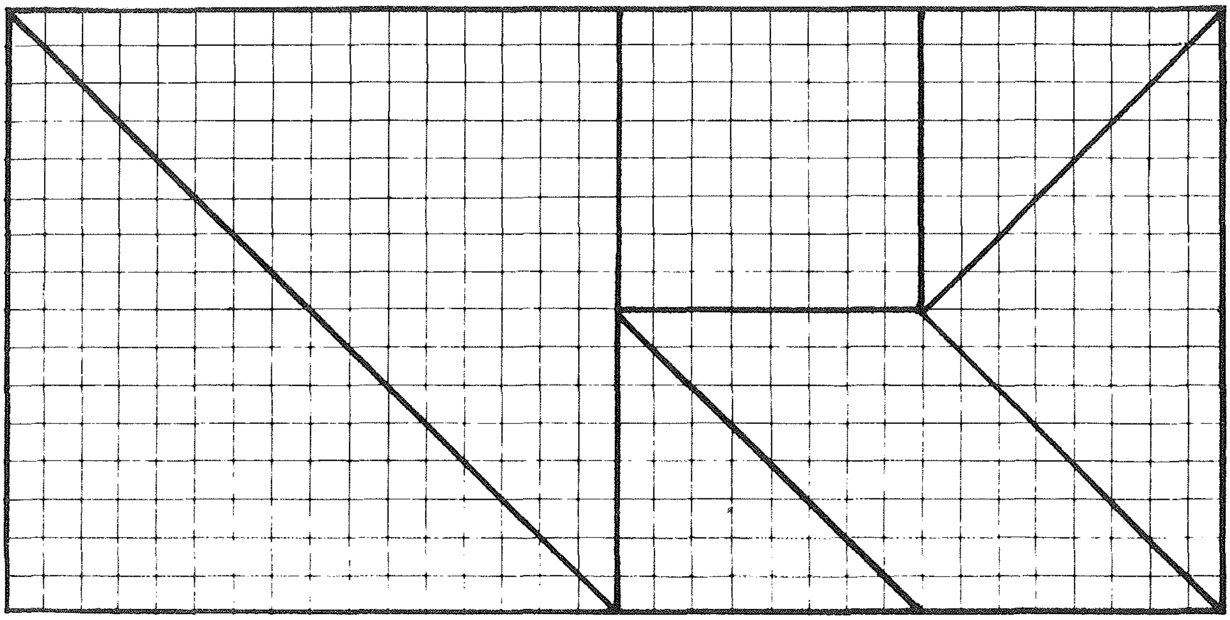
Nous nous intéresserons donc aux quatre premiers points ; la méthode de travail adoptée a été de faire collectivement un inventaire des possibilités qu'offre le tangram ; chaque maître les a ensuite adaptées comme il lui convenait dans sa classe. Ce qui suit n'est donc pas une progression, mais une suite d'activités réalisables dans les classes (avec d'éventuels prolongements possibles).

I – RECONNAISSANCE DE FORMES.

Le tangram utilisé avec les élèves (pour des raisons que l'on verra plus tard à propos des aires) est celui dont la diagonale mesure 16 cm.

Dans certaines classes, les tangrams avaient été fournis aux élèves. En fait il semble qu'il soit préférable de les faire découper dans du bristol quadrillé 5 X 5 : c'est un excellent exercice de transcription et de découpage.

Cependant, au lieu de découper le carré, il vaut mieux découper le rectangle suivant construit avec les sept pièces du tangram.



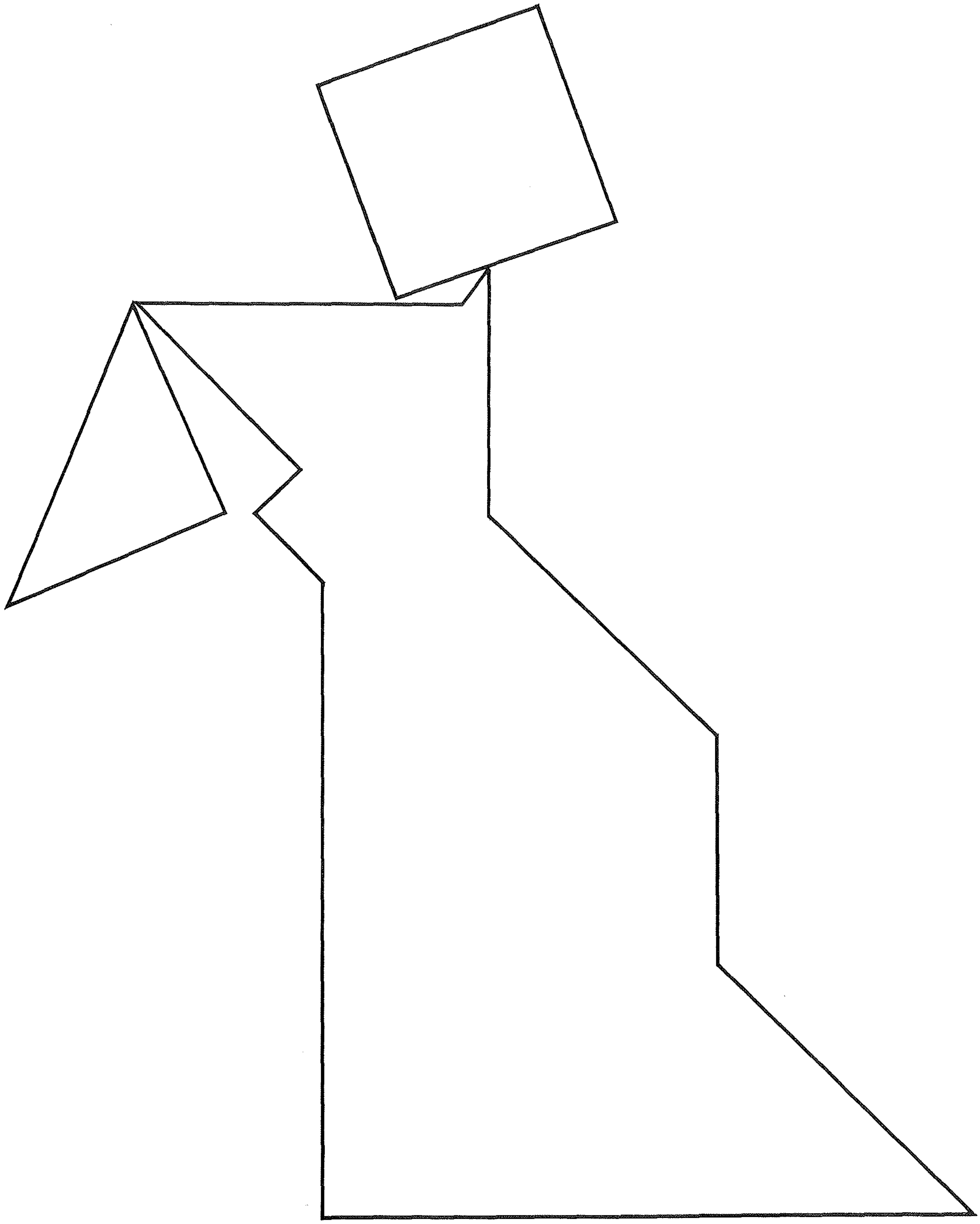


Figure 1 : exemple de forme en grandeur réelle proposée aux enfants.

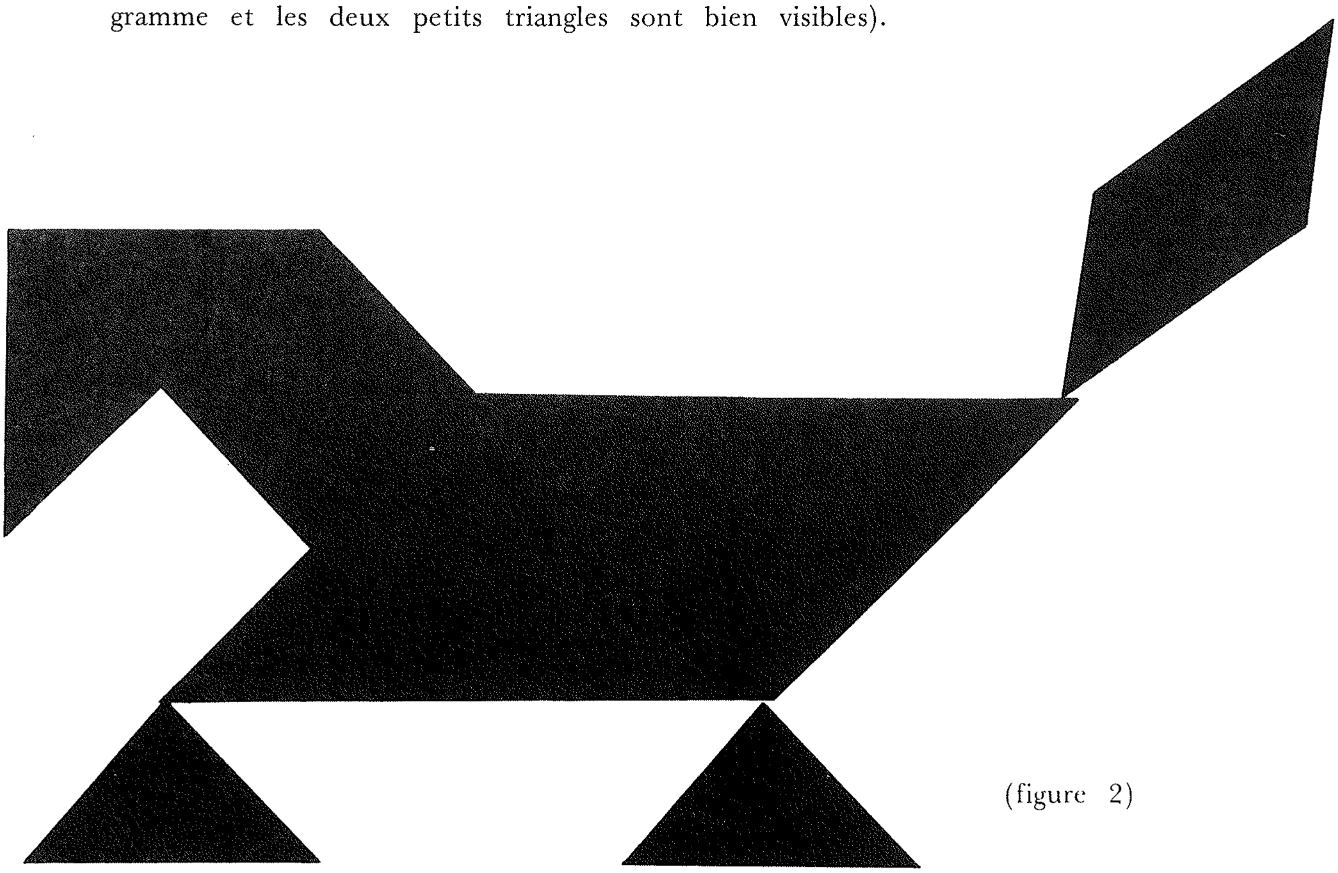
Les enfants quand ils disposent de leur matériel assemblent spontanément leurs pièces pour créer des formes en essayant de les superposer. C'est l'occasion de rappeler le nom des pièces (carré, triangle, parallélogramme) que certains ont oublié. C'est l'occasion aussi de comparer les divers triangles (petit, moyen, grand) par superposition.

La première activité proposée dans toutes les classes à été de donner aux élèves des figures en grandeur nature (qu'il s'agit de recouvrir avec les sept pièces). Il faut disposer pour cela d'un jeu de figures polycopiées à l'avance (elles pourront resservir l'année suivante ou dans d'autres classes). Chaque enfant, ayant réussi à trouver comment est constitué une figure, va en chercher une autre et tente de la réaliser. Au niveau du CM, tous les enfants ont réussi (plus ou moins rapidement) à trouver toutes les figures proposées.

Ensuite on peut proposer aux enfants des figures réduites.

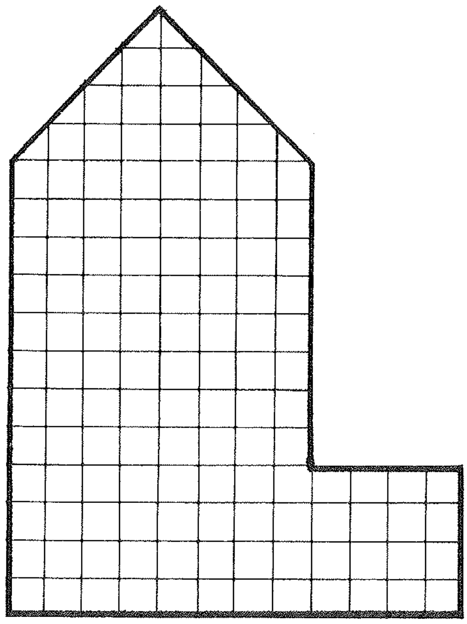
Si au niveau du CM il n'y a pas d'échec pour la première activité il n'en est pas de même pour des figures réduites qui nécessitent un certain niveau d'abstraction (en particulier dominer la proportionnalité au niveau géométrique).

La moitié des élèves seulement d'un CM2 peuvent réaliser rapidement ce genre de travail. Pour ceux qui ont des difficultés, il faut leur proposer des figures avec quelques pièces bien en évidence (exemple ci-dessous : le parallélogramme et les deux petits triangles sont bien visibles).



(figure 2)

Il est intéressant de donner des figures réduites de moitié au niveau de la surface (exemple de la figure 2) ou réduite de moitié au niveau des longueurs (exemple de la figure 3). Dans le premier cas le grand triangle correspond au moyen, et le moyen au petit, dans le second cas le grand triangle correspond au petit. Nous reviendrons sur cette question dans un prochain article comme nous l'avions signalé au début : de toutes façons cela permet à des enfants de faire des remarques intéressantes

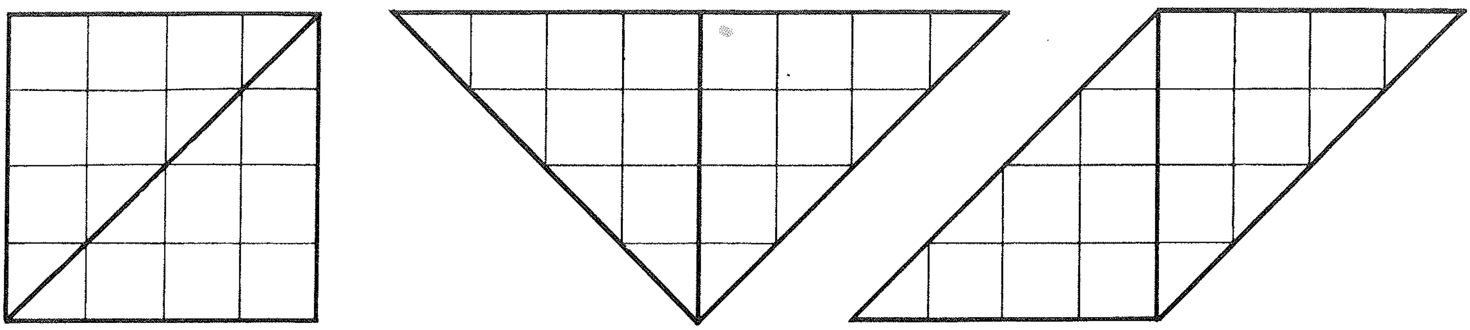


(figure 3)

Réduction de moitié des différentes longueurs.

Le maniement du parallélogramme est intéressant car n'ayant pas d'axe de symétrie, il est nécessaire parfois de le retourner pour réaliser des figures proposées.

Au cours de l'activité, il est bon de valoriser quelques remarques (que font spontanémant certains élèves) en particulier le fait qu'avec deux triangles superposables juxtaposés, on peut obtenir plusieurs figures différentes c'est-à-dire :



(figure 4)

Ce genre de remarque sera réinvesti par la suite lorsqu'on travaillera sur les problèmes d'aires.

Ce travail (ou jeu) nécessite plusieurs séances. L'intérêt des enfants est toujours soutenu.

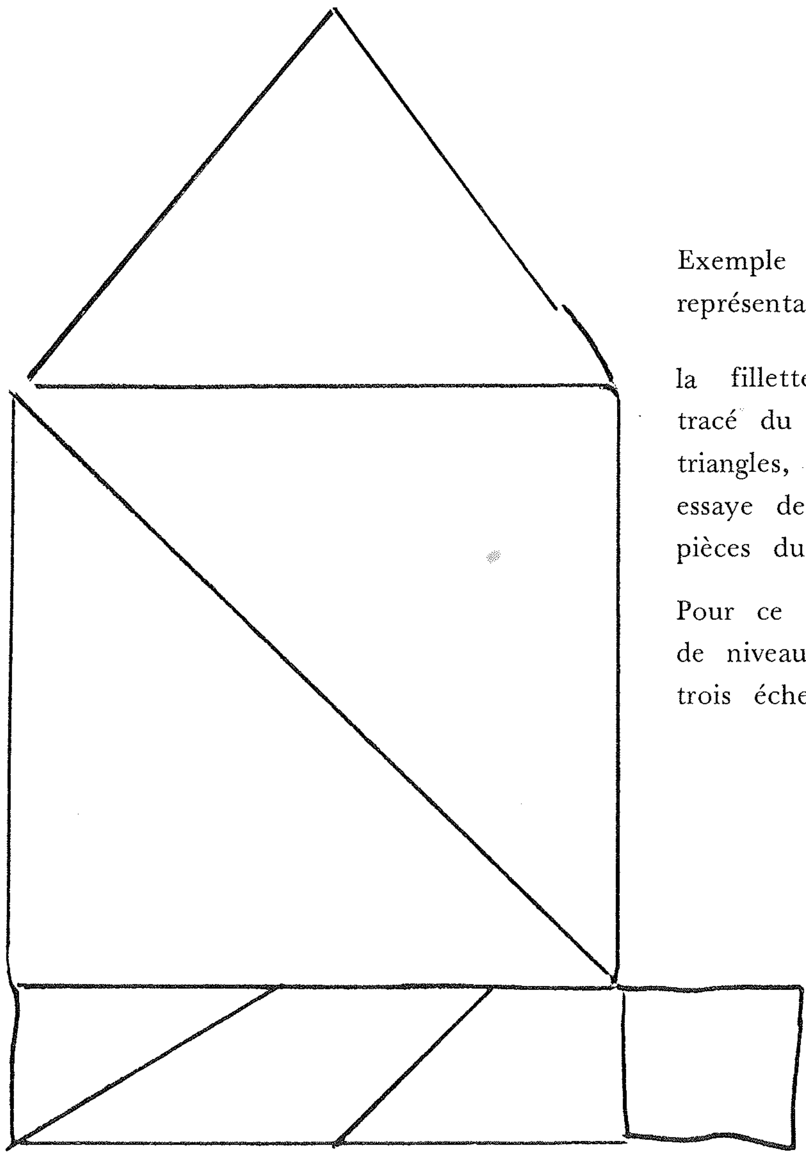
Pour varier, on peut faire créer aux enfants les formes de leur choix ; ils doivent en tracer le contour et donner celui-ci à un camarade qui essayera de reconstituer la figure avec son tangram. Le tracé du contour nécessite du soin, car il faut repérer les points anguleux de la figure, puis ensuite tracer les traits.

II – REPRESENTATIONS SUR PAPIER QUADRILLE.

Il paraît intéressant et même indispensable au niveau d'un CM de faire représenter sur papier quadrillé un certain nombre de réalisations. Ce travail n'est pas possible pour toutes les figures car il faut que les points caractéristiques du contour puissent se situer sur les nœuds du quadrillage.

Ce travail est donc recommandé lorsqu'on cherche certaines figures comme des carrés, triangles, rectangles, parallélogrammes, trapèzes, etc...

Dans ce genre de travail, on s'aperçoit que certains enfants ont des difficultés, notamment pour bien placer le parallélogramme.



Exemple d'échec au niveau de la représentation :

la fillette représente correctement le tracé du contour des deux grands triangles, mais se perd quand elle essaye de continuer sans l'aide des pièces du tangram.

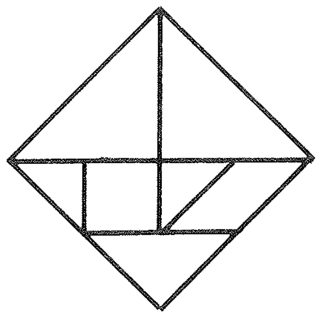
Pour ce travail (dans une des classes de niveau CM2) on n'a enregistré que trois échecs.

figure réalisée par une enfan

La plupart des enfants n'utilisent pas les pièces du tangram pour représenter leurs réalisations, mais font leurs tracés directement.

Cependant on peut faire deux remarques sur ce genre de travail.

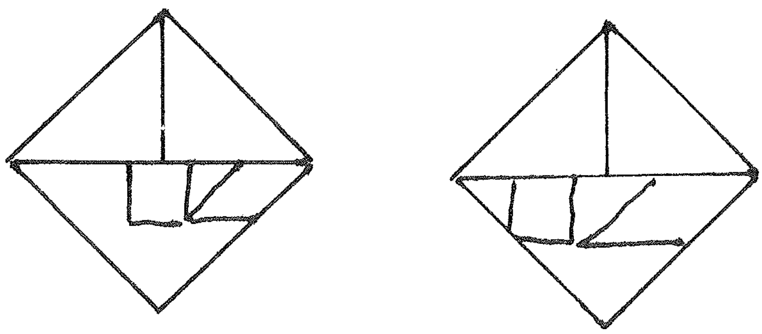
a) Les enfants ne réinvestissent pas forcément des propriétés vues et manipulées avant. Ainsi dans une classe, des enfants avaient découpé un tangram à partir du carré (figure 5) qu'ils avaient dessiné selon les instructions précises du maître (tel point est situé au milieu de tel segment, telle ligne est dans le prolongement de telle autre etc...).



(figure 5)

Ces mêmes enfants, deux semaines plus tard retrouvant le même assemblage carré par manipulation dessinent la figure correspondante élément par élément sans respecter les propriétés ayant servi à la construction et qui pouvaient leur faciliter la tâche.

Ils trouvent des représentations qui les gênent (figure 6) mais ils ne voient pas le moyen de surmonter ces difficultés.



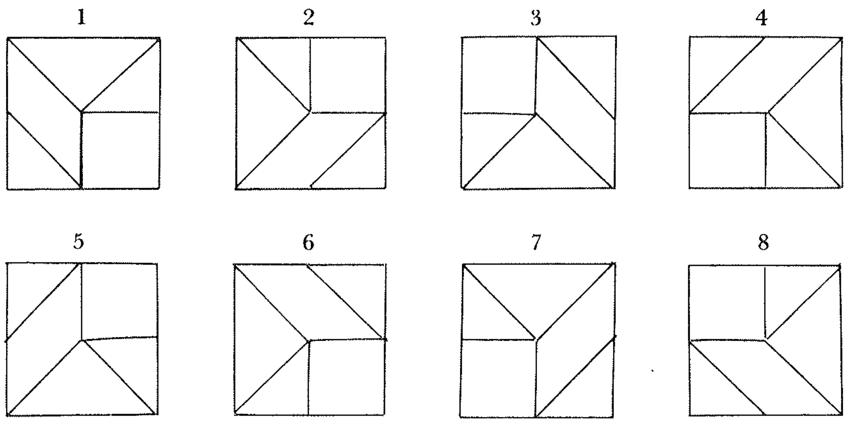
(figure 6 : réalisations d'enfants)

b)Beaucoup d'enfants au niveau du CM2 font spontanément des dessins réduits pour représenter les formes réalisées (ils dessinent à «l'échelle» disent-ils). Ceci montre que certains enfants dominent la proportionnalité au niveau géométrique, ce qui n'est pas le cas de tous, d'où la nécessité de prévoir un certain nombre de séquences pour exploiter ce thème.

III – TRAVAIL SUR LES SYMETRIES - ROTATIONS.

Ce genre de propriété n'est pas à étudier systématiquement, mais surgit naturellement lorsqu'on demande aux enfants de construire par exemple tous les carrés possibles avec certaines pièces du tangram. (Voir annexe).

C'est ainsi qu'on voit apparaître les carrés suivants :

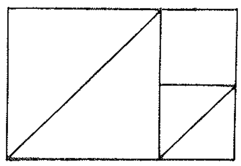


(figure 7)

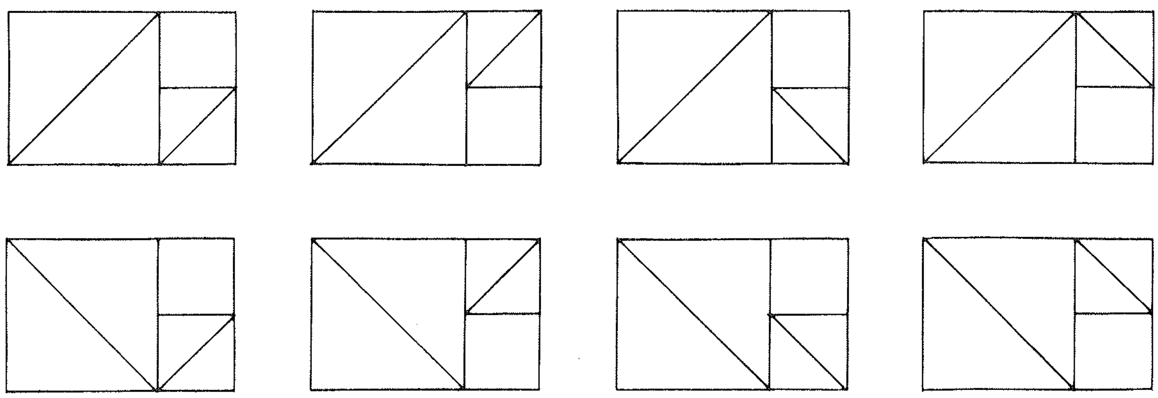
Les enfants sont donc amenés à comparer ces diverses productions. Dans la classe où a été travaillé ce problème, les enfants ont retenu l'idée que deux représentations qui se déduisent par simple glissement sont deux représentations du même assemblage (par exemple 1 et 2). Par contre deux représentations qui se déduisent l'une de l'autre par une symétrie par rapport à une droite sont estimés être issues de deux assemblages différents (par exemple 1 et 5).

De la même façon on pourrait comme prolongement à cette activité examiner des exemples de figures qui ne diffèrent en fait que par la disposition de certaines parties.

Exemple : à partir de la configuration suivante

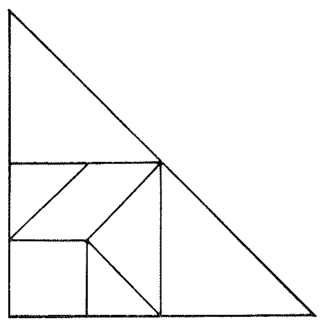


on peut obtenir huit figures par symétries partielles.



(figure 8)

De la même façon à partir du triangle suivant



(figure 9)

on peut obtenir huit autres triangles par rotation ou symétrie du carré intérieur (Il suffit de prendre l'une des dispositions de la figure 7).

Il ne semble pas nécessaire de systématiser ce genre d'activité, mais au hasard des découvertes des enfants, on peut être amené à étudier plus précisément tel ou tel problème où interviennent des symétries ou des rotations.

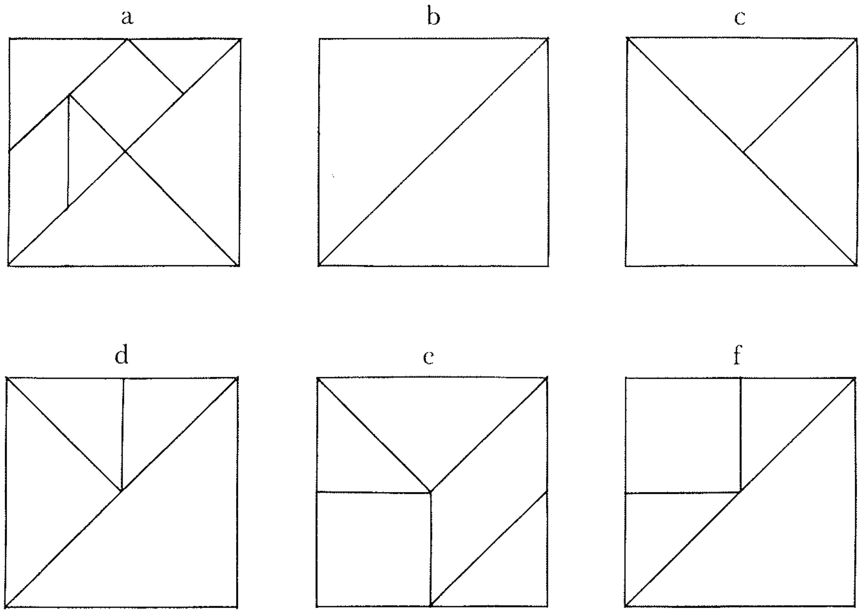
IV – TRAVAIL SUR LES AIRES.*

Le tangram se prête particulièrement bien à un travail riche sur les aires (chaque pièce ayant pour aire un multiple de l'aire du plus petit triangle). A titre d'exemple on peut donner un compte rendu d'une séance faite dans une classe de CM2.

Les enfants avaient déjà consacré une heure à rechercher les différents carrés que l'on peut réaliser avec des pièces du tangram et avaient représenté leurs configurations sur une feuille quadrillée (la plupart des enfants représentent d'ailleurs en réduction leurs configurations).

(*) Le tangram avait été choisi justement de façon que la pièce carrée mesure 4 cm de côté : ainsi l'aire de cette pièce est de 16 cm^2. Par suite les aires des triangles sont respectivement de 8 cm^2, 16 cm^2 et 32 cm^2 l'aire du parallélogramme 16 cm^2.

Au début de la séance six carrés sont dessinés au tableau avec la consigne suivante



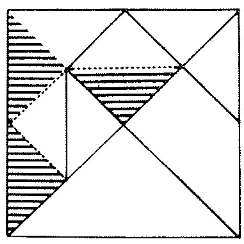
Comparer les aires (en grandeur réelle) et ordonner les différents carrés.

Une discussion collective (en particulier sur le terme en grandeur réelle) permet d'expliciter un certain nombre de problèmes :

* la configuration b peut être obtenue de deux manières différentes (avec deux petits triangles, ou avec deux grands triangles) d'où la nécessité de donner plusieurs noms,

* on peut mesurer les différentes figures en utilisant un double décimètre ou utiliser le petit triangle comme référence (parce qu'il passe partout dit un des enfants).

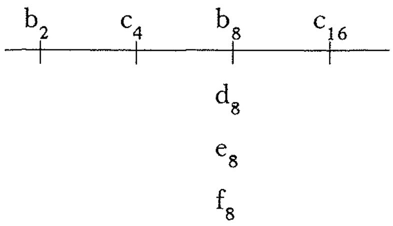
Le maître valorise cette proposition et invite l'élève à expliquer sa proposition. Il va au tableau et fait apparaître les petits triangles en hachurant de la manière suivante le carré a :



La plupart des enfants utilisent les pièces du tangram. Certains qui tentent d'utiliser les représentations réduites de la séance précédente enregistrent des difficultés et reviennent soit à une représentation en grandeur réelle soit à leur matériel.

Au bout de trois quart d'heure tous les enfants ont trouvé les résultats et on compare collectivement les différentes façons de ranger qu'ont adopté les enfants.

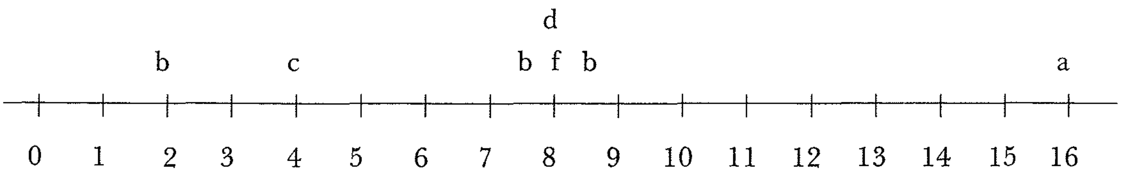
Christophe



Marie-Laure

2	4	8	16
b	c	b	a
		d	
		e	
		f	

Daniel



Stéphane

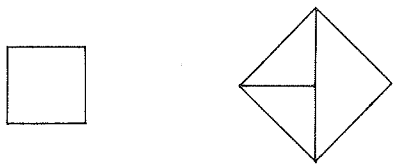
	2	4	6	8	10	12	14	16
a								X
b				X				
c		X						
d				X				
e				X				
f				X				
g	X							

Stéphane a introduit un nom (g) pour la figure obtenue avec les deux petits triangles.

A la fin de la séance le maître pose la question suivante : est-ce qu'on peut faire un carré ayant pour aire 12 (le triangle étant choisi comme unité).

On peut faire le même travail avec des triangles, ou toute autre figure (parallélogrammes, trapèzes) obtenue avec des pièces du tangram.

On peut exploiter un problème qui surgit naturellement quand on compare les aires de plusieurs carrés. Ainsi dans une autre classe les enfants avaient trouvé que le carré n° 2 (échelle 1/4)



n° 1 n° 2

avait une aire double que celle du carré n° 1 (en les comparant avec le triangle unité). Comme il est facile de voir que le carré unité a pour aire 16 cm^2 (carré de côté 4 cm) on peut prévoir que le carré n° 2 aura pour aire 32 cm^2 mais les enfants qui l'avaient dessiné approximativement sur leur cahier trouvaient un carré de côté 5,5 cm ou 5,6 cm. Ainsi s'est posé le problème de savoir quel devrait être la longueur du côté du carré. On peut procéder par approximation successive en calculant

$$(5{,}5) \times (5{,}5) = 30{,}25$$

$$(5{,}6) \times (5{,}6) = 31{,}36$$

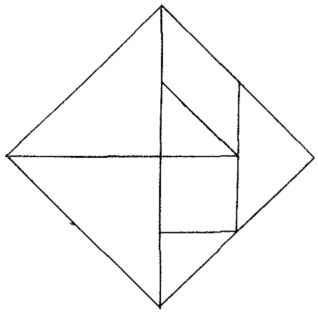
$$(5{,}7) \times (5{,}7) = 32{,}49$$

donc on peut prévoir que le côté du carré est compris entre 5,6 et 5,7.

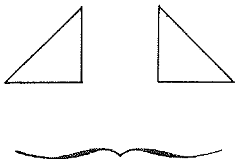
En conclusion, on voit à travers les quelques activités décrites plus haut que le tangram est un matériel riche. Le maniement des pièces justifierait à lui seul l'introduction de ce jeu dans les classes. Mais la possibilité de faire des activités plus structurées rend celui-ci encore plus intéressant. Chaque maître pourra enrichir ces activités par celles de son choix. Dans un prochain numéro, nous décrirons les prolongements (en particulier au niveau du dessin) auxquels a donné lieu les activités de réduction ou d'agrandissement annoncées à propos du tangram. Nous souhaitons que le tangram passionne vos élèves autant que ceux que nous avons vu travailler.

ANNEXE : ETUDE COMBINATOIRE DE QUELQUES FIGURES PARTICULIERES OBTENUES A PARTIR DU TANGRAM.

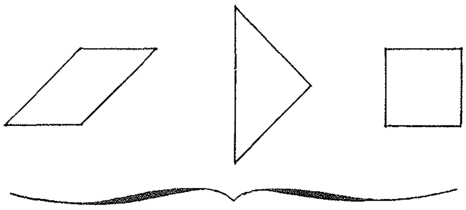
Le tangram suivant a été réduit de 1/4 ainsi que les pièces dont est constitué le tangram.



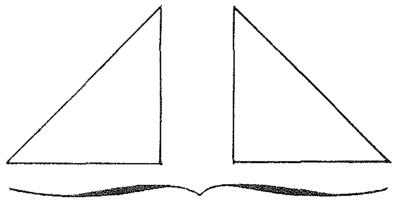
Si on prend pour unité l'aire du petit triangle, les formes suivantes ont pour aire le nombre indiqué au-dessous :



1



2



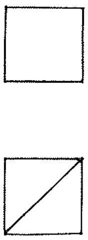
4

Il en résulte que les figures que nous trouveront ne peuvent avoir comme aire qu'un nombre entier.

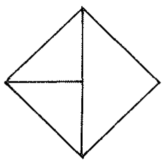
Sont éliminées dans la suite toutes les pièces qui se déduisent d'une autre soit par une symétrie soit par une rotation de la figure entière, soit en faisant intervenir une symétrie ou une rotation d'une partie de la figure.

CARRES.

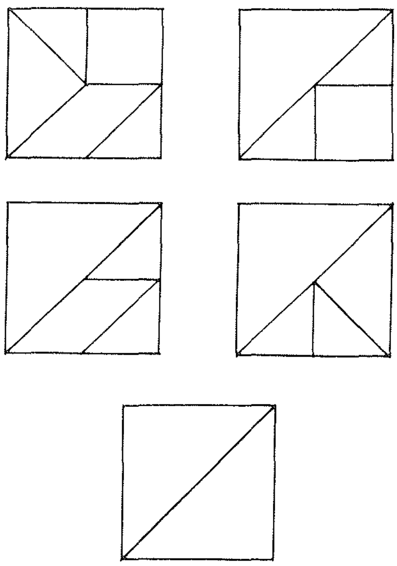
aire 2



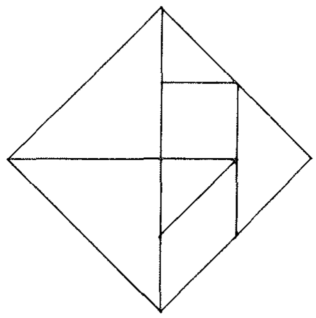
aire 4



aire 8

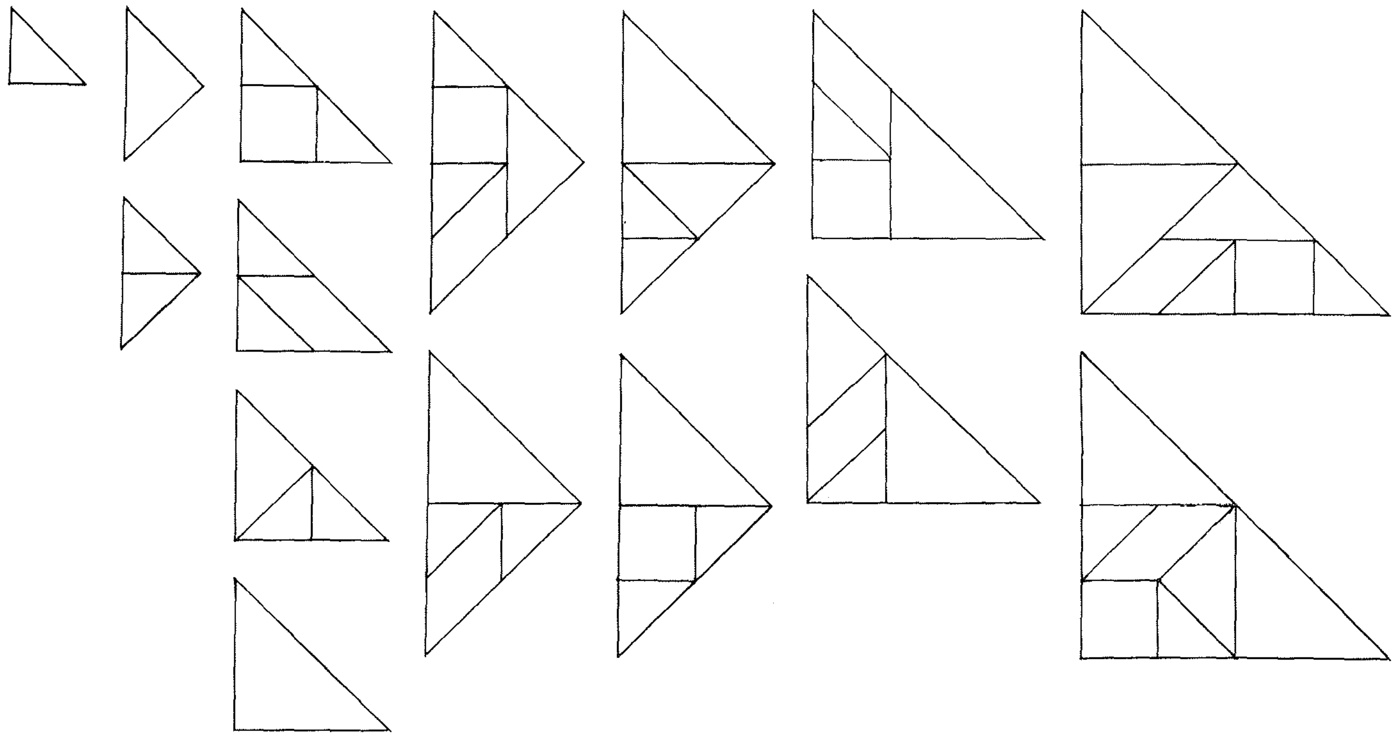


aire 16



TRIANGLES.

aire 1 aire 2 aire 4 aire 8 aire 9 aire 16



RECTANGLES NON CARRES.

aire 4 aire 6 aire 8 aire 12 aire 16