

---

**UN BECHER  
ET DES BILLES**

---

*introduction à la notion de  
fonction en lycée professionnel*

Matthieu BRABANT  
pour le groupe *Lycées Professionnels*  
de l'IREM-IREM de Montpellier<sup>1</sup>

*Résumé et contexte* : La motivation des élèves des lycées professionnels est un des enjeux importants pour l'enseignement des mathématiques en CAP et au Baccalauréat Professionnel, en particulier du fait des profils d'élèves assez majoritairement en situation d'échec scolaire en collège. Les enseignant-es, de par leur bivalence mathématiques/sciences-physiques, peuvent proposer des séquences « attrayantes » et ainsi permettre un enseignement plus motivant. Nous proposons une séquence d'introduction à la notion de fonction prenant en compte cette problématique.

## **Introduction**

La grande majorité des élèves des lycées professionnels se reconnaissent dans un parcours compliqué, en particulier au collège. On parle souvent de parcours jalonnés d'échecs. Les mathématiques semblent notamment cristalliser ce sentiment d'échec qui peut parfois s'exprimer via une souffrance qui reflète sûrement une perte de repère vis-à-vis des mathéma-

tiques. En ce sens l'arrivée de ces élèves dans une classe de lycée professionnel participe d'une forme de remédiation scolaire.

De plus, pour une majorité de ces élèves, l'orientation vers la voie professionnelle se révèle être une orientation par défaut. Ainsi elles et ils entretiennent parfois un rapport

---

<sup>1</sup> L'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de l'Université de Montpellier est intégré à l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Sciences (IRES) de l'Université de Montpellier.  
Les membres du groupe ayant participé à ces travaux :  
Maître de conférences, Université de Montpellier et LIR-

---

DEF ou IMAG : David Cross et Jean-Michel Oudom  
Doctorant, Université de Montpellier : Gaëtan Planchon  
IEN : Hélène Micoud, Christian Durand  
Professeurs de maths-sciences : Isabelle Alla, Mohamed Bourmada, Matthieu Brabant, Cyril De Zanet, Fouhad Ikhlef, Mathieu Lilla et Didier Rey.

conflictuel au savoir (particulièrement vis-à-vis des matières générales enseignées au collège et notamment les mathématiques) ainsi que vis-à-vis des matières professionnelles du fait de cette orientation non-choisie.

Les enseignant-es des lycées professionnels ont depuis longtemps développé des stratégies pour enseigner les mathématiques de façon plus « attrayante », pour reprendre les termes du programme de CAP. Ainsi, dans les lycées professionnels, les mathématiques et les sciences-physiques forment un ensemble : les enseignant-es sont bivalent-es (le concours est le CAPLP maths-sciences) et les programmes de mathématiques et de sciences-physiques sont intégrés dans un même document. L'articulation des deux disciplines est mise en avant dans les documents officiels, par exemple dans le préambule du programme du CAP :

*« Les sciences physiques et chimiques fournissent des exemples nombreux où l'utilisation des mathématiques facilite la compréhension des phénomènes : la représentation de résultats d'expérience sous forme de graphiques, l'expression de lois sous forme de formules synthétiques sont des techniques qui facilitent le raisonnement et dont l'acquisition est d'autant plus attrayante qu'elles sont mises en œuvre dans des contextes où leur utilité est manifeste. »*

Le terme « attrayant » est assez flou et peut sembler renvoyer à des activités « ludiques ». Nous l'avons interprété dans une volonté de mettre du sens à l'apprentissage et, pour ce faire, nous avons fait le choix de travailler autour d'expérimentations. Ce choix s'appuie sur la question du rapport au savoir et la motivation des élèves de lycée professionnel.

Ainsi, pour A. Jellab, le savoir enseigné dans la voie professionnelle est spécifique et décou-

pé en deux types : le savoir d'ordre général (mathématiques, français, histoire...) et le savoir pratique lié à la spécialité. Cela ouvre une contradiction sur le rapport que les élèves attribuent aux savoirs enseignés dans la voie professionnelle et que A. Jellab formule ainsi :

*« Celui-ci s'inscrit dans la logique de l'élève (il est professionnel), tout en la contredisant (il n'est pas considéré par l'élève qui y entre comme menant à un bon métier). Que se passe-t-il, du point de vue du rapport au savoir et à l'école, quand un jeune de milieu populaire se trouve placé face à une telle contradiction ? »* (JELLAB, 2000)

Nous citerons aussi B. Charlot :

*« si le savoir est rapport, c'est le processus qui conduit à adopter un rapport de savoir au monde qui doit être l'objet d'une éducation intellectuelle-et non l'accumulation de contenus intellectuels. Il s'agit d'amener un enfant à s'inscrire dans un certain type de rapport au monde, à soi, aux autres. Cela suppose d'autres formes de renoncement, provisoire, ou profond, à d'autres formes de rapport au monde, à soi, aux autres. »* (CHARLOT, 1999)

Nous faisons un lien entre ce rapport au savoir et la motivation dans une logique de ne pas rester à un constat résigné sur la situation d'échec pour ces élèves. Pour le dire autrement : nous avons l'ambition de nous appuyer à la fois sur les difficultés exprimées par les élèves et leurs contradictions.

La motivation des élèves est en effet un enjeu transversal à tous les niveaux et à toutes les disciplines. L'orientation vers la voie professionnelle apparaît souvent comme une solution proposée en fin de 3ème à ces élèves : il s'agit de leur proposer du « concret » pour remédier à l'échec scolaire, pour ensuite aller vers une

formalisation du savoir. Postuler que la voie professionnelle est LA solution à l'échec scolaire est bien entendu très contestable et explique sans doute l'incompréhension, voire la méconnaissance, dont est victime cette voie des lycées. Reste que les enseignant-es des lycées professionnels, a fortiori en mathématiques-sciences-physiques, sont confrontés-es à des élèves qu'il faut motiver et pour lesquels il faut développer des stratégies. L'utilisation de problèmes professionnels ou de situations de sciences pour introduire et illustrer une séquence de mathématiques est donc une démarche souvent proposée. Nous nous plaçons dans une démarche « *cherchant à favoriser la motivation autodéterminée (connaissance et accomplissement) en rendant l'élève acteur de ses apprentissages et en proposant des apprentissages ambitieux en lien entre autres avec l'orientation des élèves.* » (DESOMBE et al, 2017)

C'est à partir de ces réflexions que nous proposons une séquence d'introduction à la notion de fonction en mathématiques.

## Objectifs et choix didactiques

Nous avons fait le choix de la question de la notion de fonction car c'est, dans le programme de seconde professionnelle, un point central et proposé de façon très théorique :

*« Le vocabulaire élémentaire sur les fonctions est abordé en situation. Les fonctions définies sur un intervalle de  $\mathbf{R}$  permettent de modéliser des phénomènes continus. On ne se limite pas aux intervalles du type  $[a ; b]$ , avec  $a$  et  $b$  réels ; en fonction des situations étudiées, les élèves peuvent être confrontés à d'autres types d'intervalles ( $]a ; b[$ ,  $[a ; b[$ ,  $]a ; b[$ , avec  $a$  et  $b$  réels). Les modèles mathématiques obtenus peuvent conduire à l'étude de fonctions sur  $\mathbf{R}$ . On peut également confronter les élèves à des exemples de fonctions définies*

*sur  $\mathbf{N}$  pour modéliser des phénomènes discrets. Pour la modélisation de phénomènes physiques, le nom de la variable peut être choisi en cohérence avec la situation, par exemple la variable  $t$  pour le temps. »*

Il nous paraît primordial de déplacer la vision que peuvent avoir les élèves des mathématiques, sans perdre en exigence formelle.

Précisons que nous plaçons les élèves en situation de travail en équipe selon un fonctionnement coopératif que nous ne développons pas ici (Pour une introduction aux pédagogies coopératives dans le second degré, nous vous renvoyons à (BRABANT, 2022)).

Enfin, nous nous plaçons dans l'objectif de travailler les capacités et connaissances données dans le tableau de la page suivante, extraites du programme de seconde du Baccalauréat Professionnel.

La séquence que nous allons décrire ci-dessous se base sur l'expérience suivante : mesurer le volume d'eau nécessaire pour qu'une bille placée dans un béccher soit à affleurement puis s'interroger s'il faut plus ou moins d'eau avec une autre bille, de volume différent, pour que la deuxième bille soit aussi à affleurement. Les élèves trouvent leur motivation par la manipulation via une expérience dont les résultats ne sont pas intuitifs : la curiosité engendrée par l'expérience est stimulante.

### Matériel

- 6 billes de diamètres différents
- 6 béchers de 100 mL, cylindriques de diamètre légèrement supérieur à 50 mm (vérifier que la bille de 50 mm entre dans le béccher)
- du matériel de mesure permettant de mesurer les volumes d'eau et les diamètres des

Capacités	Connaissances
<p>Exploiter différents modes de représentation d'une fonction et passer de l'un à l'autre (expression, tableau de valeurs, courbe représentative).</p> <p>Selon le mode de représentation :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier la variable ;</li> <li>- déterminer l'image ou des antécédents éventuels d'un nombre par une fonction définie sur un ensemble donné.</li> </ul> <p>Reconnaître une situation de proportionnalité et déterminer la fonction linéaire qui la modélise.</p>	<p>Différents modes de représentation d'une fonction (expression, tableau de valeurs, courbe représentative).</p> <p>Variable, fonction, image, antécédent et notation <math>f(x)</math>.</p> <p>Intervalles de <math>\mathbb{R}</math>.</p> <p>Fonctions linéaires.</p>
<p>Relier courbe représentative et tableau de variations d'une fonction.</p> <p>Déterminer graphiquement les extremums d'une fonction sur un intervalle.</p>	<p>Fonction croissante ou décroissante sur un intervalle.</p> <p>Tableau de variations.</p> <p>Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.</p>

*billes (bêchers gradués plus ou moins finement, burettes, pipettes, réparties sur les paillasses, pieds à coulisse)*

## Déroulé de la séquence

### Séance 1 : la situation problème (2h)

L'objectif de cette première séance est de présenter la situation, puis dans l'esprit d'une démarche d'investigation, de laisser l'initiative aux élèves pour élaborer des protocoles expérimentaux.

*Phase 1 : présentation  
puis discussion avec le groupe classe*

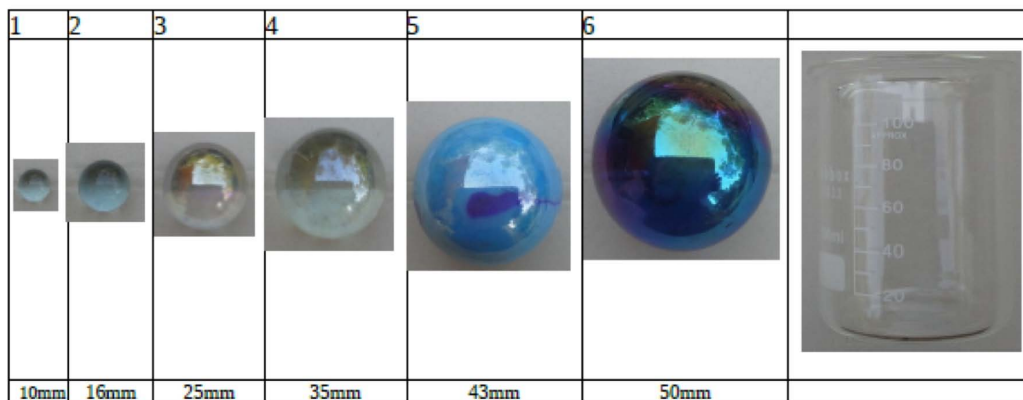
On présente le béccher dans lequel est placée la bille n°5 recouverte d'eau à affleurement (image page ci-contre). Une discussion peut

être engagée pour faire décrire et verbaliser les élèves (sur le mot « affleurement » par exemple). L'enseignant-e reformule si besoin. Dans un deuxième temps, on présente la bille n°4 et nous posons la question suivante : « A votre avis que va-t-il se passer si on remplace la bille plongée dans le béccher par cette nouvelle bille ? Est-ce que la bille sera sous l'eau, est-ce qu'elle sortira de l'eau, est-ce que l'eau va affleurer le sommet de la bille ? »

L'enseignant-e recueille les *hypothèses* des élèves sur le tableau, puis réalise l'expérience.

*Phase 2 : manipulation  
et expérimentation en travail en équipe*

On présente les autres billes, toutes différentes, et les autres bécchers, tous identiques. Nous proposons aux élèves de faire l'expérience



pour toutes ces billes et de noter leurs résultats qui feront l'objet d'échanges lors de la séance suivante.

L'objectif de cette phase est de laisser les élèves s'approprier le problème en manipulant. Elles et ils doivent élaborer un protocole expérimental qui leur permettra de répondre à la question. En ce sens, les élèves travaillent au cours de cette phase des compétences de physique-chimie :

« Le travail expérimental en physique-chimie permet en particulier aux élèves :

- d'exécuter un protocole expérimental en respectant et/ou en définissant les règles élémentaires de sécurité ;
- de réaliser un montage à partir d'un schéma ou d'un document technique ;
- d'utiliser des appareils de mesure et d'acquisition de données ;
- de rendre compte des observations d'un phénomène, de mesures ;
- d'exploiter et d'interpréter les informations obtenues à partir de l'observation

*d'une expérience réalisée ou d'un document technique. »*

On espère que la diversité du matériel conduira à des protocoles expérimentaux différents et à une certaine *variabilité* des résultats permettant des controverses scientifiques. Une fois le travail expérimental terminé, un compte-rendu est fait à la classe des travaux réalisés par chacun des groupes. Ce compte rendu se déroule au tableau par un-e représentant-e de chaque groupe. Des traces écrites de ces travaux sont conservés et seront reprises lors de la séance suivante.

A l'issue de chaque présentation, l'enseignant-e valide la méthode et le protocole expérimental de chaque groupe.

La fin de la séance est consacrée à un court bilan. Au cours de ce bilan, on peut exploiter la variabilité des mesures : précision liée au matériel, différences liées à la détermination de l'affleurement, etc.

Pour finir, une discussion peut s'ouvrir pour aboutir à une explication physique du phénomène : plus la bille est grosse, plus

CLE EN MAIN

l'affleurement est haut dans le bécher, mais la boule prend aussi plus de place dans le bécher.

Concernant la variabilité de la mesure nous nous plaçons en conformité avec le programme :

« Au travers des différents modules du programme pour la classe de seconde professionnelle, l'objectif est de sensibiliser l'élève, à partir d'exemples simples et démonstratifs, à la variabilité des valeurs obtenues en s'appuyant sur l'ordre de grandeur des mesures et sur l'incertitude des appareils utilisés au cours des expérimentations. C'est aussi l'occasion de faire un lien avec les mathématiques (lien entre la notion d'erreur, celles de variable aléatoire et d'écart-type).

Les activités expérimentales proposées visent aussi à sensibiliser l'élève à :

- l'identification des différentes sources d'erreur lors d'une mesure (conditions environnementales : température, pression... ; imperfection de l'appareil de mesure ; défaut de la méthode de mesure ; limites de l'opérateur) ;
- l'évaluation de l'influence de l'instrument de mesure (temps de réponse, étalonnage, sensibilité, classe de précision des

appareils de mesure...) et du protocole choisi sur la variabilité de la mesure ;

- l'écriture, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, de la valeur du résultat de la mesure d'une grandeur physique.

Lorsque cela est pertinent, l'élève compare la valeur mesurée à une valeur de référence afin d'apprécier la compatibilité ou la non-compatibilité entre ces deux valeurs. »

Séance 2 : recueil et représentation des données (2h)

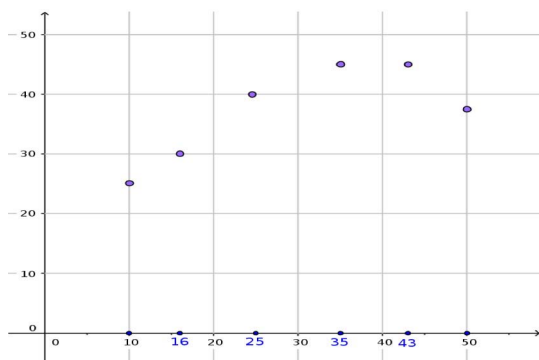
L'objectif de la deuxième séance est de constituer un recueil de données homogène en faisant mettre en œuvre le même protocole expérimental à tous les groupes. Après une première séance de « tâtonnement », les élèves commencent la modélisation de la situation à l'aide d'un tableau de valeurs et d'un graphique.

On commence par un rappel de la séance précédente. On peut s'appuyer sur la variabilité des mesures obtenues lors de cette séance pour justifier la nécessité de se mettre d'accord sur un protocole commun. L'enseignant-e propose le protocole de son choix, incluant ou non la mesure des diamètres des billes.

<b>Billes et Béchers</b>						
<b>Fiche de recueil des mesures</b>						
Diamètre <i>mm</i>						
Volume d'eau d'affleurement <i>mL</i>						

Les élèves élaborent un nouveau jeu de données qu'ils peuvent recueillir dans un document préformaté. La séance se termine par une première représentation des données qui peut prendre des formes diverses en fonction de la disponibilité du matériel :

- axes gradués fournis dans le document préformaté (échelles des axes, ...)
- à l'aide de Géogébra avec une figure qui peut être conditionnée par l'enseignant·e en amont en CAP ou avec une classe en difficulté. En voici un exemple :



Nous retrouvons sur l'axe des abscisses le diamètre des billes (en *mm*) et sur l'axe des ordonnées le volume d'eau mesuré pour la bille soit à affleurement (en *mL*).

Ce sont les grandeurs et unités que nous utiliserons dans la suite de l'article.

- à l'aide d'un graphique dans un tableur, après avoir recueilli les données. En voici un exemple dans la figure ci-contre.

On propose alors une discussion avec les élèves de description du graphique, des axes, etc., et le lien avec le tableau de valeurs ainsi qu'avec la problématique de départ.

Nous travaillons ici les notions de *variable*, le diamètre des billes, et de *grandeur*, le volume d'eau à ajouter, qui varie en *fonction* de cette variable : « *le volume d'eau à ajouter varie en fonction du diamètre des billes.* » In fine nous modélisons.

### Séance 3 : modélisation mathématiques (2h)

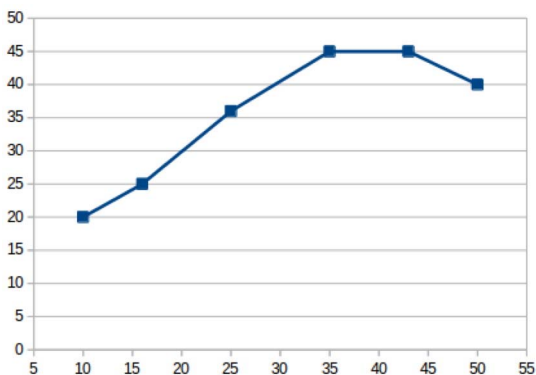
L'objectif de cette séance est de faire émerger un ou des modèles mathématiques pertinents, dans le sens où ils permettent de faire des prédictions, d'anticiper sur la réalité.

#### Phase 1 : la situation-problème

Pour cette première phase, l'initiative est laissée aux élèves. Il s'agit de savoir comment prédire, anticiper le volume d'eau que l'on devrait ajouter pour recouvrir exactement une bille de rayon 30 *mm* sans en disposer.

On rappelle dans un premier temps le travail et les résultats obtenus lors des séances précédentes. On peut donner aux élèves les représentations graphiques, ou éventuellement les projeter.

Cette première phase se termine par un recueil des méthodes de résolution et des résultats proposés par les différents groupes.



Notons que dans la quasi-totalité des cas, les élèves se réfèrent spontanément à l'utilisation du graphique et savent répondre à la question. Une proposition algébrique est très rare.

### *Phase 2 : La mesure effective*

On distribue à chaque groupe une bille d'acier de 30 mm de diamètre et on leur fait faire des mesures que l'on confronte ensuite aux résultats proposés pendant la phase 1.

Dans la quasi-totalité des cas, la prédiction est réalisée, nonobstant des erreurs de mesure.

### *Phase 3 : Le modèle « algébrique »*

Pour la dernière phase de la séance, et en fonction du niveau où la séquence est expérimentée<sup>2</sup>, on peut faire émerger le modèle mathématique « abouti ». Le volume d'eau à ajouter pour recouvrir une boule de diamètre  $x$  cm jusqu'à affleurement est  $mL$  :

$$V(x) = \pi \times 6,25 \times x - \frac{\pi}{6} \times x^3 .$$

Cette formule est difficile à faire aboutir. Avec certains élèves, il peut être envisageable de travailler à partir du volume de la bille et du bécher (cylindre) mais dans la plupart du temps l'enseignant-e propose ce travail ou présente l'expression algébrique.

L'objectif dans cette phase n'est pas la construction de cette expression mais la confrontation avec le graphique et les mesures obtenues.

Cette confrontation est faite avec les tableaux de valeurs, mais aussi à l'aide du graphe. Des lectures graphiques peuvent être demandées : les notions d'image et d'antécédent sont ainsi travaillées dans un contexte

explicite tout en illustrant la puissance prédictive du modèle mathématique.

La notion de variation d'une fonction peut être abordée ou, en fonction du niveau où la séquence est proposée, l'étude des variations peut être menée.

Cette dernière phase est la plus difficile à appréhender : l'apparition d'une « formule », complexe, est souvent un frein à l'aboutissement de cette phase.

### **Formalisation et évaluation**

Une quatrième séance est proposée, que nous ne détaillerons pas ici, consistant à formaliser la notion de fonction en faisant référence aux trois séances décrites précédemment.

Nous avons enfin privilégié une évaluation mixte : en reprenant l'expérimentation décrite, nous faisons anticiper les élèves sur des résultats attendus tout en insistant sur le vocabulaire précis utilisé.

### **En guise de conclusion**

Nous avons l'ambition de travailler sur la motivation des élèves. Sur ce point, c'est une réussite. Nous n'avons eu que des retours positifs de la part des élèves.

Les évaluations que nous avons pu effectuer à l'issue de cette activité montrent des élèves ayant, pour une majorité, acquis la notion de fonction et son vocabulaire.

Nous voudrions, dans cette conclusion, insister sur un écueil qui est apparu : il nous faut prendre garde à ne pas « effacer » voire « cacher » les disciplines avec ce type de séquences. L'écueil est celui de conforter une hiérarchie

<sup>2</sup> En CAP, finir sur cette dernière phase est ainsi à éviter.



dans les disciplines et faire disparaître définitivement les mathématiques. La formalisation finale par une trace écrite apportant par exemple le vocabulaire des fonctions est donc fondamentale.

A partir de cette première approche, notre groupe se propose de lancer une expérimentation plus cadrée et plus large reprenant cette séquence. S'appuyant sur le travail réalisé et pour approfondir la question de la

motivation des élèves, nous avons en effet engagé une réflexion à la fois sur le rapport au savoir des élèves, mais aussi sur l'articulation des disciplines du point de vue des élèves et des enseignant-es. Ces problématiques ne sont, bien entendu, pas exclusives à la voie professionnelle mais, du fait de l'articulation particulière des mathématiques et des sciences-physiques dans cette voie et du fait des évolutions actuelles de celle-ci, il nous paraît essentiel de creuser cette question.

## Bibliographie

Programmes de mathématiques-sciences-physiques en CAP et en Baccalauréat Professionnel

<https://eduscol.education.fr/1793/programmes-et-ressources-en-mathematiques-voie-professionnelle>

<https://eduscol.education.fr/1795/programmes-et-ressources-en-physique-chimie-voie-professionnelle>

BRABANT M., (2022), A propos des pédagogies coopératives, (Revue Mathématique 78, janvier 2022, <http://revue.sesamath.net/spip.php?breve3010>)

CHARLOT B., (1999), Le rapport au savoir en milieu populaire. Une recherche dans les lycées professionnels de banlieue, (Anthropos 1999)

JELLAB A., (2000), Le sens des savoirs chez les élèves de lycée professionnel : la construction d'une problématique, (Revue Spirale 26, année 2000, pages 241/258)

DESOMBE C., BAILLEUL M., BAEZA C., BRASSELET C., (2017), Motivation des élèves de lycée professionnel : entre réalité et illusion, (Revue Spirale 59, année 2017, pages 13 à 25)